E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMANIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARA PENTRU TINERET

Anul XVIII — ianuarie 1967

1

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
Anul XVIII, nr. 1 — ianuarie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Activul Comitetului de redacţie al Gazetei matematice seria B, pe anul 1967	1
2. Aspecte nebanale ale unor chestiuni de geometrie euclidiană de prof. univ. Al. Froda	2
3. Relaţii metrice într-un triunghi oarecare de *N. O. Zaharia*	3
4. Concursul de matematică, 1967	6
5. Note matematice de *I. Dăncilă, I. Candrea, E. Popa, L. Pîrşan* şi *B. Lungulescu*	7
6. Probleme rezolvate (7262, 7290, 7292, 9296, 7298, 7302, 7304, 7305)	17
7. Chestiuni de examen (7902—7932)	27
8. Probleme propuse (7933—7969)	33
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2631—2648)	39
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	43

ANUL XVIII **1** ianuarie

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

E 1426

GAZETA MATEMATICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

SERIA B

Anul XVIII, nr. 1 — ianuarie 1967

ACTIVUL COMITETULUI DE REDACȚIE
AL GAZETEI MATEMATICE
SERIA B PE ANUL 1967

Aritmetică și algebră: *P. V. Constantinescu*, conf. Universitatea București; *Greta Despa*, prof. ș. g. 51; *N. Dincă*, prof. Lic. Matei Basarab; *Gh. Galbură* prof. Universitatea București; *C. P. Popovici*, conf. Universitatea București.

Geometrie plană și în spațiu: *Măriuca Hălălău*, prof. Lic. Aurel Vlaicu; *C. Ionescu-Bujor*, prof. univ. emerit, Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej"; *Mihaela Mihăilescu*, prof. ș. g. 12; *T. Zamfirescu*, cercetător, Institutul Matematică.

Geometrie analitică și proiectivă: *Gh. Th. Gheorghiu*, prof. univ. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu Dej"; *Gh. Rizescu*, prof. Lic. D. Cantemir; *Anca M. Stan*, prof. Lic. Mihai Viteazu.

Trigonometrie: *Gr. Bănescu*, prof. Lic. C. A. Rosetti; *C. Ionescu-Țiu*, prof. Lic. N. Bălcescu; *Gh. D. Simionescu*, conf. univ. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", *Lucia Țene*, prof. Lic. Mihai Viteazu.

Analiza matematică: *Gh. Belcin*, prof. Lic. nr. 24; *S. Brener*, prof. Lic. nr. 6; *N. Dinculeanu*, prof. Universitatea București; *C. Ottescu* prof. Lic. nr. 36.

Mecanică și astronomie: *C. Drîmbă*, prof. Universitatea București; *Al. Stoenescu*, prof. univ. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej"; *Valeria Tomuleanu*, prof. lic. I. L. Caragiale; *R. Voinea*, prof. univ. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej".

Calculul probabilităților și statistica matematică: *H. Ionescu*, prof. univ., Inst. de științe economice „V. I. Lenin"; *M. Iosifescu* cercetător principal la C.S.M.; *N. Teodorescu*, prof. lic. C.A. Rosetti.

Istoria matematicii: *M. Plăviți*u, prof. lic. Matei Basarab; *E. Toth*, conf. Universitatea București.

Matematici pentru școli de maiștri, profesionale, licee de specialitate, școli generale: *Elena Călinescu*, prof. Liceul industrial energetic; *Smaranda Hortopan*, prof. emerit, școli maiștri „Grupul școlar Iosif Rangheț"; *I. Șt. Mușat*, prof. Lic. N. Bălcescu, *O. Sacter*, conf. univ. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej"; *Emilia Stănescu*, școli profesionale „Grupul școlar Iosif Rangheț".

Colectivul redacțional: *C. Ionescu-Țiu* (note, probleme, evidențieri, ; *O. Sacter* (articole, caleidoscop matematic, editoriale), *Gh. Rizescu* (rubrica rezolvitorilor, exerciții pentru clasele V—VIII), *N. Teodorescu* (rubrica rezolvitorilor, din experiența cercurilor de elevi), *Lucia Țene* (rubrica rezolvitorilor, din experiența cercurilor de elevi, poșta redacției).

ASPECTE NEBANALE ALE UNOR CHESTIUNI DE GEOMETRIE EUCLIDIANĂ

ALEXANDRU FRODA
Prof. univ. București

1. Se știe că bisectoarele unghiurilor egale ale unui triunghi isoscel au aceiași lungime. Dar reciproca acestei propoziții, adevărată și ea, cum o putem dovedi elementar?

Întrebați fiind, cunoscătorii dau de obicei un același răspuns. «Prin reducerea la absurd a afirmației contrare». O asemenea soluție, în lipsa unei demonstrații directe, nu poate fi însă considerată pe deplin satisfăcă-

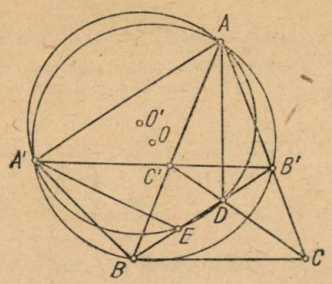


Fig. 1

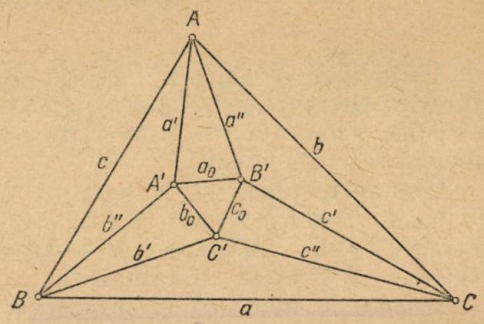


Fig. 2

toare, deși este la îndemîna fiecăruia, sub diverse aspecte posibile.*) Reamintim mai jos pe unul dintre ele, lăsînd desenul în sarcina cititorului :

În triunghiul ABC dat, se consideră bisectoarele egale BB', CC' și se notează $\sphericalangle B = 2b$, $\sphericalangle C = 2c$. Se construiește paralelogramul $BB'DC'$. Atunci $\triangle CB'D$ este isoscel, deoarece $B'D = CB'$ și se înseamnă convenabil egalitatea unghiurilor sale din D și C, scriind $b + d = c + e$.

Presupunerea $b > c$ este însă absurdă. Într-adevăr ea ar implica $d < e$. Or din $b > c$ și din comparația între $\triangle BCC'$ și $\triangle CBB'$ rezultă $B'C > BC'$, pe cînd $d < e$ arată că în $B'CD$ are loc dimpotrivă $BC' = B'D > B'C$, c.c.t.d.

Reciproca, menționată mai sus, se poate obține însă și printr-o demonstrație directă (fără reducere la absurd). Chestiunea fiind pusă la concurs, sub această condiție, în Anglia, a rămas ani de zile fără răspuns. O soluție corespunzătoare a fost însă publicată de către autorii *W. T. Williams* și *G. T. Savage*. Iat-o :

Se construiește $\triangle A'BB'$ congruent cu $\triangle AC'C$,unde $A'B = AC'$ și fie $A'E$ bisectoarea unghiului din A', în primul dintre ele.

Fie D intersecția bisectoarelor din $\triangle ABC$ dat. Punctele B, A', A, B' sînt conciclice, deoarece $\sphericalangle BAB' = \sphericalangle BA'B'$. La fel, A, A', E, D sînt și ele conciclice, fiindcă $\sphericalangle B'DA = \sphericalangle ABD + \sphericalangle DAB = \sphericalangle AA'B' + \frac{1}{2} \sphericalangle BA'B' = \sphericalangle AA'E$, așa dar $\sphericalangle AA'E$ și unghiurile EDA sînt suplementare. Cercurile respective au, în fig. 1, centrele în O, O'.

*) Gazeta matematică 1909 pg. 65, 1945, pg. 38, 73, și 250.
** Congruent înseamnă invers egal cu excepția unei translații.

Cum $AD = A'E$, ca bisectoare din A, și A', în triunghiuri congruente, rezultă paralelismul coardelor AA', DE, adică $AA' \parallel BB'$. Se obține deci $\frac{1}{2} \sphericalangle C = \sphericalangle A'B'B$ din congruența construită sau $\frac{1}{2} \sphericalangle C = \sphericalangle AA'B' = \frac{1}{2} \sphericalangle B$, de unde și $\sphericalangle B = \sphericalangle C$.

O soluție geometrică directă mai veche a fost dată în Gazeta Matematică de *V. Thébault* (1932, pg. 251). Soluții trigonometrice au fost publicate și de *V. Cristescu*, în *Gazeta Matematică* (1909, pg. 65, 1916, pg. 35).

2. Iată în sfîrșit, o problemă foarte interesantă, pe care ne vom mulțumi să o semnalăm, adăugîndu-i cîteva sumare indicații :

Numind trisectoare fiecare din cele două drepte, care împart un unghi dat în trei unghiuri adiacente egale, se poate considera și următoarea chestiune :

Fie $(AB', AC'), (BC', BA'), (CA', CB')$ perechile trisectoare ale unghiurilor A, B, C ale unui triunghi oarecare dat. Să se demonstreze că triunghiul $\triangle A'B'C'$, cu vîrfurile în punctele de intersecție ale trisectoarelor (CA', BA'), (AB', CB') (BC', AC') este echilateral. (Teorema lui *Morley*).

Un apel la trigonometrie permite să verificăm prin calcul acest rezultat, surprinzător în cazul unui triunghi scalar oarecare, dat. Proprietatea se pune în evidență, verificîndu-se invarianța lungimii laturilor triunghiului $A'BC'$ (notate cu a_0, b_0, c_0) la o permutare circulară a vîrfurilor A, B, C ale triunghiului dat.

Notînd cu R lungimea razei cercului circumscris acestuia din urmă, se scrie în radiani : $\sphericalangle A = \alpha$, $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle C = \gamma$ și folosind relațiile cunoscute din $\triangle AC'B'$, $\triangle AC\,B$, $\triangle AB'C$ se obține :

$$\left(\frac{a_0}{2R}\right)^2 = \left[\sin\gamma \frac{\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\frac{1}{3}(\alpha+\beta)}\right]^2 + \left[\sin\beta \frac{\sin\frac{1}{3}\gamma}{\sin\frac{1}{3}(\gamma+\alpha)}\right]^2 -$$

$$- 2\sin\beta\sin\gamma \frac{\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\frac{1}{3}(\alpha+\beta)} \cdot \frac{\sin\frac{1}{3}\gamma}{\sin\frac{1}{3}(\gamma+\alpha)} \cdot \cos\frac{\alpha}{3},$$

odată cu egalitățile asemănătoare, rezultînd din permutarea amintită.

O soluție geometrică ar avea să pună în evidență motivele profunde ale apariției simetriei ternare semnalate.

O asemenea soluție a fost dată de Marchand (L'Enseignement mathématique, 1930, p. 291).

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

RELAȚII METRICE ÎNTR-UN TRIUNGHI OARECARE

Este cunoscută propoziția denumită în mod obișnuit *teorema lui Pitagora generalizată la triunghiurile oarecare*, cu următorul enunț : Într-un triunghi oarecare, patratul unei laturi este egal cu suma patratelor celor-

lalte două, minus — sau plus — de două ori produsul uneia din acestea prin proiecția celeilalte pe ea, după cum unghiul opus laturii calculate este ascuțit sau obtuz.

Triunghiul fiind ABC, iar AD înălțimea coborîtă din vîrful A, relația care exprimă această teoremă este :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \mp 2BC \cdot DC \tag{1}$$

În cursul demonstrației teoremei se obține semnul plus cînd unghiul C este obtuz și semnul minus în celelalte cazuri, adică : toate unghiurile ascuțite, unghiul A obtuz sau unghiul B obtuz.

Vom da mai jos, o nouă relație, în care ultimul termen diferă de cel din (1) și care poate constitui o altă generalizare a teoremei lui Pitagora la triunghiuri oarecare. Aceasta conduce apoi la o relație care conține înălțimea triunghiului.

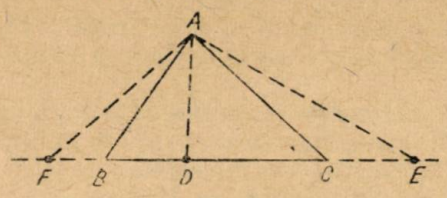


Fig. 1

1. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic (fig. 1). Perpendiculara ridicată în A pe AB întîlnește pe BC în E, iar cea ridicată tot în A, pe AC, întîlnește pe BC în F.

Dacă AD este înălțimea triunghiului dat, coborîtă din A pe BC, teorema catetei în triunghiul dreptunghic ABE ne dă :

$$AB^2 = BE \cdot BD, \tag{2}$$

sau mai departe,

$$AB^2 = BD(BC + CE) = BC \cdot BD + BD \cdot CE$$

La fel, din triunghiul dreptunghic ACF obținem :

$$AC^2 = BC.DC + DC \cdot FB \tag{2'}$$

Prin adunare, relațiile (2) și (2') ne dau :

$$AB^2 + AC^2 = BC(BD + DC) + BD \cdot CE + DC \cdot FB =$$
$$= BC^2 + BD \cdot CE + DC \cdot FB$$

sau

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - BD \cdot CE - DC \cdot FB \tag{3}$$

Pe de altă parte, teorema înălțimii aplicată triunghiului ABE ne dă

$$AD^2 = BD \cdot DE$$

și, deoarece $DE = DC + CE$ obținem

$$AD^2 = BD \cdot DC + BD \cdot CE \tag{4}$$

La fel, din triunghiul ACF vom avea :

$$AD^2 = BD \cdot DC + DC \cdot FB \tag{4'}$$

Din (4) și (4') deducem :

$$BD \cdot CE = DC \cdot FB = AD^2 - BD \cdot DC \tag{5}$$

Prima egalitate din (5) ne permite să scriem relația (3) fie sub forma

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2BD \cdot CE, \tag{6}$$

fie sub forma,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\ DC \cdot FB \qquad (6')$$

Ţinînd seama şi de ultimul membru al relaţiilor (5), oricare dintre relaţiile (6), (6′) devine :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\ (AD^2 - BD \cdot DC) \qquad (7)$$

din care se scoate şi

$$AD^2 = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2) + BD \cdot DC \qquad (7')$$

2. Considerăm cazul cînd unghiul A este obtuz (fig. 2). De data aceasta relaţiile (2), (2′) devin :

$$AB^2 = BC \cdot BD - BD \cdot EC,$$
$$AC^2 = BC \cdot DC - DC \cdot BF$$

şi deci relaţia (3) se schimbă în

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 + BD \cdot CE + DC \cdot BF \qquad (3_1)$$

Analog ca în cazul $\sphericalangle A < 90°$ se deduc acum relaţiile :

$$BD \cdot EC = DC \cdot BF = BD \cdot DC - AD^2 \qquad (5_1)$$

Rezultă că şi relaţiile (6), (6′) se schimbă în relaţiile :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2BD \cdot CE \qquad (6_1)$$

sau :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2DC \cdot BF \qquad (6_1')$$

Ţinînd seama şi de ultimul membru din (5_1), se vede că formulele (7), (7′) se menţin în aceeaşi formă ca în cazul de mai înainte.

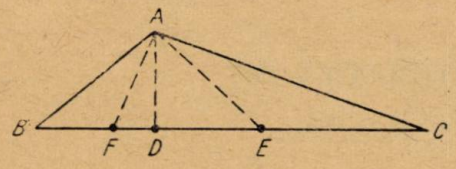


Fig. 1

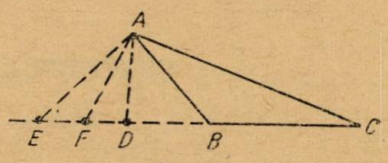


Fig. 2 Fig. 3

3. În cazul cînd unghiul B este obtuz (fig. 3), relaţiile (2), (2′) devin :

$$AB^2 = -BC.DB + DB \cdot EC; \quad AC^2 = BC \cdot DC + DC \cdot FB.$$

Datorită acestor relaţii formula (3) rămîne neschimbată şi în acest caz. Relaţiile (4), (4′) devin :

$$AD^2 = DB \cdot ED = DB(EC - DC) = -DB \cdot DC + DB \cdot EC, \qquad (4_2)$$
$$AD^2 = DC \cdot FD = DC(FB - DB) = -DB \cdot DC + DC \cdot FB, \qquad (4_2')$$

din care se deduce :

$$DB \cdot EC = DC \cdot FB = AD^2 + DB \cdot DC \qquad (5_2)$$

Din prima dintre egalităţile (5_2) rezultă că formulele (6), (6′) se păstrează.

Pe de altă parte, datorită ultimei egalități din (5_2) formulele (7) (7′) se schimbă în :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AD^2 + DB \cdot DC), \qquad (7_2)$$

$$AD^2 = 1/2\ (AB^2 + AC^2 - BC^2) - DB \cdot DC \qquad (7_2')$$

4. În sfîrșit, cînd unghiul C este obtuz se obțin aceleași rezultate ca la punctul precedent.

5. În rezumat, în orice triunghi avem relația :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \mp 2BD \cdot CE, \quad (\text{sau } \pm 2DC \cdot FB) \qquad (I)$$

semnul plus corespunzînd cazului cînd unghiul opus laturei calculate este obtuz.

Din formula (I) s-a dedus formula

$$AD^2 = 1/2\ (AB^2 + AC^2 - BC^2) \pm BD \cdot DC \qquad (II)$$

semnul minus corespunzînd cazului cînd unul dintre unghiurile între care este cuprinsă latura pe care cade înălțimea este obtuz.

Formula (II) este echivalentă cu

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AD^2 + BD \cdot DC) \qquad (III)$$

Din (I), care constituie o altă generalizare a teoremei lui Pitagora se vede că, dacă $\sphericalangle A = 90°$ avem : $CE = BF = 0$ și ea se reduce la $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Din (III), unde se ia numai semnul minus în paranteză, se vede că în cazul triunghiului dreptunghic ($\sphericalangle A = 90°$), teorema lui Pitagora implică direct teorema înălțimii și invers. Semnul plus nu este de luat în considerare în acest caz, deoarece dacă unghiul A este drept, nici unul dintre unghiurile B și C nu poate fi obtuz.

N. O. Zaharia, București

CONCURSUL DE MATEMATICĂ 1967

Materia cerută pe etape și pe clase

Etapa locală, la 5 februarie 1967

Clasa a IX-a : — *Algebra* pînă la Puteri cu exponent rațional.
— *Geometria* pînă la Cerc.

Clasa a X-a : pe 12 ani : — *Algebra* pînă la Funcția de gradul II.
— *Geometria* pînă la dreapta perpendiculară pe plan.
— *Trigonometria* pînă la sisteme de ecuații

Clasa a X-a reală pe 11 ani (*seral*) : — Algebra pînă la Numere complexe.
— *Geometria* pînă la Poliedre.
— *Trigonometria* pînă la Sisteme de ecuații.

Clasa a XI-a : — *Analiza matematică* pînă la Derivate.
— *Geometria analitică* pînă la Puterea punctului față de cerc.

Etapa regională (a 2-a, a 3-a și a 4-a zi din vacanță de primăvară)

Clasa a IX-a : — *Algebra* pînă la Ecuații bipătrate.
— *Geometria* pînă la Transformări punctuale.

Clasa a X-a pe 12 ani : — *Algebra* pînă la Inecuații de gradul II
— *Geometria* pînă la Poliedre.
— *Trigonometria* pînă la Relații într-un triunghi oarecare.

Clasa aX-a pe 11 ani (*seral*) : — *Algebra* pînă la Proprietăţi ale polinomului.
— *Geometria* pînă la Cilindru .
— *Trigonometria* pînă la Relaţii într-un triunghi oarecare.
Clasa a XI-a : — *Analiza matematică* pînă la Studiul funcţiilor cu ajutorul derivatelor.
— *Geometria analitică* pînă la Hiperbolă.

Etapa finală la 7 — 9 mai 1967

Clasa a IX-a : — *Algebră* pînă la sisteme de ecuaţii de gradul II cu 3 necunoscute.
— *Geometria* pînă la Puterea punctului faţă de cerc
Clasa a X-a pe 12 ani : — *Algebră* pînă la Funcţia logaritmică.
— *Geometria* pînă la Sferă.
— *Trigonometria* pînă la Rezolvarea triunghiurilor oarecare, cazuri speciale.
Clasa a X-a pe 11 ani (*seral*) : — *Algebră* pînă la transformarea ecuaţiilor.
— *Geometria pînă* la Sferă.
— *Trigonometria* pînă la Rezolvarea triunghiului, cazuri speciale.
Clasa a XI-a. — *Toată materia.*
— *Pentru liceele speciale, şcoli profesionale, şcoli tehnice de maiştri, la fiecare etapă se cere materia făcută la zi conform programelor respective.*

* *

Concursul de matematică pentru clasele VI-VIII 1967

— La 6 aprilie, *etapa locală* (pentru clasele VI, VII, VIII)
— La 30 aprilie, *etapa regională* pentru clasa VIII.

*

Elevi şi eleve, U.T.C.-işti şi pionieri pregătiţi concursul de matematică 1967, *intensificaţi activitatea ca rezolvitori de probleme din Gazeta Matematică seria B şi veţi fi evidenţiaţi.*

NOTE MATEMATICE

1. Asupra problemelor 5503 şi 5972

1. *Două sfere S_1 şi S_2 de centre O_1 şi O_2 se taie după un cerc (C). Printru-un punct P al cercului şi în planul $\omega=(P\,;\,O_1O_2)$ se duce coarda variabilă BC $(B\in S_1,\ C\in S_2)$. Să se afle locul geometric al mijlocului A_1 al coardei BC cînd P parcurge cercul (C)* (generalizarea problemei 5503).

Planul ω taie sferele S_1 şi S_2 după cercurile (C_1), respectiv (C_2), concurente în P şi P'. (Se vede că P' este diametrul opus lui P în cercul (C).

Deoarece ω trece în permanenţă prin O_1 şi O_2 rezultă că pentru orice poziţie a lui ω, (C_1) şi (C_2) sînt de mărime constantă.

Împărţim planul ω în două semiplane ω' şi ω'' cu proprietăţile : $O_1\in\omega'$ şi $O_2\in\omega,''$ separate prin dreapta PP'.

Pentru că subîntind coarde constante, $\sphericalangle PBP' = \sphericalangle CBP' =$ constant şi $\sphericalangle PCP' = \sphericalangle BCP' =$ constant deci triunghiul $BP'C$ este asemenea cu el însuşi şi deci şi triunghiurile BA_1P' şi CA_1P' se bucură de aceeaşi proprietate.

Dacă $A_1\in\omega'$, $\sphericalangle PA_1P' = \sphericalangle CA_1P' =$ constant, iar dacă $A_1\in\omega''$, $\sphericalangle PA_1P' = \sphericalangle BA_1P' = 180^\circ - \sphericalangle CA_1P' =$ constant ; proprietăţi demonstrate de afirmaţiile precedente.

Conform acestor proprietăţi, punctul A_1 descrie în semiplanul ω' arcul de cerc ce subîntinde coarda PP' şi capabil de $\sphericalangle PA_1 = \sphericalangle CA_1P'$ iar în semiplanul ω'' arcul de cerc capabil de $\sphericalangle PA_1P' = 180^\circ - \sphericalangle CA_1P'$ şi subîntinde aceeaşi coardă PP'. Deoarece $\omega=\omega'\cup\omega''$, în acest plan locul lui A_1 constă din reuniunea celor două arce, care alcătuiesc un cerc (L) ce trece prin P şi P'.

Dar (C_1), (C_2) şi PP' sînt de mărimi constante deci şi cercul (L) este de mărime constantă, pentru orice poziţie a lui ω.

Pentru că P descrie cercul (C) planul ω se roteşte în jurul axei O_1O_2. Conţinut în planul ω şi avînd diametrul pe axa O_1O_2 (L), prin rotaţia lui ω, descrie o sferă S_L.

Locul geometric al punctului A_1, mijlocul coardei BC este o sferă de centru O_L şi care conţine cercul (C).

Locului îi aparţine şi punctul O_L de pe O_1O_2, mijlocul coardei PP', care rămîne fix cînd P descrie cercul (C).

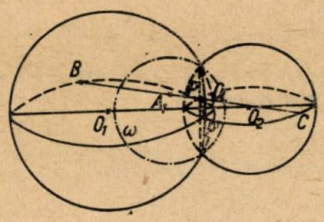


Fig. 1

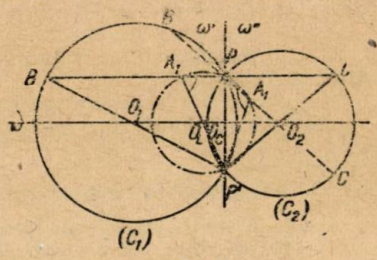


Fig. 2

2. *Sferele S_1 şi S_2 de centre O_1 respectiv O_2 se taie după cercul (C). Printr-un punct P al cercului se duce coarda variabilă BC $(B \in S_1,\ C \in S_2)$ în planul $\omega \equiv (P;\ O_1O_2)$. Pe o a treia sferă, de centru O, se mişcă un punct A. Se cere locul geometric al centrului de greutate G, al triunghiului ABC cînd P parcurge cercul (C)* (generalizarea problemei 5972).

Folosind notaţiile şi rezultatele problemei precedente şi ţinînd seama ca $G \equiv AA_1$ vom reduce problema la găsirea locului geometric al punctului G pentru care avem $\frac{GA_1}{GA} = -\frac{1}{2}$ unde A_1 şi A sînt două puncte variabile pe sfera, S_L, respectiv S.

În scopul uşurării demonstraţiei vom dovedi în prealabil următoarea propoziţie :

Dacă se dă un punct fix F, o sferă de rază r şi centru T (fix) şi un punct M variabil pe ea, locul geometric al punctelor N pentru care $\frac{NF}{NM} = k$ cînd M parcurge sfera, este tot o sferă de rază $r' = \frac{kr}{k-1}$ şi cu centrul în T' situat pe segmentul F astfel ca $\frac{T'F}{T'T} = k$.

Prin N ducem o paralelă la TM care va tăia pe TF în T' deoarece relaţia din enunţ satisface teorema fundamentală a asemănării aplicată triunghiului FMT şi paralelei $T'N$ la TM. Mai avem :

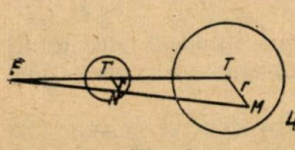


Fig. 3

$$\frac{NT'}{MT} = \frac{r}{r'} = \frac{FN}{FN+NM} = \frac{1}{1-\frac{NM}{NF}} = \frac{k}{k-1}$$

de unde $r' = \frac{rk}{k-1}$ adică ceea ce trebuia demonstrat.

Revenim la problema noastră. Dacă considerăm A_1 fix, vom avea că G descrie o sferă S_G de rază

$$R_G = \frac{R\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}-1} = \frac{R}{3}$$ şi cu centrul situat în punctul D pe OA_1 astfel ca

$$\frac{D}{DA_1} = -2 .$$

Dar punctul A_1 se mişcă pe sfera S_L, deci G parcurge o mulţime de sfere. Punctul D conform celor arătate mai sus în condiţiile date va descrie şi el o sferă. S_ρ cu centrul în E pe OO_L $\left(\frac{EO_L}{EO} = -\frac{1}{2}\right)$ şi de rază

$$\rho = \frac{R_L(-2)}{-2-1} = \frac{2R_L}{3}.$$

Locul căutat coincide cu locul geometric al punctelor de pe sferele S_G de rază R_G şi cu centrul pe o sferă S_ρ de rază ρ.

Vom considera totalitatea sferelor S_G cu centrele pe un cerc mare (C_ρ) al sferei S_ρ. Punctele de pe aceste sfere ocupă volumul unui tor cu raza secţiunii transversale R_G şi distanţa dintre centrul secţiunii şi axa de rotaţie a acestei secţiuni $\rho + R_G$. Cercul circumscris torului are raza $R_G + \rho$ şi centrul E iar cel înscris raza $|R_G - \rho|$.

Prin rotirea cercului $(C\rho)$ în jurul unui diametru al său se obţine sfera $S\rho$, iar cercurile circumscris şi înscris torului, fiind în acelaşi plan cu $(S\rho)$ vor descrie cîte o sferă, de centru D şi rază $R_G + \rho$ respectiv $|R_G - \rho.|$

Totalitatea punctelor de pe mulţimea sferelor S_G vor ocupa în întregime volumul dintre aceste două sfere.

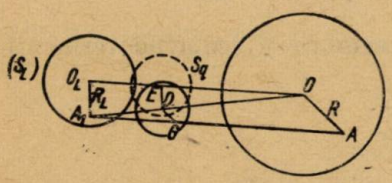


Fig. 4

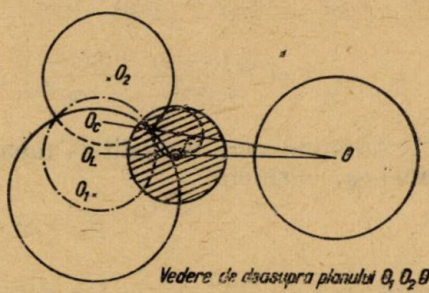


Fig. 5

Locul lui G va fi deci mulţimea punctelor interioare sferei de rază $R_G + \rho$ şi exterioare sferei de rază $|R_G - \rho|$.

Pentru punctul particular $A_1 \equiv 0$, G descrie suprafaţa unei sfere de rază $\frac{R}{3}$ şi cu centrul situat pe O_eO la o treime de O_e.

Obţinem acelaşi loc pentru S_1 şi S_2 tangente.

Dacă $R = 2R_L$, $R_G = \rho$ şi atunci locul se reduce la mulţimea punctelor interioare sferei de rază $\frac{R_L}{3}$ şi de centru E.

Dacă reducem problemele la plan, sferele devin cercuri în același plan. Cercul (C) se reduce la două puncte. Locul lor din problema 5503 va fi un cerc, iar cel din problema 5972, o mulțime de puncte în același plan interioare unui cerc și exterioare altuia.

I. Dăncilă, student Brașov

2. Asupra însumării unor serii

Fie $P_r(k)$ un polinom de gradul r în variabila k, iar $a \geqslant 2$ un număr natural. Considerăm suma

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_r(k)}{(qa)^k}$$

Presupunem că termenul general se poate descompune astfel:

$$\frac{P_r(k)}{(qa)^k} = \frac{Q_r(k-1)}{(qa)^k - 1} - \frac{Q_r(k)}{(qa)^k}$$

Dacă eliminăm numitorii obținem următoarea identitate:

$$P_r(k) \equiv qaQ_r(k-1) - Q_r(k) \tag{1}$$

Identificînd termenii în această identitate vom obține $r+1$ relații lineare între coeficienții polinomului $Q_r(k)$.

Făcînd pe $k = 1, 2, 3, \ldots, n$ vom obține n egalități

$$\frac{P_r(1)}{qa} = \frac{Q_r(0)}{(qa)^0} - \frac{Q_r(1)}{(aq)^1}; \quad \frac{P_r(2)}{(qa)^2} = \frac{Q_r(1)}{(qa)^1} - \frac{Q_r(2)}{(qa)^2}; \quad \ldots \quad \frac{P_r(n-1)}{(qa)^{n-1}} =$$

$$= \frac{Q_r(n-2)}{(qa)^{n-2}} - \frac{Q_r(n-1)}{(aq)^{n-1}}; \quad \frac{P_r(n)}{(qa)^n} = \frac{Q_r(n-1)}{(qa)^{n-1}} - \frac{Q_r(n)}{(qa)^n}$$

Adunînd cele n egalități membru cu membru și reducînd termenii asemenea, obținem

$$S_n = Q_r(0) - \frac{Q_r(n)}{(qa)^n}$$

Pentru $n \to \infty$, $\frac{Q_r(n)}{(qa)^n} \to 0$, iar suma devine $S_\infty = Q_r(0)$.

Particularizări. Pentru $P_r(k) = k$ identitatea (1) devine

$$k \equiv qaA_0(k-1) + qaA_1 - A_0k - A_1$$

identificînd coeficienții, obținem

$$\begin{cases} qaA_0 - A_0 = 1 \\ -qaA_0 + qaA_1 - A_1 = 0 \end{cases}$$

de unde

$$A_0 = \frac{1}{aq-1}; \quad A_1 = \frac{qa}{(qa-1)^n}$$

şi

$$Q_1(k) = A_0 k + A_1 = \frac{1}{qa-1}\, k + \frac{qa}{(qa-1)^2},$$

$$Q_1(0) = \frac{qa}{(qa-1)2}, Q_1(n) = \frac{1}{qa-1}\, n + \frac{qa}{(qa-1)^2}, \ \ldots$$

$$S_n = \frac{qa}{(qa-1)^2} - \frac{(qa-1)n + qa}{(qa-1)^2 (qa)^n}.$$

Pentru $a = 2$; $q = 1$

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}, \quad \text{iar} \quad S_\infty = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k} = 2.$$

Pentru $q = -1$; $a = 2$

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{k}{2^k} = -\frac{2}{9} + (-1)^n \frac{3n+2}{9 \cdot 2^n}$$

sau $S'_n = -S_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \frac{k}{2^k} = \frac{2}{9} + (-1)^{n+1} \frac{3n+2}{9 \cdot 2^n}$

$$S_\infty = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k}{2^k} = \frac{2}{9}$$

Pentru $P_r(k) = 2n^2$ şi $q = 1$, $a = 3$ obţinem problema 6899 iar pentru $P_r(k) = 2k - 1$ şi $q = 1$, $a = 2$, obţinem problema 5833.

Ion Candrea, Sibiu

3. Asupra problemei 2336

Problema 2335 cere să se arate că în orice bază, un număr nu poate fi egal cu produsul cifrelor sale În continuare vom demonstra următoare proprietate, din care se poate deduce ca o consecinţă afirmaţia de mai sus. Fie un număr N scris într-o bază oarecare B, $N = a_1 a_2 \ldots a_n$, unde evident $0 \leqslant a_i < B$; dacă ecuaţia:

$$x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1} x + A_n = 0, \tag{1}$$

admite rădăcinile: $-a_1, -a_2, \ldots, -a_n$, atunci:

$$N \geqslant \sum_{k=1}^{n} A_k$$

Demonstraţie. Ţinînd seama că ecuaţia (1) are rădăcinile date, putem scrie:

$$x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1} x + A_n \equiv (x + a_1)(x + a_2) \ldots (x + a_n)$$

Făcînd $x = 1$ obținem:

$$\sum_{k=1}^{n} A_k = (1 + a_1)(1 + a_2) \ldots (1 + a_n) - 1.$$

Inegalitatea de demonstrat devine:

$$N = a_1 \cdot B^{n-1} + a_2 \cdot B^{n-2} + \ldots + a_{n-1} \cdot B + a_n \geqslant (1 + a_1)(1 + a_2) \ldots$$
$$\ldots (1 + a_n) - 1.$$

Să mai observăm că membrul al doilea se poate scrie:

$$(1 + a_1)(1 + a_2) \ldots (1 + a_n) - 1 = a_1(1 + a_2) \ldots (1 + a_n) +$$
$$+ a_2(1 + a_3) \ldots (1 + a_n) + \ldots + a_{n-1}(1 + a_n) + a_n$$

Trecînd totul în primul membru și grupînd convenabil, inegalitatea devine:

$$a_1[B^{n-1} - (1 + a_2) \ldots (1 + a_n)] + a_2[B^{n-2} - (1 + a_3) \ldots$$
$$(1 + a_n)] + \ldots + a_{n-1}[B - (1 + a_n)] \geqslant 0$$

Avînd în vedere că $0 \leqslant a < B$, rezultă că:

$$(1 + a_k)(1 + a_{k+1}) \ldots (1 + a_n) \leqslant B.B \ldots B = B^{n-k+1}$$

Deci în primul membru avem o sumă de termeni pozitivi sau nuli, care se demonstrează inegalitatea enunțată. Egalitatea se obține pentru cazul: $a_2 = a_3 = \ldots = a_n = B - 1$, iar a_1 oarecare. Pentru a obține problema 2335 vom scrie:

$$N \geqslant \sum_{k=1}^{n} A_k > A_n = a_1 \cdot a_2 \ldots a_n; \quad N > a_1 \cdot a_2, \ldots, a_n.$$

Eugen Popa elev Iași

4. Calculul lungimii trisectoarelor interioare ale unui triunghi oarecare

Fie triunghiul oarecare ABC și fie $l_1 = AA_1$, $l_2 = AA_2$ trisectoarele interioare ale unghiului A. Deci, avem

$$\sphericalangle BAA_1 = \sphericalangle A_1AA_2 = \sphericalangle A_2AC$$

În triunghiul BAA_2, AA_1 este bisectoare, deci avem:

$$l_1 = \frac{2c\,l_2}{c + l_2} \cos \frac{A}{3} \tag{1}$$

(a se vedea nota Calculul bisectoarelor interioare, din G.M.—B 8/1964).

În mod analog, din triunghiul A_1AC avem:

$$l_2 = \frac{2b\,l_1}{b + l_1} \cos \frac{A}{3} \tag{2}$$

Relațiile (1) și (2) constituie un sistem de ecuații în necunoscutele l_1 și l_2.

Ecuațiile se mai pot scrie :

$$l_1(c + l_2) = 2cl_2 \cos\frac{A}{3}\ ;\ l_2(b + l_1) = 2bl_1 \cos\frac{A}{3}$$

sau

$$l_1c + l_1l_2 = 2cl_2 \cos\frac{A}{3}\ ;\ l_2b + l_1l_2 = 2bl_1 \cos\frac{A}{3}\ .$$

Scăzînd avem :

$$l_1c - l_2b = 2cl_2 \cos\frac{A}{3} - 2bl_1 \cos\frac{A}{3}$$

$$l_1\left(c + 2b\cos\frac{A}{3}\right) = l_2\left(b + 2c\cos\frac{A}{3}\right),\ \text{deci :}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{b + 2\cos\frac{A}{3}}{c + 2b\cos\frac{A}{3}} = \lambda \qquad (3)$$

deci $l_1 = \lambda l_2$.

Înlocuind în (1) obținem :

$$\lambda l_2 = \frac{2c\,l_2}{c + l_2}\cos\frac{A}{3}$$

deci, deoarece $l_2 \neq 0$, rezultă :

$$l_2 = c\left(\frac{2\cos\frac{A}{3}}{\lambda} - 1\right)$$

Ținînd seama de relația (3), avem :

$$l_2 = c\left[\frac{2\left(c + 2b\cos\frac{A}{3}\right)}{b + 2c\cos\frac{A}{3}}\cos\frac{A}{3} - 1\right] \qquad (4)$$

În mod analog,

$$l_1 = b\left[\frac{2\left(b + 2c\cos\frac{A}{3}\right)}{c + 2b\cos\frac{A}{3}}\cos\frac{A}{3} - 1\right] \qquad (5)$$

Liviu C Pîrșan, student București

5. Exprimarea trigonometrică a trisectoarelor unui triunghi

1. Fie ABC triunghiul de referință, iar AA_1 și AA_2 trisectoarele unghiului A (fig. 1). Avem relația evidentă *) :

$$S_{ABA_1} + S_{ACA_1} = S_{ABC}$$

*) Aceeași metodă în nota matematică din G.M. 13, 1964, p. 350, de *Liviu Pîrșan*.

sau

$$\frac{AB\cdot AA_1\cdot \sin\frac{A}{3}}{2}+\frac{AC\cdot AA_1\cdot \sin\frac{2A}{3}}{2}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}$$

sau încă :

$$\left(c\sin\frac{A}{3}+2b\sin\frac{A}{3}\cos\frac{A}{3}\right)AA_1=bc\sin\frac{A}{3}\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)$$

de unde rezultă :

$$AA_1=\frac{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}{c+2b\cos\frac{A}{3}}$$

Folosind relația

$$S_{ABA_2}+S_{ACA_2}=S_{ABC}$$

deducem în mod analog valoarea celeilalte trisectoare a unghiului A.

$$AA_2=\frac{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}{b+2c\cos\frac{A}{3}}$$

Celelalte trisectoare ale triunghiului rezultă prin permutări circulare. Dacă triunghiul este isoscel, adică $b=c$ (fig. 2), obținem

$$AA_1=AA_2=b\left(2\cos\frac{A}{3}-1\right).$$

De asemenea, se arată că $BB_1=CC_2$ și $BB_2=CC_1$.

Dacă triunghiul este echilateral de latură a. toate trisectoarele sale sînt egale și cu lungimea egală cu $a\,(2\cos 20^\circ-1)$.

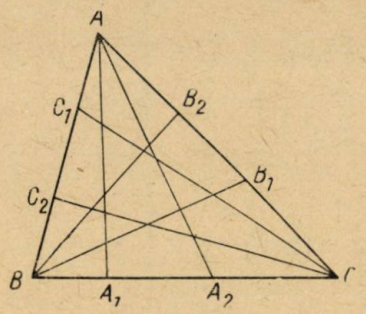


Fig. 1

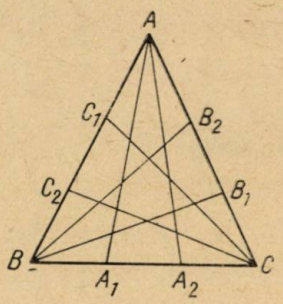


Fig. 2

Aplicație. Folosind aceste valori putem stabili relații interesante între laturile, unghiurile și trisectoarele unui triunghi :

$$\frac{1}{AA_1}+\frac{1}{AA_2}=\frac{c+2b\cos\frac{A}{3}}{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}+\frac{b+2c\cos\frac{A}{3}}{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}=$$

$$= \frac{(b+c)\left(2\cos\frac{A}{3}-1\right)}{bc\left(2\cos\frac{A}{3}+1\right)\left(2\cos\frac{A}{3}-1\right)} = \frac{b+c}{bc}\cdot\frac{1}{2\cos\frac{A}{3}+1}$$

$$\frac{1}{AA_1}-\frac{1}{AA_2} = \frac{b+2c\cos\frac{A}{3}-c-2b\cos\frac{A}{3}}{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)} = \frac{(c-b)\left(2\cos\frac{A}{3}-1\right)}{bc\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}$$

$$\frac{1}{AA_1^2}-\frac{1}{AA_2^2} = \frac{b^2+2bc\cos\frac{A}{3}+4c^2\cos^2\frac{A}{3}-c^2-2bc\cos\frac{A}{3}-4b^2\cos^2\frac{A}{3}}{b^2c^2\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)^2} =$$

$$= \frac{(c^2-b^2)\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}{b^2c^2\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)^2} = \frac{c^2-b^2}{b^2c^2\left(4\cos^2\frac{A}{3}-1\right)}.$$

Dacă $A=\frac{\pi}{2}$, obținem relația din problema 6814, adică

$$2\left(\frac{1}{AA_1^2}-\frac{1}{AA_2^2}\right)=\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}.$$

2. Pe calea folosită la punctul 1 se poate calcula orice segment care împarte un unghi al unui triunghi în raportul k.

Fie triunghiul ABC și dreapta AA_1 ($A_1\in BC$), astfel ca

$$\sphericalangle BAA_1 = \frac{1}{n}\sphericalangle BAC.$$

Relația $S_{ABA_1}+S_{AA_1C}=S_{ABC}$

se scrie:

$$\frac{c\cdot AA_1\cdot\sin\frac{A}{n}}{2}+\frac{b\cdot AA_1\cdot\sin\left(\frac{n-1}{n}A\right)}{2}=\frac{bc\sin A}{2},$$

de unde

$$AA_1=\frac{bc\sin A}{c\sin\frac{A}{n}+b\sin\frac{(n-1)A}{n}}.$$

Dacă luăm segmentul AA_2 astfel ca $\sphericalangle A_1AA_2=\frac{1}{n}\sphericalangle BAC$, obținem pe aceeași cale

$$AA_2=\frac{bc\sin A}{c\sin\frac{2A}{n}+b\sin\frac{(n-2)A}{n}}.$$

În general, dacă luăm segmentul AA_i așa că $\sphericalangle A_{i-1}AA_i = \frac{1}{n}\sphericalangle BAC$, va rezulta

$$AA_i = \frac{bc \sin A}{b \sin \frac{iA}{n} + b \sin \frac{(n-i)A}{n}}.$$

Aplicație. Să calculăm $S = \Sigma \frac{1}{AA_1}$. Vom studia două cazuri:

a) n este par. În acest caz, vom avea un număr impar $(n-1)$ de drepte, dintre care $AA_{n/2}$ va fi chiar bisectoarea unghiului A. Valoarea ei se poate scrie

$$AA_{\frac{n}{2}} = \frac{bc \sin A}{b \sin \frac{A}{2} + c \sin \frac{A}{2}}.$$

Rezultă:

$$S = \frac{b\left(\sin\frac{A}{n} + \sin\frac{2A}{n} + \ldots + \sin\frac{\frac{n}{2}A}{n}\right) + c\left(\sin\frac{\frac{n}{2}A}{n} + \sin\frac{\left(\frac{n}{2}+1\right)A}{n} + \ldots + \sin\frac{(n-1)A}{n}\right)}{bc \sin A}$$

Deoarece avem de-a face cu sume de sinusuri cu argumentul în progresie aritmetică, putem scrie:

$$S = \frac{b \sin \frac{\frac{n}{2}\cdot\frac{A}{n}}{2} \sin\left[\frac{A}{n} + \frac{\left(\frac{n}{2}-1\right)\cdot\frac{A}{n}}{2}\right] + c \cdot \sin \frac{\frac{n}{2}\cdot\frac{A}{n}}{2} \cdot \sin\left[\frac{A}{2} + \frac{\left(\frac{n}{2}-1\right)\frac{A}{n}}{2}\right]}{bc \cdot \sin A \sin\frac{A}{2n}} =$$

$$= \frac{b \sin \frac{A}{4} \cdot \sin \frac{(n+2)A}{4n} + c \cdot \sin \frac{A}{n} \cdot \sin \frac{(5n-2)A}{4n}}{bc \sin A \sin \frac{A}{2n}} = \frac{b \sin \frac{(n+2)A}{4n} + c \sin \frac{(5n-2)A}{4n}}{4bc \cos\frac{A}{2} \cos\frac{A}{4} \sin\frac{A}{2n}}.$$

b) Dacă n este impar vom avea $n-1$ segmente.

$$S = \frac{b\left[\sin\frac{A}{n} + \ldots + \sin\frac{\left(\frac{n}{2}-1\right)A}{n}\right] + c\left[\sin\frac{\left(\frac{n}{2}+1\right)A}{n} + \ldots + \sin\frac{(n-1)A}{n}\right]}{bc \cdot \sin A} =$$

$$= \frac{b \sin \frac{n-2}{2}\cdot\frac{A}{2} \sin\left(\frac{A}{n} + \frac{(n-4)A}{2\,2n}\right) + c \sin \frac{n-2}{2}\cdot\frac{A}{2n} \sin\left(\frac{(n+2)A}{2n} + \frac{n-4}{2}\cdot\frac{A}{2n}\right)}{bc \sin A \sin\frac{A}{2n}} =$$

$$= \frac{\sin\frac{(n-2)A}{4n} \sin\frac{A}{4} + c \sin\frac{(n-2)A}{4n} \sin\frac{3A}{4}}{bc \cdot \sin A \sin\frac{A}{2n}}.$$

Bogdan Eugen Lungulescu, elev Pitești

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7262

Să se rezolve ecuația:

$$\alpha x^2 + \beta x + \Delta = 0$$

în cazul cînd α, β *și* Δ *sînt rădăcinile și discriminantul ei.*

Gh. Bazacov, Tr. Severin

Soluția autorului. Relațiile dintre rădăcini și coeficienți ne dau:

$$(1) \qquad \alpha + \beta = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ și } \alpha\beta = \frac{\Delta}{\alpha};$$

dar $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\Delta$ de unde rezultă că:

$$\Delta = \frac{\beta^2}{1 + 4\alpha},$$

care introdus în relația $\alpha\beta = \frac{\Delta}{\alpha}$ ne dă: $\alpha\beta = \frac{\beta^2}{\alpha(1 + 4\alpha)}$, care se mai scrie: $\alpha^2\beta\,(1 + 4\,\alpha) - \beta^2 = 0$.

Relațiile (1) le privim ca un sistem de două ecuații cu necunoscutele α și β:

$$\alpha(\alpha + \beta) + \beta = 0\,;\ \alpha^2\beta(1 + 4\alpha) - \beta^2 = 0$$

Ecuația a II-a ne dă:

$$\beta = 0 \text{ și } 4\alpha^3 + \alpha^2 - \beta = 0$$

și ținînd seama de prima ecuație vom obține două sisteme:

$$I\begin{cases} \alpha^2 + \alpha\beta + \beta = 1 \\ \alpha = 0 \end{cases} \qquad II\begin{cases} \alpha^2 + \alpha\beta + \beta = 0 \\ 4\alpha^3 + \alpha^2 - \beta = 0 \end{cases}$$

Sistemul I ne dă soluția $\alpha = 0$, $\beta = 0$, inacceptabilă probleme noastre.

Considerăm sistemul al II-lea. Egalînd valorile lui β scoase din cele două ecuații, obținem ecuația

$$\alpha^2(1 + 4\alpha) = -\frac{\alpha^2}{1 + \alpha}$$

și efectuînd calculele ajungem la forma:

$$4\alpha^2 + 5\alpha + 2 = 0$$

Rezolvînd-o, obținem două valori pentru α:

$$\alpha_1 = \frac{1}{8}(-5 + i\sqrt{7}) \text{ și } \alpha_2 = \frac{1}{8}(-5 - i\sqrt{7}).$$

Aceste valori, introduse în ecuația a doua din sistem, ne vor da două valori pentru β

$$\beta_1 = \alpha_1^2(4\alpha_1 + 1)\,;\quad \beta_2 = \alpha^2{}_2(4\alpha_2 + 1).$$

Efectuînd calculele obținem :

$$\beta_1 = \frac{1}{8}(1 + 3i\sqrt{7}) \; ; \; \beta_2 = \frac{1}{8}(1 - 3i\sqrt{7})$$

Calculăm pe Δ din relația $\alpha\beta = \frac{\Delta}{\alpha}$.

Vom înlocui pe α și β cu valorile α_1 și β_1, iar apoi cu α_2 și β_2 ; efectuînd calculele, vom obține și pentru Δ două valori :

$$\Delta_1 = \frac{1}{2^7}(57 + 11i\sqrt{7}) \text{ și } \Delta_2 = \frac{1}{2^7}(57 - 11i\sqrt{7}) \cdot$$

Ajungem la concluzia că în mulțimea ecuațiilor de gradul II există numai două care să aibă ca rădăcini chiar primii doi coeficienți iar ca realizant termenul liber. Ele sînt :

$$\frac{1}{8}(-5 \pm i\sqrt{7})x^2 + \frac{1}{8}(1 \pm 3i\sqrt{7})x + \frac{1}{2^7}(57 \pm 11i\sqrt{7}) = 0.$$

Observare : Dacă ecuația de gradul II are forma $\alpha x^2 - \beta x + \Delta = 0$, α, β și Δ fiind rădăcinile și discriminantul acesteia, avem :

$$\alpha = \frac{3}{4}, \; \beta = \frac{9}{4}, \; \Delta = \frac{81}{64}, \text{ deci rădăcinile nu mai sînt complexe.}$$

Problema 7290

Pe laturile AB, AC ale unui triunghi oarecare se consideră punctele M, N astfel ca :

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$$

Să se demonstreze că dreapta MN trece prin centrul de greutate al triunghiului.

Mihalca Dan, elev, București

Soluție dată de *Paraschiva Poenaru*, elevă Vlahi, Dobrogea

Mediana AA' intersectează dreapta MN în punctul G. Să demonstrăm că $\frac{AG}{AA'} = \frac{2}{3}$.

Comparînd ariile triunghiurilor AGN și $AA'C$ și ținînd seama că

$$A_{ABC} = 2A_{AA'C}$$

obținem

$$\frac{2A_{AGN}}{A_{ABC}} = \frac{AG}{AA'} \cdot \frac{AN}{AC}$$

Analog :

$$\frac{2A_{AGM}}{A_{ABC}} = \frac{AG}{AA'} \cdot \frac{AM}{AB}$$

Comparînd ariile triunghiurilor AMN și ABC obținem:

$$\frac{A_{AMN}}{A_{ABC}} = \frac{AM \cdot AN}{AB \cdot AC}$$

Se observă imediat că:

$$\frac{2A_{MNA}}{A_{ABC}} = \frac{2A_{AGN}}{A_{ABC}} + \frac{2A_{AGM}}{A_{ABC}}$$

de unde:

$$\frac{AG}{AA'} = \frac{2 \cdot \dfrac{AM \cdot AN}{AB \cdot AC}}{\dfrac{AN}{AC} + \dfrac{AM}{AB}} = \frac{2}{\dfrac{AB}{AM} + \dfrac{AC}{AN}}$$

Din ipoteză avem: $\dfrac{MB + MA}{MA} + \dfrac{NC + NA}{NA} = 3; \left(\dfrac{AB}{AM} + \dfrac{AC}{AN}\right) = 3.$

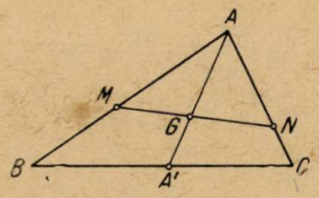


Fig. 1

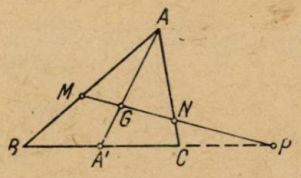


Fig. 2

Soluția II. — dată de *P. Orbulov*, elev Lugoj — Mediana AA' taie pe MN în G, iar MN pe BC în P (C între B și B'). Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul ABC tăiat de MNP avem:

$$\frac{MB}{MA} \cdot \frac{NA}{NC} \cdot \frac{PC}{PB} = 1$$

de aici avem:

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PB}{PC} + \frac{NC}{NA} = \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PB + PC}{PC}.$$

Rezultă:

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = \frac{NC}{NA} \cdot \frac{BC + 2PC}{PC}. \qquad (1)$$

Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul $A'AC$ tăiat de GNP avem:

$$\frac{GA'}{GA} \cdot \frac{NA}{NC} \cdot \frac{PC}{PA'} = 1 \text{ sau: } \quad 1 = \frac{GA'}{GA} \cdot \frac{NA}{NC} \cdot \frac{2PC}{BC + 2PC} \qquad (2)$$

Înmulțind (1) cu (2) rezultă:

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = \frac{2GA'}{GA}$$

deci G este centru de greutate.

Soluția III-a. dată de *Gh. Rizescu.*

Fie AA' mediana triunghiului ABC. Paralela dusă din A la BC taie pe MN în D:

Fie $P = (MN) \cup (BC)$. Deoarece triunghiurile MBP și MAD sînt asemenea iar $GA'P$ cu GAD, avem:

$$\frac{MB}{MA} = \frac{BP}{AD} \quad \text{și} \quad \frac{NC}{NA} = \frac{PC}{AD}, \text{ de unde}$$

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = \frac{BP + PC}{AD} = \frac{2A'P}{AD} = 2 \cdot \frac{GA'}{GA}$$

Cum însă $\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$ rezultă $\frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$, deci G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

Problema 7292

Să se arate că:

$$(p-1)! \frac{(2p-1)!}{p!} \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} \cdots \frac{[(n+1)p-1]!}{(np)!} \cdot p^n =$$

$$= (n+1)(n+2) \cdots [(n+1)p-1]$$

unde $p \leqslant 2$.

L. Pîrșan, București

Soluția autorului.

$$[(n+1)p-1]! = 1 \cdot 2 \cdots p \cdot (p+1) \cdots 2p \, (2p+1) \cdots 3p \cdots np \, (np+1) \cdots [(n+1)p-1] =$$

$$= (p-1)! p \cdot \frac{(2p-1)!}{p!} (2p) \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} (3p) \cdots \frac{(n+1)p-1!}{(np)!} (n.p) =$$

$$= (p-1)! \frac{(2p-1)!}{p!} \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} \cdots \frac{(n+1)p-1!}{(np)!} \cdot p(2p)(3p) \cdots (np) =$$

$$= (p-1)! \frac{(2p-1)!}{p!} \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} \cdots \frac{[n+1)p-1|}{(np)!} \cdot n! \cdot p^n$$

adică:

$$n!(n+1)(n+2) \cdots [(n+1)p-1] = (p-1)! \frac{(2p-1)!}{p!} \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} \cdot \ldots$$

$$\ldots \frac{[(n+1)p-1]!}{(np)!} \cdot n! \, p^n,$$

simplificînd cu n avem:

$$(n+1)(n+2) \cdots [(n+1)p-1] = (p-1)! \frac{(2p-1)!}{p!} \cdot \frac{(3p-1)!}{(2p)!} \cdots$$

$$\cdots \frac{](n+1)p-1]!}{(np)!} \cdot p^n,$$

ce trebuie demonstrat.

În cazul particular $p = 2$ obținem:

$$(n+1)(n+2)\cdot\cdots\cdot(2n-1)2n(2n+1) = 1! \cdot \frac{3!}{2!} \cdot \frac{5!}{4!} \cdot \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots \frac{(2n+1)!}{(2n)!} \cdot 2^n$$

sau

$2n(n+1)(n+2)\ldots(2n-2)(2n-1)(2n+1) = 1.3.5\ldots(2n-3)(2n-1)(2n+1).2^n$; simplificînd cu $2(2n-1)(2n+1)$ obținem

$$n(n+1)(n+2)\ldots(2n-2) = 1.3.5\ldots.(2n-3).2^{n-1},$$

adică enunțul problemei *2429* din G.M.F.—B nr. 12, anul 1956

Soluția a II-a. — Notînd cu $F(p)$ membrul stîng al egalității, avem:

$$F(p) = p^n \prod_{k=1}^{n+1} \frac{(kp-1)!}{](k-1)p]!} = p^n \prod_{k=1}^{n+1} \frac{(kp-1)!}{[(k-1)p-1]!(k-1)p} =$$

$$= p^n \left\{ \prod_{k=1}^{n+1} \frac{(kp-1)!}{[(k-1)p-1]!} \cdot \frac{1}{p^n} \right\} \cdot \prod_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k-1} = \frac{[(n+1)p-1]!}{n!} =$$

$$= (n+1)(n+2)\ldots[(n+1)p-1].$$

Pentru $p = 2$ obținem problema E: 2429.

Problema 7296

În triunghiul ABC se duc înălțimile: AA', BB' și CC'. Să se arate că: $AB'.BC'.CA' = AC'.BA'.CB' = A'B'\cdot B'C'\cdot C'A'$.

Gh. Curcanu, elev Tg. Jiu

Soluția I. Înălțimile fiind concurente, din teorema lui Ceva rezultă că:

$$AB'\cdot BC'\cdot CA' = AC'\cdot BA'\cdot CB' \qquad (1)$$

Dreptele $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ fiind antiparalele laturilor c, a, b rezultă:

$$A'B' = \frac{c}{a}\cdot CB' \; ; \quad B'C' = \frac{a}{b}\cdot AC' \; ; \quad A'C' = \frac{b}{c}\cdot BA'$$

Prin înmulțire rezultă

$$A'B'\cdot B'C'\cdot C'A' = AC'\cdot BA'\cdot CB'. \qquad (2)$$

Comparînd (1) cu (2) rezultă relația din enunț.

Soluția II dată de *P. Orbulov*, elev Lugoj

Triunghiul ABC este asemenea cu triunghiul $AB'C'$, $B'C'$ fiind antiparalelă la BC. Deci avem:

$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \qquad (1)$$

Triunghiul ABC este asemenea cu $BA'C'$ și $CA'B'$, $A'C'$ și $A'B'$ fiind antiparalele la laturile AC și AB ale triunghiului ABC. Deci avem:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{CA'}{AC} = \frac{CB'}{BC} \quad (2); \qquad \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{BA'}{BA} \quad (3)$$

Înmulțind relațiile (1), (2), (3) obținem:

$$\frac{A'B' \cdot B'C' \cdot A'C'}{AB \cdot BC \cdot AC} = \frac{AB' \cdot CA' \cdot BC'}{AB \cdot AC \cdot BC} = \frac{AC' \cdot BA' \cdot CB'}{AB \cdot BC \cdot CA},$$

de unde $A'B' \cdot B'C' \cdot A'C' = AB' \cdot BC' \cdot CA' = AC' \cdot BA' \cdot CB'$, ceea ce reprezintă relația căutată.

Problema 7298

Dacă a, b, c sînt laturile unui triunghi, atunci avem:

$$\frac{a^2}{-a+b+c} + \frac{b^2}{a-b+c} + \frac{c^2}{a+b-c} \geqslant a + b + c$$

G. G. Niculescu, student București

Soluția I. dată de *Șerban Bărcănescu*, elev București.

Fie $x = \frac{-a+b+c}{2} > 0$, $y = \frac{a-b+c}{2} > 0$, $z = \frac{a+b-c}{2} > 0$.

Inegalitatea de demonstrat devine:

$$\Sigma \frac{(y+z)^2}{2x} \geqslant 2\,(x+y+z)$$

Inegalitatea Cauchy-Buniakovski ne dă:

$$\left[\Sigma \frac{(y+z)^2}{2x}\right] \cdot [\Sigma x] = \left[\sum \left(\frac{y+z}{\sqrt{2x}}\right)^2\right] \cdot [\Sigma(\sqrt{x})^2] \geqslant$$

$$\geqslant \left(\Sigma \frac{y+z}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\,[\Sigma\,(y+z)]^2 = 2 \cdot (\Sigma x)^2$$

de unde simplificînd cu Σx se obține inegalitatea cerută.

Soluția II. dată de *N. Manolache*, elev București.

Cunoaștem relația:

$$\frac{a^2}{-a+b+c} + \frac{b^2}{a-b+c} + \frac{c^2}{a+b-c} = \frac{4p(R-r)}{r}$$

care se poate verifica ușor.

Inegalitatea de demonstrat devine:

$$\frac{4p(R-r)}{r} \geqslant 4p$$

sau $R \geqslant 2r$ ceea ce este evident. Egalitate pentru $a = b = c$ (triunghiul echilateral).

Problema 7302

Se dă funcţia $f(x) = (x^n - 1)\ sec\ \frac{\pi x}{2}$ *(cu* $n \in N$*) şi se cere:*

a) *domeniul maxim de definiţie,*
b) *semnul funcţiei pe domeniul ei de definiţie,*
c) *să se calculeze* $\lim_{x \to 1} f(x)$.

Miron Oprea, Ploieşti

Soluţia autorului.

1) $f(x) = (x - 1)\ \sec \frac{\pi x}{2} = \frac{x^n - 1}{\cos \frac{\pi x}{2}}$; dacă $\cos \frac{\pi x}{2} = 0$, sau

$\frac{\pi x}{2} = (2k + 1)\ \frac{\pi}{2}$ atunci $x = 2k + 1$ unde k este un întreg oarecare.

Deci: $f: R - \{2k + 1; k\}$

Dacă figurăm pe axa numerelor reale mulţimea pe care $f(x)$ este definită, se observă că în punctul 1, avem: $f(1) = \frac{0}{0}$ (oricare ar fi n), iar în punctul -1, avem $f(-1) = \frac{0}{0}$ (numai în cazul cînd n este par).

2) Funcţia $f(x)$, fiind produsul a două funcţii continue pe domeniul lor de definiţie (funcţie elementară), este continuă pe fiecare interval în parte. Pentru a-i stabili semnul lui $f(x)$ pe domeniul de definiţie, este necesar a-i găsi rădăcinile reale.

Deci: $(x^n - 1)\ sec\ \frac{\pi x}{2} = 0$ care dă: $\begin{cases} 1)\ sec\ \frac{\pi x}{2} = 0 \text{ (imposibilă)} \\ 2)\ x^n - 1 = 0 \end{cases}$

Ecuaţia $x^n - 1 = 0$, ne dă:

I. dacă n este impar $x = 1$ (singura rădăcină reală)
II. dacă n este par, avem $x = \pm 1$ (deci două rădăcini reale)

Cazul I: n este impar.

x	$-\infty$	-5		-3		-1		3		5	$+\infty$
$f(x)$	$+$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$

Cazul II: n este par.

x	$-\infty$	-5		-3		3		5	$+\infty$
$f(x)$	$-$		$+$		$-$		$+$		$-$

$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} (x^n - 1)\ \sec \frac{\pi x}{2} = \lim_{x \to 1} [(x - 1)\ (x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots\ldots$

$$\ldots\ldots x+1)\ \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi x}{2}\right)\Big]=$$

$$=-\lim_{x\to 1}\left[(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+1)\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2}(x-1)=\right.$$

$$=-\lim_{x\to 1}\left[\frac{x-1}{\sin\frac{\pi}{2}(x-1)}(x^{n-1}+\ldots.+x+1)\right]=$$

$$=-\lim_{x\to 1}\frac{\frac{\pi}{2}(x-1)}{\sin\frac{\pi}{2}(x-1)}\cdot\frac{2}{\pi}\cdot\lim_{x\to 1}(x^{n-1}+x^2+\ldots+x+1)^{n-2}=-\frac{2n}{\pi}$$

În cazul cînd n este par, se calculează și limita în punctul -1 și avem :

$$\lim_{x\to -1}(x^n-1)\sec\frac{\pi x}{2}=\lim_{x\to -1}[(x+1)\sec\frac{\pi x}{2}(x^{n-1}-x^{n-2}+\ldots+x-1)]=$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{\cos\frac{\pi x}{2}}(x^{n-1}-x^{n-2}+\ldots.+x-1)=\lim_{x\to -1}\frac{\frac{\pi}{2}(x+1)}{\sin\frac{\pi}{2}(x+1)}\cdot$$

$$\cdot\frac{2}{\pi}(x^{n-1}-x^{n-2}+\ldots+x-1)=\frac{2}{\pi}(-n)=-\frac{2n}{\pi}$$

Se constată din tabloul de semne și din cele două limite că :

a) dacă n este impar atunci avem : $\lim_{x\to 1} f(x)=-\frac{2n}{\pi}$,

$$\lim_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} f(x)=+\infty \text{ și } \lim_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)=-\infty$$

b) Dacă n este par, atunci : $\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to -1} f(x)=-\frac{2n}{\pi}$

De asemenea $\lim f(x)$ se poate calcula foarte simplu cu ajutorul regulii lui Hôspital :

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^n-1}{\cos\frac{\pi x}{2}}=\lim_{x\to 1}\frac{n\cdot x^{n-1}}{-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}}=-\frac{2n}{\pi}\cdot$$

Problema 7304

Se dă un unghi drept xOy și un punct A pe Ox ; se duce prin A o secantă variabilă care taie pe Oy în B. Fie M mijlocul lui AB, iar Q piciorul perpendicularei coborîte din O pe AB. Perpendiculara în A pe AB întîl-

neşte pe OM în A', iar perpendiculara în M pe AB întîlneşte pe Oy în N. $A'Q$ întîlneşte pe Ox în P. a) Să se arate că NP este perpendiculară pe OQ; b) să se găsească locul geometric al intersecţiei dreptelor OQ şi NP.

Grigore Lohânel, Suceava

Soluţie dată de *Ovidiu Vasiliu*, elev Ploieşti

Fie $A(a, 0)$.

Ecuaţia dreptei AB este

$$(AB)\, y = \lambda (x - a).$$

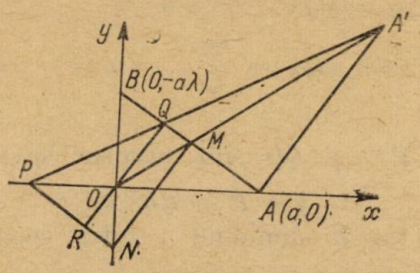


Fig. 1

Deci avem $B(0, -a\lambda)$ şi $M\left(\frac{a}{2}, \frac{-a\lambda}{2}\right)$.

Ecuaţia dreptei OQ:

$$(OQ)\, y = -\frac{1}{\lambda}\, x.$$

Avem $Q \equiv (AB, OQ)$. Obţinem $Q\left(\frac{a\lambda^2}{\lambda^2+1}, \frac{-a\lambda}{\lambda^2+1}\right)$ Ecuaţia dreptei AA':

$$(AA')\, y = -\frac{1}{\lambda}\,(x - a)$$

Panta dreptei OM: este $m_{OM} = \dfrac{-\frac{a\lambda}{2}}{\frac{a}{2}} = -\lambda$. Ecuaţia dreptei OM:

$$(OM)\, y = -\lambda x.$$

Avem $A' \equiv (AA'OM)$., Obţinem $A'\left(\frac{-a}{\lambda^2-1}, \frac{a\lambda}{\lambda^2-1}\right)$ Panta dreptei MN:

$$\text{este } m_{MN} = -\frac{1}{\lambda}.$$

Ecuaţia dreptei MN:

$$(MN)\; y + \frac{a\lambda}{2} = -\frac{1}{\lambda}\left(x - \frac{a}{2}\right) \text{Obţinem } N\left(0, \frac{a(1-\lambda^2)}{2\lambda}\right).$$

Avem $(QA')\equiv \dfrac{x+\dfrac{a}{\lambda^2-1}}{\dfrac{a\lambda^2}{\lambda^2+1}+\dfrac{a}{\lambda^2-1}}=-\dfrac{y-\dfrac{a\lambda}{\lambda^2-1}}{\dfrac{a\lambda}{\lambda^2+1}+\dfrac{a\lambda}{\lambda^2-1}}$ Facem $y=0$ şi obţinem

$$P\left(-\frac{a(\lambda^2-1)}{2\lambda^2},\ 0\right).$$

$$(PN)\quad \frac{x}{\dfrac{a(\lambda^2-1)}{2\lambda^2}}+\frac{y}{\dfrac{a(1-\lambda^2)}{2\lambda}}-1=0$$

Ecuaţia lui PN:

$(PN)\ 2\lambda^2x-2\lambda y-a(\lambda^2-1)=0$

Panta dreptei PN este $m_{PN}=\dfrac{2\lambda^2}{2\lambda}=\lambda=-\dfrac{1}{-\dfrac{1}{\lambda}}=-\dfrac{1}{m_{OQ}}$

Deci dreptele PN şi QO sînt perpendiculare.

b) Fie $R\equiv (OQ,NP)$

Obţinem locul lui R eliminînd λ între ecuaţiile:

$$(PN)\ 2\lambda^2x-2\lambda y-a(\lambda^2-1)=0$$

$$(OQ)\equiv y=-\frac{1}{\lambda}x$$

Obţinem ecuaţia locului:

$$2x(x^2+y^2)-a(x^2-y^2)=0$$

Problema 7305

Să se demonstreze că în orice patrulater există relaţia:

$$e^2f^2=a^2c^2+b^2d^2+2abcd\cos\frac{A-B+C-D}{2}$$

unde e şi f sînt diagonalele.

Soluţie dată de *Eugen Popa*, elev Iaşi.

Să construim pe latura BC, în afară, triunghiul BEC asemenea cu

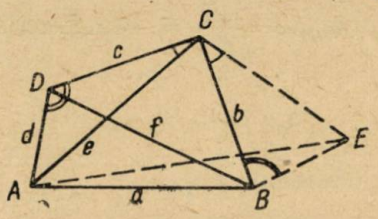


Fig. 2

triunghiul DAC, astfel încît: $\sphericalangle CBE=\sphericalangle CDA$; $\sphericalangle BCE=\sphericalangle ACD$.

Din asemănarea acestor triunghiuri găsim: $\dfrac{b}{c}=\dfrac{BE}{d}=\dfrac{CE}{e}$, de unde

$BE=\dfrac{bd}{c}\cdot CE=\dfrac{be}{c}$. Triunghiurile CDB

și CAE sînt asemenea avînd unghiurile din C egale : $\sphericalangle DCB = \sphericalangle ACE$, căci $\sphericalangle DCB = \sphericalangle ACB + \sphericalangle DCA$ și $\sphericalangle ACE = \sphericalangle ACB + \sphericalangle BCE$, iar $\sphericalangle DCA = \sphericalangle BCE$ prin construcție, iar laturile alăturate acestora proporționale; $\frac{CA}{DC} = \frac{CE}{CB}$, căci $CA = e$; $DC = c$, $CE = \frac{be}{c}$; $CB = b$ după cum s-a calculat. Din asemănarea acestor triunghiuri găsim : $\frac{e}{c} = \frac{AE}{f}$, deci $AE = \frac{ef}{c}$. În triunghiul BAE cunoaștem laturile : $BE = \frac{bd}{c}$; $BA = a$ $AE = \frac{ef}{c}$ și unghiul $\sphericalangle ABE = \sphericalangle B + \sphericalangle D$. Aplicînd teorema cosinusului, obținem :

$$\frac{e^2f^2}{c^2} = a^2 + \frac{b^2d^2}{c^2} - 2\,\frac{abd}{c}\cos(B + D)$$

$$e^2f^2 + a^2c^2 + b^2d^2 - 2abcd\cos(B + D).$$

Dar $\cos(B + D) = \cos\left(180° - \frac{A - B + C - D}{2}\right) = -\cos\frac{A - B + C - D}{2}$. deci

$$e^2f^2 = a^2c^2 + b^2d^2 + 2abcd\cos\frac{A - B + C - D}{2}.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Din problemele prezentate la O.I.M. 1966 de către țările participante

Propuse de profesori din Republica Socialistă România (urmare).

7902. Se desenează pe o foaie de hîrtie un patrulater $ABCD$ unde AC este una din diagonalele sale. Indoind foaia în jurul dreptei AC se obține un patrulater strîmb. Să se studieze :

a). Dacă este posibil ca patrulaterul strîmb obținut să aibă diagonalele AC, BD perpendiculare.

b) Dacă este posibil ca unghiul diagonalelor AC, BD ale patrulaterului strîmb obținut să fie de 45°.

În cele două cazuri să se afle condițiile ce trebuie îndeplinite de patrulaterul dat $ABCD$.

Gh. D. Simionescu

7903. Două sfere (O_1), (O_2) sînt tangente exterior, T fiind punctul de contact. Fie A, B punctele de contact ale celor două sfere cu una din generatoarele conului tangent celor două sfere. Se duc prin A și B dreptele paralele AM , BN, unde $M \in (O_1)$, $N \in (O_2)$.

a) Să se arate că $\sphericalangle MTN = 90°$.

b) Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului MN și să se precizeze poziția sa.

Gh. D. Simionescu

7904. 20 Se dă un exagon regulat $F : A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. . Fie f un triunghi oarecare situat în F aşa că una dintre laturile triunghiului este paralelă cu o latură a exagonului. Dacă se notează $S(F)$, $S(f)$ aria exagonului respectiv a triunghiului, să se demonstreze că

$$S(f) \leqslant \frac{3}{8} S(F).$$

7905. 21. Se dă un triunghi ABC. Se împarte latura BC în $n-1$ segmente prin punctele $M_1, M_2, \ldots, M_{n-1}$. Se duc prin fiecare punct paralele cu AB şi AC. Segmentele acestor drepte, interioare triunghiului ABC, şi conturul triunghiului formează o reţea.

a. Să se determine numărul tuturor drumurilor care duc de la A la M_k $(k = 0,1,\ldots, n)$. Se admit doar deplasări în sensul vectorilor $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.

b. Dacă punctele M_k sînt echidistante, să se determine suma lungimilor tuturor drumurilor AM_k $(k = 0,1,\ldots, n)$ în funcţie de lungimile a, b, c ale laturilor BC, CA, AB şi de n.

★

7906. Se consideră un fascicul liniar de cercuri, cu punctele de bază A şi B. Se notează (Δ) mediatoarea segmentului AB. Un cerc variabil (Ω) de centru ω, aparţinînd fascicolului, taie (Δ) în D şi D'. Dreptele BD şi BD' taie respectiv tangenta în A la (Ω) în C şi C'.

a). Să se arate că AD şi AD' sînt bisectoarele unghiului BAC din triunghiul ABC. Să se deducă că mulţimea punctelor C şi C' este o hiperbolă (H) de focar A şi de directoare asociată (Δ).

Să se determine elementele lui (H). Se va numi F al doilea focar al lui (H). Să se arate că dacă K este simetricul lui A în raport cu B, se obţine

$$\frac{FB}{FK} = -\frac{1}{2}$$

b). Fie I polul dreptei BD în raport cu cercul (Ω). Să se arate că CI trece prin K. Fie CT tangenta, alta decît CA, dusă prin C la (Ω). Studiind fascicolul dreptelor CI, CB, CT, CA, să se arate că CT trece prin F. Care este punctul de intersecţie al tangentelor hiperbolei (H) în C şi C'

c). Se presupune că C este de aceeaşi parte cu A în raport cu (Δ) şi că triunghiul ABC există. Fie a, b şi c lungimile respective ale laturilor BC, CA şi AB. Să se demonstreze că $a^2 = b(b + c)$ şi că $b < a < 2b$.

d). Se presupune că a, b şi c sînt numere întregi prime între ele în mulţimea lor. Să se arate că b şi o sînt prime între ele, la fel ca b şi $b + c$. Să se deducă că b şi $b + c$ sînt pătrate perfecte. Se dă $b = 25$; să se determine a şi c.

Bacalaureat Nancy, 1965

Probleme date la Olimpiada matematică din Anglia

la 13 mai 1966 orele 9,30 — 12,30

7907. Găsiți cea mai mare și cea mai mică valoare a expresiei

$$\frac{x^4 + x^2 + 5}{(x^2 + 1)^2},$$

x luînd valori reale.

7908. Care sînt condițiile pentru care toate rădăcinile ecuațiilor :

$$\pm\sqrt{(x-a)} \pm\sqrt{x-b} \pm\sqrt{x-c} = 0.$$

sînt reale, unde a, b, c sînt numere reale diferite.

7909. Schițați graficul dat de

$$y^2 = x^2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

și întocmiți tabloul de variație.

7910. Punctele A, B, C, D sînt vîrfurile consecutive ale unui poligon regulat și

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$$

Cîte laturi are poligonul?

7911. O piuliță patrată cu latura a trebuie să fie rotită cu o cheie de forma unui exagon de latură b. Ce condiție trebuie să îndeplinească a și b pentru ca problema să aibă soluție.

7912. Găsiți intervalul cel mai mare al valorilor lui x pentru care expresia

$$y = \sqrt{(x-1)} + \sqrt{x + 24 - 10\sqrt{x-1}}$$

are o valoare constantă.

7913. Arătați că $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, și $\sqrt{5}$ nu pot să fie termenii unei progresii aritmetice.

7914. Fețele unui cub sînt colorate în 6 culori în așa fel încît fiecare față are altă culoare. Găsiți cîte cuburi cu înfățișare deosebită se pot forma în acest fel.

Arătați de asemenea că 1680 octaedre regulate cu înfățișări diferite se pot forma colorînd cele opt fețe ale unui octaedru regulat cu 8 culori date astfel încît fiecare față să aibă o culoare diferită.

7915. Dacă α, β, γ sînt unghiurile unui triunghi găsiți
(a) Cea mai mică valoare posibilă a lui

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}+\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2},$$

(b) Cea mai mare valoare posibilă a expresiei

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}.$$

7916. O sută de studenți de înălțimi diferite sînt aranjați într-un patrat de 10 rînduri și 10 coloane. În fiecare rînd studentul cel mai înalt este selectat, apoi studentul cel mai scund dintre cei 10 studenți selectați este marcat cu A.

În fiecare coloană este selectat studentul cel mai scund, apoi studentul cel mai înalt dintre cei 10 studenți scunzi selectați este marcat cu B. Dacă A și B sînt persoane diferite, găsiți care dintre ele este cea mai înaltă și de ce?

7917. a) Arătați că dacă se dau 52 numere întregi, există două a căror sumă sau diferență este divizibilă prin 100.

b) Arătați că dacă se dau 100 numere întregi dintre care nici unul nu este divizibil prin 100 se pot găsi două sau mai multe numere dintre aceste numere întregi a căror sumă este divizibilă prin 100.

Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic, Iași 1966

1) *la facultatea de chimie industrială*

7918. Se consideră ecuația

$$x^2+(m-1)\,x-m=0$$

a) Să se determine valoarea lui m pentru care ecuația dată are rădăcini egale.

b) Să se discute natura rădăcinilor cînd m variază între $-\infty$ și $+\infty$

c) Să se calculeze derivata funcției

$$f(x)=\operatorname{arc\,tg}\,x^2+(m-1)\,x-m.$$

d) Să se găsească valoarea lui m pentru care $f(x)$ are un extremum în punctul de abscisă $x=-2$.

7919. a) Să se rezolve inegalitatea

$$|x-1|>3$$

b) Să se construiască graficul funcției

$$y=|x-1|$$

c) Să se interpreteze rezultatul de la punctul a) pe graficul obținut la punctul b).

d) Să se studieze continuitatea și derivabilitatea funcției în $x = 1$.

7920. Să se rezolve ecuația :

$$\log(x^2 - 1) - \log(x^2 - 2x + 1) = 1$$

7921. Se dă funcția :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 1}$$

a) Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) < 0$.

b) Să se determine valorile extreme ale funcției date, precizîndu-se natura lor.

2) *la celelalte facultăți ale Institutului politehnic Iași*

7922. Se consideră funcția :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x + 2}$$

a) Să se găsească mulțimea valorilor lui x pentru care $f(x) < 0$

b) Să se traseze graficul funcției

$$y = \frac{1}{f(x)}$$

c) Să se demonstreze că oricare ar fi x, $f(x)$ nu poate lua valori în afara intervalului $\left[-\frac{2}{7}, 2\right]$ și ia orice valoare din acest interval.

7923. a) Să se rezolve ecuația trigonometrică

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}2x + 2$$

b) Să se calculeze $\sin 2x$ și $\cos 2x$ în funcție de valoarea pozitivă a lui tg x dată de ecuația precedentă.

7924. Se dă sistemul

$$\lambda x + (\lambda - 2)\, y + \lambda = 0$$
$$(\lambda - 3)\, x + 2y + 3 = 0.$$

a) Să se discute natura sistemului după valorile reale ale lui λ.

b) În cazul soluției unice, să se determine λ.

7925. Să se rezolve ecuația :

$$\sin x \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

7926 Se dă funcția :

$$f(x) = \frac{1+(m+1)x}{1-x^2}$$

a) Să se determine valorile parametrului real m, astfel încît $f(x)$ să fie strict crescătoare.

b) Să se determine valorile parametrului real m, astfel încît $f(x)$ să fie strict descrescătoare.

7927. Se consideră polinomul

$$P(x) = x^5 + ax^4 + 2bx^3 + 2cx^2 + 3x + 1$$

a) Să se determine valorile lui a, b, c, astfel încît $x = m - 1$ să fie rădăcină triplă pentru $P(x)$.

7928. Se dă ecuația

$$\sin x + \cos x = a$$

a) Să se determine mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația are soluții reale.

b) Să se rezolve ecuația dată în cazul cînd $a = -1$.

7929. Se consideră funcția

$$f(x) = \ln [mx^2 + 2(m+2)x + 9]$$

a) Să se determine toate valorile lui m pentru care $f(x)$ există oricare ar fi x real.

b) Să se arate că pentru orice valoare admisibilă a lui m, $f(x)$ are un minim.

Probleme date la admiterea în Facultatea de fizică, Timișoara 1966

7930. Se consideră expresiile :

$$A = \frac{1+\cos x}{1-\sin x}; \quad B = \frac{2\sin x + 5}{2\cos x} - 1; \quad C = \frac{1-\cos x}{1+\sin x}$$

a) Să se determine valorile lui x pentru , care A, B, C sînt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

b) Notînd cu α valoarea lui x mai mică decît $\frac{\pi}{2}$, determinată la punctul anterior, să se calculeze rația și suma progresiei aritmetice corespunzătoare.

7931. Să se calculeze valoarea expresiei :

$$E = \frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right)} + \frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right)}$$

7932. Să se rezolve ecuația

$$8x^3 - 42x^2 + 63x - 27 = 0$$

știind că are rădăcinile în progresie geometrică.

PROBLEME PROPUSE*

7933. Să se efectueze :

$$\left(\frac{a^2 - ab}{a^2 b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + a^2 b - a^3}\right) : \left(\frac{a}{ab - b^2} + \frac{b}{ab^2 - 2a^2 b + a^3} : \frac{1}{b - a}\right)$$

Concursul de matematică la cl. VIII, Oltenia 1966

7934. La Uzinele Metalurgice Sadu-Gorj se confecționează o piesă avînd forma unei piramide triunghiulare regulate, cu următoarele dimensiuni : latura bazei de 4 cm., muchia laterală de 6 cm. Se cere : a) aria totală a piesei, b) volumul piesei, c) greutatea piesei, dacă metalul din care este confecționată piesa are densitatea 7,8 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Concursul de matematică, la cl. VIII, Oltenia 1966

7935. Se dau polinoamele :

$P_1(x,y) = 2x^3 - 2x^2y + xy^2 + 7y^3$;
$P_2(x,y) = 3x^3 - 6x^2y - 2xy^2 + 5y^3$;
$P_3(y,x) = 2x^3 - 3x^2y - 4xy^2 - 3y^3$;
$Q_1(x,y) = 2x^5 - 5x^4y + 2x^3y^2 + 4x^2y^3 - 4xy^4 + y^5$;
$Q_2(x,y) = 2x^2 - 3xy + y^2$.

Să se descompună în factori polinoamele :

a) $P(x,y) = P_1(x,y) - P_2(x,y) + P_3(x,y)$.
b) $Q(x,y) = Q_3(x,y) : Q_2(x,y)$.
c) Să se aducă la forma cea mai simplă expresia :

$$E(x,y) = \frac{xy}{x+y} : \left(\frac{x^2}{P(x,y)} - \frac{2xy^2}{x^4 - 2x^2y^2 + y^4} + \frac{y^2}{Q(x,y)}\right).$$

Concursul de matematică la cl. VIII, Ploiești 1966

7936. O piramidă patrulateră regulată are înălțimea de x cm și apotema de y cm. Să se calculeze aria totală și volumul acestei piramide știind că valorile lui x și y se obțin prin rezolvarea următorului sistem de ecuații :

$$\frac{x + 2y}{4} - \frac{4y - 3x}{4} = 8$$

$$(x - 6)^2 - (y - 5)^2 = (x + y)(x - y) - 11$$

La admiterea în clasa IX, Ploiești, 1966

*) IX (7933—7942), X (7943—7957), XI (7959—7964), S (7965—7969). Soluțiile se primesc pînă la 15 aprilie 1967. Fiecare elev poate trimite rezolvări și la problemele de clasa precedentă celei pe care o urmează. Problemele pentru clasa IX sînt indicate și pentru liceele de specialitate sau pedagogice.

7937. Să se rezolve ecuația :

$$\frac{x-b}{1+bx}+\frac{b-c}{1+bc}+\frac{c-x}{1+cx}=\frac{(x-b)(b-c)(c-x)}{(1+ab)(1+bc)(1+ca)}$$

N. C. Manolache, elev București

7938. Fie ABC un triunghi și AA', BB', CC' înălțimile.

a) Există triunghiuri ABC în care au loc simultan inegalitățile : $AA' > BC$, $BB' > AC$?

b) Există triunghiuri ABC în care au loc simultan inegalitățile $AA' \geqslant BC$, $BB' \geqslant AC$?

Dan Voiculescu, elev București

7939. Se dă triunghiul ABC în care A', B', C' sînt picioarele înălțimilor și H_1, H_2, H_3 ortocentrele triunghiurilor care au ca bază segmentul $B'C'$ și ca vîrfuri pe cele ale triunghiului dat. Să se dovedească că AH_1, BH_2, CH_3 sînt paralele.

I. Munteanu, Vaslui

7940. Fie A, B, C unghiurile unui triunghi în care am notat $A > B > C$. Bisectoarele interioare întîlnesc cercul circumscris în A', B', C'. Să se demonstreze că $A' < B' < C'$.

C. Ionescu-Țiu

7941. Pentru a confecționa o pîlnie, un tinichigiu taie din tablă un sector de cerc AOB, cu unghiul la centru de 150° și îndoind sectorul face o lipitură de-a lungul razelor OA, OB care au 24 cm lungime. Să se afle în litri capacitatea pîlniei.

I. Teodorescu, Galați

7942. Perpendiculara pe una din bisectoarele unghiului A al triunghiului ABC întîlnește laturile AB, BC și CA respectiv în N, L și M. Să se arate că $LN \cdot AB + LM = AC \cdot$ const. sau $LN \cdot AB + LM \cdot CA =$ const. după cum bisectoarea considerată este interioară sau exterioară unghiului.

Gh. Belcin, București.

7943. Să se rezolve, fără table, ecuația :

$$3^{x+\frac{7}{2}}+3^{x-\frac{1}{2}}=4^{x}+2^{2x-1}$$

Corneliu N. Popescu

7944. Să se rezolve ecuația :

$$\frac{\sqrt{(x+a)(x+b)}+\sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(x+a)(x+b)}-\sqrt{(a-x)(x-b)}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

7945. Să se rezolve sistemul :

$$x^2-y^2+2xy=a$$
$$x^2+y^2-xy(x^2-y^2)=b$$

Adrian Popescu, Sibiu

7946. Ce relație algebrică există între x și y, dacă

$$-\sin x\sqrt{1-\cos^2 y}+\cos y\sqrt{1-\sin x}=1,$$

dar dacă

$$\sin x|\cos y|-\cos y|\sin x|=-1?$$

C. Ionescu-Țiu

7947. Dacă $a^2+b^2<4$ să se demonstreze egalitatea :

$$\sqrt{1-\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\sqrt{\frac{4-a^2-b^2}{a^2+b^2}}\right)^2}+\sqrt{1-\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{2}\sqrt{\frac{4-a^2-b^2}{a^2+b^2}}\right)^2}=b$$

I. Stănescu, Sibiu

7948. Într-un triunghi oarecare ABC se duc trisectoarele AA_1 și AA_2, adică $\sphericalangle BAA_1=\sphericalangle A_1AA_2=\sphericalangle A_2AC=\frac{A}{3}$, A_1 și A_2 fiind pe BC. Să se arate că :

$$\frac{1}{AA_1^2}-\frac{1}{AA_2^2}=\frac{2R\sin\frac{A}{3}}{BC}\cdot\left(\frac{1}{AB^2}-\frac{1}{AC^2}\right)$$

Generalizarea problemei 6814)

J. Weinstein, Rădăuți

7949. Să se arate că între numerele pozitive a, b, c există relația :

$$9abc\geqslant(a+b+c)(ab+bc+ca)$$

7950. Să se arate că în orice triunghi există relația

$$\frac{a}{\cos A}(1-2\sin B\sin C\cos A)=\frac{b}{\cos B}(1-\sin A\sin C\cos B)$$

I. Raduly, Sibiu

7951. Se dă trapezul $ABCD$ $(AD\|BC)$ având latura AB fixă și aria constantă. Se cere : a) Locul geometric al mijlocului laturii CD. b) Locul geometric al mijlocului segmentului determinat de cele două diagonale pe linia mijlocie.

Gr. Bănescu, București

7952. Să se arate că dacă x și y sînt cuprinse între $0°$ și $90°$ sau între $180°$ și $270°$, atunci :

$$8 \sin x \cos y (1 - \sin x \cos y) < (1 + \sin^2 x)(1 + \cos^2 y),$$

$$8 \cos^2 x \sin^2 y (\sin^2 y \sin^2 y + 4 \sin x \cos y - \cos^2 y) < (1 + \sin^2 x)^2 (1 + \cos^2 x)^2.$$

C. Ionescu-Țiu

7953. Se consideră funcțiile

$$f(x) = ax + b + \frac{6}{x+1}$$

$$g(x) = cx + d + \frac{3}{1-x}$$

Să se determine a, b, c, d astfel încît curbele reprezentative ale celor două funcții să aibă trei puncte distincte comune : $A\left(-5, -\frac{21}{2}\right)$, B situat pe Oy și C situat pe Ox.

Traian Cohal, profesor Iași

7954. Vîrfurile a două poligoane A_k și B_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ dintr-un plan complex corespund numerelor complexe

$$1, z, z^2, \ldots, z^{n-1} \qquad (A_k)$$

și $1, 1 + z, 1 + z + z^2, \ldots, 1 + z + z^2 + \ldots + z^{n-1}$ (B_k)

unde $z = \rho\left(\cos\frac{2\pi}{n} + i \sin\frac{2\pi}{n}\right)$, $\rho = 1$, n număr natural.

Să se afle raportul ariilor a celor două poligoane.

T. O. Mișacova, U.R.S.S.

7955. Să se demonstreze că dacă $\frac{a^4 + b^4 + c^4}{a^3 + b^3 + c^3} = \frac{5c^2}{3}$ unde a, b, c sînt trei numere reale a căror sumă este nulă, atunci $|a|, |b|, |c|$ sînt laturile unui triunghi dreptunghic.

O. Sacter

7956. Să se stabilească relația

$$\frac{n^{k+1}}{a^n} < \left(\frac{k+1}{a-1}\right)^{k+1},$$

unde a este un număr mai mare decît 1, iar n un număr natural mai mare decît $k+1$.

Simon Petru

7957. Să se transforme în fracții ordinare următoarele fracții periodice :

$A = 0{,}135353 \ldots = 0{,}13(53)$

$B = 0{,}16262 \ldots = 0{,}1(62)$

$C = 0{,}297979 \ldots = 0{,}29(79)$,

apoi să se arate că $A + B = C$.

Aurel Pascaru, elev București

7958. Se dă șirul : 0, 7, 20, 39, 64, ...

șire se ce :

a) Să se calculeze suma primilor n termeni

b) Să se găsească o relație omogenă de recurență între termenii șirului.

Gh. Lău, elev Cîmpulung Moldovenesc

7959. Să se calculeze limita șirului

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{p(p-1)^{k-1}}{p^k}$$

unde p este un număr natural p mai mare decît 2.

(În legătură cu problema 7251.)

Gh. Ortocol, Făgăraș

7960. Să se arate că

$$\sum_{n=1}^{n} \frac{1}{\cos nx \cdot \cos (n+1)\, x} = \frac{2 \sin nx}{\cos (n+1)\, x \sin 2x}.$$

7961—Fie un unghi drept MA_1N și un dreptunghi $A_1A_2A_3A_n$ avînd A_1A_2 pe A_1M iar A_1A_4 pe A_1N. O dreaptă (Δ) întîlnește laturil dreptunghiului după cum urmează : $A_1A_2 \cap (\Delta) = a_1$; $A_2A_3 \cap (\Delta) = a_2$; $A_3A_4 \cap (\Delta) = a_3$; $A_4A_1 \cap (\Delta) = a_4$. Să se arate, făcînd și discuția necesară, că :

a) cercurile circumscrise triunghiurilor $A_1a_1a_2$, $A_1a_2a_3$ sînt concurente într-un punct α_1, al cărui loc geometric se cere cînd (Δ) varia ză,

b) cercurile circumscrise triunghiurilor $A_1a_1a_3$, $A_1a_2a_4$, $A_3a_2a_3$ trec toate printr-un același punct α_2 și se cere, cînd (Δ) variază, locul geometric al punctului α_2,

c) reciproc, punctele a_1, a_2, a_3, a_4 de pe laturile A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1 ale dreptunghiului $A_1A_2A_3A_4$ sînt coliniare cînd :

1° respectă condițiile de la a) și α_1 aparține locului găsit.

2° respectă condițiile de la b) și α_2 aparține locului găsit.

N. Manolache, elev București

7962. Un triunghi ABC are latura $BC = a$, unghiul $B = t$ și unghiul $C = t + 90°$, $(t < 0)$.

a. Să se afle intervalul de variație al lui t pentru ca triunghiul să existe.

b) Să se afle aria triunghiului în funcție de a și t și să se aducă la forma $S = \frac{a^2}{4} \operatorname{tg} 2t$.

c) Să se determine t astfel ca aria triunghiului să fie egală cu $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

d) Să se calculeze aria corpului care ia naștere prin rotația completă a triunghiului ABC în jurul laturii BC, pentru $t = 30°$.

e) Considerînd dreapta BC ca axă Ox și perpendiculara ridicată în mijlocul segmentului BC pe BC ca axă Oy, să se afle ecuația locului geometric al punctului A cînd t variază.

f) Să se determine coordonatele punctului M situat pe acest loc geometric și care se află la distanța minimă de punctul $D(0, 2a)$. Să se calculeze această distanță minimă.

Examenul de maturitate, București, iunie 1966

7963. Se dă funcția $f(x) = \frac{5 - x}{x^2 - 5x + 4}$

a) Să se afle coordonatele punctelor de extrem ale graficului funcției.

b) Să se arate că dreapta determinată de cele două puncte de extrem mai întîlnește graficul funcției în încă un punct și să se afle coordonatele acestui punct.

c) Să se determine intervalele pe care funcția $f(x)$ are valori mai mari decît $\frac{5}{4}$.

d) Să se cerceteze numărul extremelor funcției

$$g(x) = \frac{m - x}{x^2 - 5x + 4}.$$

cînd parametrul m ia toate valorile reale.

Examen de maturitate, București, iunie 1966

7964. Se dă un triunghi isoscel ABC $(AB = AC)$, care are baza $BC = 2a$ și unghiul $ABC = x$. Din punctul O mijlocul bazei BC, se duc perpendicularele OD și OE respectiv pe laturile AB și AC.

a) Să se afle aria triunghiului OED în funcție de a și x.

b) Să se determine unghiul x astfel ca aria triunghiului OED să fie $\frac{3}{16}$ din aria triunghiului ABC.

Examen de maturitate București, iunie 1966

7965. Se consideră *transformarea perspectiv-afină* de axă Ox, direcție Δ și modul K, în care unui punct A îi corespunde un punct A'.

a) Să se arate că păstrînd modulul și rotind axa și direcția de același unghi și în același sens, transformatul A' descrie un cerc.

b) Păstrînd axa și direcția Δ fixe, dar variind modulul K, unei drepte D îi corespunde un fascicul de drepte. Să se găsească relația între modulii a patru transformări, care fac să corespundă dreptei D, un fascicul armonic. (În legătură cu articolele din G.M-B. 1965, p. 193).

M.I.F.

7966. Elevii unei școli au făcut practică în cadrul unei cooperative agricole de producție. Cooperativa a cerut școlii să-i repartizeze o brigadă formată din 16 elevi, dintre care 4 sînt băieți, iar restul fete. Brigada a fost împărțită în 4 echipe astfel încît în fiecare echipă să fie același număr de elevi. Se cere :

a) Care este probabilitatea ca în fiecare echipă să intre cîte un băiat?

b) Probabilitatea ca luînd 2 elevi la întîmplare din brigadă, ambii să fie băieți, pentru a-i putea trimite la încărcatul roșiilor în camion.

c) Probabilitatea ca ambii elevi să fie fete pentru a le putea trimite la culesul roșiilor.

Filip Cornea, Caransebeș

7967. Considerăm un paralelogram $MNPQ$ cu laturile $m \geqslant n$ și unghiul $\gamma \geqslant \frac{\pi}{2}$,

Fie a și b laturile unui paralelogram $ABCD$ circumscris paralelogramului $MNPQ$ (ivrfurile paralelogramului $MNPQ$ sînt situate fiecare pe cîte o latură a paralelogramului $ABCD$). Să se afle între ce limite variază produsul $y = ab^{-1}$.

I. Șiclovan, Petroșani

7968. Să se afle valorile lui n pentru care $4^n - n$ să se dividă prin 75.

Benone Săvulescu, Buzău

7969. Fie triunghiul echilateral $A'B'C'$ și dreptele Δ_1 și Δ_2, dintre care prima trece prin B'. Să se construiască triunghiul ABC al cărui triunghi echilateral din teorema lui *Morley* să fie $A'B'C'$, astfel ca vîrfurile A și B să se afle respectiv pe Δ_1 și Δ_2. Să se discute posibilitatea construcției în funcție de pozițiile dreptelor Δ_1 și Δ_2.

Tudor Zamfirescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *)

E : 2631. Se dă un dreptunghi cu aria de 196700 dm². a) Care va fi aria cînd baza este mărită cu a zecea parte, iar înălțimea este micșorată cu a zecea parte? b) Dar dacă în loc de dreptunghiul dat s-ar fi dat un triunghi oarecare de aceiași arie cu a dreptunghiului și apoi înălțimea i s-ar fi mărit cu jumătate din înălțime, iar baza s-ar fi micșorat cu o treime din lungimea bazei, care ar fi aria triunghiului obținut?

C.I.T.

*) V (E: 2631—2634); VI (E: 2635—2638); VII (E: 2639—2644); VIII (E: 2645—2648). Soluțiile se primesc pînă la 15 aprilie 1967. La problemele de clasa VIII se pot primi și soluții de la elevi din clasa IX sau din licee de specialitate.

E : 2632. În anul 1970 producția aparatelor de televizor și radio va fi de cca 700 000 bucăți. Știind că raportul dintre producția aparatelor de televizor și producția aparatelor de radio este 5/9, să se afle cîte aparate de acest fel se vor produce în anul 1970 în țara noastră.

O. Sulă, Văleni, Vaslui

E : 2633. Efectuînd împreună o lucrare, 3 muncitori primesc pentru munca prestată suma de lei 1575 lei. Primul, care a lucrat mai multe ore decît ceilalți a primit de două ori mai mult decît al doilea și al treilea la un loc iar al treilea cu 75 lei mai mult ca al doilea. Cîți lei a primit fiecare muncitor.

Nelu I. Dobre, Merei, Buzău

E : 2634. Să se arate că c.m.m.m.c. între numărul 72 și c.m.m.d.c al numerelor 224 și 360, este egal cu c.m.m.d.c. între c.m.m.m.c. al lui 72 și 224 și c.m.m.m.c. al lui 72 și 360.

Bogza Mihai, București

E : 2635. Știind că raportul dintre 30% din banii ce-i are Ionel depuși la C.E.C. și 45% din cei depuși de Gicu este de 1 și că suma inverselor valorilor procentelor de mai sus este $\frac{2}{135}$, să se afle suma depusă de fiecare la C.E.C.

I. Albescu, Făgăraș

E : 2636. Recolta de porumb obținută de o G.A.S. a fost în anul 1964 media aritmetică a numerelor 565 și 1 115, exprimată în tone. Recolta anului 1965 a fost media geometrică a numerelor 576 și 10 000, exprimată tot în tone.

Pentru transportul recoltei din anul 1964 s-au folosit 20 de camioane și s-a transportat întreaga cantitate în 7 zile. În cît timp s-a transportat recolta anului 1965, dacă s-a folosit un număr dublu de camioane?

Concursul pentru clasa VI, 1966

E : 2637. Pe ipotenuza BC a unui triunghi dreptunghic ABC se ia punctul M. Fie N simetricul lui M față de AB și P simetricul aceluiași punct față de AC.

a) Să se arate că unghiurile BAN și CAP sînt complementare.

b) Dreptele MP și NB se intersectează în punctul D. Să se arate că triunghiul MBD este isoscel.

Concursul pentru clasa VI, 1966

E : 2638. La sfîrșitul unei luni, 4 muncitori dintr-o uzină au primit pentru depășirea normei suma de 1484 lei. Fiecare muncitor a primit o sumă de bani direct proporțioanlă cu numărul de piese realizate peste normă.

Să se afle ce sumă a primit fiecare muncitor știind că : primul a realizat peste normă jumătate in numărul pieselor făcute de cel de al doilea ; al doilea a realizat 3/4 din numărul de piese realizat de al treilea, iar al patrulea a realizat 42 de piese peste normă și că în total au lucrat în plus 212 piese.

Concursul pentru clasa VI, Pitești 1966

E : 2639. Trei muncitori prelucrează 1134 piese în 6 zile lucrînd fiecare respectiv 6, 7, 8 ore zilnic. Se cere :

a) Cîți muncitori vor prelucra 1620 piese în 4 zile lucrînd fiecare cîte 6 ore zilnic dacă viteza de prelucrare se mărește de 1,5 ori față de primul caz și dacă între mînuitori nu sînt deosebiri de îndemînare?

b) Dacă cei trei muncitori din prima situație primesc împreună 1008 lei pentru lucrare, cît va primi fiecare, considerînd sumele cuvenite proporționale cu numărul orelor de muncă efectuate?

Concursul pentru clasa VII, Pitești 1966

E : 2640. Fie triunghiul dreptunghic ABD ($A = 90°$) în care sînt date AD de 15 cm și tangenta unghiului B de 3/4.

Înălțimea corespunzătoare ipotenuzei întîlnește paralela dusă prin B la cateta AD în C și ipotenuza în I. Paralela dusă prin I la AD întîlnește pe AB și CD respectiv în M și N.

a) Să se afle laturile diagonalelor trapezului $ABCD$

b) Să se arate că $MI = IN$.

Concursul pentru cl. VII, Pitești 1966

E : 2641. Într-un trapez ABCD raportul dintre baza mică și baza mare este de 3, iar înălțimea este de 6 cm. Laturile neparalele prelungite se întîlnesc în punctul F. Să se afle distanța de la acest punct la fiecare bază.

Concursul pentru clasa VII, 1966

E : 2642. Să se rezolve ecuația :

$$\frac{\left(\frac{1}{3}+0{,}25\right)\left[0{,}(3)-\frac{1}{4}\right]}{1)\,-0{,}(0625} - \frac{\left[\frac{1}{2}+0{,}(3)\right]\left(0{,}5-\frac{1}{3}\right)}{0{,}25-\frac{1}{x-1}} = 0$$

I. I. Davidică

E : 2643. Două trenuri cu viteza medii diferite au pornit în același timp din stația A spre stația B care se află la depărtarea de 341,25 km de A. După $3\frac{1}{2}$ ore distanța dintre cele două trenuri era de 35 km, iar după $5\frac{1}{4}$ ore, de la plecare primul tren ajunge în stația B.

Să se afle viteza medie a fiecărui tren.

D. Mîrzan, R. Vîlcea

E : 2644. a) Știind că raportul dintre $2x^2 - 4y + 9$ și $8y - x + 7$ este constant și că atunci cînd $x = 8$, $y = 5$ să se afle valoarea lui y cînd x este 10.

b) Știind că $\frac{23x - 10}{x^2 - x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x - 1}$ pentru orice valori date lui x afară de zero și unu; să se afle valoarea numerică a lui a și b.

C.I.Ț.

E : 2645. Un ferăstrău mecanic taie scînduri dintr-un buștean cilindric cu baza circulară avînd diametrul de 52 cm și lungimea lui de 4 m. Scîndurile au forma obișnuită cu lățimea de 20 cm, grosimea de 3 cm și lungimea cît a bușteanului.

Care este numărul maxim de scînduri ce se obține?

Ce procent de deșeuri rezultă din această prelucrare a lemnului?

I. Teodorescu, profesor Galați

E : 2646. Pe o pistă circulară lungă de 1 km se organizează un concurs de ciclism. La un moment dat ciclistul B are un avans de exact 500 m. față de ciclistul A. Acesta (A) are o viteză de 50 km/h iar ciclistul B are o viteză de 45 km/h. După cîte minute ciclistul A va ajunge pentru prima oară pe ciclistul B dacă ambii își vor menține vitezele constante?

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. VIII R.D.G., 1966

E : 2647. În planul E se află 2 puncte diferite P_1 și P_2 și 2 drepte diferite g_1 și g_2.

Să se determine toate punctele M știind că $MP_1 = MP_2$ și distanțele de la punctul M la g_1 respectiv g_2 sînt egale.

Se va face construcția în diferite cazuri de poziție.

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. VIII R.D.G., 1966

2648. Să se arate că dacă $a + b + x = abx$, atunci

$$\frac{a}{1 + b^2} + \frac{b}{1 + x^2} + \frac{x}{1 + a^2} = \frac{a}{1 + x^2} + \frac{b}{1 + a^2} + \frac{x}{1 + b^2}$$

$$\frac{a^2}{1 + a^2} + \frac{b^2}{1 + b^2} + \frac{x^2}{1 + x^2} = 2 + \frac{2}{\sqrt{(1 + a^2)\,(1 + b^2)\,(1 + x^2)}}$$

C. Ionescu-Țiu.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME *)

Pînă la 1 Octombrie 1966 s-au mai primit soluții bune de la:

GALAȚI *Ș. g. 21*, cl. VIII. Bandrabur Carmen (2528—31, 5, 40, 5, 64, 7), Boldie Carmen (2528, 30, 1, 3, 5, 45, 9, 60, 4), Vetrov Elena (2528—31, 3, 40, 5, 60, 4, 7), *Ș. g. 24* cl. VIII Cerbov Anghel (2497, 501, 12, 7, 9, 29, 33, 45), *Ș. g. 28* cl. VIII Claude Cristian (2495, 517, 9, 29, 31—3, 45, 6), *Liceul Vasile Alecsandri* cl. XI Niculiță Petru (7550, 4, 5, 93, 608, 10, 4, 7, 8, 21, 31, 43, 75, 6, 8), *L. 4* cl. VIII Ariton Petrică (2512, 3, 6, 26, 31. 3, 4, 46, 58). Student. *Andrei Viorel* (7666, 7, 9, 74—8, 80—93, 5, 7, 9—701, 3—6, 8—10, 6, 7),

GHIRDOVENI (Pitești). *Ș. g.* 1 cl. VI Vîlcereanu Cristian (2515, 25, 6, 7—31, 3, 5).

GHIZDĂREȘTI (Oltenia). *Ș. g.* cl. VIII Sandu Volica (2512—5, 7, 9, 29, 33).

GIURGIU. *Ș. g. 4* cl. VII Măcăneață Cristian (2430, 1, 4, 46, 60, 7, 8, 70), cl. VIII Ionescu Felicia (2512—4, 6, 8, 20, 2, 4, 8, 9, 30, 1, 3, 4, 8, 40, 6, 52), Munteanu Maria (2512, 3, 6, 8, 31, 3, 4, 40, 5, 50), Vrabie Mihaela (2512, 3, 6, 8, 31, 3, 4, 40, 5, 50), *L. 1* cl. IX Pîrcălătescu Ștefan (2524—7, 40—2, 4, 5—9, 74—8, 7608, 10). cl. XI Angelescu Manuel (7637—42, 4, 62, 87, 9, 91, 3), Mărăcineanu Eugen (7536—8, 51, 3—6, 60, 1, 3, 6, 612, 4), *L. 2* cl. I Isar Aurelian (2510, 24—6, 40—4, 59, 619, 76, 86), cl. X Țena Ion (7645, 65, 5, 74—80, 6—8, 90, 2, 704).

GLODENI (Ploiești *Ș. g.* 1 cl. VIII Ene Cornelia (2512—20), Ilie Maria (2512—20), Onicescu Floarea (2512—20).

GOGOȘU (Oltenia) *Ș. g.* cl. VI Mihai Dan (25136, 28—34, 45, 6).

GOIOASA (Bacău). *Ș. g.* cl. VIII Mocanu Dumitru (2528—31, 3, 5, 7, 9, 41, 3, 4).

GORUNA (Ploiești). *Ș. g.* cl. VIII Cimpoiașu Gh. (2479, 85, 88, 92, 4, 5, 7—9, 500, 3, 4, 6, 8, 10, 2, 24), Petrescu Lucian (2482, 91, 5, 501, 3, 6, 9, 12, 3, 5, 24, 8, 35, 7, 8, 40, 2, 4, 5, 9, 52, 8, 9).

HAGIENI (București) *Ș. g.* cl. VII Radu Ion (2512, 7, 9, 20, 9, 34, 5, 45, 52).

HÎRLĂU (Iași) *L.* cl. XI Solomon Ady (7591, 601, 33, 46, 7, 60, 9, 74—8, 80, 3—5, 7, 8, 90—5, 7).

HOREZU (Argeș). *L.* cl. VIII Cojocaru Veronica (2512—4, 6—24), cl. XI Tertea Ion (7580, 4, 9, 608—10, 2, 7—23).

HUNEDOARA. *L. 1.* cl VI Rașcă Radu (2534, 45—8, 60, 1, 4), cl. VIII Fazekaș Elisabeta (2513, 5—7, 22, 8, 31, 3, 4, 6, 7, 57), Inei Mihaela (2513—9, 22, 8—30), Pitea Mihai (2521, 8, 30—4, 45, 6, 52, 623), cl. IX *Gherghina Marius* (2512—22), cl. XI Ciotescu Ion (7638, 67—9, 74—9, 82, 3, 5, 7, 9, 20, 2—7, 9, 701, 4, 6, 26—9, 35, 7, 8, 46—9), Mogoșan Valeriu (7608, 10, 2, 7—9, 21, 3, 4, 36, 8, 40, 3, 4, 62, 3, 76, 86).

HUSI (Iași). *L.* cl. X Ioniță Constantin (7551, 4, 5, 608, 10 m 8—21, 36, 42, 3), Dolteanu Temistocle (7664, 6—9, 74—98, 701, 3, 4, 6, 11—3).

IAȘI. *Ș. g. 14* cl. VIII Porosnicu Gabriela (2518, 20—7, 9—35, 7—41), *L. 1* cl. VI Deleanu Dan (2528—31, 2—4, 45), cl. VII Rimer Matia (2512, 5, 22—4, 5, 8, 30, 1, 3), cl. VIII Mirzan Magda (2528—35, 8, 42), Pancu Costel (2512, 3, 5—9, 22), L. 3 cl. VII Lupescu Silvia (2512—20, 2), cl. VIII Burlacu Călin (2520, 4, 5, 8—31, 3, 4, 7—9), Cosmuleanu Paul (2495, 7, 8, 500—2, 4, 8, 10), Mîrțu Mihai (2525, 8, 30—4, 7, 41—4), cl. X Angelescu Romulus (7667, 74—8, 80, 1, 4, 6, 9, 92), Boban Ștefan, (7608, 14, 17—21, 38, 42—4, 60, 2), cl. XI Ichim Maria (7580, 7610, 2, 7—9, 21, 3, 75—7, 81, 4, 726), Zaharia Vasile (7580, 93, 4, 608, 10, 2, 7—9, 21, 3, 39, 74—8, 71), *L. 4* cl. VII Vasilescu George (2528—31, 3, 5, 45, 650), *L. 6* cl. VII Vaisman Iulian (2512—7, 8, 20, 6, 45), *L. 7* cl. VII Crulicovski Adriana (2512—20, 2—4, 6—35, 7, 8, 44—50, 2, 76), cl. VIII Bîrleanu Dorel (2526, 8—35, 7, 45—9, 52, 5), Boiciuc Lidia (2512, 4—20, 8), Buloncea Valentin 2412, 3, 5—22, 30, 1, 4, 5), Butușneac Florin (2512, 4, 6, 7, 25—8), Dimitriu Laurențiu (2512, 3, 5—7, 9, 20, 2—7), Jurcă Octavian (2512, 3, 5—7, 9, 20, 4, 5), Păduraru Gabriela (2512—20, 2—4, 6—35, 40, 1, 5—7), Vulpoiu Griogre (2528—33, 5—7, 45—7, 50, 2, 3), *L. 8* cl. VI Gogoncea Gabriel (2512—5, 28—31, 3, 4, 4 5—7), cl. VII Gogoncea Lilian (2512—9), *L. 9* cl. VI Vlad Marius (2528—31, 3, 5, 45—8, 50), cl. VIII Barcov Nina (2512, 4—9, 26).

IZVORU (Oltenia). *Ș. g.* cl. V Melega Elena (2518, 28—31, 3, 4, 45—7, 60).

JILAVA (București) *L.* cl. X Teodorescu Sorin (7529, 34—8, 50, 4, 63, 4, 7, 87, 612—4, 8, 20—3, 30, 3, 8—40, 4, 6, 61—3).

LĂPUSATA (Argeș). *Ș. g.* cl. VIII Voinescu Radu (2512—4, 6, 20, 2, 3, 5—7, 9).

LEHLIU — sat. *Ș. g.* cl VIII Ciornei Filofteia (2513, 4, 7, 9, 26, 9, 35, 45, 67), Nedelcu Constanța (2513, 7, 9, 26, 9, 35, 45, 67), Stan Anghelina (2513, 4, 7, 9, 26, 9, 35, 45, 67), Stănilă Florica (2513, 4, 7, 9, 26, 9, 35, 45, 67).

LIPIA (București) *Ș. g.* cl. VIII Bucă Mihai (2512, 5, 7, 9, 25—9, 31, 4).

LUDUȘ (Mureș Aut. Maghiară) *L. 2* cl. VIII Bucinski Petru (2512—21, 3—7).

*) Evidențiații ca rezolvitori de probleme sînt scriși cu litere cursive.

LUGOJ. *L. 2* cl. V Danubianu Dragoș (2512—295), cl. VI Olaru Emil (2512—5, 7, 9, 28, 9, 31, 4), cl. VII Badea Constantin (2512—20, 4, 8—34), Popovici Parfinie (2528—35) cl. X Borcănescu Florin (7610, 4, 7.23, 9—43), cl. XI *Orbulov Petru* (7580, 610, 2, 7—9, 21, 3, 6, 9, 40, 2, 62, 3, 6, 8, 9, 74—7, 81, 3, 8, 90, 3, 9, 700, 1, 2, 4, 6, 11).

MĂCIN. (Dobrogea), absolvent *Simion Andrei* (7581, 2, 92, 3, 610, 11, 3, 22, 7, 30, 1—7, 47, 9, 50, 2—6, 61, 3, 8, 72, 3, 5, 6, 7, 83, 4, 91, 3, 4, 7, 700, 1, 3, 4, 6, 8—10).

MEDIAȘ. L. cl. XI Marian O. Livia (7580, 608, 14, 7—9, 21, 40, 2, 3, 60, 3).

MEHADIA (Banat). L. cl. VIII Lalescu Livia (2532, 3, 38—45, 50—3, 60, 1, 70, 2, 638), cl. IX Golescu Maria (2540—4, 70—3, 7638, 76, 726, 41, 6), cl. X Vrăjitoru Dumitru (7636, 8, 40, 4, 63, 7, 76, 93, 726, 33, 5, 41, 6), absolvent *Vrăjitoru Isac* (7636, 8, 40, 2, 6, 52, 9, 63, 76, 86, 7, 93, 7, 701, 3, 26, 33, 7, 9, 41, 2, 4, 6, 9, 65).

MELINEȘTI (Oltenia) *L.* cl. IX Popa I. Dumitru (2524, 6, 42, 4, 7608, 10, 7, 9, 23, 63, 75, 6, 8, 86).

MÎNECIU-UNGURENI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Baciu Emilia (2512—7, 9, 20, 2, 3, 4, 5, 6), Carnaru Maria (2512, 5—7, 9, 25—7), Georgescu Pier (2515, 7, 9, 24—7, 31—3), Rătescu Magdalena (2512, 4—6, 8, 23, 5—7).

MOGOȘANI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Badea Gheorghe (2515, 8, 24, 7, 36, 9, 43, 4, 51, 3—5, 7623), Postelnicu Ion (2550, 1, 4, 6, 7—9, 74, 5, 93).

MĂNEȘTI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Raicu Elena (2512, 3, 25, 6, 48, 58, 64).

MĂRĂȘEȘTI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Popescu Marilena (2513, 5—9, 22, 32, 8, 46, 7).

MORENI (Ploiești) *L.* cl. VI Andrei Maria (2515, 7, 9, 28, 9, 31, 3, 5, 45, 6), Feldman Cristian (2512—7, 9, 28, 30—4), Ștefănescu Adina (2512—5, 7, 9, 28—32, 4), cl. VIII Andrei Elena (2515, 9, 20, 8, 9, 31, 41, 5), Culciar Doina (2515—7, 9, 28, 31, 3, 41, 5), Georgescu Liliana (2513, 5—20, 2, 3, 8, 9, 31, 3, 7, 45, 6, 9, 52, 3, 7, 8), *L.* cl. IX Dragna Dumitra (2570—2, 6—9, 31, 2, 7686, 7, 9).

MUȘETEȘTI (Oltenia) *Ș. g.* cl. VIII Doiche Tătaru (2517, 22, 6, 31, 3, 41, 5, 53, 9).

NĂSĂUD. (Cluj) *L. 2* cl. VII Rusu Septimiu (2528—35), cl. VIII Rusu Gheorghe (2528—35, 7, 8, 40—2, 6—8, 60, 1, 3).

NĂVODARI (Constanța) Kiss Eugen L. cl. X (7529, 34—7, 93 m 612, 4, 7, 39, 42, 8(4.

NEGREȘTI (Bacău). *Ș. g.* cl. VIII Ailincăi Dan (2528—31, 3—5, 7, 8).

NEGREȘTI (Maramureș) *L.* cl. IX Ciocan Gheorghe (2540—4, 57—9, 7554, 636, 87—9, 92, 3).

NEHOIAȘ (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Găleată Maria (2503, 9, 13, 5, 6, 22, 31, 22, 46).

NOVACI (Oltenia) cl. X Duță Gh. (7608—10, 2, 4, 7, 9, 20, 3, 8, 41, 2, 6, 62, 3).

OCNA MUREȘ. *L. 1* cl. IX Popa Ioan (2524, 6, 40, 1, 2, 4, 58, 9, 7580, 608—11, 9—21, 75—7).

OLTENIȚA. *L. 2* cl. XI Vasilion Mihai (7580, 92, 3, 608, 10—3, 7—23, 36, 9, 40, 2, 4, 59—63).

ORADEA. *Ș. g.* 14 cl. VIII Mierlațiu Mircea (2513, 9, 39, 31, 3, 45, 6, 52), *L. 1* cl. X Vasile Emil (7619, 21, 36, 9, 43, 59, 62, 75—8, 81, 4), *L. 2* cl. X. Urdă Ioan (7580, 7, 90, 3, 8, 606, 8, 9, 12, 4, 7, 9, 21), cl. XI Maghiar Ioan (7608—10, 2, 4, 8, 30, 1, 4, 97, 726, 7), *L. 4* cl. XI Brădău Florian (7584, 7, 93, 601, 30, 74, 86—8, 9, 90), Crăciun Radu (7593, 9, 608—11, 8, 9, 22, 3, 36, 62), Negruțiu Radu (7580, 93, 9, 608, 10, 9, 23, 36, 42, 3, 62, 9).

ORLEȘTI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Florescu Constantin (2512—29, 2, 3, 5—7).

ORȘOVA. *L.* Ștefan Plăvăț cl. VIII Beck Welter (2515, 7, 9, 26, 9, 31—3), Mustăcilă Doina (2512, 4—7, 9, 34, 60), cl. X Erimescu Ion (7534—8, 54, 608—10, 2, 3, 7, 21, 39, 40, 2).

OȚELUL ROSU. (Banat). *Ș. g.* cl. VI Mărgan Marius (2497, 500—2, 4, 16, 7, 9), cl. VIII Țuican Stela (2514, 21, 4, 34, 7, 9—42, 5—7, 9), cl. IX Tăroată Anghel (2612—20, 2—6), cl. X Țuican Floare (7609, 14, 8—20, 2, 38, 40—2 m 62, 3, 7, 9, 75—8, 84).

OVESELU (Oltenia) *L.* cl. X Ciumăgeanu Constantin (7529, 34—8, 50, 2, 4, 5, 60, 5,7).

PALANCA (București), *Ș. g.* cl. VIII Năcahilă Petru (2512—20, 4—6, 8—31, 3, 5, 8).

PANCIU. *L.* cl. VIII Iordania Rodica (2516—9, 28, 9, 45, 62), cl. X Purdilă Adrian (7580, 4, 608, 9, 11, 2, 4, 7—20, 2, 3, 36, 42, 80, 6, 8, 20, 93, 700, 6), absolvent Ion Fătu (7529, 55, 61, 2, 83, 93, 623, 42, 56, 9, 75, 6, 80, 1, 90, 7, 700, 3).

PĂTÎRLAGELE (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Ionescu Claudia (2498, 9, 512, 9, 28, 34, 37, 8, 42, 4).

PĂUNEȘTI (Bacău) *Ș. g.* cl. VI Bîrlă Magdalena (2496, 512, 4, 6, 20, 5, 6, 20, 5, 6,40, 5), Novac Verginia (2512, 14, 20, 6, 8, 31, 4, 35, 45), Roșu Elena (2501, 2, 14, 8, 29, 31—3), cl. VII Anghel Zarafina (2513, 4, 26, 31—5, 88), Bostan Iordache (2500, 1, 13—5, 7, 9, 24, 9, 45), Cimpeanu (2501, 14, 6, 8, 26, 9, 32, 46, 53), Neagu Viorica (2520, 8, 9, 31, 3, 8, 45, 6, 8, 58), Nica Lucica (2512, 29—31, 3—6, 45, 6), Cl. VIII Georghiu Gabriela (2511, 8, 20, 2, 4, 8—31), Novac Maria (2504, 4, 6, 11, 8, 29—32), Rizuc Rodica (2528—32, 5, 44—7).

PECIUL NOU (Banat). absolvent *Stoianovici Rodislav* (7601, 8, 10, 4, 7, 21, 38—40, 2—4, 53, 61, 3, 9, 75—7, 80, 93, 7, 700, 1, 8).

PETROȘENI. *Ș. g.* cl. VI Siclovan Codruța (2512—20, 3, 4, 6), *Ș. g.* cl. VIII Kelemen Francisc (2512—5, 9, 20, 8, 30—5), cl. X Oprișin Oltea (7529, 34—8, 51, 4, 5, 608, 10, 2, 4, 7, 8, 21, 42, 3).

PITEȘTI. *Ș. g.* cl. VIII Dănescu Marian (2515—7, 9, 20, 4—7, 29, 31, 3, 7, 45), Mînduțeanu Dan (2512—8, 20, 2, 3), *L. 1* cl. XI *Dumitrache Ion* (7515, 6, 25—9, 34—8, 41, 4, 6, 8—60, 2, 8, 76, 8, 80, 4, 7, 8, 93, 4, 8—602, 5, 7, 8—14, 7, 21, 3, 30—3, 5—47, 9, 54, 8—63, 6—70, 4, 5, 7, 80, 1), *Lungulescu Bogdan Eugen* (7475, 84, 8—503, 5, 6, 9—11, 14—6, 20, 1, 5—8, 32, 4—9, 42, 4, 8, 50, 2—60, 3, 5, 7, 9, 74, 8). Pavelescu Ion (7475—82, 90, 1, 4—502, 5, 9, 11, 4, 29, 34—8), Stoica Vasile (7584, 7, 7669—71, 94, 5, 7, 8, 700, 1, 4, 6), *L. 3* cl. X Dumitrache Virgil (2524, 5, 40, 2, 4, 58, 59, 608, 9, 11, 23, 4, 38, 87), absolvent *Branișie Dumitru* (7626, 9, 30, 8—40, 2, 5, 7, 9, 52, 3, 5, 9, 62, 3, 6, 7, 74—8, 90, 25, 7, 9, 701, 3, 7—9, 26, 35, 9, 43).

PLOIEȘTI. *Ș. g.* 4 cl. VIII Dumitrescu Florica (2517, 9, 29, 32, 3, 7, 45, 52), *Ș. g. 9* cl. VIII Borcia Elena (2512, 5—7, 9, 20, 3, 8, 32), *Ș. g. 12* cl. VII Breahnă Silvia (2517, 9, 28—31, 3, 4), Ștefănescu Paula (2514—7, 9, 20, 31, 3), Tiprigan Carmen (2528—34, 7, 45, 6), *Ș. g. 21,* cl. VIII Zielinschi Roxana (2512—20, 3—6), *Ș. g. 23* cl. VIII Stoica Valentin (2512—20, 3—6, 8—35), absolventă Marinescu Monica (2513, 6—20, 8, 30, 1, 4, 45, 58), *L. 1* cl. VI Marinescu Marina (2514—9, 24—6,) Rednic Cristina (2514—9, 24—6), cl. VII Necula Alexandru (2512, 6—8, 31, 3—6), Popa Ion (2528—31, 3—5, 7, 41, 2, 4), cl. VIII Iliescu Sorin (2514—22, 2, 4, 6—31, 3, 5, 7), Nicolescu Ruxandra (2528—34, 7, 8, 40, 6, 60, 4, 70), cl. X Boaldă Nicolae (7608, 10, 7, 9, 21, 36, 42, 76, 81, 6, 9, 90, 2, 3, 726, 8), Căsăndroiu Dan (7529, 34—8, 52, 4, 6, 612, 3, 7, 20—2, 30, 5—7, 46, 7, 50, 9), Ionescu Lucian (7529, 34—8, 52—6), Nicolescu Amelia (7610—12, 7, 9—21, 38, 40, 59, 60, 2, 3, 76, 6, 84, 5, 90), cl. XI Grigore Ecaterina (7601, 4, 7, 39, 4, 42, 74—8, 84, 7), Nicolae I. Aureliu (7612, 4, 7, 21, 38, 40, 2—4, 62, 3, 75, 6, 92, 5, 700, 4, 6), *L. 2* cl. VI Iliescu Cristescu (2498, 5, 4, 9, 24, 9, 31, 3, 5), cl. VII Bucheru Raluca (2512—4, 7, 20, 9, 31, 3, 4), Mignea Dănuța (2516, 7, 9, 9, 22, 7, 45, 52), cl. VIII Matei Nicoleta (2512, 4—7, 28, 37, 70), Miron Alexandru (2515—9, 20, 1, 3, 5), Munteanu Dinu (2540—2, 4, 52, 3, 7—9, 76), Grigore Elena (7515—7, 9, 20, 5, 6, 8, 9, 31, 4, 5, 5, 60, 1, 4), Lupașcu Silvia (2528—31, 3, 5, 7, 42, 4—7, 9, 57), Lupularco Livia (2516—21, 3, 4, 6), Strungaru Veronica (2518, 20, 33, 5, 45, 52, 69, 70), Țință Marilena (2516, 7, 9, 29, 31, 7, 45), cl. IX Brenner Mircea (7610, 7—20, 36, 40—4, 57—9), Circioagă Teodora (2524—7, 41—3, 608, 2, 9, 23, 4, 74, 5, 7), Dinu Dumitru (2540—2, 4, 59, 608, 10, 9, 74—6, 9, 2, 3), Stătescu Vivian (2495, 7, 500, 1, 4, 6, 9, 10, 28, 32—4, 42), Teodorescu N. Nicolae (2541.4, 57, 80, 612, 8, 23, 4, 35, 6, 8, 75, 6, 88, 92, 3), Turțudău Florian (2512—27), cl. X Bucur Teofil (7608—10, 7—9, 23, 35—7, 40, 63, 5, 74—9, 92), cl. XI *Mignea Arminius* (7639, 42, 4, 6, 9, 62, 3, 7—71, 4—81, 3, 4, 6—93, 5—701), 3—8). *Orășanu Laurențiu* (7589, 98, 623, 30—2, 5—47, 59—63, 7—71, 4—92, 4, 5, 7, 9—701, 4, 13, 4, 6, 7) Cătuneanu Irina (7608, 9, 36—8, 41, 86, 7, 9, 91, 4, 726, 9, 31). Cătuneanu Radu (7636, 8, 41, 87, 91, 2, 4, 728, 9, 31—3), Stoica Ion (7534—8, 55, 61, 2, 4, 608, 10, 2, 4, 7, 21, 95, 7), Torna Liviu (2540—4, 57—9, 70, 2, 30, 92, 726), cl. IX Mazăre Alex. (7608, 10, 2, 4, 7, 9, 21, 3, 6, 8, 40, 5, 59, 62, 3), *L. 3* cl. VII Constantin Adriana (2528, 30, 1, 45—7, 51, 60, 1, 4), *L. 4* cl. IX Dumitrache Ion (2501, 3—5, 7—10, 2—9, 21, 2), *L. Nicolae Bălcescu* cl. VIII (2515—7, 9—24, 6, 9, 33, 5). Absolvenți *Vasiliu M. Const.* (7580, 1—3, 5, 6, 90, 6, 9, 603, 8, 10, 2, 4—24, 32, 6, 40, 59, 63).

PLOPENI (Ploiești). *L.* cl. VI Bulmeza Sorin (2512—6, 26, 9, 31, 6).

POIANA MARE (Oltenia) *L.* cl. XI Trăistaru Ion (7580, 93, 608—10, 2, 4, 7, 9, 22, 4, 38, 40—3, 59, 62, 3).

PRUNDUL BÎRGĂULUI cl. X Vrînceanu Andrei (7580, 8, 608, 12, 4, 7—25, 39, 42—5, 62, 74—6, 8, 81, 3—90, 7, 701).

PUCHENII MARI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Iorga Eugen (2512—7, 9, 20, 4, 7, 31, 5).

PUCIOASA *L.* cl. VI Căprăruș Simona (2512—20, 3, 5), cl. X Cimpoca Gheorghe (7475, 80, 98, 511, 38, 80, 93, 619, 20, 1, 2, 43, 96), Diaconu Gheorghe (7495, 7, 500, 5, 14, 49, 56, 80). absolvenți Aron C. Constantin (7423—7, 30, 2, 7, 8, 41, 50, 77, 90, 4—7, 9, 503, 10, 4, 34—8, 56), Vasilescu Nicolae (7632, 69, 75—7, 83, 6—95, 7, 9—701, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 23, 6, 30, 5—8, 44, 6, 9, 58, 61).

RĂCARI. *Ș. g.* Crevedia cl. VI Iliescu Gabriela (2512—7, 9, 24—7, 7623).

REGHIN. *Ș. g. 1* cl. VIII Chiciudean Anton 8c 2512—4, 6, 7, 9, 20, 31—5, 7, 8).

REȘIȚA. *Ș. g. 2* cl. V Horvarth Andrei (2497, 515, 6, 20, 31, 2, 3, 45).

RÎMNICU SĂRAT. *L. 1* cl. IX Tudor Valeriu (2508, 10, 25—7, 41—2 m 44, 554, 93, 623—4, 39), cl. X Ghiță Mircea (7529, 32, 34—8, 41, 8, 52, 4, 5, 60, 2, 70), *L. 2* cl. X Ciupercă Ioan (7529, 34—8, 80, 612, 14, 21, 3, 4, 40, 2), Georgescu Victor (2508—10, 25—7, 41—2, 4, 54, 93, 623, 39), Mocanu Guța (7553, 6, 8, 622, 38, 9, 40, 1, 2, 3, 9, 60, 1, 2), cl. XI Gavrilă Ion (7612, 8, 9, 20, 38, 40, 2, 59, 62, 75, 6, 7, 8, 78, 9).

RÎMNICU VÎLCEA. *Ş. g. 4* cl. VII Botovan Mircea (2495, 6, 7, 9, 500, 1, 4, 5, 8, 12, 3, 4, 5, 6, 20, 3, 9, 517), cl. VIII Chera Mariana (2512—6, 8, 9, 20—4, 5). Petrescu Ioana (2512—20, 3, 4) *Ş. g.* 7 cl. VIII (2512—9, 23, 4), *L. 1* cl. IX Andrei Nicolae (2524, 6, 20, 540, 2, 4, 8, 9; 7608, 75, 6, 8, 91), Dinu Constantin (2474, 5, 7, 8, 92, 4, 508, 9, 10, 7475, 94, 5, 6, 502, 5, 54), Bădescu Adrian (7552, 60, 4, 5, 8, 80, 640—3, 50, 62, 3), Defta Mihai (7529, 34—8, 54, 5, 62, 3, 5, 70, 608, 12, 4, 7), Ghaman Mihail (2524, 40—2, 4, 57, 9, 7686, 7) Stoenescu Florian (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 51, 4, 5, 62, 608, 21, 42), cl. XI Bădulescu Dan (7534, 5, 6, 8, 52, 4, 5, 8, 7610, 9, 21, 36, 9, 42), cl. X Piloiu Radu (7593, 617—9, 21, 38, 9, 42, 6, 74—6, 82, 92), cl. XI Bădescu Adrian (7591, 9, 612, 6, 38, 9, 46, 59, 75, 6, 83, 6, 90, 2, 3, 8), Ionescu Constantin (7529, 34—8, 52, 5, 614, 20, 75, 6, 8, 88), *L. 2* cl. VI Alexandris Ioana (2512, 3, 6, 7, 20, 31, 45, 6), Eliescu Olt (2515, 29, 30, 1, 3, 4, 5, 51), cl. VII Dimitriu Irina (2515, 6, 7, 9, 29, 31, 4, 5), Dinculescu Viorica (2515, 6, 7, 8, 28, 9, 31, 3), Ionescu Daniela (2513, 7, 9, 31, 3, 45, 6, 64, 6, 8), Sbîrnea Gheorghe (2512—7, 9, 20). Tintorescu Rodica (2517, 31, 3, 45, 6, 64, 7, 8), Toma Alina Topolovici Daniela (2515 6, 7, 29, 31, 4, 45), Vochiţu Elena (2515, 6, 7, 9, 29, 31, 4, 45), cl. VIII Stoican Viorel (2506, 9, 12—23, 5, 7, 7553, 4, 6, 609, 18, 9), cl. X Marinescu Silvian (7608, 14, 7, 21, 42, 72, 5, 6, 8, 83, 92, 3, 7), Negoiţă Gina (7645, 75, 8, 95, 7, 40, 63, 76, 7, 8, 9—81).

ROMAN. *L.* cl. X Apostol Ioan (7534, 5, 6, 7, 8, 52, 4, 6, 622, 3, 42, 3).

ROŞEASCA. *L.* cl. VIII Grăjdaru Vasile (2412, 3, 30, 1, 2, 4, 41, 2, 3, 4, 67, 71).

ROŞIA MONTANA. *L.* cl. VIII Ciura Carmen (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 2, 3, 8—39, 45, 6, 52, 3, 4).

ROŞIORII DE VEDE. *L.* cl. VI Rădulescu Călin (2512—6, 8, 20, 4, 5—34), cl. VIII Nedelea Stancu (2495, 8, 513, 5, 6, 7, 9, 22, 8, 9, 31, 3, 5, 45, 6, 525, 6, 7, 42, 4, 57, 9, 72, 621, 75, 726, 8), cl. X Iorga Ionel (7631, 8, 9, 42, 62, 74, 6, 8, 81, 4, 87), cl. XI Popescu Dan (7593, 608, 10, 3, 4, 7, 8, 9, 21, 2, 38, 9, 42, 3, 5, 67, 9, 74, 5, 6, 7, 8, 9, 82, 7, 90, 1, 2, 3).

RUDĂRIA. L. cl. VIII Dabcea Eugemia (2503, 6, 8, 9, 13, 5, 9, 22, 8, 9, 31, 8, 42, 5).

SACU (Banat). *L.* cl. VIII Toma Marioara (2480, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 90, 2).

SALONTA *L.* cl. VI Szatmari Zoltan (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 4).

SATU MARE. *Ş. g.* cl. V Görbe Victor (2512—5, 28, 9, 1, 2, 4), cl. VIII Mitaru Angela (2524, 6, 32, 4, 45, 7, 8, 9, 51, 2, 3, 4, 7, 8, 9), L. 1 cl. IX Coardoş Vasile (7423, 5, 37, 8, 42, 4, 6, 75, 6, 7, 8, 9, 80, 93, 4, 5, 6, 501, 2), Ciarnău Dan (7534—6, 8, 50, 1, 4—6, 9—63, 5—80, 90, 601, 8, 12, 4, 7—8, 21—3, 5, 6, 8—43), cl. X Merk Iosif (7610, 22, 38—45, 87, 91), Noje Georgeta (7612, 4, 8, 21, 36, 8, 9, 40, 2, 3, 59, 63), cl. XI Sichet Margareta (7596, 609, 35, 60, 3, 9, 73, 6, 8, 90, 5, 7), L. 2 cl. IX Cherches Otilia (2474, 5, 8, 92, 4, 38, 42, 94, 5, 6, 7, 502), Mureşan Marioara (2508, 9, 10, 24, 5, 6, 40, 2, 4, 54, 93, 608).

SEBEŞ. cl. IX Romeca Emilian (7608, 8, 9, 21, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

SEBIŞ. cl. VIII Tudoran Viorel (2513, 5, 6, 7, 8, 9, 22, 8, 31, 2, 3), cl. IX Ciupercea Petru (2474, 6, 83, 92, 4, 509, 7430, 42, 94, 5, 6, 54), cl. X Bortiş Terentie (7608, 9,10, 11, 2, 4, 7, 8, 20, 3, 37, 9, 42, 3, 92), cl. XI Bortiş Terentie (7636, 40, 1, 4, 6, 59, 62, 8, 75, 6, 7, 93, 5, 7, 726, 35), Jurcă Ştefan (7534, 7, 52, 4, 5, 608, 10, 2, 4, 7), Pantazi Nicolae (7636, 8—46, 59, 62).

SEGARCEA. cl. X Tudose Constantin (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 52, 4, 5, 6, 60, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 608, 10, 2, 4, 7, 8, 20, 1, 2, 3), cl. XI Hîrşie Emil (7529, 34, 5—8, 52, 2, 4, 5, 6, 62, 3, 5, 6, 8, 608, 10, 2, 4, 7, 8, 20, 1, 2).

SIBIU. *Ş. g. 9* cl. VIII Bădescu Gabriela (2512, 23, 9, 31, 3, 4, 45, 60, 1), *Făcăianu Marcel* (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 29, 45, 60), Fleancu Sorin (2499, 500, 1, 4, 8, 515, 7, 20), Poenaru Mircea (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 29, 33, 4, 60, 4), *Ş. g. 18* cl. VII Toţu Ioan (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 29, 31, 2, 3, 4), *Ş. g. 19* cl. IV Ocheşel Elena (2512—9, 24), *L. 1* cl. XI Babeş Carmen (7529, 35, 6, 7, 8, 52, 5, 61, 2, 7, 64, 608, 12, 9), Bucurenciu Ioan (7608, 12, 7, 21, 40, 3, 5, 75, 83, 6, 92, 7, 700, 4), *L. 2* cl. XI Oprean Constantim (7375, 9, 83, 4, 423, 4, 5, 7, 9, 52, 90, 4, 5, 6, 99, 520), *L. 3* cl. IX Ciumac Lucia (7550, 4, 80, 676, 81, 2, 3, 5, 8, 81, 3, 4). Iliescu Marilena (2445, 60, 2, 3, 74, 7, 8, 94, 508, 9, 24, 6, 40, 1, 2, 4, 57, 9), Stancu Ana (2525, 40, 1, 2, 4, 58, 9, 7541, 53, 8, 80, 608, 9, 10, 8, 21, 35), cl. X Gallai Martin (7529, 35, 6, 7, 8, 55, 64, 99, 608, 10, 7, 21, 43).

SIGHIŞOARA. cl. VIII Ciopec Elena (2495, 6, 8, 9, 500, 1, 3, 6, 9, 512—24, 7619), *L. 1* cl. VIII Moraru Cristian (2495, 8, 9, 501—3, 6, 8, 9, 513, 5, 7, 8, 9, 22, 8, 30, 1, 3).

SIGHETUL MARMAŢIEI. cl. X Fornvald Gheorghe (7529, 34, 5, 7, 8, 45, 8, 52, 5, 8, 62, 4), Nemeş Ioan (2508—10, 24—6, 7534, 5, 51, 2, 3, 4, 5, 65), cl. XI Katoma Nicolae (7580, 608, 10, 2, 4, 7, 21, 40, 2, 4, 59, 62).

SINAIA cl. IX Hulpe Hermiona (2540, 1, 2, 3, 4, 7686, 7, 92, 3, 6, 7, 8), cl. X Stroică Petre (2540, 1—3, 4, 57, 8, 9, 7676, 86, 7, 92).

SIRET. cl. IX Patreş Nicolina (2509, 24, 5, 6, 41, 2, 4, 7552, 3, 4, 608, 9, 19).

SIRIN cl. VIII Şerban Nicolae (2516, 7, 9, 22, 3, 4, 5, 6).

SINNICOLAUL MARE. cl. VII Zenaida Giurgiu (2479, 80, 1, 3, 4, 5, 9, 97), cl. VIII Denyere Elena (2513, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 3, 4, 8, 9, 30, 1, 5, 8, 42, 5, 6, 7, 52), Horst Winand

(2495, 500, 3, 4, 9, 513, 5, 7, 8, 22), cl. IX Popescu Doina (2508, 9, 10, 41, 2, 3, 4, 7552, 4, 5, 611, 8, 9).

SFT. GHEORGHE *L. 1* cl. XI Császár Carol (7536, 9, 61, 2, 6, 7, 8, 72, 3, 5, 7, 7, 8, 90).

SLĂNIC. *L. 1* cl. IX Drăghici Ion (2495, 521, 41, 2, 4, 7538, 48, 59, 60, 12, 8, 23, 42, 3, 4, 59, 63, 93, 609, 85), Voinea Vasile (2540, 1, 3, 4, 760, 9, 12, 7, 23, 31, 8, 63, 74, 6, 83, 90, 7), cl. VII Preoteasa Marinela (2529, 31, 3, 4, 5, 8, 45, 6, 7, 8, 52. 5), Săraru Rodica (2514, 6, 26, 7, 8, 32, 3, 45).

SUCEAVA. cl. VIII Nichita Mariana (2517, 1, 22, 8, 9, 31, 5, 42, 59), *L. St. cel Mare* cl. VIII Tecuceanu Radu (2526, 9, 31, 3, 4, 5, 64, 70), cl. IX Lobodă Mihai (2460, 2, 3, 74, 5, 7, 8, 90, 4, 7422, 4, 5, 94, 5, 6), Teilig Paul (2528—343, 3—5, 8, 40, 2, 4), cl.X Filipescu Gh. (7529, 35, 6, 7, 41, 8, 50, 1, 3, 4, 5, 6, 9, 62, 93, 8, 609, 12, 7, 8, 20, 1, 2, 3), *Olaru Radu* (7475, 529, 34, 5, 6, 7, 8, 42, 50, 4, 6, 7, 8, 63, 5, 6, 7599, 608, 9, 10, 11, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 21, 22, 3, 4, 7637, 8, 9, 40, 1, 3, 6, 61, 2, 3, 5, 7, 9, 74, 5, 6, 7, 8, 9, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 90, 4, 5, 7), cl. XI Sergiu Cazan (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 50, 2, 3, 4, 5, 6, 612, 7, 38), *L. 2* cl. XI Tabarcea Petre (7529, 34—8, 48, 60, 2, 608, 10, 2, 7—9, 21, 4).

SISEȘTI (Oltenia) cl. IX Firu Doru (2541, 2, 57, 9, 6, 7553, 6, 623, 35—8, 75—8, 76, 7, 92).

SOMCUȚA MARE. cl. VII Lazăr Maria (2512, 7, 9, 22, 9, 33, 4, 5, 51), cl. IX Buda Dan (2540, 1, 2, 4, 57, 9, 72, 7764, 5, 6, 726, 7, 9, 44), Buhan Ioan (2460, 2, 3, 76, 94, 7385. 97, 430, 7, 75, 7, 94, 5, 6, 526), Groșan Gheorghe (2460, 1, 2, 3, 76, 8, 7397, 430, 75, 6, 95, 6), Laza Vasile (2460, 1, 2, 7397, 475, 6, 91, 4, 5, 6, 550, 3, 4, 6, 8), Maxim Gheorghe (2460, 1, 2, 74, 6, 8, 94, 7397, 430, 42, 75, 6, 9, 94, 5) Pop Virgil (2460, 1, 2, 74, 6, 8, 94, 7397, 494, 5, 6).

SOPOTUL VECHI. cl. VI Cocora Ionică (2495, 7, 8, 9, 500, 1, 2, 15, 6, 7, 8, 9).

ȘTEFĂNEȘTI (Pitești) cl. VI Patriche Cornel (2467, 80, 1, 2, 3, 4, 9, 517, 9, 26), cl. VII Portuzudis Costaș (2512, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 8, 9, 31, 2, 3), cl. VIII Patriche Dorinel (2467, 70, 80, 1, 9, 512, 4, 6, 7, 8, 9).

ȘTEFĂNEȘTI (Botoșani) cl. VI Simionică Valerian (2497, 500, 3, 5, 6, 7, 9, 26, 8, 33).

TARIAN. cl. VI Toth Alexandru (2495, 7, 8, 9, 500, 1, 2, 12, 5, 6, 7).

TAȘNAD. cl. VIII Micu Dan (2495, 7, 8, 9, 500, 1, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 20, 3, 5, 39, 41, 554, 619).

TECUCI. *Ș. g. 2* cl. VII Popescu Dorel (2522, 4, 6, 9, 30—7, 9, 45, 6, 8, 9), *Ș. g. 5* cl. VIII Cotigar Cornelia (2495, 503, 10, 2, 3, 5, 6, 7—9, 22, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 8), Guișcă Dana (2495, 9, 500, 4, 8, 12, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 22), Popescu Mirel (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 45, 6, 59), *Ș. g. 6* cl. VIII Simofte Ioan (2523, 30, 45, 6, 7, 8, 9, 51, 2, 5, 8, 9), *L. 2* cl. VII Grama Maria (2495, 7, 500, 16, 7, 9, 20, 31, 3), Mustărică Doru (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 46), cl. VIII Velicu Dumitru (2512, 4, 5, 6, 7, 9, 22, 45, 55), cl. IX Chirvăsuță Geta (2526, 7, 41, 2, 3, 4, 57, 8, 9, 7674, 5, 6, 8). cl. X Grama Cornelia (7529, 35, 6, 7, 8, 52, 608, 10, 2, 7, 38, 40, 2, 3), cl. XI Oprea George (7610, 9, 21, 39, 40, 2, 52, 3, 9, 74, 5, 6, 8, 84).

TELEGA. *Ș. g. 1* cl. VIII Cărăușu Ion (2513, 5, 7, 9, 22, 4, 28, 31, 3).

TELEȘTI. cl. VII Constantinescu Puiu (2430—2, 4, 50, 52, 3, 65, 7).

TIMIȘOARA. *Ș. g. 4* cl. VI Crișincov Paula (2512, 3, 4, 5, 28, 9, 30, 1, 2). *Ș. g. 9* cl. VI Bonfert Erhard (2495, 7, 8, 500, 15, 7, 9, 28, 9, 31, 5), *Ș. g. 13* cl. VI Hirth Walter (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 20, 6, 8, 30, 1, 3, 4), *L. 1* cl. VII Negruțiu Mircea (2488, 9, 90, 1, 2, 5, 7, 8, 9, 555, 1, 5, 8, 17), cl. VIII Titerlea Constantin (2500, 2, 4, 40, 5, 6, 55, 9), cl. X Flușiu Victor (7536, 7, 64, 7, 640, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), *L. 2* cl. V Rațiu Ion (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 24, 5, 6, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 4), cl. VII Dîrjan Tudor (2545, 6, 8, 52, 5, 9, 7687, 8), Heber Helga (2512, 6, 7, 9, 29, 553, 4, 45), cl. IX Derdea Toma (2524, 5, 6, 7, 41, 2, 3, 4, 57, 8, 9, 70), Patriciu Victor (2542, 5, 7, 58, 9, 60, 2, 70, 2, 75, 6, 7727), Răducanu Monica (2528, 31, 42, 6, 75, 8, 9, 60, 4, 70, 2, 6), cl. X Boldea Elena (7372, 5, 99, 402, 5, 23, 4, 5, 6, 37, 45, 76, 9, 529, 36, 7), *L. 3* cl. VII Marinca Vasile (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20—35, 7, 8, 40—49, 52, 3, 5, 7, 9, 7674, 5, 6, 7, 8), *L. 5* cl. VII Calinovici Lenuța (2512, 3—5, 6, 8, 20, 3, 4, 9, 30), L. 7 cl. VI Hîncu Ionuț (2495, 8, 508, 12, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 28, 30, 1, 2, 3, 4, 5), cl. IX Mireșan Ioana (2512, 3, 4—27; 8—35, 7—44), *L. 10* cl. X Păcurariu Caius (7529, 34—8, 46, 8, 50, 2, 5, 8, 60, 1, 4, 7, 8).

TITEȘTI. cl. VIII Feteanu Mihai (2546, 7, 9, 52, 7, 9, 7675, 7, 8).

TÎRGOVIȘTE *Ș. g. 2* cl. VII Gheorghiu Paula (2464, 5, 7, 8, 70, 1, 3, 4, 9, 89, 98), Petre Emilia (2517, 9, 20, 3, 6, 9, 33, 6, 8, 45, 52, 3), cl. VIII Chivăran Laura (2515, 20—4, 6, 7, 36, 7, 9, 41, 3, 4, 7609, 618, 9, 23, 4), Hîrșescu Ana (2504, 16, 7, 9, 26, 8, 9, 31, 7), *L. 1* cl. VI Popa Dorin (2528, 9 m 30, 1, 3, 5, 45, 6), cl. VIII Avasilichioaie Adrian (2512, 5, 7, 9, 28, 9, 32, 3, 4, 45). Popa Cornel (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 42, 5, 6, 7, 8, 50, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 60, 1, 7, 8, 9, 70, 2), *L. 2* cl. X Stan Nicolae (7610, 2, 4, 7, 8, 9, 21, 39, 42, 3, 69, 75, 6, 8, 83, 4, 8, 93, 7), Florea Ion (7475, 548, 54, 5, 61, 2, 80, 608, 17, 8, 21, 3, 36, 40, 60, 2), Soare Nicolae (7550, 56, 64, 5, 8, 78, 86, 608, 20, 36, 7, 9, 40, 1, 4, 6,

SOMCUŢA MARE (Maramureş) *L.* cl. X Berger Arthur (7674, 6, 86, 8, 90, 2, 726, 9, 33, 5, 6, 44, 85), Laza Vasile (7665, 74, 5, 6, 8, 86, 8, 90, 2, 726, 9, 33, 44, 85), Noghi Iulian (7665), 7, 74, 5, 6, 8, 86, 90, 2, 726, 9, 33, 44, 85), Pop Virgil (7664, 5, 75, 6, 86, 8, 90, 2, 726, 33, 44, 85).

ŞOTÎNGA (Ploieşti). *S.g.* cl. VIII Ilie Victor (2564, 70, 6, 8, 9, 80, 82, 4, 7, 8).

ŞTEFĂNEŞTI (Piteşti). *S.g.* cl. VI Patriche Cornel (2528—35), cl. VII Ceapă Adrian (2546—8, 50, 2, 60—4, 7, 70), Portuzudis Costas (2546, 8, 55, 60, 1, 2, 4, 7, 82). cl. VIII Patriche Dorinel (2528—35, 7), Popescu Cristian (2536—8, 40—61)

TARIAN (Crişana). *S.g.* cl. VI Toth Alexandru (2513, 6, 8, 28, 9, 31, 3, 4).

TECUCI. *S.g.* cl. VII Anache Vasile (2545, 6, 59, 60, 64, 73, 4, 7, 9, 82, 4, 7), cl. VIII Bobaru Rodica (2545, 8, 64, 79, 80, 87, 88), Buta Mariana (2564, 8, 73, 6, 8, 9, 80, 4, 7, 600, 4, 6 , 8), Chirvăsuţă Emilia (2528, 30, 31, 4, 41, 5—7, 57—60), Lupaşcu Aurora

TELCIU (Cluj). *S.g.* cl. VI Micaile Georgeta (2545, 7, 60, 73—4, 6—8).

TELEGA (Ploieşti) *S.g.* cl. VIII Garbet Ecaterina (2528—34, 45, 6, 52, 8, 64, 7—70).

TIMIŞOARA. *S.g. 2* cl. VII Kasai Pal (2516, 17, 9, 20, 9, 33, 45, 9), S.g. cl. VI Berindeanu Coriolan (2528, 9, 31, 3, 4, 5, 60, 4), *L.* cl. VIII Negruţiu Mircea (2528, 30, 3, 7, 40—8), *L. 2* cl. VI Raţiu Ion (2545—8, 51, 59—61, 4), cl. VII Dordea Doina (2512, 4, 7, 9, 28, 9, 31, 5), Topciu Daniela (2529, 33—5, 45, 52, 60, 64), c l. IX Băcilă Diana (2541, 3, 4, 57—9, 70—73, 7688, 726, 7), Boraci Radu (2541, 3, 6, 7, 57—61, 70, 2, 7727), Cristescu Lucia (2542, 57—9, 70—2, 7726), Iuhasz Iuliana (2528—9, 35, 4, 5, 7, 9, 60, 4, 8, 70, 2), Magheţ Marin (2528, 9, 35, 43, 4, 5, 57, 9, 60, 4, 8, 70, 2), *Raţiu Tudor* (2540, 57—9, 70, 2, 7630, 6, 7, 8, 40, 59, 60, 63, 7, 74—8, 80, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 90, 3, 727—9, 44—6), cl. X Berindeanu Radu (7674—8, 83, 6, 90, 3, 7, 726, 7, 82, 8151, 90), Breitenbach Iakob (7674—9, 81, 6, 8, 9, 90, 3, 726, 7, 9, 33, 5), Diva Michael (7675, 6, 80, 1, 6, 8, 9, 2, 3, 726, 9, 33), Dörr Robert (7667, 74, 5, 6, 81. 6, 92, 3, 726, 8, 44, 6), Fülöp Alexandru (7667, 75, 6, 85, 6, 92, 3, 726, 7, 8, 9, 46). Gross Gabriel (7667, 74—8, 80, 1, 6, 90, 726, 7, 9, 41, 4), Lang Petru (7667, 74, 75, 81, 4, 92, 726, 7, 9, 32, 3, 4), Köll Iosif (7674, 5, 6, 7, 81, 8, 9, 90, 2, 3, 6, 729, 33), Mager Iakob (7674, 5, 6, 7, 8, 81, 8, 9, 90, 3, 726, 9, 33), Toader Elmar (7675, 6, 81, 6, 7, 8, 90, 2, 3, 726, 8, 9, 769), *L.E. Murgu* cl. VI Ancuşa Mircea Dan (2528, 9, 33, 4, 5, 45, 58, 9, 60, 4), *L. 10* cl. X Păcurariu Caius (7632, 39, 40, 42—46, 60—3), *L. economic an I* Alexia Cristina (2537, 8, 40—3, 52—4, 58, 7676), Balint Rodica (2537, 8, 40—4, 52, 4, 58, 7675, 6), Borbely Mariana 2537, 8, 40—4, 52, 3, 58, 9, 7676), Contrea Doina (2537, 8, 40—3, 52—4, 8, 7675, 76), Constantinescu Lucica (2537, 8, 40, 1, 2, 4, 52, 3, 8, 9, 7675, 6), Croitoru Elena (2537, 8, 40—4, 52, 3, 8, 9, 7675, 6), Ionaş Maria (2537—44, 52, 3, 8, 7676), Harbuz Silvia (2537, 9, 40—4, 52, 3, 8, 9, 7675, 76), Lazarov Mila (2537, 8, 40—4, 52, 3, 58, 9, 7676), Leu Valeria (2537, 8, 40—2, 52, 4, 58, 7675, 6), Mihoc Gheorghe (2537, 8, 40—4, 52, 3, 58, 9, 7676), Miţu Gheorghiţa (2537, 8, 40—4, 59, 9, 7676), Pavel Elena (2537, 8, 40—4, 58, 9, 7675—6), Popovici Niculina (2537, 8, 40—44, 52, 3, 58, 9, 7675, 6), Roman Stela (2537, 8, 40—4, 8, 9, 7675, 6) Roşu Elena (2537, 40—4, 52, 3, 8, 9, 7675, 6), Sandu Gabriela (2537, 8, 40—4, 52, 3, 8, 9, 7676), Spătaru Maria (2537, 8, 40—4, 52, 3, 58, 9, 7675, 6), Waldner Magdalena (2537, 8, 40—4, 52, 8, 9, 7676),

TITU. cl. VI Zamfir Nicolae (2528—31, 45—7, 45—7, 60), cl. IX Sandu Dumitru (2529, 32, 5, 9, 41, 2—4, 52, 4, 7, 8, 9, 7692). cl. XI Soare Gh. (7476, 86, 8, 90, 2, 5, 7, 701, 26, 7, 8, 33, 5, 9, 44)

TITEŞTI. cl. VI Dobrin Constantin (2545, 6, 8, 9, 62, 4, 6, 8, 70, 4, 9, 80, 2, 4, 7), cl. VII Bărăgan Doina (2529, 30, 1, 2, 32, 3, 4, 5, 40), Chioveanu Ionel (2564, 7, 78, 9, 81, 4, 6, 7, 8, 94), Mărcoiu Ion (2560, 73, 8, 9, 81, 3, 6, 7, 8), Popescu Cornel (2560, 73, 8, 9, 81, 3, 6, 7, 8).

TÎRGOVIŞTE. *S.g. 2* cl. VII Mihai Eugen (2528, 30, 1, 3, 4, 5, 6, 60), cl. VIII Gheorghiu Paula (2570, 4, 7, 8, 9, 84, 8, 90, 4, 5), *L. 1* cl. VI Grigoriu Sanda (2528, 9, 30, 1, 2, 45, 76, 60), cl. IX Dan Adrian (2557, 8, 9, 70, 2, 94, 5, 7675, 6, 8, 92, 726, 7, 33, 85), Stan Traian (2557, 8, 9, 70, 1, 2, 94, 5, 7676, 93, 726, 7, 785), cl. X Păunescu Nicolae (7609—10, 35, 74—8, 80, 1, 9), cl. XI Stan Nicolae (7676, 93, 7, 704, 6, 8, 10, 26, 7, 44, 6, 9, 50), ;L. 2. cl. X Rădulescu Petre (7675, 87, 88, 90, 2, 3, 7, 701, 3, 4, 6, 26, 8, 33, 6), cl.XI Florea Ion (7627, 31, 2, 6, 8, 42, 3, 4, 7, 59, 63, 73, 5, 8, 88), Rădulescu Petre (7627, 31, 2, 6, 42, 3, 7, 59, 62, 3, 76, 80, 99, 700), *Soare Nicolae* (7631—3, 45, 61, 76, 92, 9, 713, 26, 8, 9, 33, 7, 71, 60, 3, 67, 85, 6, 9, 91, 4, 7, 700, 1, 4, 6, 8, 10, 4, 42, 870, 7, 84, 99).

TG. CĂRBUNEŞTI (Oltenia). cl. X Bușneag Dumitru (7675—8, 87, 9, 90, 2, 3, 726—9, 33—5). Catrinoiu Petre (7675—90, 93, 726, 9, 32, 3, 5, 90), cl. XI Jianu Romel (7665, 8, 9, 74, 5, 7, 8, 80—3, 7, 9, 91, 2, 7, 9).

TG. JIU. *S.g.* cl. VIII Arjoca Cătălin (2528—31, 3, 4, 7, 8, 45—8, 50—2, 4, 8, 60, 4, 8,), Pinţă Ion (2545—7, 52, 3, 5, 60, 7675) L. 2 cl. VI Oproiu Dan (2545, 7, 51, 60, 61, 64, 77, 8, 9), Rovenţa Angela (2545, 8, 9, 73—9), Vîlceanu Adina (2545—8, 50, 1, 76—8), Isac Marcel (2558, 9, 69, 70—2, 86, 7, 90, 2, 5, 7686, 726), cl. IX Enăşel Mircea (2570, 3, 4, 6, 78, 9, 80—2, 4—6, 8, 95), Păsărin Iorgu (2545, 6, 99, 73, 4, 6, 8, 9, 81, 2, 8), Mitran Ilie (2528, 31, 3, 4, 7, 8, 42, 4, 58, 60, 4, 7, 9, 70, 2), Săceleanu Lucreţiu (2568, 9, 70, 1, 2, 80—

—4, 6, 8, 94), Udrică Mioara (2541—5, 57—9, 70, 2, 7675, 8, 726, 7), Dumitrescu Silvestru (7675, 6, 86, 7, 9, 92, 726—8, 33, 5, 90), cl. X Modroiu Sterian (7675, 6, 86, 7, 9, 92, 726—8, 33, 5, 90), Dijmărescu Ion (7638, 7674—8, 90, 726, 7, 9, 32, 3, 6, 85), cl. XI Drugă Florea (7642, 62, 3, 7, 74—8, 80, 4, 6, 90, 7, 704, 26, 35), 5, 6, 44, 85).

TG. MUREŞ. *S.g.* cl. VII Boldor Eva (2528, 9, 31, 3, 4, 7, 41, 5, 52, 3), Szekely Zoltan (2560—4, 8, 73—80), *S.g. 6* cl. VI Cîmpeanu Cecilia (2545—8, 59, 60, 4), Moga Mariana (2546—9, 58, 60, 4, 5), cl. VIII Bogothai Iulius (2545—8, 52, 6—9), *S.g. 11* cl. VII Szatmar Csaba (2530—3, 6, 7, 9, 48, 53, 4), L. cl. VII Cneşdeanu Ligia (2545, 5, 58, 60, 1, 4, 9, 73, 4), Luca Georgeta (2551, 5, 8, 60, 1, 70, 3, 4), Pavlavitz Elisabeta (2551, 55, 8, 60, 1, 70, 3, 4), Vaida Iancu (2531, 2, 45—8, 50, 60, 64, 733, 4, 88), cl. VIII Sonnefeld Gabriel (2528 2545—7, 51—3, 5, 7—9), cl. IX Coman Silviu (7631, 2, 5—8, 41, 2, 6, 7, 9, 58, 60, 2—5, 9, 74—91, 4, 5, 7, 700—3, Pop Horia (7632, 5—8, 40, 1, 6, 7, 9, 58, 60, 63—9, 74, 7, 8, 9, 80—97, 700—3, 10, 33). *L. Bolyai* Farkaş cl. VII Gaspar Sandor (2545, 6, 8, 50—5), Barbaş Sandor (2543—8, 50—9), cl. VIII Burjan Maria (2545—50, 24, 9), Konnya Klara (2545—7, 9, 50, 4, 8, 9), Varga Petre (2528—31, 3—5, 7), *L.4* cl. XI Trifan Ion (7674—8, 84, 95, 7, 9, 700, 1, 3, 4, 6).

TG. NEAMŢ. *L.* cl. VII Chiriac Olga (2528—35), Lipan Sandina (2528—35), Licu Dan (2528—35), Popa Georgeta (2528—35), cl. XI Stîngu Mugurel (7674—8, 83—5, 88—90, 5, 704, 6, 8).

TG. NOU (Ploieşti). cl. cl. VIII Sima Eugenia (2573—7, 9, 80, 4, 95).

TG. OCNA. *L.* cl. X Filip Nicolae (7667, 75—8, 87, 93, 4, 726, 7, 9, 35), cl. XI *Motreanu Dan* ((7635—7, 9, 42, 5—7, 71, 891, 3, 7, 729, 31, 2, 5, 7, 9, 64, 5, 96, 9—701, 3, 4, 6, 8, 33, 44, 70, 7, 85, 7, 90),

TÎRNĂVENI. *L.* cl. VI Szakacs Ştefan (2528—35), cl. VII Bordi Elisabeta (2513—19, 24, 5, 8—33, 35, 45, 6, 51, 2). *L. 1* cl. X Popa Tiberiu (7631, 5—7, 75—7, 10, 1 6, 90, 2, 3, 726, 4, 33, 44), cl. XI Gruia Călin (7675—7, 80, 4, 7, 90, 3, 7, 701, 29, 45, 9, 62, 2).

TOHANUL VECHI (Braşov) *S.g.* cl. VIII Zamfir Nicolae (2528—35, 7, 8, 45—9, 51—3, 59—9).

TOPLIŢA. *L.* cl. VIII Boaşu Doru (2531, 3, 45, 52, 3, 5, 60, 7, 8), Braic Viorel (2531, 3, 45, 6, 52, 3, 60, 4, 8, 70), Graur Nicolae (2531, 3, 45, 52, 3, 60, 4, 7, 8, 70), Ilieş Margareta (2529, 33, 4, 45, 58, 60, 64, 8, 70), Iman Radu (2529, 31, 3, 45, 52, 8, 60, 8, 70). Martonffy ffy Mikloş (2531, 45, 52, 3, 60, 4, 8, 70), Mucha Iudith (2529, 31, 3, 7245, 52, 62, 8, 70), Paşcan Mihai (2528, 31, 3, 40, 45, 52, 60, 64, 8, 70), Perelicean Maria (2631, 3, 4, 45, 58, 50, 6, 8, 70), Platon Delia (2651, 7, 45, 8, 52, 3, 60, 4, 9, 70), Suciu Cornelia (2530, 3, 45, 52, 60, 4, 7, 8, 70), Cristian Tiberiu (2552, 5, 68, 80, ,1 2, 4, 7). Zöld Ildiko (2530, 3, 5, 45, 52, 60, 7, 78, 70).

TRUSEŞTI (Suceava). *L.* cl. IX Michiu Doina (7664, 8, 75—7, 80, 8, 92, 726—8, 32, 3, 5, 82, 3), cl. X Muraru Valeria (2540—4, 59, 9, 7631, 6, 864, 8, 77, 80, 7, 9, 90, 2, 727, 8, 35, 44, 82, 3), Anton Romulus 8 7664, 74—8, 80, 3, 86—90, 92, 3, 726—8, 32, 3, 5, 44, 82, 3), Bălan Ecaterina (7664, 8, 74—7, 80, 6, 7, 9, 90—3, 726, 32—5). Ciobanu Maria (7664, 8, 74—7, 80, 3, 7, 8, 9, 90, 2, 3, 726, 32, 5), Rusu Gheorghe (7664, 74—7, 80, 6, 7, 9, 90—3, 726, 32, 3, 5), cl. XI Livadaru Emil (7664, 5, 7, 8, 9, 70, 4—8, 80, 2, 3, 4, 7, 9, 90, 2, 3, 7, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 8), Andriescu Mihai (7664, 5, 9, 74—8, 80—4, 7, 9, 80, 92—5, 7, 9, 700, 3, 4, 5), *Corduneanu Dumitru* (7664—71, 74—8, 80, 12—4, 82—4, 6, 7, 9, 90—711), 26—9, 31—3, 5, 7, 38—44, 8, 63, 5).

TURDA. *L.* cl. IX Mureşan Valentin (2557—9, 70—2, 90, 1, 4, 609, 7626, 9, 32, 89, 830,) Kerekeş Lazslo (2557, 8, 9, 70, 2, 93, 4, 5, 727, 31, 2, 89), Toma Adela (2520, 1, 3, 525—31, 3, 7, 8, 9, 41, 2, 4, 6, 7). cl. X Florea Vasile (7667, 74—6, 8, 84, 726, 7, 9, 32, 5, 85, 88, Zelicu Mircea (7667, 8, 74—8, 84, 7—9, 726, 9, 35), Mitruş Dan (7686, 7, 9, 93, 4, 726, 7, 9, 31, 2, 40, 90).

TURNU SEVERIN *S.g. 1* cl. VIII Cruceru Eftimie (2528, 9, 31—3, 5, 46, 7, 52, 60) *S.g. 6* cl. VI Ciolan Rafael (2512, 5,117, 28, 31—4, 45, 6), Hîrşovoiu Hermina (2528, 9, 31, 2, 4, 45, 50, 5, 60), L. cl. VI Chifulescu Mugur (2564, 70—73, 9, 80—4), cl. VII Pasmangiu Nicolae (2543, 55, 60, 4—6, 70, 84, 7), Vlăduţ Maria (2528—30, 32—4, 45—7, 58) cl. VIII Căplescu Julieta (2528—34, 41, 5—7, 52), Lupu Florin (2546, 58, 64, 5—8, 70, 2573, 4, 6, 9, 82, 6, 7, 94), Minea Rodica (2528—30, 2, 3, 41, 5, 6, 7, 52), Nica Georgeta (2528—30, 2—4, 41, 5, 7, 60, 7), Stocker Marina (2528—34, 7, 41, 5—7, 52, 8, 60, 70), cl. IX Cojocaru Liana (2541, 3, 4, 57, 9, 70, 2, 7638, 88, 727), Doinea Adriana (2528, 9, 31, 34, 5, 8, 42, 6, 57, 8, 60, 7726), Dumitraşcu Nicolae (2532, 3, 8, 42, 7, 52, 7, 9, 906, 70, 2, 7727), Iercan Diana (2535, 41, 2, 3, 55, 8, 9, 67, 8, 70, 2, 7691), Firulescu Valentin (2528, 31—5, 7, 8, 41, 2, 5, 6, 59, 60, 1), Mateescu Răzvan (2528, 9, 31, 4, 41, 5, 6, 58, 60, 61, 4), Modîlcă Emil (2540—4, 58, 9, 70, 2, 7726), Nicola Mihaela (2541—4, 7, 58, 9, 70, 72, 7638, 88, 726, 7), Pasmangui Ştefan (2540—4, 57—9, 70, 2, 7726, 8), cl. XI Ighor Liviu (7636, 40, 2—4, 59, 62, 3, 93, 3, 76, 741, 9, 59, 98, 99), Nicu Marin (7684, 7, 92, 3, 7, 9, 726, 7, 33, 44, 9, 74—6), *L. 2* cl. VII Beze Aurora 2545, 6, 60, 73, 4, 7, 8, 9, 80, 2), cl. VIII Brajna Lidia (2545, 60, 4, 73, 4, 77—82), Petcu Maria (2513, 2545, 60, 64, 74, 91, 81, 2, 94), Popescu Lucia (2545,

60, 73, 4, 9, 80, 1, 2,) Vladu Niculina (2545, 8, 55, 60, 3, 4, 73, 4, 6, 80), Biban Irina (2547 — 50, 2, 3, 7, 7667), cl. IX Bădescu Iulian (2540—4, 57—9, 70, 2, 91, 7674—6, 81, 6, 93, 728, 9, 44, 6, 85), Al-Emi Mona (2537, 40—44, 59, 60, 70, 2, 7638), cl. X Geogescu Radu (7668, 74—8, 80, 85—8, 90—5, 701, 3, 726—9, 785, 90), *Grădinaru Ştefan* (7664—5, 78, 74—8, 80—1, 84—92, 5—7, 701, 3, 4, 6, 26—9, 31, 7, 9, 46, 70, 85, 90), Simion Aurel (7636—44, 7, 59, 62, 3, 74, 6, 92, 3).

TAŞNAD (Maramureş) *L.* cl. IX Palincaş Marta (2524, 41, 3, 4, 80, 609, 10, 21, 3, 36, 7, 63).

URECHEŞTI (Galaţi) *S.g.* cl. VIII Bornaz Livia (2545—7, 51, 2, 7, 60, 7, 70, 76, 7, 9, 80), Dragomirescu Nicuşor (2545, 50, 5, 60, 73, 7, 8, 84, 87), Gheorghiţă Valeria (2552, 4, 6, 57, 60, 64, 8, 73, 9, 80, 4), Ionaşcu Margareta (2545, 455, 68, 9, 70, 6, 8, 9, 80, 4, 5, 8), Nicolau Adela (2545, 60, 2, 7, 8, 70, 9, 80, 2, 4, 94), Serbănoiu Dorina (2545, 6, 52, 60, 8, 77—9, 80), Tirilă Emil (2545, 8, 63, 73, 7, 8, 9, 80).

URLAŢI (Ploieşti) cl. XI Vasile Ion (7674, 5, 7—9, 80, 83, 84, 9, 94, 9, 701, 7, 11, 26, 33, 36, 44).

URZICENI (Bucureşti) *S.g. 1* cl. VII Alexandru Luiza (2529, 31, 33, 45, 6, 60, 4,1). Ghiţă Petre (2515—7, 9, 29, 31, 33, 45, 46, 64., 68), Matei Valeriu (2515—7, 9, 29, 31, 3, 46, 45, 64), Radu Beatrice (2529, 31, 3, 45, 6, 60, 1, 4), Vasilescu Monica (2528, 9, 31, 3, 45, 6, 8, 9, 60, 1, 4), cl. VIII Caloianu Angela 2528—34, 40, 60, 64), Dumitrescu Gabriela (2531, 3, 4, 7, 45, 59, 60, 4, 9), Frangulea Mioara (2528, 35—5, 7, 52, 3, 8, 64, 7, 78),Pelea Silvia (2529, 31, 3, 4, 7, 60, 4, 9).

VALEA LUI MIHAI (Crişana) *L* cl. XI Pop Ioan (7631, 3, 5, 8, 9, 41—4, 59, 74, 5, 6, 8, 83, 4, 7, 9, 93, 7), Bodea Gheorghe (7667, 75—8, 83—5, 7, 97, 726, 7, 9, 44).

VADUL CRIŞULUI (Crişana). *L.* cl. X Bologa Ioan (7686, 8, 91—3, 729, 32, 5, 4, 85, 6, 9, 90,).

VASLUI. *L.* cl. VI Boboc Florin (2545, 64, 73—9, 87), Horoi Mihai (2545, 6, 64, 74—9, 87), Bîrlădeanu Aurora (2568, 77—80, 4, 7, 94), cl. VIII Mihai Ecaterina (2564, 8, 70, 7—80, 4), Pralea Maria (2545, 64, 8, 70, 7, 8, 80, 84), cl X Abramovici Buma (7694, 733—5, 7, 9, 782, 3, 85, 8—91), cl. XI Popovici Constantin (7674—6, 8, 9, 81—3, 5—8, 90, 2, 3, 5, 7—9, 701, 3—6, 7—10, 26, 48, 9).

VĂDENI (Galaţi) *S.g.* cl. VIII Cosor Vasilica (2545—8, 52, 3, 60, 4, 9, 77—9, 91, 4),

VĂLENI (Iaşi) *S.g.* cl. VIII Zălinescu Constantin (2545—52, 7—9, 7674—8, 84).

VĂLENI (Argeş). *S.g.* cl. VII Naon Elena (2573, 4, 77—82, 4, 7).

VEREŞTI (Suceava) *S.g.* cl. VIII (2545—8, 50—3, 56—60, 64, 8, 9, 70, 2).

VICTORIA (Oraş) *L.* cl. VIII Vrabie Marcel (2512, 4, 5, 6, 9, 23, 31, 3, 4, 49).

VIŞEUL DE SUS (Maramureş) *L* cl. IX Ciuman Vasile (2541, 2, 7676, 80, 6, 8, 33. 44, 827), Cioplan Maftei (2540—2, 4, 57, 9, 70, 2, 7636, 93, 726, 7).

VULCAN (Hunedoara) *S.g.* cl. VI Bădeliţă Doina (2545—7, 50, 1, 8, 60, 4), Böhm Ernest (2528, 9, 31, 2, 3, 5, 40, 5), Juhasz Agneta (2529—33, 5, 40, 5), Ionaşc Ion (2545—7, 50, 1, 8, 60, 4), Grama Margareta (2528, 9, 30—5, 40, 5), Kiraly Zoltan (2545—9, 59, 60, 4), Mezei Ana (2528—31, 3, 4, 8, 40, 6—9, 55), Sebestyen Madgalena (2528, 9, 31—3, 5, 40, 1). Silvester Estera (2528, 9, 31—5, 40, 5), Sandru Traian (2545—7, 50, 1, 8, 60, 4), cl. VII Deak Juliana (2528—35, 45), Cohn Isac (2528—35, 45, 6, 58, 9, 60, 2, 4, 70), Csiki Elisabeta (2545—7, 9, 52, 5, 8, 77), David Francisc (2545—7, 9, 50, 2—3, 5, 6, 8), Ghe Viorica (2528—35), Grünvald Matia (2528—35, 45—7, 52—5, 7, 78), Hidvegi Iren (2528—35, 45), Ianutaş Emilia (2545—7, 9, 51, 3, 6, 8), Ioana Marioara (2545—7, 79—51, 3, 8), Cigher Elisabeta (2528—33, 5, 45), Petscu Ana (2545—7, 50—3, 5, 6, 8), Bucuk Matild (2545—7, 9, 52, 5, 8, 77), Stoican Georgeta (2545—7, 49—53, 5—6, 8), cl. VIII Brînzău Rodica (2528, 9, 31, 3—5, 7, 45, 6, 7, 8, 9, 51, 3, 8, 64, 78), Csiki Elisabeta (2528, 9, 30—35, 45), Csiki Ileana (2529—33, 5, 7, 45—50, 53, 5, 7, 8, 64). Fazakaş Estera (2528—33, 5, 7, 45, 6), Csek Viorica (2545—7, 9, 52, 3, 8, 77, 8), Grünvald Ileana (2529—3, 5, 45—9, 52, 3, 5, 8, 78), Kelemen Francisc (2530—2, 45, 6, 52, 4, 7, 8, 9, 60, 4, 77, 8), Reman Mihaly (2528—32, 5, 40, 5), Szegedy Gheorghe (2512, 6, 7, 9, 29, 31, 4, 5, 45, 6, 53, 5, 7, 8, 9, 60, 4).

ZALAU (Cluj) *L.* cl. XI Călinici Marius (2558, 9, 70, 92, 3, 4, 7675, 80, 6, 92, 726), Ardelean Dan 2545, 56, 7, 8, 9, 72, 7675—7, 86, 726, 7), Deutsch Iosif (2555, 7, 8, 9, 69, 70, 7675, 6, 7, 80, 16, 726), Ilies A (2556—60, 8, 72, 7675, 6, 82, 6, 727), Parcsalmi Ştefan (2557, 8, 9, 70, 2, 7676, 86, 7, 9, 726, 8, 9), cl. X Făzcaş Livia (7665, 68, 80, 3, 6, 7, 8, 90—4), Tatar Vasile (7676, 7, 86, 7, 9, 90, 3, 4, 726, 8, 9, 808), cl. XI Baidac Iulian (7680, 93, 7, 701, 3, 4, 6, 10, 27, 33, 44),) Cighi Aurel (7680, 95, 7, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 33) Göbl Edmond (7680, 6, 93, 701, 3, 4, 6, 10, 27, 33, 44), Neufeld Petru (7676, 83, 95, 7, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 35), Rojin Dan (7680, 6, 93, 7, 701, 3, 4, 8, 10, 27, 33, 44), Szöcs Coloman (7675, 6, 84, 9, 3, 5, 9, 726, 8, 9, 33, 5), Tap Nicolae (7680, 6, 93, 7, 701, 2, 3, 4, 6, 10, 27, 33, 44), Vlaicu Iuliu (76724—8, 87, 90, 1, 3, 4, 726, 9, 808).

ZĂRNEŞTI (Cluj). *L.* cl. VII Juras Tibor (2545, 6, 8, 9, 50, 1, 2, 3).

ZLATINA (Hunedoara) *L.* cl. IX Deoanca Nicolae (2545, 6, 7, 8, 9, 52, 3, 7, 9, 61, 70, 2).

OSZAKI KÖNYVTÁR 1983

ZARLENTUL MARE (Banat) *S.g.* cl. VII Tripon Nicolae (2529, 31, 3, 4, 45, 6, 8, 9, 51, 60, 4, 70).

ZVORIȘTEA (Suceava) *S.g.* cl VII Haraga Angela (2553, 6, 8, 64, 70, 6, 9).

Pînă la 15 decembrie 1966 s-au primit soluții bune de la:

ABRUD. *L. 1* cl. VIII Tudor Adriana (2567—70, 80—4, 6—8, 91, 3—5; 7726), cl. IX Geangălău Mircea (2570, 2, 91, 3—5, 609; 7726, 9, 36, 827—30, 3), cl. X Balea Ana (7726, 9, 33, 44, 86, 90, 824, 7, 8, 30, 2, 4), Candrea Aurel (7726, 7, 9, 33, 4, 44, 90, 821, 3, 4, 7, 9—31), Isipovici Mihail (7726, 9, 34, 6, 44, 821, 3, 4, 7, 9—33), Lupaș Nicolar Miclea Emil, Mignea Sabin și Mignea Sabina (7666, 9, 75—7, 80, 6, 90, 3, 726, 35, 44, 89).

ADJUD (Bacău). *S. g. 2* cl. VIII Dragomir Geta (2573, 79, 84, 61, 4, 8, 20, 3), Maftei Gh. (2560, 1, 4, 6, 73—5, 8, 9, 86—8, 97—9, 601) 4, 6, 8) Mihalache Eugen (2573, 9, 87, 96, 600, 5, 6, 13, 9, 23), *L. 1* cl. IX Aclavoni Sorina (2591, 4, 5, 7782, 3, 827, 9—32, 4, 5, 7), cl. X Boșcaiu Voicu (7726—9, 31—3, 5, 7, 9, 41, 6, 9, 62), 69—71), Călin Sofia (7827, 30, 85, 823, 9, 30, 2, 6, 82, 821, 31, 4, 78), Dumitru Costică (7729, 44, 82, 3, 8, 821, 7, 9, 30, 4, 5, 74, 5, 8, 9), Georgescu Florica (7726, 30, 5, 6, 82, 5, 821, 7, 9—32, 7), Giovanni Georgeta (7726, 8, 9, 44, 82, 91, 827, 9, 30, 35, 40), Jitaru Ortansa (7726—9, 35, 9, 88, 827, 30—2, 4, 79), Stan Ionel (7767, 73, 82, 3, 5, 91, 8, 808, 20, 3, 4, 7, 30, 1), Vișan Ștefan (7762, 73, 82, 3, 91, 96, 8, 821, 3, 4, 7, 30, 1, 5), cl. XI Apostu Gh. (7724, 35, 44, 6, 9, 82, 3, 8, 98, 820, 1, 7, 9, 30, 51), Cauteș Gh. (7723, 4, 9, 31, 8, 41, 2, 40, 1, 6, 8, 61, 52, 64), Ignat Joi (7744, 6, 9, 73, 82, 3, 91, 820, 23, 4, 7, 8—31), Orița Ion (7744, 6, 72, 3, 82, 3, 91, 2, 820, 1, 3, 4, 7, 30, 1, 7, 51), Rusu Nelu (7744, 73, 82, 9, 91, 8020, 1, 3, 4, 7, 9, 30, 40, 5), Stiuca Romulus (7749, 82, 3, 5, 91, 6, 821, 4, 7, 8—31, 45), Vasiloiu Nelu (7724, 40, 4, 72, 3, 82, 3, 91, 821, 3, 4, 7, 9, 45).

AIUD. *S.g.* cl. VIII Maftei Doina (2560, 6, 3, 4, 8, 9, 70, 2), *L. 1* cl. X Mazdie Zoltan (7726, 8, 9, 31—4, 7—9, 41, 60, 85, 827).

ARAD. *S.g. 14* cl. VII-Dremceanu M. Florin (2566—8, 80, 4, 7, 606, 8), Nilă Ovidiu (2566—8, 80, 4, 7, 605, 6, 8), Moldoveanu Virginia (2568, 80, 1, 4, 6, 7, 605—9), cl. VIII Boja Gh. (2570, 80—2, 4, 6, 7, 94), *L. 1* cl. XI Adam Mircea (7733, 44, 8, 75, 96, 820, 23—5, 39, 67, 25, 93), Balla Ioan (7719, 21—3, 8, 40, 1, 44, 6, 55, 62, 65), Chirilă Flores (7729, 32, 3, 41, 4, 51, 86, 9, 820, 1, 3, 4, 7, 9), Kuligovski Iosif (7728, 9, 32, 42, 49, 51, 86, 9, 820, 4, 32), Volintir Petre (7729, 32, 3, 5, 44, 9, 56, 820, 1, 4, 7, 9), L. 2 cl. VII Zabb Mia (2560, 73, 7—80, 4, 606), cl. IX Cirea Mircea (2579, 2, 91, 63, 7726, 33, 827—30, 35, 7, 8), cl. XI Corina Ioan (7820, 1, 37, 8, 40, 2, 5, 9, 51, 85, 92, 3), Iacobici Mircea (7770, 820, 38, 40, 5, 9, 51, 78, 84, 5, 92, 3), Vămășiu Radu (7820, 1, 3, 4, 5, 7, 9, 30, 3, 40, 4, 5, 9, 51, 67, 72, 4—6, 8, 9, 83, 5, 93), *L. 4* cl. VI Vlug Reinhardt (2567, 73—8, 96—600, 2, 6, 13—5, 8—20), cl. X Francz Adalbert (7727, 9, 31, 3—5, 44, 82, 3, 5, 6, 91, 827, 9), Hirsche Ladislau (7731, 3, 4, 49, 83, 5—7, 91, 827, 9, 34, 79, 85), Hubert Kalharine (7726—8, 31, 2, 85, 7, 90, 1, 827, 8, 30, 4), cl. XI Aciocîrlănoaie Florin (7727, 9, 33, 5, 8, 41, 3, 4, 59, 812, 21, 4, 5, 7, 30, 1, 40, 5, 9, 51).

BABA ANA (Ploiești). *S.g.* cl. VII Aldea Georgeta, Blăgoi Rodica, David Ioana, Gavrilă Maria, Pișcoci Marieta (2573, 4, 8, 80, 4, 6, 99, 607), Petre Ana (2573, 4, 80, 4, 6, 91, 9, 607), cl. VIII Moise Vena ,Simon Ana și Stoica Florica (2573, 4, 8, 80, 4, 6, 99, 607).

BACĂU. *S.g. 5* cl. VI Cristea Dan (2573, 4, 7—9, 81, 2, 6—8, 94, 7—62, 4—6), cl. VII Mocanu Alexanda (2560, 8, 73, 5, 7—80, 4, 600, 1, 6, 8), cl. VIII Anorache Gabriela (2560, 4, 7—9, 72—7), Cîrlan Carmen (2560, 2, 4, 7—9, 73, 4), Cociorvei Victor (2560, 1, 3, 4, 73, 4, 6, 9), *L.1* cl. IX Tofan Ion (2570—2, 91, 4, 5, 609; 7726—30) cl. X Sofronie Gh. (7726, 7, 9, 32, 3, 44, 88, 827, 30, 1, 4, 5), *L.3* cl. X Elisei Adriana (7726, 9, 88, 827—30, 7, 74, 8, 9, 85), Severin Florin (7726, 7, 88, 827—30, 5, 74, 6, 8, 9, 85), Geangu Ctin 7726, 7, 88, 827—30, 5, 74, 6, 8, 9, 85), *L.4* cl. IX Faibis Aurel (2570, 2, 9, 93, 609, 12, 27; 7726, 7, 85, 27, 8).

BAIA DE ARAMĂ. *L.1* cl. X Raicu Ion (7785, 6, 9, 92, 827—35, 7), Rodeanu Ion (7726, 7, 9, 32, 3, 827, 8, 30—3, 5, 7).

BAIA MARE. *S.g. 3* cl. VIII Ardeleanu Gh. (2560, 1, 4, 6, 8—72), Birsan St. (2560, 1, 4, 9, 70, 3, 7—9), Gavrilescu Liviu 2560, 1, 4, 8, 9, 70, 3, 7, 9). Martin Alexandru (2560, 1, 8, 9, 73, 7—80), Morgoș Viorica (2560, 1, 4, 8—70, 3, 7—9), Mureșan Aurelia (2560, 8, 9, 73, 7—9, 81, 2), *L.1* cl. X Avram Maria (2726—9), 36, 44, 827, 9, 30, 4, 5, 8), cl. XI Ormezei Elisabeta (7726, 30, 2, 5, 44, 82, 3, 827, 35, 74, 6, 8, 9), *L.3* cl. VII Pop Felicia (2560, 1, 4, 8, 9, 73, 4, 6, 7, 80), cl. IX Cuc Mihaela (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 11; 7726, 7, 827, 9, 30, 5).

BALDOVINEȘTI (Oltenia). *S.g.1* cl. VIII Andrei Dumitru (2560, 4, 7—72).

BALȘ (Oltenia). *S.g. 1* cl. VII Popescu Geta (3560, 6—72), *S.g. 2* cl. VII Voiculescu Luminița (2576—9, 81, 4, 94, 604, 6), cl. XI Băduț Gh. (7733, 5, 44, 8, 65, 70, 82, 3, 821, 4, 5, 40, 2, 3, 51).

BALCEȘTI (Oltenia) *L.1* cl. X Marinică Ion (7730, 1, 5, 6, 43, 4, 53, 808, 27, 8, 30, 2, 4, 5, 75), cl. XI Zidăroiu Nistor (7719, 26, 7, 30, 5, 6, 44, 50, 63, 9, 70, 4, 80, 3, 811, 9—21, 3, 4, 37, 49, 51).

* ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES * DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLYÁNAK 1883

1967 MAR 9

BECHET (Oltenia), *L.1.* cl. IX Ştefănescu Marian (2570, 2, 91, 4, 5, 609; 7726, 9, 33, 85, 827—9, 33), cl. X Cojocaru Ion (7726, 7, 9, 33, 5, 6, 42—4, 60, 3, 827, 8, 32).

BELCEŞTI (Iaşi). *L.2* cl. XI Olaru Aurel (7726, 33, 6, 40, 4, 6, 8, 51, 85, 820, 1, 3—5, 7, 9, 30, 35).

BERŢEA (Ploieşti), *S.g. 2* cl. VI Bucur Elena (2560, 1, 4, 73, 4, 97, 600, 4), Moraru Luca (2560, 4, 73, 4, 7, 8, 96, 600, 4), vl. VIII Căldura Mariana (2560, 1, 4, 74, 97, 8, 600, 1, 8, 11), Costache Ctin (2574, 80, 98, 9, 600, 6, 8, 11), Ionică Ion (2561, 4, 97, 8, 600, 6, 7, 11), Neagu Constanţa (2560, 1, 4, 7, 9, 72, 97—600, 4, 6, 8), Niţescu Ştefan (2561, 74, 98, 600, 6, 8, 11), Sincă Gh. (2561, 74, 98—600, 6, 8, 11), Zaharia Gh. (2572, 97, 8, 600, 2, 4, 6, 11).

BICAZ (Bacău). *L.1.* cl. VII Albu Lucian (2568, 8, 76—81, 9), Olaru Mihail (2568, 76—81, 4), Pricop Maria (2576—82, 4), cl. IX Dumitraşcu Laurenţiu (2609, 27, 8, 30; 7726, 9, 827, 8, 30, 2, 4, 74, 8, 9), Colceriu Alexandru (7726, 7, 9, 33, 827, 9, 30, 2, 4, 7, 42, 5), Manolache Florin (7726, 9, 827—30, 4, 6, 7, 74, 8, 9).

BISTRIŢA (Cluj). Absolvent Verveagă T. (7726—30, 2, 5, 40, 1, 4, 73, 82, 3), *L.1* cl. IX Fucă Tomescu M. (2557, 8; 7674—8, 83, 4, 6, 90) 3), cl. X Drăgan Viorica (7726, 7, 9, 33, 5, 82, 827, 9—32, 4, 5, 78), Glica Lucius (7726, 7, 9, 32, 3, 5, 36, 44, 65, 85, 9, 90, 827, 30), Hecht Anton (7726, 7, 9, 33, 5, 44, 6, 82, 3, 5—7), Lucaci Pavel (7729, 33, 5, 82, 3, 824, 7, 9, 31, 4, 5, 8, 9), Pop Eugen (7729, 33, 5, 44, 6, 82, 3, 5—7, 827, 9—31), Roivan Gh. (7726, 7, 9, 32, 3, 5, 6, 44, 65, 85, 9, 90, 827, 30), Timofte Corneliu (7782, 5, 6, 8, 9, 91, 820, 1, 3—5, 7—31, 5, 42), cl. IX Cotoc Ioan (7726, 7, 9, 32, 3, 5, 40, 4, 6, 8, 65, 70, 81, 90), Nagy Alexandru (7726, 7, 9, 33, 5, 6, 44, 6, 8, 9, 51, 5, 605, 70, 89), Vădan Ioan (7727—9, 32, 7, 9, 40, 8, 60, 4, 70, 90).

BÎRLAD. *S.g. 2* cl. VIII Dediu Petrache (2577, 8, 82, 98, 608, 15, 32, 7), *S.g. 4* cl. VI Debitu Mihai (2573—9, 96, 7, 600, 4), Stan Marin (2560, 4, 8, 9, 73, 4, 9, 90, 4), *L.1* cl. IX Crăiţa Violeta (2570, 2, 91, 4, 5, 609; 7726, 7, 9, 827, 9, 30, cl. X Birlan Gabriela (7726—9, 32, 3, 5, 824, 7, 9, 30, 5, 7), Popescu Luiza (7726—9, 32, 3, 5, 44, 827—30, 4, 5, 7).

ERATĂ: La pag. 7 rîndul 19 în loc de 6 aprilie se va scrie 16 aprilie.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme pregătiţi şi concursul de matematică 1967.

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 30—40 soluţii bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluţii şi la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimile trei numere apărute în G.M.B. *Problemele rezolvate* vor fi expediate în cursul unei luni şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate şi citeţ semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunţaţi în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puţin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Orice elev poate trimite soluţii şi la probleme din clasa precedentă.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G. M. B., unui coleg care să devină un nou abonat.

Tirajul fiind limitat, G.M.-B se trimite mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată. Preţul este de 2 lei exemplarul.

Abonamentele se pot face prin oficiile poştale locale. Pentru 12 numere 24 lei.

I.P. „Informaţia" — c. 4255

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — martie 1967

3

MUSZAKI EGYETEM

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B

Anul XVIII, nr. 3 — martie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Observaţii asupra rezolvării problemelor date la VIII-a Olimpiadă internaţională de T. Roman şi Z. Bogdanov . . .	97
2. Note matematice de Petre Farkaş, Dan Voiculescu, Dan Brînzei, Gavrilă Şerban, Ion Cojocaru	105
3. Premiile Gazetei matematice seria B pe anul 1966	115
4. Probleme rezolvate (7341, 7345, 7346, 7347, 7349. 7350) . . .	116
5. Chestiuni de examen (8038—8094)	123
6. Probleme propuse (8095—8130)	131
7. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E:2669—2689)	136
8. Poşta redacţiei	140
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	140

ANUL XVIII 3 martie

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.* profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Tene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus

GAZETA MATEMATICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

SERIA B

Anul XVIII, nr. 3 martie 1967

OSZTÁSOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1863

OBSERVAȚII ASUPRA PROBLEMELOR DATE LA A VII-a OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ, 1966

de *T. ROMAN* și *Z. BOGDANOV*

După obiceiul instaurat la Gazeta matematică seria B, se publică mai jos problemele date la olimpiada internațională din iulie 1966, însoțite fiecare de cel puțin două soluții și observații privitoare la meritele și lipsurile membrilor echipei noastre.

Problema I-a (7762)

La un concurs de matematică au fost date trei probleme A, B, C. Dintre participanții la concurs, 25 de elevi au rezolvat cel puțin o problemă. Dintre elevii care n-au rezolvat problema A, numărul celor care au rezolvat problema B a fost dublul numărului acelora care au rezolvat problema C. Numărul elevilor care au rezolvat numai problema A depășește cu o unitate numărul celorlalți elevi care au rezolvat problema A. Dintre elevii care au rezolvat numai o problemă, jumătate nu au rezolvat problema A. Câți elevi au rezolvat numai problema B?

Soluția I-a (dată cu unele variante sau lipsuri de *P. Farcaș*, *B. Lungulescu*, *E. Popa*, *D. Ralescu*, *D. Voiculescu*).

Se notează cu a, b respectiv c numărul concurenților care au rezolvat numai problema A, B respectiv C, cu (ab), (bc), (ca) numărul celor care au rezolvat numai cîte 2 probleme, ia cu (abc) numărul celor ce-au rezolvat toate problemele. Datele problemei conduc la următoarele ecuații:

$$a + b + c + (ab) + (bc) + (ca) + (abc) = 25 \tag{1}$$

$$b + (bc) = 2[c + (bc)] \tag{2}$$

$$a = 1 + (ab) + (ac) + (abc) \tag{3}$$

$$a = b + c \tag{4}$$

Din ecuațiile (1), (3) și (4) rezultă

$$3a + (bc) = 26 \tag{5}$$

Adunînd termen cu termen ecuațiile (1), (2), (3) și scăzînd (4) se obține

$$a + 3b = 26 \tag{6}$$

Din (5) rezultă

$$3a < 26 \quad \text{sau} \quad a \leqslant 8 \tag{7}$$

Combinînd relațiile (6) și (7) se deduce

$$3b \geqslant 26 - 8 \quad \text{sau} \quad b \geqslant 6 \tag{8}$$

Prin eliminarea lui a între relațiile (5) și (6) se obține

$$9b - (bc) = 52$$

care împreună cu (2) scrisă sub forma

$$(bc) = b - 2c \tag{2'}$$

conduce la

$$8b + 2c = 52 \quad \text{sau} \quad 2b < 13 \tag{9}$$

Din compararea inegalităților (8) și (9) rezultă:

$$b = 6.$$

Soluția II (dată cu unele variante sau lipsuri de *A. Bădescu* și *N. Manolache*).

Se notează cu x numărul celor care au rezolvat cel puțin o problemă fără să fi rezolvat problema A. Au rezolvat problema A: $(25 - x)$ elevi; din condiția a treia se deduce că au rezolvat numai problema A: $\left(13 - \frac{x}{2}\right)$ elevi iar numărul celor ce au rezolvat odată cu A și alte probleme este $\left(12 - \frac{x}{2}\right)$.

Din condiția a patra a problemei rezultă că au rezolvat numai problema B sau C: $\left(13 - \frac{x}{2}\right)$ elevi în total. Așa dar au rezolvat atît problema B cît și C (fără a fi rezolvat și A):

$$x - \left(13 - \frac{x}{2}\right) = \frac{3x}{2} - 13 \text{ elevi} \tag{10}$$

Notînd cu y numărul elevilor ce au rezolvat problema C (fără să fi rezolvat pe A), rezultă din condiția a doua că numărul celor ce au rezolvat B (fără să fi rezolvat A) este $2y$. Suma acestor două numere este însă suma dintre numărul celor ce nu au rezolvat problema A (rezolvînd cel puțin o problemă) și numărul celor ce au rezolvat B și C (fără a rezolva A) adică

$$3y = x + \frac{3x}{2} - 13$$

de unde

$$y = \frac{5x - 26}{6} = x - 4 - \frac{x + 2}{6}$$

Numărul z al celor ce-au rezolvat numai problema C este inferior lui y cu numărul celor ce-au rezolvat și B și C (fără a rezolva A) adică

$$z = y - \left(\frac{3x}{2} - 13\right) = \frac{5x-26}{6} - \frac{3x-26}{2} = \frac{26-2x}{3} \tag{12}$$

Din relația (10) rezultă

$$3x - 26 > 0 \text{ sau } x < 8$$

ar din (12) $\qquad 26 - 2x \geqslant 0 \text{ sau } x \leqslant 13.$

Din relația (11) se deduce că $x + 2$ trebuie să fie un multiplu a lui 6. Așadar $x = 10$ și deci $y = 4$. Din notațiile introduse rezultă imediat că numărul elevilor ce au rezolvat numai problema B este $x - y = 6$.

Observații.

1. Sistemul de ecuații (1) — (4) admite soluția :

$$a = 8,\ b = 6,\ c = 2,\ (bc) = 2,\ (ab) + (ac) + (abc) = 7.$$

(S-ar putea lua : $(ab) = 1$, $(ac) = 2$, $(abc) = 4$ de exemplu). Aceasta dovedește că problema admite o soluție și că rezultatul $b = 6$ este corespunzător.

2. La prima soluție au fost unele variante : *D. Voiculescu* adună relațiile (2) și (4) și obține

$$a = 3c + (bc)$$

care înlocuită în (5) conduce la

$$9c + 4(bc) = 26 \qquad (13)$$

de unde

$$c < \frac{26}{9}$$

Deoarece $c \leqslant 2$ ecuația (13) nu este verificată în numere întregi decît pentru $c = 2$, iar $(bc) = 2$. Din (2) se deduce $b = 6$;

— *E. Popa* deduce din (6) că 26 (a) este divizibil prin 3 așa că, ținînd seama de (7), nu poate fi decît 2,5 sau 8 iar b poate fi 8, 7, 6. Din (4) rezultă $a > b$, așa că se obține

$$a = 8\ ;\ b = 6.$$

D. Cartianu introduce 9 necunoscute, notînd cu x, y și z numărul elevilor care au rezolvat cîte o problemă, două sau trei, iar cu x_i, $y_i (i = 1, 2, 3)$, 6 coeficienți raționali așa ca să aibe loc relațiile

$$a = x_1 x, \qquad b = x_2 x, \qquad c = x_3 x\ ;$$

$$(bc) = y_1 y, \qquad (ac) = y_2 y, \qquad (ab) = y_3 y.$$

Scrie apoi ecuațiile (1)—(4) în aceste notații, dar relațiile

$$\sum x_i = 1, \qquad \sum y_i = 1$$

nu le scrie exact, așa că nu obține rezultatul căutat.

3. Unii dintre elevii care au dat soluția întîia nu au găsit limitările indicate, mulțumindu-se să rezolve în numere naturale ecuația (6), să elimine din cele 8 soluții găsite, pe cele care nu satisfac condiției $a > b$ deduse din (4) sau condiției $b > 2c$ deduse din (2″). Această metodă mai lungă și care făcea mai puțin apel la utilizarea rațională a tuturor condițiilor problemei a fost considerată inferioară celor date mai sus.

La soluția a doua un elev dă pentru limitarea superioară 24, ceea ce îl conduce la găsirea a 3 valori pentru b.

4. Problema a fost de greutate mijlocie : 50 elevi au obținut cîte 6 puncte, 2 cîte 5 puncte și 4 cîte 4 puncte ; 10 au obținut cîte 0 puncte și 3 cîte un punct.

Elevii noștri au obținut : cinci cîte 6 puncte, unu 5 puncte și unu 3 puncte.

Problema a II-a (7763)

Într-un triunghi ABC, se notează cu α, β respectiv γ măsura unghiurilor BAC, ABC, respectiv BCA iar a respectiv b sînt lungimile laturilor BC, respectiv AC. Să se arate că, dacă are loc relația

$$a + b = \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} (a \operatorname{tg} \alpha + b \operatorname{tg} \beta)$$

atunci triunghiul este isoscel.

Soluția I-a. (cu unele variante, *N. Manolache* și *D. Ralescu* transformă relația dată într-o relație între funcțiile trigonometrice ale unghiurilor).

Pentru ca relația dată să aibe sens, este necesar ca α și β să fie diferiți de $\frac{\pi}{2}$.

Ținînd seama de relația sinusurilor, egalitatea dată devine succesiv :

$$\sin\alpha + \sin\beta = \operatorname{tg}\frac{\gamma}{3}\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin^2\beta}{\cos\beta}\right),$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\cdot\frac{(\cos\alpha + \cos\beta)(1 - \cos\alpha\cos\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

sau

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\cdot\frac{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}(1-\cos\alpha\cos\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}. \qquad (1)$$

Se poate simplifica cu $\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ care nu poate fi nul, căci $\frac{\alpha+\beta}{2} \neq \pi$.

Ținînd seama și de relația

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \qquad (2)$$

relația (1) se poate scrie succesiv

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \operatorname{ctg}\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}.$$

$$\operatorname{tg}^2\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} \qquad (3)$$

Înmulțirea cu $\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$ și împărțirea cu $\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ sînt permise, deoarece acești termeni nu pot fi nuli în condițiile problemei.

Primul membru se poate transforma și (3) devine :

$$\frac{1-\cos(\alpha+\beta)}{1+\cos(\alpha+\beta)} = \frac{1-\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} \qquad (4)$$

Adunînd numărătorii la numitori, proporția (4) dă egalitatea

$$\frac{1-\cos(\alpha+\beta)}{2} = 1 - \cos\alpha\cos\beta,$$

de unde

$$2\cos\alpha\cos\beta = 1 + \cos(\alpha+\beta),$$

$$\cos\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\beta = 1,$$

sau

$$\cos(\alpha-\beta) = 1, \quad \text{care dă soluția} \quad \alpha = \beta,$$

singura posibilă în condițiile problemei. Deci triunghiul ABC este isoscel.

Soluția a II-a (dată cu unele variante de *A. Bădescu* și *B. Lungulescu*). Ținînd seama de relația (2), egalitatea dată devine succesiv:

$$a + b = \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} (a \operatorname{tg} \alpha + b \operatorname{tg} \beta)$$

$$a\left(\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} - \operatorname{tg} \alpha\right) = b\left(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}\right. . \tag{5}$$

Înmulțirea cu $\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}$ este permisă căci în condițiile problemei

$$\frac{\alpha + \beta}{2} \neq 0, \quad \frac{\alpha + \beta}{2} \neq \frac{\pi}{2}.$$

Cu ajutorul formulei care transformă o diferență de tangente într-un produs, relația (5) devine

$$\frac{a \sin \frac{\beta - \alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \alpha} = \frac{b \sin \frac{\beta - \alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \beta}. \tag{1}$$

Din (6) rezultă

1. sau $\sin \frac{\beta - \alpha}{2} = 0$, deci $\alpha = \beta$

2. sau $a \cos \beta = b \cos \alpha$ (7)

Înmulțirea cu $\cos \frac{\alpha + \beta}{2}$, $\cos \alpha$, $\cos \beta$, este permisă în condițiile problemei.

Folosind teorema cosinusului, (7) devine

$$a \cdot \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2ac} = b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

de unde $2(a^2 - b^2) = 0$, adică $a = b$.

Soluția III-a (cu unele variante, *D. Cartianu*, *P. Farcaș*, *E. Popa*, *D. Voiculescu* transformă relația dată într-una echivalentă între lungimile laturilor).

Se folosesc relații de tipul

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ și } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

așa încît relația dată devine succesiv

$$a + b = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} 2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \left(\frac{a}{p(p-a) - (p-b)(p-c)} + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{p(p-b) - (p-a)(p-c)}\right),$$

$$a+b=4(p-a)(p-b)\left(\frac{a}{-a^2+b^2+c^2}+\frac{b}{a^2-b^2+c^2}\right),$$

$$a+b=(-a+b+c)(a-b+c)\frac{a(a^2-b^2)-b(a^2-b^2)+c^2(a+b)}{c^4-(a^2-b^2)^2},$$

$$a+b=\frac{[c^2-(a-b)^2]\,[(a-b)^2+c^2]}{c^2-(a^2-b^2)^2}(a+b). \tag{8}$$

Deoarece relaţia dată are sens numai dacă α şi β sînt diferite de $\frac{\pi}{2}$, rezultă că

$$a^2\neq b^2+c^2 \quad \text{şi} \quad b^2\neq a^2+c^2$$

aşa că numitorul ce apare în relaţia (8) este diferit de zero şi se poate înmulţi cu el. Deoarece $a+b>0$, relaţia (8) se poate simplifica cu $a+b$. Aşa dar, relaţia (8) este echivalentă cu

$$c^4-(a^2-b^2)^2=c^2-(a-b)^2,$$

cu

$$(a-b)^2(a+b)^2=(a-b)^4$$

sau cu

$$(a-b)^2[(a+b-(a-b)^2]=0.$$

Deoarece $(a+b)^2-(a-b)^2=2ab\neq 0$, rezultă că relaţia dată conduce cu necesitate la $a-b=0$.

Observaţii. Cîţiva dintre elevi au observat că propoziţia din anunţ admite şi o reciprocă : dacă $a=b$ relaţia este satisfăcută.

2°. O variantă la soluţia a II-a constă în transformarea relaţiei (6) într-una echivalentă, cu ajutorul relaţiei sinusurilor (după înmulţirea cu $\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\neq 0$) :

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

au

$$\sin\frac{\beta-\alpha}{2}(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)=0$$

care conduce la $\alpha=\beta$.

3. Problema s-a dovedit a fi de dificultate mijlocie ; 48 elevi au obţinut cîte 7 puncte, 5 cîte 6puncte, 12 cîte zero puncte şi cîte 2 cîte 1 şi 2 puncte. Toţi elevii noştri au obţinut maximum de puncte.

Problema a III-a (7764)

Să se arate că suma distanţelor vîrfurilor unui tetraedru regulat de centrul sferei circumscrise este mai mică decît suma distanţelor aceloraşi vîrfuri de oricare alt punct al spaţiului.

Soluţia I (schiţată de *D. Vaiculescu* ; dată cu unele variante de rezolvitorul *I. Dumitrache*, elev Piteşti).

Fie $A_1A_2A_3A_4$ tetraedrul regulat dat 0 centrul sferei circumscrise şi $B_1B_2B_3B_4$ tetraedrul, avînd feţele tangente acestei sfere în vîrfurile

tetraedrului dat. Suma depărtărilor unui punct oarecare M (interior tetraedrului $B_1B_2B_3B_4$ sau situat pe feţele sale) de feţele acestui tetradedru este constantă. În adevăr, tetraedrul regulat $B_1B_2B_3B_4$ se descompune

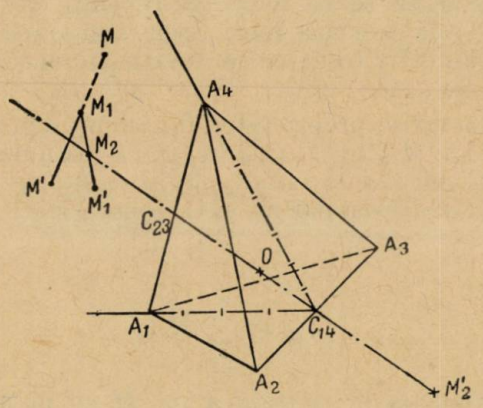


Fig. 1

în 4 tetraedre [avînd vîrful comun în M şi ca baze feţele $B_1B_2B_3$ etc. Notînd cu V volumul tetraedrului $B_1B_2B_3B_4$ şi cu M_i $(i = 1, 2, 3, 4,)$ proecţiile lui M pe feţele acestuia, rezultă egalitatea

$$V = \frac{1}{3} a \sum_{i=1}^{4} MM_i$$

unde s-a notat că a aria uneia dintre feţe. Aşa dar

$$\sum_{i=1}^{4} MM_i = \frac{3V}{a}$$

şi deci este constantă. Dacă în particular M este în O,

$$\sum_{i=1}^{4} MM_i = \sum_{i=1}^{4} OA_i . \qquad (1)$$

S-au notat punctele astfel încît M_1 şi A_1 sînt situate pe planul $B_2B_3B_4$ etc. Deoarece MM_1 este perpendicular pe planul $B_2B_3B_4$ etc., rezultă inegalităţile :

$$MA_i \geqslant MM_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (2)$$

Semnul $=$ nu poate fi luat simultan în toate aceste relaţii decît dacă M ar coincide cu O. Adunînd cele 4 inegalităţi (2) termen cu termen se obţine

$$\sum_{i=1}^{4} MA_i > \sum_{i=1}^{4} MM_i$$

şi ţinînd seama de (1)

$$\sum_{i=1}^{4} MA_i > \sum_{i=1}^{4} OA_i \qquad (3)$$

Dacă punctul M' este situat în afara tetraedrului $B_1B_2B_3B_4$, atunci $\Sigma M'A_i > \Sigma MA_i$ și deci cu atît mai mult $\Sigma M'A_i > \Sigma OA_i$.

Soluția II-a(după cea a autorului problemei).

În cele ce urmează se va folosi de repetate ori proprietatea (T): lungimea unei mediane este mai mică decît semi suma lungimilor laturilor ce pornesc din același vîrf (ceea ce se dovedește imediat cu ajutorul unui paralelogram).

Pentru a demonstra proprietatea din enunțul problemei se consideră succesiv pozițiile lui M (fig. 1): a) în afara planului median $A_1A_4C_{34}$ (de exemplu) al tetraedrului $A_1A_2A_3A_4$; b) în acest plan, dar nu pe mediana $C_{14}C_{23}$; c) pe această mediană dar nu în O, centrul sferei circumscrise tetraedrului dat.

Se va nota

$$S_M = \sum_{i=1}^{4} MA_i$$

a) Fie M_1 proiecția ortogonală a lui M pe planul median $A_1A_4C_{14}$ și M' simetricul lui M față de acest plan. Proprietatea (T) în triunghiurile A_iMM' conduce la inegalitățile

$$M_1A_i < \frac{1}{2}(MA_i + M'A_i) \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

Însumînd aceste 4 inegalități termen cu termen se obține

$$S_{M_1} < \frac{1}{2}(S_M + S_{M'}). \tag{4}$$

Pe baza simetriei față de planul median se pot scrie egalitățile

$$MA_1 = M'A_1,\ MA_2 = M'A_3,\ MA_3 = M'A_2,\ MA_4 = M'A_4$$

așa încît

$$S_M = S_{M'} \qquad \text{și deci} \qquad S_{M_1} < S_M. \tag{4'}$$

b) Fie M_2 proiecția punctului M_1 pe mediana $C_{14}C_{23}$ și M_1' simetricul lui M_1 față de această mediană.

Aplicînd proprietatea (T) în triunghiurile $A_iM_1M_1'$ se obțin relațiile

$$M_2A_i < \frac{1}{2}(M_1A_i + M_1'A_i) \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

Însumînd aceste 4 inegalități termen cu termen se obține

$$S_{M_2} < \frac{1}{2}(S_{M_1} + S_{M_1'}) \tag{5}$$

Pe baza simetriei se pot scrie egalități ca mai sus, așa că rezultă

$$S_{M_1} = S_{M_1'}$$

și deci

$$S_{M_2} < S_{M_1}. \tag{5'}$$

c) Se vede îndată că O se află pe $C_{14}\,C_{23}$. Fie M_2' simetricul lui M_2 față de O. Aplicînd proprietatea (T) în triunghiurile $A_iM_2M_2'$ se obțin relațiile :

$$OA_i < \frac{1}{2}\,(M_2A_i + M_2'A_i) \qquad (i = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

care însumate termen cu termen conduc la

$$S_0 < \frac{1}{2}\,(S_{M_2} + S_{M_2'}) \tag{6}$$

Pe baza simetriei se deduce că $S_{M_2} = S_{M_2'}$ așa încît $S_0 < S_{M_2}$. (6′)

Din relațiile (4′) (5′), (6′) rezultă

$$S_0 < S_{M_2} < S_{M_1} < S_M$$

Așadar, oriunde ar fi situat $M \neq O$,

$$S_0 < S_M$$

Observație. Această problemă s-a dovedit cea mai dificilă : numai 20 elevi au fost notați cu cîte 7 puncte, 4 cu cîte 6 puncte, iar alții 20 cu zero punte, 5 cu cîte 1 punct etc.

NOTE MATEMATICE

11. Generalizarea problemei 6500

La cea de a VI-a O.I.M. de la Moscova, 1964 s-a propus următoarea problemă : 17 oameni de știință sînt în corespondență, fiecare cu ceilalți 16. Corespondența lor se referă la trei subiecte diferite ; doi savanți oarecare au un singur subiect de corespondență. Să se demonstreze că cel puțin trei savanți au același subiect de corespondență.

Generalizare. Un anumit număr de oameni de știință se află în corespondență, fiecare cu toți ceilalți. Corespondența lor se referă la p subiecte ; doi savanți oarecare au un singur subiect de corespondență. Să se determine un număr necesar și suficent de mare de savanți pentru a putea afirma existența cel puțin a unui grup de k savanți care au același subiect de corespondență.

Vom nota numărul oamenilor de știință cu n.

Observăm, în primul rînd, că dacă un anumit savant se afla în corespondență asupra fiecărui subiect cu cîte $n-1$ alți savanți, atunci în această corespondență participă de o parte un savant, iar pe de altă parte $p(n-1)$ savanți, deci în total $p(n-1)+1$ savanți. De aici rezultă că dacă $p(n-1)+2$ savanți corespondează asupra a p subiecte, atunci trebuie să existe cel puțin un subiect asupra căruia un anumit savant corespondează cu cel puțin n savanți.

În consecință condiția suficientă și necesară ca într-un colectiv de savanți care se află în corespondență asupra a p subiecte, un membru să se afle cu necesitate în corespondență cel puțin asupra unui subiect cu cel puțin n membri, este ca numărul corespondenților să fie

$$N \geqslant (n-1)p + 2 \tag{1}.$$

În continuare pentru rezolvarea problemei procedăm prin inducție.

a) Stabilim un număr necesar și suficient de mare de oameni de știință ca să existe cel puțin un grup de patru savanți cu același subiect, numărul subiectelor fiind tot trei.

Știm că dacă numărul savanților este 17, atunci există un grup de trei savanți care au același subiect de corespondență (G.M.-B, nr. 4 din 1965 pag. 149). Se poate verifica ușor că dacă numărul savanților este mai mic decît 17, grupul de trei savanți cu același subiect de corespondență, nu apare cu necesitate.

Pentru a putea afirma că un anumit savant, se află în corespondență cu un grup de trei savanți care au același subiect, este necesar ca acest savant să fie în corespondența asupra unui subiect cu cel puțin 17 savanți și aceasta are loc cu necesitate pe baza formulei (1) dacă numărul total al savanților este cel puțin $3(17-1)+2=50$.

Cu aceasta însă problema propusă nu este rezolvată, deoarece subiectul asupra căruia savantul respectiv se află în corespondență cu grupul de trei savanți, de exemplu subiectul a_1, poate fi diferit de subiectul asupra căruia cei trei savanți se află în corespondență între ei, acest subiect putînd fi subiectul a_2 sau a_3. Este deci necesară participarea unui corespondent care se află în corespondență în legătură cu subiectul a_2 cu grupul de 50 savanți. Aceasta are loc dacă numărul corespondenților este $3(50-1)+2=149$.

În fine, pentru a asigura coincidența subiectelor și în cazul cînd grupul de trei savanți ar avea subiectul a_3, este suficient să existe un corespondent care face corespondența cu toți cei 149 de savanți asupra subiectului a_3. Aceasta are loc cu siguranța dacă numărul corespondenților este egal cu $3(149-1)+2=446$. În concluzie $n_{4,3}=\{[(17-1)3+2-1]3+2-1\}3+2=446$.

Numărul subiectelor fiind trei, dacă se cunoaște $n_{k-1,3}$ adică un număr suficient de corespondenți ca să existe cel puțin un grup de $k-1$ corespondenți cu același subiect, atunci, reluînd raționamentul de mai sus, putem scrie:

$$n_{k,3}=\{[(n_{k-1,3}-1)3+2-1]3+2-1\}3+2$$

adică

$$n_{k,3}=27n_{k-1,3}-13$$

Această relație se mai poate scrie:

$$n_{k,3}=\frac{1}{2}+27\left(n_{k-1,3}-\frac{1}{2}\right)$$

deci $n_{k,3}-\frac{1}{2}$ este termenul de rang $k-2$ în progresia geometrică cu primul termen egal cu $n_{3,3}-\frac{1}{2}$ și cu rația 27.

Rezultă că

$$n_{k,3}-\frac{1}{2}=27^{k-3}\left(n_{3,3}-\frac{1}{2}\right)$$

sau, fiindcă $n_{3,3} = 17$, avem după un calcul simplu

$$n_{k,3} = \frac{33.27^{k-3}+1}{2}. \qquad (2)$$

Această formulă ne dă N necesar și suficient de mare de savanți, deoarece am pornit de la $n_{3,3} = 17$ și formula (1) care sînt necesare și suficiente.

b) Pornind tot de la numărul $n_{3,3}$, ne propunem să determinăm un număr suficient de mare de savanți ca să existe cel puțin un grup de trei corespondenți cu același subiect, numărul subiectelor fiind patru, adică vom determina numărul $n_{3,4}$.

Problema este rezolvată dacă un anumit savant se află în corespondență asupra unui subiect, de exemplu subiectul a_4, cu cel puțin 17 corespondenți. Într-adevăr, dacă între cei 17 corespondenți există doi care au ca temă subiectul a_4, atunci grupul de trei corespondenți cu același subiect este format. Dacă toți cei 17 corespondenți au între ei subiecte diferite de a_4, grupul de trei corespondenți există pentru că $n_{3,3} = 17$. Este deci necesar și suficient pe baza relației (1), ca numărul savanților să fie $(17 - 1)4 + 2 = 66$.

Repetînd raționamentul, se obține formula de recurență:

$$n_{3,p} = (n_{3,p-1} - 1)p + 2$$

Această relație se mai poate scrie

$$n_{3,p} - 1 = (n_{3,p-1} - 1)p + 1$$

sau dacă notăm $n_{3,p} - 1 = m_p$, avem

$$m_p = m_{p-1}.p + 1$$

de unde

$$\frac{m_p}{p!} = \frac{m_{p-1}}{p-1} + \frac{1}{p!}$$

Făcînd suma termenilor din fiecare membru de la indicele 4 pînă la p, avem

$$\sum_{i=4}^{p} \frac{m_i}{i!} = \sum_{i=4}^{p} \frac{m_{i-1}}{(i-1)!} + \sum_{i=4}^{p} \frac{1}{i!}$$

de unde prin reducerea termenilor asemenea obținem

$$\frac{m_p}{p!} = \frac{m_3}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \ldots + \frac{1}{p!}$$

Însă

$$\frac{m_3}{3!} = \frac{n_{3,3}-1}{3!} = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!}$$

deci

$$m_p = p!\left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{p!}\right)$$

și în fine

$$n_{3,p} = 1 + p!\left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{p!}\right) \qquad (3)$$

Deoarece am pornit de la $n_{3,3} = 17$ și am folosit formula (1) care sînt necesare și suficiente, și relația (3) este necesară și suficientă, adică pentru $N \geqslant n_{3,p}$ dat de formula (3) se formează cel puțin un grup de trei corespondenți care au același subiect din p subiecte.

c) Încheiem rezolvarea problemei propuse cu determinarea lui $n_{k,p}$.

Reluînd raționamentul de la punctul a) se vede nemijlocit că trecerea de la $n_{3,p}$ la $n_{4,p}$ se face prin aplicarea de p ori a formulei (1) asupra lui $n_{3,p}$ și a rezultatelor obținute succesiv.

Deci

$$n_{4,p} = (\ldots(((n_{3,p} - 1)_1 p + 2 - 1)_2 p + 2 - 1)_3 \ldots)_p p + 2$$

(p paranteze).

Această relație se mai poate scrie

$$n_{4,p} = (\ldots(n_{3,p} - 1)_1 \; p + 1)_2 + \ldots)_p \, p + 2$$

(p paranteze).

Deoarece trecerea de la $n_{4,p}$ la $n_{5,p}$ se face cu ajutorul aceluiași procedeu aplicat lui $n_{4,p}$, trecerea de la $n_{3,p}$ la $n_{5,p}$ se poate realiza direct aplicînd formula (1) de $2.p$ ori. În sfîrșit, expresia lui $n_{k,p}$ se obține repetînd operația dată prin formula (1) de $(k - 3)$ p ori:

$$n_{k,p} = (\ldots(((n_{3,3} - 1)_1 p + 1)_2 p + 1)_3 (\ldots)_{k-3} \, p + 2.$$

($k - 3$)p paranteze)

Desfăcînd parantezele obținem

$$n_{k,p} = (n_{3,p} - 1)p^{(k-3)p} + p^{(k-3)p-1} + p^{(k-3)p-2} + \ldots + p^2 + p + 2$$

sau

$$n_{k,p} = (n_{3,p} - 1)p^{(k-3)p} + \frac{p^{(k-3)p} - 1}{p - 1} + 1$$

Înlocuind pe $n_{3,p}$ cu valoarea dată de expresia (3), avem

$$n_{k,p} = p! \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{p!}\right) p^{(k-3)p} + \frac{p^{(k-3)p} - 1}{p - 1} + 1 \quad (4)$$

Petru Farkaș, absolvent Cluj

12. Generalizarea problemei 7349

Fie f o funcție convexă pe un interval $[a, b]$ al dreptei reale, adică oricare ar fi $x, y \in [a, b]$ și $\alpha \in [0,1]$, avem:

$$f[\alpha x + (1 - \alpha)y] \leqslant \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y) \quad (1)$$

Vom arăta că pentru:

$$a \leqslant x_1 < x_2 < \ldots < x_n \leqslant b$$

are loc inegalitatea:

$$(x_2 - x_1)[f(x_1) + f(x_2)] + (x_3 - x_2)[f(x_2) + f(x_3)] + \ldots + (x_n - x_{n-1})$$
$$[f(x_{n-1}) + f(x_n)] \leqslant (x_n - x_1)[f(x_1) + f(x_n)] \quad (2)$$

Din (1) avem:

$$f(x_k) \leqslant \frac{(x_k - x_1)f(x_n) + (x_n - x_k)f(x_1)}{x_n - x_1}$$

Rezultă de aici inegalitățile:

$$(x_{k+1} - x_k)[f(x_k) + f(x_{k+1})] \leqslant$$

$$\leqslant \frac{(x_{k+1}^2 - x_k^2)[f(x_n) - f(x_1)] + [2x_n f(x_1) - 2x_1 f(x_n)](x_{k+1} - x_k)}{x_n - x_1}, \qquad (3)$$

$(k = 1, 2, \ldots, n-1)$.

Dacă notăm cu A membrul întîi al inegalității (2), inegalitatea rezultată din adunarea inegalităților (3) se poate scrie:

$$A \leqslant \frac{(x_n^1 - x_1^2)[f(x_n) - f(x_1)] + [2x_n f(x_1) - 2x_1 f(x_n)](x_n - x_1)}{x_n - x_1} =$$

$$= (x_1 + x_n)[f(x_n) - f(x_1)] + 2x_n f(x_1) - 2x_1 f(x_n) = (x_n - x_1)[f(x_1) + f(x_n)].$$

Am ajuns astfel tocmai la inegalitatea (2). Pentru funcții strict convexe semnul $\leqslant$ poate fi înlocuit prin $<$. Obținem în particular pentru $f(x) = x^m (m \geqslant 2,\ x \geqslant 0)$ inegalitatea din problema 7349.

Dan Voiculescu, elev București

13. În legătură cu problema nr. 7350 din G.M.—B

O ramură în plină dezvoltare a geometriei este geometria corpurilor convexe. În cadrul acestei ramuri, pentru uniformizarea unor rezultate, se consideră printre poliedrele convexe și o clasă de poliedre „turtite", care au numai două fețe lipite între ele. Studiul geometric al acestui gen de poliedre revine în fond la găsirea unui drum minim între două puncte arbitrare de pe fețele sale. Această chestiune constituie originea problemei menționate și a notei de față, dar formularea și metodele ce le vom folosi vor fi cele specifice geometriei plane. Problema amintită constituie un studiu în acest gen al unui triunghi; aici ne propunem analizarea din același punct de vedere a unui patrat.

Fie dat un patrat $A_1A_2A_3A_4$ și două puncte M și N în interiorul său. Ne propunem studierea existenței și unicității unui drum minim între aceste puncte care să aibă un punct comun cu una din laturile pătratului. Să presupunem pentru început că acest punct P aparține laturii A_3A_4 de exemplu. După cum se știe drumul minim MPN are aceeași lungime cu segmentul NM_3, unde M_3 este simetricul lui M față de latura A_3A_4, iar P este coliniar cu N și M_3*). Problema s-a redus astfel la aceea a existenței și unicității minimului distanțelor NM_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Problema existenței acestui minim este banală. Pentru a stabili dacă N este mai apropiat sau nu de M_i decît de M_j trebuie să vedem de ce parte se află N față de mediatoarea segmentului M_iM_j. Se găsesc astfel 6 media-

*) Observînd că $\sphericalangle A_1PN = \sphericalangle A_3PM$ putem interpreta problema în legătură cu jocul de biliard sau cu reflexia luminii.

toare dintre care 4 trec prin vîrfuri iar 2 sînt paralele cu laturile. Aceste mediatoare sînt cîte 3 concurente, ca mediatoare ale laturilor unui triunghi (vezi figura 1). Se observă uşor că $\sphericalangle CA_3A_2 = \sphericalangle MM_2A_3 = \sphericalangle MA_3A_4$ şi alte relaţii analoage. Vom presupune în continuare că M este interior

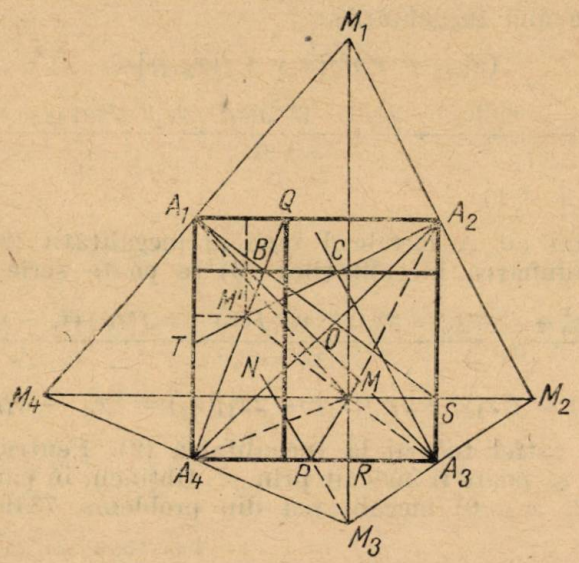


Fig. 1

triunghiului OA_3A_4, unde O este centrul patratului. Folosind egalităţile găsite între unghiuri se stabileşte uşor că mediatoarea A_1S este interioară unghiului $A_3A_1A_2$, iar mediatoarea A_4Q este interioară unghiului $A_1A_4A_2$.

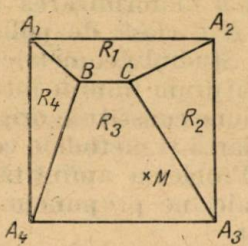


Fig- 2

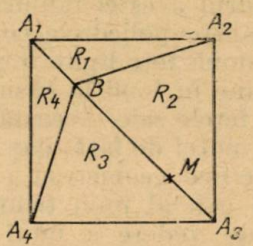


Fig. 3

Punctul lor de intersecţie, B, va fi prin urmare interior triunghiului A_1OA_2. Se mai observă apoi că mediatoarele A_2P şi A_4Q se intersectează în M', simetricul lui M faţă de diagonala A_2A_4. Dreapta A_2T tăind laturile A_4A_1 şi A_4B în interior o va tăia pe A_1B în exterior. Cu aceste precizări putem afirma că punctul M fiind fixat (în interiorul triunghiului OA_3A_4) am realizat o împărţire (vezi figura 2) a pătratului în regiuni R_1, R_2, R_3, R_4 astfel încît un punct din interiorul lui R_i este mai apropiat de M_i decît de orice M_j $(j \neq i)$. Cînd punctul M se găseşte pe o diagonală, de exemplu pe A_1A_3, punctele B şi C se confundă cu M' (vezi figura 3). Putem rezuma rezultatele obţinute în următoarele afirmaţii care rezolvă în fond complet problema unicităţii soluţiei.

1) Punctul M fiind fixat și neaparținînd vreunei diagonale, locul geometric al punctelor N pentru care drumul minim MPN nu este unic determinat este format din segmentele A_1B, BC, A_2C, A_3C și A_4B.

2) Dacă M se găsește pe o diagonală, locul menționat al punctului N este format din 4 segmente care unesc vîrfurile pătratului cu simetricul lui M față de O.

3) Pentru orice poziție a punctului M, există o poziție, cel mult două, a punctului N astfel încît să existe 3 drumuri minime MPN.

4) Locul geometric al punctelor M pentru care există un punct N care să poată fi unit cu M prin 4 drumuri minime este format de cele două diagonale ale pătratului.

Facem observația că în cazul unui patrulater oarecare se obțin rezultate analoage, dar tratarea devine cu mult mai anevoioasă.

Dan Brînzei, Iași

14. Generalizarea problemei 6899

În problema nr. 6899 se cerea să se arate că $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3^n} = 3$. În generalizarea de față ne propunem să găsim următoarele sume : $S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}$;

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3^n};\ S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{3^n};\ \ldots;\ S_k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^k}{3^n}$$

Pentru suma S_1 folosim identitatea :

$$\frac{n+1}{3^n} = \frac{n}{3^{n-1}} - 2 \cdot \frac{n}{3^n} + \frac{1}{3^n}$$

Vom pune în locul lui n rînd pe rînd 1, 2, 3, ..., n, ... și vom găsi :

$$\frac{2}{3^1} = \frac{1}{3^0} - 2 \cdot \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^1}$$

$$\frac{3}{3^2} = \frac{2}{3^1} - 2\ \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^2}$$

. . . . . .

$$\frac{n+1}{3^n} = \frac{n}{3^{n-1}} - 2 \cdot \frac{n}{3^n} + \frac{1}{3^n}$$

. . . . . .

Adunînd aceste relații și după ce reducem termenii asemenea, obținem :

$$0 = 1 - S_1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots \right)$$

De aici $S_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Pentru S_2 folosim identitatea :

$$\frac{(n+1)^2}{3^n} = \frac{n^2}{3^{n-1}} - 2\frac{n^2}{3^n} + 2\cdot\frac{n}{3^n} + \frac{1}{3^n}$$

Vom pune în această identitate în locul lui n rînd pe rînd 1, 2, 3, ..., n, ... și vom găsi :

$$\frac{2^2}{3^1} = \frac{1^2}{3^0} - 2\cdot\frac{1^2}{3^1} + 2\cdot\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^1}$$

$$\frac{3^2}{3^2} = \frac{2^2}{3^1} - 2\cdot\frac{2^2}{3^2} + \frac{2\cdot 2}{3^2} + \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{4^2}{3^3} = \frac{3^2}{3^2} - 2\cdot\frac{3^2}{3^3} + \frac{2\cdot 3}{3^3} + \frac{1}{3^3}$$

. . . . . .

$$\frac{(n+1)^2}{3^n} = \frac{n^2}{3^{n-1}} - 2\cdot\frac{n^2}{3^n} + 2\cdot\frac{n}{3^n} + \frac{1}{3^n}$$

. . . . . .

Adunînd aceste relații și după ce reducem termenii asemenea găsim :

$$0 = 1 - S_2 + S_1 + \frac{1}{2}\cdot$$

de unde

$$S_2 = 1 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 3.$$

În general, pentru a afla pe $S_k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^k}{3^n}$, plecăm de la identitatea :

$$\frac{(n+1)^k}{3^n} = \frac{n^k}{3^{n-1}} - 2\cdot\frac{n^k}{3^n} + C_k^1\cdot\frac{n^{k-1}}{3^n} + \ldots + \frac{C_k^{k-1}\cdot n}{3^n} + \frac{1}{3^n}\cdot$$

Vom pune în această identitate în locul lui n rînd pe rînd 1, 2, 3, ..., n, ... și obținem

$$\frac{2^k}{3^1} = \frac{1^k}{3^0} - 2\cdot\frac{1^k}{3^1} + \frac{C_k^1\cdot 1^{k-1}}{3^1} + C_k^2\frac{1^{k-2}}{3^1} + \ldots + C_k^{k-1}\cdot\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{3^k}{3^2} = \frac{2^k}{3^1} - 2\cdot\frac{2^k}{3^2} + C_k^1\cdot\frac{2^{k-1}}{3^2} + C_k^2\cdot\frac{2^{k-2}}{3^2} + \ldots + C_k^{k-1}\cdot\frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{4^k}{3^3} = \frac{3^k}{3^2} - 2\cdot\frac{3^k}{3^3} + C_k^1\cdot\frac{3^{k-1}}{3^3} + C_k^2\cdot\frac{3^{k-2}}{3^3} + \ldots + C_k^{k-1}\cdot\frac{3}{3^3} + \frac{1}{3^3}$$

. . . . . .

$$\frac{(n+1)^k}{3^3} = \frac{n^k}{3^{n-1}} - 2\cdot\frac{n^k}{3^n} + C_k^1\cdot\frac{n^{k-1}}{3^n} + C_k^2\cdot\frac{n^{k-2}}{3^n} + \ldots + C_k^{k-1}\cdot\frac{n}{3^n} + \frac{1}{3^n}$$

. . . . . .

Adunînd aceste relații și după ce reducem termenii asemenea obținem :

$$0 = 1 - S_k = \frac{C_k^1 \cdot S_{k-1}}{2} + \frac{C_k^2 S_{k-2}}{2} + \ldots + \frac{C_k^{k-1} \cdot S_1}{2} + \frac{1}{2};$$

de unde

$$S_k = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}[C_k^1 \cdot S_1 + C_k^2 \cdot S_2 + \cdots + C_k^{k-2} \cdot S_{k-2} + C_k^{k-1} \cdot S_{k-1}]$$

Am obținut astfel o formulă de recurență care ne dă valoarea lui S_k în funcție de toate sumele anterioare, adică de $S_1, S_2, \ldots, S_{k-1}$.

Pentru $k = 1$, $S_1 = \frac{3}{2}$. Pentru $k = 2$, obținem problema 6899,

$$S_2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} = 3.$$

Pentru $k = 3$, $S_3 = \frac{33}{4}$; etc.

Gavrilă C. Șerban elev Buzău

15. Generalizarea problemei 7300

Să se calculeze suma

$$1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k = S_k$$

Soluție.

Considerăm diferența :

$$\Delta U_m = (m+1)^{k+1} - m^{k+1} = m^{k+1} + C_{k+1}^1 m^k + C_{k+1}^2 m^{k-1} + \ldots + 1 -$$
$$- m^{k+1} = C_{k+1}^1 m^k + C_{k+1}^2 m^{k-1} + \ldots + 1$$

Dăm lui m valorile $0, 1, 2, 3, \ldots, n$ și obținem ;

$$1^{k+1} = 1$$
$$2^{k+1} - 1^{k+1} = C_{k+1}^1 1^k + C_{k+1}^2 1^{k-1} + \ldots + 1$$
$$3^{k+1} - 2^{k+1} = C_{k+1}^1 2^k + C_{k+1}^2 2^{k-1} + \ldots + 1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(n+1)^{k+1} - n^{k+1} = C_{k+1}^1 n^k + C_{k+1}^2 n^{k-1} + \ldots + 1$$

Adunînd membru cu membru, avem

$$(n+1)^{k+1} = C_{k+1}^1 S_k + C_{k+1}^2 S_{k-1} + \ldots + C_{k+1}^1 S_1 + n + 1$$

care constituie o relație de recurență între sumele puterilor numerelor naturale.

Pentru $k = 4$ vom obține formula de recurență pentru S_4 adică problema nr. 7300.

$$(n+1)^5 = C_5^1 \cdot S_4 + C_5^2 S_3 + C_5^3 S_2 + C_5^1 S_1 + n + 1$$

Înlocuim pe $S_1 = \frac{n(n+1)}{2}$; $S_2 = \frac{n(n+1)\,(2n+1)}{6}$; $S_3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ în relația găsită și obținem valoarea lui S_4,

$$S_4 = \frac{n(n+1)\,(2n+1)\,(3n^2+3n-1)}{30}.$$

În afară de metoda inducției complete arătăm o altă metodă pentru rezolvarea problemei 7300.

Metoda indiană (geometrică)

Alcătuim următoarea tabelă cu două intrări :

1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3
. . . . .					. . . . . x^3
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	. . . . . x^3

a)

m^3
.
.
.
m^3
$1^3 2^3 3^3 \ldots m^3$

b)

În tabelul a), suma numerelor fiecărei linii este egală cu S_3, iar suma tuturor numerelor tabelei este egală cu nS_3.

Împărțind numerele tabelei în grupe ca în b) observăm că suma numerelor care alcătuiesc grupa m este egală cu :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + m^3 + (m-1)\cdot m^3 = \frac{m^2(m+1)^2}{4} + m^4 - m^3 =$$

$$= \frac{m^4+2m^3+m^2+4m^4-4m^3}{4} = \frac{5m^4}{4} - \frac{m^3}{2} + \frac{m^2}{4}.$$

Suma tuturor numerelor tabelei va fi deci :

$$\frac{5}{4}\sum_{m=1}^{n} m^4 - \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n} m^3 + \frac{1}{4}\sum_{m=1}^{n} m^2 + \frac{5S_4}{4} - \frac{1}{2}S_3 + \frac{1}{4}S_2.$$

Comparînd rezultatele ambelor moduri de sumare, obținem :

$\frac{5}{4}S_4 - \frac{1}{2}S_3 + \frac{1}{4}S_2 = nS_3$ de unde :

$$5S_4 = 4nS_3 + 2S_3 - S_2\,;\; 5S_4 = 2(2n+1)S_3 - S_2.$$

Știm că

$$S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; \quad S_3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

și înlocuim :

$$5S_4 = \frac{2n^2(n+1)^2(2n+1)}{4} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n^2(n+1)^2(2n+1)}{2} -$$

$$- \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{3n^2(n+1)^2(2n+1) - n(n+1)(2n+1)}{6} =$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)[3n(n+1)-1]}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{6}.$$

Ion Cojocaru, profesor com. Orodel (Oltenia)

PREMIILE GAZETEI MATEMATICE SERIA B PE ANUL 1966

Pentru activitatea deosebită depusă de către unii rezolvitori de probleme publicate în volumul al XVII-lea 1966, al Gazetei matematice seria B se acordă următoarele premii și mențiuni :

1. *Lungulescu Bogdan Eugen* cl. X Lic. 1 Pitești, 2. *Manolache Nicolae* cl. X Lic. M. Sadoveanu București, 3. *Stan Emil* cl. XI Lic. 2 Ploiești, 4. *Băluță Constantin* cl. X Filiasi (Oltenia), 5. *Petrescu D, Andrei*, cl. X Lic. 13 Mihai Viteazu, București, 6. *Voiculescu Dan* cl. X, Lic. 21 București, 7. *Vasiliu M. Constantin Ovidiu* cl. XI Li. 1 Ploiești, 8. *Bărcănescu Șerban* cl. X Lic. 12 București, 9. *Simion Andrei*, cl. XI Lic. Măcin (Dobrogea), 10. *Popa I. Eugen* cl. X Lic. 3 Iași, 11. *Rugină Andrei* cl. XI Roman, 12. *Ralescu Dan*, cl. X Lic. 12 București, 13. *Cartianu Dan* cl. X Lic. 12 București, 14. *Vijelie Luminița* cl. VIII Sc. generală 169, București, 15. *Orășanu Laurențiu* cl. X Lic. 2 Ploiești, 16. *Cubinet Ioan* cl. XI, Călan Hunedoara 17. *Dumitrache Ion* cl. X L. 1 Pitești, 18. *Gavrilă Șerban* cl. X Lic. 1 Buzău, 19. *Neguț Gh. Gheorghe*, cl. X Lic. 1 Ploiești, 20. *Pascaru Aurel* cl. X Lic. 11 București, 21. *Preda Vasile* cl. XI Lic. 2 Pitești, 22. *Rogalski Mircea* cl. XI Lic. 12 București, 23. *Sergiescu Vlad*, cl. IX Lic. 22 București, 24 *Vasilescu D. Nicolae*, cl. XI Pucioasa, 25. *Tăleanu Constantin* cl. X Lic. A. Vlaicu Breaza, 26. *Cîrtoaje Vasile* cl. XI Lic. 1 Breaza, Ploiești, 27. *Curceanu Gheorghe* cl. XI Lic. 1 Tg. Jiu, 28. *Negruțiu Vasile* cl. XI Lic. 1 Oradea, 29. *Apșan Dan*, cl. X L. 3 Baia Mare, 30. *Enache Gh. Gheorghe*, cl. XI Târgoviște, 31. *Avrămoiu Valentin* cl. X Lic. 17 București, 32. *Andrei Vioret*, cl. XI. Lic. Galați 33. *Pătra Cristian*, cl. X Lic. 1 N. Bălcescu Craiova, 34. *Pestroiu Daniel* cl. X Lic. 1 Tg. Jiu 35. *Mitaru Alexandru* cl. X Lic. 1 Satu Mare, 36. *Turcu Ilie* cl. X Lic. 1 Craiova, 37. *Corduneanu Dumitru* cl. X Trușești, 38. *Ortocol Gheorghe* cl. XI Lic. 1 Făgăraș, 39. *Stănescu Ștefan*, cl. XI Lic. 2 Slatina 40. *Bădescu Alexandru* cl. XI Lic. 1 Ploiești, 41. *Magda Radu* cl. XI Lic. 3 Sibiu, 42. *Orbulov Petru* cl. XI Lic. Lugoj, 43. *Anghelescu Marcel* cl. XI Lic. 1 Giurgiu, 44. *Alexandriu Doru* cl. X Lic. 1 Cîmpina.

1. *Toma Verone* cl. XI Pătîrlagele Ploiești, 2 *Hîncu Marius* cl. XI Lic. 1 Oradea, 3 *Mignea Armenius* cl. X Lic. 2 Ploiești, 4. *Blană N. Ionel* cl. XI lic. 1 Constanța, 5. *Lău Gheorghe* cl. XI Lic. militar Clung Suceava, 6. *Pinaru Ion* cl. XI Lic. militar Breaza, 7. *Sava Petre*, cl. XI Lic. Făget (Banat), 8. *Stan Mihai* cl. X Lic. 1 Petroșani, 9. *Popescu Ovidiu* cl. XI Lic. Dragoș Vodă Clung Moldovenesc, 10. *Tabarcea Petru* cl. XI Lic. 2 Suceava, 11. *Teodorescu Valentin* cl. XI Lic. 11 București 12. *Ștefăneanu Ionită* cl. X Lic. 1 Caransebeș, 13. *Bătătorescu Anton* cl. XI Lic 4 Brașov, 14. *Piescu Cătălina* cl. IX Lic. din Bozovici (Banat), 15. *Ruse I. Lilion*, cl. IX Lic. 1 Pitești, 16. *Weiner Irina* cl. VIII Lic. 6 București, 17. *Popescu Marcel*, cl. X Lic. 1 Tr. Severin, 18. *Soare Nicolae* cl. X Lic. 2 Tîrgoviște, 19. *Teodorescu Horia* cl. VII Lic. 3 Iași, 20. *Atanasiu Marcel* cl. XI Lic. 1 Giurgiu, 21. *Ciarnău I. Dan*, cl. X Lic. M. Eminescu, Satu Mare, 22. *Dumitrache Aneta* cl. VI S. g. *Dărămănești* (Argeș), 23. *Bănică Aurel* cl. X Lic. 1 Tîrgoviște, 24. *Stănescu Dan* cl. XI Lic. 1 Ploiești, 25. *Vasile Eugen* cl. X L. 1 Călărași, 26. *Popovici Cornel* cl. XI L. 1 Lugoj, 27. *Niculescu Constantin* cl. XI L. 3 Tîrgoviște, 28. *Farkaș Petru* cl. XI Lic. 8 Cluj, 29. *Căpățînă Valeriu* c.XI Roman, 30. *Diaconu Gheorghe* cl. XI Pucioasa, 31. *Steriu Dan* cl. XI L.2 Ploiești, 32. *Vîrtosu D. Mihai* cl. X Lic. 2 Caracal, 33. *Suciu Paul* cl. XI Lic 17 București, 34. *Ciocîrlie Valeriu* cl. X Lic 1 Tg. Jiu, 35. *Nicolescu Radu* cl. XI Lic. 28 București, 36. *Pantazi M. Nicolae* cl. XI Sebiș (Crisana), 37. *Mărăcineanu Eugen* c. X Giurgiu, 38. *Leu Constantin* cl. X Moreni, 39. *Cristoloveanu Soni* cl. X Lic. 22 București, 40. *Cernea Adrian* Paul cl. X Lic. 2 Ploiești, 41. *Brădoiu Florian* (cl. X Lic. 4 Oradea.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7341

Fie șirurile :

$$(U_n)_{1,2} = (n^2 \pm n)^a\,;\ (V_n)_{1,2} = (n^2 \pm n+1)^a\,;\ (W_n) = (n^2+1)^a$$

unde a este un număr rațional neîntreg exprimat printr-o fracție ireductibilă și $n > 1 (n \in N)$.

Să se demonstreze că termenii acestor șiruri sînt elemente ale mulțimii numerelor iraționale.

I. Chițescu, student, București

Soluția autorului. În afară de a, numerele care intervin în demonstrație sînt naturale.

În prealabil, vom demonstra următoarea proprietate : un număr A care nu este putere întreagă perfectă ($A \neq K^m$) ridicat la o putere fracționară ireductibilă dă ca rezultat un număr irațional.

Demonstrație : un astfel de număr este de forma :

$$A = a_1^{b_1} \cdot a_2^{b_2} \cdot \ldots \cdot a_k^{b_k}$$

unde a_i sînt numere prime absolute, iar $(b_1, b_2, \ldots, b_k) = 1$.

Fie $a = \frac{n}{m}$, deci

$$(n ; m) = 1$$

Pentru ca numărul $B^{\frac{1}{m}}$ să fie rațional, trebuie să avem :

$$B = \alpha_1^{m\beta_1} \cdot \alpha_2^{m\beta_2} \ldots \alpha_k^{m\beta_k}$$

Dar $A^n = a_1^{nb_1} \cdot a_2^{nb_2} \ldots a_k^{nb_k}$ și deoarece $(n ; m) = 1$, rezultă $A^\alpha = A^{\frac{n}{m}}$ irațional.

Va fi deci suficient să demonstrăm că expresiile—baze ale termenilor șirurilor de mai sus nu sînt puteri perfecte. Folosim raționamentul prin reducere la absurd.

1. *a*) Fie $U_{n_1} = n^2 + n = k^m$, sau $n(n+1) = k^m$.

Deoarece $(n ; n+1) = 1$, rezultă cu necesitate :

$$n = x^m \; ; n + 1 = y^m$$

Obținem prin scădere :

$y^m - x^m = (y - x)(y^{m-1} + y^{m-2} x + \ldots + x^{m-1}) = 1$, imposibil.

b) Raționamentul perfect analog pentru

$$U_{n_2} = n^2 - n = h^m$$

Rezultă $U_{n_{1,2}} \neq k^m$.

2. *a*) Fie $V_{n_1} = n^2 + n + 1 = k^m$

Obținem : $n(n+1) = k^m - 1 = (k-1)(k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + k^m)$

Deoarece $(n ; n+1) = 1$, trebuie ca factorii să se corespundă, adică :

$$n = k - 1$$

și $$n + 1 = k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + 1$$

Prin scădere, $1 = h^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + k^2 + 2$, imposibil.

b) Fie $V_{n_2} = n^2 - n + 1 = k^m$, de unde :

$(n-1)n = (k-1)(k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + 1)$ și analog :

$$n - 1 = k - 1 \Rightarrow n = k$$

$$n = k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + 1 = k$$

Ultima egalitate este adevărată numai dacă $n = 1$ și $k = 1$ ceea ce este exclus prin ipoteză. Deci $V_{n\,1/2} \neq k^m$

3. Să arătăm că dacă W_n este putere perfectă, adică

$$n^2 + 1 = k^m \qquad (1)$$

atunci numerele m și k *sînt impare* (*deci n este par*).

— Dacă $m = 2\alpha$, atunci (1) devine :

$n^2 + 1 = k^{2\alpha} \Rightarrow (k^\alpha - n)(k^\alpha + n) = 1$, imposibil, deci m este impar.

— Pentru $n = 4u$, avem $W_n = \mathfrak{M}4 + 1$; pentru $n = 4u + 1$, avem $W_n = \mathfrak{M}4 + 2$; pentru $n = 4u + 2$, avem $W_n = \mathfrak{M}4 + 1$.

Deducem $W_n \neq \mathfrak{M}4 = \mathfrak{M}2^2$, deci k nu poate fi par ($m > 1$).

Notăm $k = p + 1$ și (1) devine:

$$n^2 + 1 = p^m + C_m^1 p^{m-1} + \ldots + C_m^1 p + 1$$

$$n^2 = p^m + mp^{m-1} + \ldots + mp \qquad (2)$$

Deoarece membrul al doilea se divide cu p, avem:

$$n^2 = bp = b(k-1) \text{ și (2) devine:}$$

$$b = p^{m-1} + mp^{m-2} + \ldots + m, \text{ deci}$$

$$b - m = \mathfrak{M}p, \text{ sau: } \frac{n^2}{k-1} - m = \mathfrak{M}(k-1) \qquad (3)$$

— Dacă $\frac{n^2}{k-1} = \mathfrak{M}(k-1)$, atunci egalitatea (3) impune $m = \mathfrak{M}(k-1)$ ceea ce este imposibil, m fiind impar și $k - 1$ par.

— Dacă $\frac{n^2}{k-1} = \mathfrak{M}(k-1)$, atunci egalitatea (3) impune: $\frac{n^2}{k-1} =$ număr impar. Fie $n^2 = 2^r \cdot A$; $k - 1 = 2^2 \cdot B$ (A și B impare)

$\frac{n^2}{k-1} = 2^{r-2} \cdot \frac{A}{B}$, unde $\frac{A}{B} =$ număr întreg impar. Evident $r \geqslant 2$.

1. Dacă $r > 2$, obținem $\frac{n^2}{k-1}$ par și ajungem la contradicție.

2. Dacă $r = 2$, atunci egalitatea $n^2 = k^m - 1 = (k-1)(k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots\ldots + 1)$ devine:

$$2^r A = 2^r B(k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + 1)$$

$$A = B(k^{m-1} + k^{m-2} + \ldots + k + 1)$$

Observînd că suma din paranteză reprezintă un număr par, ultima egalitate devine imposibilă. Deci și $W_i \neq k^m$.

Problema 7345

Fie A un punct fix și M un punct variabil, ambele situate pe un cerc oarecare O. Tangenta în M și tangenta în A se intersectează în N. Se consideră de asemenea un punct fix I, situat pe dreapta OA.

Se cere locul geometric al intersecției dreptelor ON și MI.

C. Săndulache

Soluție. Fie $P \equiv (ON, MI)$ și B intersecția dreptei OI cu cercul. Se observă că triunghiurile OPI și BMI sînt asemenea deoarece.

$$\sphericalangle MBA = \sphericalangle POA = \frac{\overset{\frown}{AM}}{2}$$

Rezultă

$$\frac{IM}{OI} = \frac{BI}{OI} = \text{constant}$$

deci locul lui P este un cerc omotetic cu cercul O, avînd centrul pe OI. Dacă notăm $OI = a$, $OA = R$, atunci raza r a cercului loc geometric este:

$$T = \frac{OI}{BI}.\ R = \frac{aR}{a+R}.$$

Soluție analitică dată de *Gh. Rizescu*, București

Fie sistemul de axe xoy și punctele fixe $A(R, 0)$, $I(a, 0)$ pe axa Ox. Fie M variabil pe cercul cu centrul în originea axelor.

Notînd $\measuredangle AOM = 2\alpha$, punctul M va avea coordonatele $M(R\cos 2\alpha,\ R\sin 2\alpha)$, dreapta $N(R,\ R\operatorname{tg}\alpha)$.

Locul geometric se obține din $(MI) \cap (ON)$, eliminînd α între ecuațiile celor două drepte.

$$y = \frac{R\sin 2\alpha}{R\cos 2\alpha - a}(x - a) \text{ și } y = x \cdot \operatorname{tg}\alpha.$$

Acest lucru se obține scriind $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ și ținînd seama că:

$$\sin 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha},\quad \cos 2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$$

Înlocuind și efectuînd calculele se obține ecuația

$$(R+a)x^2 + (R+a)y^2 - 2Rax = 0 \text{ sau}$$

$$x^2 + y^2 - \frac{2Ra}{R+a}x = 0, \text{ care reprezintă un cerc cu centrul pe axa } Ox \text{ și de rază}$$

$$r = \frac{aR}{a+R}.$$

Problema 7346

Considerăm șirurile de funcții $\{y_n(x)\}$ *și* $\{z_n(x)\}$ *definite prin* $y_1(x) = z_1(x) = x$ *și prin relațiile de recurență*

$$y_k = (z_{k-1}+1)^{y_{k-1}};\quad z = z_{k-1}^{y_k - 1}$$

Să se afle $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{y_n(x)}{z_n(x)}$.

Tudor Zamfirescu

Soluția autorului. Fiecare termen al oricăruia dintre șiruri tinde către infinit cînd $x \to \infty$. În adevăr, $y_1 = z_1 = x \to \infty$. Să presupunem că $y_{k-1} \to \infty$ și $z_{k-1} \to \infty$. Atunci

$$y_k = (z_{k-1}+1)^{y_{k-1}} \to \infty;\ z_k = z^{y_k - 1}_{-1} \to \infty$$

și deci afirmația este demonstrată.

Raportul $\frac{y_n}{z_n}$ se poate scrie

$$\frac{y_n}{z_n} = \frac{(z_{n-1}+1)^{y_n-1}}{z_{n-1}^{y_n-1}} = \left(1+\frac{1}{z_{n-1}}\right)^{y_n-1}$$

Avem :

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{z_{n-1}}\right)^{y_n-1} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y_n-1}{z_{n-1}}}$$

întrucît $y_{n-1}\to\infty$ $\frac{1}{z_{n-1}}\to 0$ și se știe că

$$\lim_{\substack{\alpha\to 0\\ \beta\to\infty}}(1+\alpha)^{\beta} = e^{\lim\limits_{\substack{\alpha\to 0\\ \beta\to\infty}}\alpha\beta}.$$

În mod analog, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y_{n-1}}{z_{n-1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y_{n-2}}{z_{n-2}}}$ ș.a.m.d., $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y_2}{z_2} = e$; $\lim\limits_{x\to 8}\frac{y_1}{z_1} = 1$.

Deci

$$\lim_{x\to\infty}\frac{y_n}{z_n} = e^{e^{e^{\cdot^{\cdot^{e}}}}}$$

unde e este luat de $n-1$ ori.

Problema 7347

Fie T mulțimea tripletelor de numere de forma (a, b, c) unde a, b, c sînt numerele reale. Prin definiție $(a_1, b_1, c_1) = (a_2, b_2, c_2)$ dacă $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$; și definim în mulțimea T operația de înmulțire în felul următor :

$$(a_1, b_1, c_1)\cdot(a_2, b_2, c_2) = (a_1 a_2, a_1 b_2 + b_1 c_2, c_1 c_2)$$

a) *Să se rezolve ecuațiile*

$$(a_1, b_1, c_1)\, x = (a_2, b_2, c_2)$$

$$\text{și } x\,(a_1, b_1, c_1) = (a_2, b_2, c_2)$$

unde x este necunoscuta din mulțimea T.

b) Să se calculeze expresiile $(a, b, c)^n$ (prin care înțelegem efectuarea înmulțirii de n ori) și $(1, 1, 1)\,(2, 2, 2)\ldots(n, n, n)$ (În legătură cu problema 5873).

F. Kacso, Tg. Mureș

Soluția autorului. La soluția problemei 5873 (G. M.-B) s-a arătat că inversul unui element (a, b, c) este $\left(\frac{1}{a}, -\frac{b}{ac}, \frac{1}{c}\right)$. Rezultă că soluțiile

celor două ecuații sînt respectiv :

$$x = \left(\frac{1}{a_1}, -\frac{b_1}{a_1 c_1}, \frac{1}{c}\right)(a_2, b_2, c_2) = \left(\frac{a_2}{a_1}, \frac{b_2}{a_1} - \frac{b_1 c_2}{c_1 a_1}, \frac{c_2}{c_1}\right)$$

$$x = (a_2, b_2, c_2)\left(\frac{1}{a_1}, -\frac{b_1}{a_1 c_1}, \frac{1}{c_1}\right) = \left(\frac{a_2}{a_1}, -\frac{a_2 b_1}{a_1 c_1} + \frac{b_2}{c_1}, \frac{c_2}{c_1}\right)$$

Avem :

$$(a, b, c)^2 = (a, b, c)(a, b, c) = (a^2, ab + bc, c^2) = (a^2, b(a + c), c^2)$$

$$(a, b, c)^3 = (a^2, b(a+c), c^2)(a, b, c) =$$

$$(a^3, a^2 b + bc(a + c), c^3) = (a^3, b(a^2 + ac + c^2), c^3)$$

Procedăm cu metoda inducției complete :
Presupunem că

$$(a, b, c)^{n-1} = \left(a^{n-1}, b\,\frac{a^{n-1} - c^{n-1}}{a - c}, c^{n-1}\right)$$

Rezultă că :

$$(a, b, c)^n = \left(a^{n-1}, b\,\frac{a^{n-1} - c^{n-1}}{a - c}, c^{n-1}\right) \cdot (a, b, c) =$$

$$\left(a^n, ab \cdot \frac{a^{n-1} - c^{n-1}}{a-c} + bc^{n-1}, c^n\right) = \left(a^n, b \cdot \frac{a^n - c^n}{a-c}, c^n\right)$$

$$\text{deci } (a, b, c^n) = \left(a^n, b\,\frac{a^n - c^n}{a-c}, c^n\right)$$

Mai departe să calculăm :

$$(1, 1, 1,) \cdot (2, 2, 2) \ldots (n, n, n)$$

Avem : $(1, 1, 1)(2, 2, 2) = (2, 2 + 2, 2)$
$(1, 1, 1)(2, 2, 2)(3, 3, 3) = (6, 6 + 2.\ 6, 6) = (6, 3 \cdot 6, 6)$
Presupunem că

$$(1, 1, 1)(2, 2, 2) \ldots (n-1, n-1, n-1) = ((n-1)!, (n-1)(n-1)!, (n-1)!)$$

și vom demonstra relația pentru n :

$$(1, 1, 1)(2, 2, 2) \ldots (n, n, n) = ((n-1)!, (n-1)(n-1)!, (n-1)!) \cdot$$
$$\cdot (n, n, n) = (n!, n! + (n-1)n!, n!) = (n!, n \cdot n!, n!)$$

Așa dar

$$(1,1,1)(2,2,2) \ldots (n,n,n) = (n!, n.n!\, n!)$$

Problema 7349

Dacă numerele x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ satisfac relația $x_1 > x_2 > \ldots > x_n \geqslant 0$, atunci pentru $n \geqslant 3$ și $m \geqslant 2$ numere naturale, are loc inegalitatea :

$$(x_1 - x_2)(x_1^m + x_2^m) + (x_2 - x_3)(x_2^m + x_3^m) + \ldots + (x_{n-1} - x_n)(x_{n-1}^m + x_n^m) < (x_1 - x_n)(x_1^m + x_n^m)$$

Dan Voiculescu, elev, București

Soluția autorului. Vom demonstra prin inducție completă. Pentru $n = 3$ avem de demonstrat inegalitatea

$$(x_1 - x_2)(x_1^m + x_2^m) + (x_2 - x_3)(x_2^m + x_3^m) < (x_1 - x_3)(x_1^m + x_3^m)$$

care se mai scrie

$$(x_1 - x_2)(x_1^m + x_2^m) + (x_2 - x_3)(x_2^m + x_3^m) <$$
$$< (x_1 - x_2)(x_1^m + x_3^m) + (x_2 - x_3)(x_1^m + x_3^m)$$

sau

$$(x_1 - x_2)(x_2^m - x_3^m) < (x_2 - x_3)(x_1^m - x_2^m).$$

Ținînd seama de relațiile

$$x_2^m - x_3^m = x_2^{m-1} + x_2^{m-2}x_3 + \ldots + x_2 x_3^{m-2} + x_3^{m-1}(x_2^m - x_3^m)$$
$$x_1^m - x_2^m = (x_1^{m-1} + x_1^{m-2}x_2 + \ldots + x_1 x_2^{m-2} + x_2^{m-1})(x_1 - x_2),$$

inegalitatea devine

$$(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_2^{m-1} + x_2^{m-2}x_3 + \ldots + x_3^{m-2}x_2 + x_3^{m-1}) < (x_1 -$$
$$- x_2)(x_2 - x_3)(x_1^{m-1} + x_1^{m-2}x_2 + \ldots + x_2^{m-2}x_1 + x_2^{m-1})$$

Din inegalitățile $x_1 > x_2 > x_3 \geqslant 0$ rezultă însă că $(x_1 - x_2)(x_2 -$
$- x_3) > 0$ și că $x_1^{m-1} + x_1^{m-2}x_2 + \ldots + x_1 x_2^{m-2} +$
$+ x_2^{m-1} > x_2^{m-1} + x_2^{m-2}x_3 + \ldots + x_2 x_3^{m-2} + x_3^{m-1}$

Să trecem acum la cazul a n numere. Utilizînd inegalitățile pentru $n-1$ numere și pentru 3 numere, găsim:

$$(x_1 - x_2)(x_1^m + x_2^m) + (x_2 - x_3)(x_2^m + x_3^m) + \ldots + (x_{n-2} - x_{n-1})(x_{n-2}^m +$$
$$+ x_{n-1}^m) + (x_{n-1} - x_n)(x_{n-1}^m + x_n^m) < (x_1 - x_{n-1})(x_1^m + x_{n-1}^m) + (x_{n-1} -$$
$$- x_n)(x_{n-1}^m + x_n^m) < (x_1 - x_n)(x_1^m + x_n^m)$$

Observație. Punînd $x_1 = n$, $x_2 = n-1, \ldots . x_{n-1} = 2$, $x_n = 1$, găsim după cîteva transformări:

$$1^m + 2^m + \ldots . + n^m < \frac{n(n^m + 1)}{2}$$

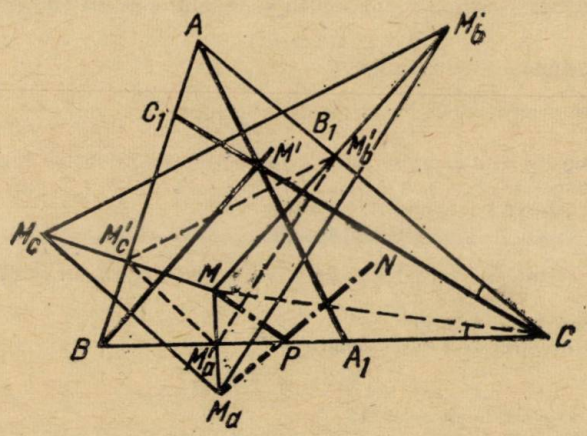
Soluția II. Pe axa Ox a unui sistem de axe rectangulare reprezentăm numerele x_n, $x_{n-1}, \ldots, x_1$. Fie $f(x) = x^m$ definită pe intervalul $[x_n, x_1]$. Deoarece funcția f este convexă, suma ariilor trapezelor $A_1A_2x_2x_1, \ldots ., A_n A_{n-1} x_{n-1} x_n$ este mai mică decît aria trapezului $A_1A_n x_n x_1$. Exprimînd aceste arii, rezultă imediat inegalitatea din enunț $(A_i(x_i, f(x_i))$.

Problema 7350

Se dă un triunghi ascuțitunghic ABC și două puncte M, N în interiorul său, eventual confundate. a) *Să se arate cum putem găsi cel mai scurt drum între M și N care să atingă una din laturile triunghiului.* b) *Punctul M fiind fixat să se determine locul geometric (M) al punctului N astfel ca drumul minim să fie nedeterminat.* c) *Să se arate că punctul N admite o poziție astfel încît să existe trei drumuri minime între M și N.* d) *Ce poziție trebuie să aibă M pentru a aparține locului?*

Brînzei Dan, Iași

Soluția autorului. Este ușor să găsim cel mai scurt drum MPN între M și N cînd știm că P aparține unei laturi (BC de exemplu). Punctul P este intersecția laturii respectiv cu M_aN unde M_a este simetric cu M față de BC. Problema inițială se reduce astfel la problema banală



de a compara lungimile segmentelor NM_a, NM_b, NM_c și a alege pe cea mai scurtă. Drumul minim este nedeterminat cînd N se găsește pe una din mediatoarele triunghiului $M_aM_bM_c$, iar cînd N ajunge în M', centrul cercului circumscris triunghiului $M_aM_bM_c$, drumul minim poate fi ales în trei moduri dstincte. Locul geometric al punctului N este format astfel din segmentele AM', BM', CM' ale mediatoarelor triunghiului $M_aM_bM_c$ (fiecare luat fără extremități). Faptul că aceste mediatoare trec prin vîrfuri se constată imediat observînd de exemplu că $AM_b = AM_c = AM$.

Să observăm acum că patrulaterul $CM'_aMM'_b$ este inscriptibil și din egalitatea $\sphericalangle M'_aMC = \sphericalangle M'_aM'_bC$, trecînd la complementare să deducem: $\sphericalangle BCM = \sphericalangle ACM'$, deoarece evident CC_1 este perpendiculară pe $M'_aM'_b$. Stabilim astfel că dreptele CM și CM' sînt izogonale (simetrice față de bisectoare).

Nu mai există nici o dificultate acum pentru a stabili poziția lui M astfel ca el să aparțină locului geometric (M). Locul geometric este format din segmentele interioare ale bisectoarelor triunghiului ABC: AI, BI, CI.

Observație. Am exclus din considerație porțiunile $M'A$, $M'B$, $M'C$, deoarece pentru aceste porțiuni drumul minim corespunde laturii BC, CA și respectiv AB.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la admiterea în facultatea de matematică Craiova, 1966

3038. Se dă funcția

$$f(x) = \frac{9x^2}{x^2 - x + \lambda} \qquad (\lambda \in R)$$

și se cere:

a) să se traseze graficul funcției pentru $\lambda = 1$

b) să se discute rădăcinile ecuației

$$(9 - m)x^2 + mx - m = 0$$

direct și folosind graficul de la punctul precedent.

c) să se găsească ecuația care dă punctele de inflexiune ale curbei

$$y = f(x)$$

și să se separe rădăcinile acestei ecuații.

d) α, β, γ fiind ordonatele punctelor de inflexiune, să se arate că $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 1$.

e) Să se calculeze aria cuprinsă între curba obținută la punctul 1, axa Ox și paralelele la Oy duse prin punctele $x = 1$, $x = 2$.

3039. Să se rezolve triunghiul ABC știind că :

unghiurile lui sînt în progresie aritmetică ;

$$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{1}{4}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}); \text{ iar } a + b + c = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6},$$

unde a, b, c sînt lungimile laturilor.

3040. Se dă dreapta D a cărei ecuație este

$$4x - 3y = 12$$

care intersectează axa Ox în punctul A.

a) Să se găsească ecuația cercului tangent axei Oy și dreptei D în punctul A, cu centrul în primul cadran.

b) Să se găsească lungimea corzii care unește punctele de tangență ale cercului cu axa Oy și dreapta D.

c) Sistemul format de dreapta D și cerc se rotește în jurul diametrului cercului care trece prin punctul B de concurență al dreptei D cu axa Oy. Să se calculeze volumul cuprins între sferă și conul tangent sferei generat de tangenta la sferă ce trece prin B.

3041. Fiind date în plan punctul M și dreptele D_1 și D_2, să se construiască un triunghi echilateral MAB la care A să fie pe D_1 iar B pe D_2. Discuție.

Probleme date la facultatea de electronică, Universitatea Craiova, 1966

3042. Se consideră polinomul

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + \lambda x^2 - 2x + 1$$

unde λ este un parametru real.

a) Să se determine λ astfel încît polinomul să admită o rădăcină dublă diferită de 1 și -1 (fie folosind relațiile dintre rădăcini și coeficienți, fie observînd că ecuația $f(x) = 0$ este reciprocă).

b) Fie x_1, x_2 rădăcinile complexe ale polinomului. Să se calculeze

$$x_1^n + x_2^n$$

c) Să se construiască graficul funcției $y = f(x)$ pentru $\lambda = 2$.

d) Să se calculeze aria mărginită de curba obținută și axele de coordonate.

3043. Să se rezolve ecuația

$$\sin(\pi \cos x) - \cos(\pi \sin x) = 0$$

Probleme date la Facultatea de Chimie. Universitatea Craiova, 1966

3044. Se dă polinomul $P(x) = 4x^4 + 12x^3 + x^2 - 12x + \alpha$ în care α este un parametru variabil real și se cere :

Să se discute ecuația $P(x) = 0$ cu ajutorul teoremei lui Rolle.

Considerînd $\alpha = 4$ să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția :

$$f(x) = \frac{P(x)}{P'(x)}$$

8045. Se dă $P(x) = x^3 + x^2 + ax + b$

Să se determine a și b încît $P(x)$ să se dividă cu $x + 3$ și suma patratelor rădăcinilor să fie egală cu 5. În acest caz să se calculeze expresia :

$$\frac{(u^3 + v^3 + 8\mathrm{i})(u + v + \mathrm{i})}{\mathrm{i}}$$

unde u și v sînt rădăcinile complexe ale ecuației $P(x) = 0$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

8046. Să se rezolve ecuația :

$$\sqrt{\log_a \sqrt[9]{ax} + \log_x \sqrt[9]{ax}} + \sqrt{\log_a \sqrt[4]{\frac{x}{a}} + \log_x \sqrt[4]{\frac{a}{x}}} = 2 \log_a^{\frac{3}{2}} x - 2 \log_a^{\frac{5}{2}} x + \log_a^{\frac{1}{2}} x$$

Probleme date la Facultatea de Științe Economice, Universitatea Craiova, 1966

8047. Se consideră ecuația

$$x^3 - 3x^2 + (3 - \alpha^2)x - 1 + \alpha^2 = 0 \qquad (1)$$

și se cere :

a) Să se arate că, oricare ar fi α, ecuația (1) și ecuația

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

au o rădăcină comună. Pentru ce valori ale lui α cele două ecuații au 2 rădăcini comune?

b) Să se rezolve ecuația (1) știind că rădăcinile ei sînt în progresie aritmetică.

c) Să se formeze ecuația de gradul al II-lea care are suma rădăcinilor egală cu suma rădăcinilor ecuației (1), iar produsul rădăcinilor egal cu de 3 ori produsul rădăcinilor ecuației (1). Să se discute natura și semnul rădăcinilor ecuației obținute.

8048. Să se rezolve ecuația

$$2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{\pi + 2x}{4} = -1$$

Probleme date la admiterea în Institutul Pedagogic, Iași, 1966

8049. Se dă trinomul

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

a) Să se descompună trinomul dat în produs.

b) Să se arate că există un a încît

$$f(a + t) = f(a - t)$$

pentru orice t.

c) Să se arate că

$$f(x) \geqslant -\frac{25}{8}$$

pentru orice x.

d) Pentru ce valori reale ale parametrului m ecuația

$$f(x) = m$$

are numai rădăcini imaginare? Se poate stabili o legătură între rezultatele de la punctele c) și d) !

e) Să se calculeze $\sin \frac{t}{3}$ unde t se obține ca soluție a ecuației

$$f(\cos t) = 0$$

8050. a) Cum trebuie să fie p pentru ca rădăcinile ecuației

$$(p - 1)x^2 - (2p + 1)x + 1 = 0$$

să fie mai mici ca 0,5.

b) Să se formeze și să se discute ecuația care are ca rădăcini inversele rădăcinilor ecuației date.

8051. Să se transforme în produs expresia

$$E = \sin a + \sin 3a + \sin 5a + \sin 7a$$

8052. În triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) se cunoaște baza $BC = 2a$ și înălțimea $AD = h$. La distanța x de vîrful A, se duce paralela la latura BC a triunghiului dat. Aceasta întîlnește în E, F și I respectiv laturile AB, AC și AD. Fie O centrul cercului circumscris trapezului isoscel $BCFE$.

a) Să se exprime aria trapezului $BCFE$ în funcție de a, h și x.

b) Să se arate că $\measuredangle EFO + \measuredangle BCO = \measuredangle FOC$

c) Dacă $\measuredangle FOC = 90°$, să se arate că triunghiul FOI este egal cu triunghiul OCD; să se determine, în acest caz, x în funcție de a și h.

d). Printr-un punct dat în spațiu să se ducă o dreaptă care taie două drepte date nesituate în același plan.

8053. Se consideră două cercuri de centre C și C' tangente exterior avînd ca punct de contact punctul K. Se consideră una din tangentele exterioare comune de puncte de contact respectiv T și T'.

Să se demonstreze că;

a) Tangenta comună celor două cercuri în K, taie segmentul TT' în două părți egale.

b) Triunghiul TKT' e dreptunghic în K.

c) Ducînd prin K o secantă oarecare MKM' ce taie cercurile C și C' în punctele respectiv M și M', să se dovedească că tangentele în aceste puncte la cercurile respective sînt paralele.

d) Printr-un punct al spațiului să se ducă o dreaptă paralelă cu două plane date care se intersectează.

8054. Se dă triunghiul ABC. Pe prelungirile medianelor BB' și CC' se iau respectiv punctele B'' și C'' astfel ca $BB' = B'B''$ și $CC' = C'C''$.

a. Să se demonstreze că punctele C'', A, B'' sînt în linie dreaptă.

b) Pe prelungirea medianei CC' spre C'' se ia punctul C''' astfel încît $C'C''' = GC'$ (G punctul de întîlnire al medianelor. Să se arate că $C'''A = BG$.

c) Să se găsească locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de trei puncte date necoliniare.

Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic Brașov, 1966

8055. a) Patru numere pozitive formează o progresie aritmetică. Produsul primului termen cu al patrulea este egal cu rădăcina ecuației

$$2^{x-1} + 2^x + 3 = 2^9$$

iar suma pătratelor termenilor al doilea și al treilea este de 5 ori mai mare decît numărul care reprezintă rangul termenului independent de x al dezvoltării binomului

$$\left(x^{-\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{6}}\right)^{20}$$

Să se afle aceste numere.

8056. Să se demonstreze identitatea

$$\sin^2 (45° + x) - \sin^2 (30° - x) - \sin^2 15° \cos (15° + 2x) = \sin 2x.$$

Probleme date la admitere în Institutul Politehnic Brașov Facultatea de Mecanică, 1966

8057. Să se determine numărul termenilor unei progresii aritmetice descrescătoare, dacă:

a) rația satisface ecuația $\sqrt[3]{9^{x^3-x-2/3}} = 27$.

b) primul termen satisface ecuația:

$$\log 2 + \log (y+1) = \log (5y + 7) - \log 3$$

c) Suma progresiei este cu 9 mai mică decît exponentul p al binomului $\left(\sqrt[3]{b^2} + b^{-1/2}\right)^p$ în a cărui dezvoltare termenul al patrulea conține b la puterea întîi.

8058. În ce fel de triunghi ABC are loc relația:

$$\frac{\sin C}{\cos B} + \frac{\sin B}{\cos C} = 2\sin A \ ?$$

3059. Se dau funcțiile :

$$f(x) = \ln(10x - x^2 - 21) \text{ și}$$

$$g(x) = \sqrt{-9x+63}.$$

1) Să se stabilească domeniul maxim de definiție al funcției $h(x) = f(x) + g(x)$.
2) Să se calculeze derivata funcției $h(x)$
3) Să se calculeze

$$\int g(x)\, dx.$$

3060. Să se rezolve sistemul :

$$\sqrt[1]{2^x} \cdot \sqrt[10]{2^y} = \sqrt[x]{2^7}$$

$$lg(x+y) = lg40 - lg(x-y)$$

3061. Să se determine soluțiile ecuației :

$$(1 - \operatorname{tg}x)(1 + \sin 2x) = 1 + \operatorname{tg}x.$$

3062. Să se calculeze punctele de extrem ale funcției :

$$f(x) = \frac{3x^2 - 1}{3x^3} + \ln\sqrt{1 + x^2} + \operatorname{arctg}x.$$

Probleme date la admitere în Institutul Politehnic Brașov Facultatea de T.C.M. 1966

3063. Se dă ecuația :

$$(1)\ x^2 + 2(2m-1)x + 3m^2 + 5 = 0.$$

a) Să se studieze natura și semnul rădăcinilor acestei ecuații, cînd m variază între $-\infty$ și $+\infty$.

b) Să se verifice dacă numărul 1 este una din rădăcini.

c) Să se calculeze în funcție de m expresia :

$E = \frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2}$ unde x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației (1) fără a rezolva ecuația.

3064. a) Să se arate că dacă într-un triunghi, laturile a, b, c sînt în progresie geometrică iar unghiurile A, B, C sînt în progresie aritmetică, atunci triunghiul este echilateral.

b) Se sapă un șanț cu secțiunea un trapez isoscel, în care laturile egale și baza mică sînt egale cu 4 dm. Să se găsească baza mare așa ca șanțul să cuprindă cantitatea maximă de apă.

3065. Să se rezolve ecuația :

$$\sin^2 x + \sin^2 3x + \sin^2 5x = \sin^2 7x + \sin^2 9x + \sin^2 11x.$$

Probleme date la Olimpiada de matematică, Anglia 1965

3066. Să se reprezinte grafic $y = \frac{x^2+1}{x+1}$ găsindu-se toate valorile extreme ale lui y și comportarea funcției cînd x sau y devin cele mai mari.

3067. Un băiat înoată la centrul unui bazin circular. Pe marginea bazinului stă profesorul, care nu poate înota. Profesorul poate alerga de patru ori mai repede decît poate băiatul înota dar profesorul nu poate alerga mai repede decît băiatul.

Poate băiatul să scape de profesor? Justificați răspunsul.

3068. Se consideră următorul triunghi numeric :

1
1 1 1
1 2 3 2 1
1 3 6 7 6 3 1
. . . . . .

Fiecare număr este suma a trei numere din rîndul precedent : numărul imediat de deasupra și numerele imediat la stînga și la dreapta acestuia.

Dacă nu apare nici un număr într-unul sau mai multe din aceste locuri, se folosește zero.

Să se arate că fiecare rînd, începînd cu cel de-al treilea, conține cel puțin un număr cu soț (par).

3069. Să se arate că pentru orice n întreg :

a) $n^3 - n$ este divizibil cu 3,

b) $n^7 - n$ este divizibil cu 7,

c) $n^{13} - n$ este divizibil cu 13.

3070. În cîte zerouri se termină 100 !, produsul tuturor întregilor de la 1 la 100 inclusiv ?

3071. Să se arate că produsul a patru întregi consecutivi este mai mic cu o unitate decît un pătrat perfect.

3072. Dacă $(2 + \sqrt{2})^n = P + F$, unde P este un întreg și $0 < F < 1$, să se arate că întregul pozitiv n poate fi ales astfel ca $F > 0,999$.

3073. Să se găsească restul împărțirii polinomului

$$x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$$

a) prin $x - 1$

b) prin $x^2 - 1$

3074. Să se determine toate valorile coeficientului a, pentru care ecuațiile

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

$$x^2 + x + a = 0,$$

au cel puțin o rădăcină comună.

3075. Dacă a, b, c sînt trei numere pozitive, să se arate că

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geqslant 8abc.$$

Să se arate că egalitatea are loc numai pentru $a = b = c$.

3076. O coardă de lungime $\sqrt{3}$ împarte un cerc de rază egală cu unitatea în două regiuni. Să se găsească triunghiul dreptunghic de arie maximă care poate fi înscris în cea mai mică din aceste două regiuni.

Probleme date la admitere în Institutul politehnic Timișoara 1966

3077. Să se discute natura rădăcinilor x_1, x_2 ale ecuației

$$x^3 + \lambda x^2 + (\lambda - 1)\, x + \lambda - 2 = 0$$

cînd λ variază de la $-\infty$ la $+\infty$.

Să se rezolve ecuația cînd $x_1 + x_2 = -\dfrac{5}{3}$.

3078. Se consideră expresiile

$$A = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}, \qquad B = 1 + \frac{5\sin x - 2}{\cos^2 x}, \qquad C = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}.$$

a) Să se determine valorile lui x pentru care A, B, C sînt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

b) Notînd cu α valoarea lui x mai mică decît $\dfrac{\pi}{2}$, determinată la punctul anterior, să se calculeze valoarea expresiei

$$E = \frac{\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)} + \frac{\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)}.$$

3079. Se dă funcția :

$$y = \frac{x^2 + a\,x - 1}{2x^2 - bx + 1}$$

a) Să se determine valorile parametrilor a și b, în așa fel ca funcția să aibe valori extreme (adică maxime sau minime) în punctele $x = 0$ și $x = 1$.

b) Să se studieze și să se reprezinte grafic funcția dată, în care valorile lui a și b sînt cele găsite la punctul a)

3080. Pe un plan înclinat cu 30° față de orizontală, alunecă un corp cu masa m de la înălțimea de 2 m, fără frecare, pînă la baza planului, În continuare, corpul alunecă pe orizontală cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 0{,}1$.

La intersecția dintre planul înclinat și planul orizontal se presupune că viteza corpului nu-și schimbă valoarea ; să se determine distanța parcursă și timpul necesar pînă la oprire. (Se va considera $g = 10$ m/s^2).

3081. Se consideră ecuația :

$$x^2 + x + a = 0$$

a) Notînd cu x_1 și x_2 rădăcinile acestei ecuații, să se determine — fără a rezolva ecuația — valoarea parametrului a astfel încît să fie verificată relația

$$x_1 + x_2 + x_1^2 + x_2^2 + x_1^3 + x_2^3 = 0$$

b) Să se arate că pentru valoarea găsită pentru a (la pct. a)) este verificată și relația

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = 0$$

3082. Într-un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul drept în A, se dau :

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = \frac{1}{\alpha} \quad \text{și} \quad BC - AB = 2\beta$$

în care α și β sînt două numere reale pozitive cunoscute.

a) Să se calculeze : $\sin B$, $\cos B$, $\operatorname{tg} B$ și laturile triunghiului :

b) Să se determine α astfel ca $BC = 2AB$.

3083. Este dată funcția :

$$f(x) = \frac{(1-a)x^2 - 4x + 4}{x^2}$$

în care a este un număr pozitiv.

a) Să se construiască graficele funcției pentru cazurile

$$a < 1 \quad \text{și} \quad a > 1.$$

b) Să se calculeze aria cuprinsă între arcul de curbă și axa Ox pe segmentul dintre cele două puncte unde curba taie axa Ox, în cazul $a < 1$.

Probleme date la admitere în Facultatea de chimie, I.P. Timișoara, 1966.

3084. Este dată ecuația : $x^2 - (m-2)\,x + 1 - 2m = 0$

a) Să se determine m, fără a rezolva ecuația, astfel ca :

$$\frac{x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 2x_1)}{(2x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2)} = -6$$

b) Să se determine valorile lui m pentru care :

$$\frac{2}{m+1} < \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} < \frac{3}{m}$$

c) Să se discute natura rădăcinilor ecuației date, cînd m variază de la $-\infty$ la $+\infty$

3085. Se dă ecuația :

$$x^4 - (3a + 5)x^2 + (a + 1)^2 = 0$$

— c. 5047

a) Să se determine valoarea parametrului a astfel încît rădăcinile ecuației date să formeze o progresie aritmetică.

b) Care sînt rădăcinile ecuației date pentru valoarea găsită a parametrului a?

3086. Se dă funcția : $f(x) = \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{x^2}$.

a) Să se studieze variația și să se construiască graficul.

b) Să se calculeze cu o aproximație de o sutime extremele funcției date.

Probleme date la admiterea în Facultatea de matematică-mecanică, Iași, 1966

3087. Se consideră ecuația

$$2x^2 + 3(\alpha - \beta)x + \alpha^2 - \alpha\beta + 3 = 0$$

a) Să se stabilească relația care trebuie să existe între α și β astfel încît o rădăcină a ecuației date să fie de două ori mai mare decît cealaltă. În acest caz, să se calculeze cele două rădăcini în funcție de β.

b) În relația $\beta^2 - \alpha\beta - 3 = 0$ de care este vorba la punctul (1) se înlocuiește β cu $\sin\varphi$ obținînd astfel pe α ca funcția φ ; să se studieze această funcție și să se reprezinte graficul ei pentru $\varphi \in (0, \pi)$.

3088. Să se verifice identitatsa

$$\sin^2(x+y) - \sin^2(x-y) = \sin 2x \sin 2y$$

3089. Se consideră funcția

$$y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + x}.$$

a) Să se calculeze derivata acestei funcții.

b) Să se afle pentru care valori ale lui x funcția y ia valori mai mici ca 1.

c) Să se reprezinte grafic funcția dată.

d) În expresia funcției date se pun $y = 1$ și $x = \sin^2$; să se rezolve ecuația trigonometrică astfel obținută.

3090. Să se verifice identitatea

$$\frac{\sin x - 2\sin 2x + \sin 3x}{\cos x - \cos 3x} = \operatorname{tg}\frac{x}{2}.$$

3091. În cercul O, de rază R se duc diametrii perpendiculari AB și CD. Tangenta în A la cerc întîlnește tangenta în C în punctul F și pe BC în E. Dreapta ED taie pe OF în I.

a) Să se demonstreze că I este mijlocul lui OF.

b) M și N fiind intersecțiile dreptei ED respectiv cu CF și OA, avem :

$$\frac{MF}{MC} = \frac{ON}{NA} = \frac{1}{2}.$$

c) Să se arate că suprafața triunghiului CME este a treia parte din suprafața triunghiului CDE.

d) Să se afle lungimea segmentului MN.

3092. Să se arate că :

a) Planele determinate de muchiile unui tetraedru și mijloacele laturilor opuse trec printr-un același punct G.

b) Prin punctul G trec și dreptele determinate de vîrfurile tetraedrului și punctele de intersecție ale medianelor fețelor opuse.

3093. Pe baza BC a unui triunghi oarecare ABC se consideră un punct D oarecare și cercurile de centre O și O' circumscrise triunghiurilor ABC și ACD.

a) Raza cercului de centru O este egală cu $\frac{AB \cdot AD}{2AH}$ unde H este proiecția ortogonală a punctului A pe dreapta BC.

b) Raportul razelor cercurilor considerate este constant.

c) Să se demonstreze că triunghiurile AOO' și ABC sînt asemenea.

d) Alegînd BC și AH ca axe ale unui reper cartezian, să se afle locul geometric al mijlocului segmentului OO', cînd D descrie dreapta BC.

e) Se cere volumul tetraedrului regulat regulat de muchie a.

3094. O lentilă convergentă cu distanța focală $f_1 = 10$ cm este confecționată din sticlă al cărei indice de refracție $n_1 = 3/2$. Să se găsească distanța focală f_2 a lentilei dacă ea este așezată în apă. Indicele de refracție a apei $n_2 = 4/3$.

PROBLEME PROPUSE*

3095. Trei copii aveau vîrstele de 8 ani, 13 ani și 14 ani cînd tatăl lor se hotărăște să depună la *C.E.C.* pe numele lor cîte o parte din suma de 23 000 lei; astfel ca pînă la vîrsta de 18 ani a majoratului, capitalurile împreună cu dobînzile de 5% anual, să crească devenind egale. Ce sumă va depune pentru fiecare și ce sumă se va strînge?

I. Teodorescu, Galați

3096. Să se arate că

$$\left(\frac{1+a^2}{a}\right)^2+\left(\frac{1+b^2}{b}\right)^2+\frac{(1+a^2)^2(1+b^2)^2}{(a+b)^2(1-ab)^2}=$$

$$=4+\left[\frac{a^2-1}{a}+\frac{b^2-1}{b}+\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{(a+b)(1-ab)^2}\right]^2.$$

C. Ionescu-Țiu

3097. Într-un cilindru se duce un plan paralel cu generatoarea. El taie din cercul bazei un arc de 120°. Lungimea generatoarei este 10 cm, iar distanța de la centrul cercului de bază la planul secant este 2 cm. Să se determine:

a) Aria secțiunii.

b) Aria totală și volumul cilindrului.

Concursul de matematică cl. VIII, Tg. Mureș 1966

3098. Într-un triunghi ABC ($A = 90°$) cu $AB = 9$ cm și $AC = 12$ cm se duce înălțimea AD și mediana AM; în M se duce perpendiculara pe AM care întîlnește prelungirea lui AD în N.

a) Să se afle perimetrul triunghiului MND.

b) Triunghiul ABC are ipotenuza paralelă cu o dreaptă xy și situată la o depărtare de 1,5 cm de ea. Să se afle aria și volumul corpului născut prin rotirea triunghiului în jurul dreptei xy.

Concursul de matematică clasa VIII, Hunedoara, 1966

3099. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{b+x}{a^2+2ab+b^2}-\frac{x+b}{a+b}=\frac{x-b}{a-b}-\frac{2x}{a}-\frac{x-b}{b^2-a^2}$$

și să se verifice soluția găsită.

Concursul de matematică clasa VIII, Hunedoara, 1966

3100. Într-un trunchi de con cu generatoarea de 10 cm — dublul razei bazei mici întrece cu 15 cm jumătatea razei bazei mari iar raportul dintre raza mare micșorată cu 6 cm și suma razelor este egal cu $\frac{2}{5}$. Să se afle: a) razele bazelor, b) volumul trunchiului de con.

La admitere în clasa IX, București 1966

*) IX (3095—3101), X (3102—3120), XI (3121—3125), S (3126—3130). Soluțiile se primesc pînă la 15 iunie 1967. Fiecare elev poate trimite rezolvări și la problemele din clasa precedentă, nu însă din clase inferioare acesteia. Orice plic să conțină cel puțin 12 rezolvări pentru a fi anunțate la rubrica rezolvitorilor.

3101. Se dă expresia :

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x^2 + xy^3}{x + y}$$

Să se aducă la forma cea mai simplă și apoi să se calculeze valoarea ei numerică pentru

$$x = \left(1{,}75 : \frac{2}{3} - 1{,}75 \cdot 1\,\frac{1}{8}\right) : \frac{7}{16}$$

$$\text{și } y = \frac{8}{5}\sqrt{\frac{255}{4096}}.$$

La admitere în clasa IX, București 1966

3102. Perpendiculara dusă din vîrful B pe diametrul CC' al cercului circumscris triunghiului ABC, taie latura AC în D, iar perpendiculara în D pe AC taie cercul descris pe AC ca diametru în punctele P și Q.

Să se afle locul punctelor P și Q cînd vîrfurile B și C rămîn fixe, iar A se mișcă pe cercul ABC. Discuție.

Aurelian I. Stan

3103. Să se demonstreze că dacă $a > 0$, $b > 0$ și $a + b = 1$, atunci

$$0 \leqslant ab \leqslant \frac{1}{4} \text{ și } \frac{1}{2} \leqslant a^2 + b^2 \leqslant 1.$$

F. Kacso, profesor Reghin

3104. Să se arate că centrele cercurilor ce trec prin cîte 3 vîrfuri ale unui trapez oarecare, formează un alt trapez asemenea cu cel dat.

C. Sîrbu, Brăila

3105. Se consideră trei segmente $a > b > c$ care satisfac relația

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 4.$$

Să se arate că dacă $\frac{a}{4} = \frac{b}{3}$, atunci aceste segmente pot fi laturile unui triunghi.

Să se construiască grafic un astfel de triunghi.

Gh. Bazacov

3106. Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se iau respectiv punctele M și N astfel ca $AB.AM = AC.AN$. Perpendicularele în M pe AB și în N pe AC se întîlnesc în punctul P. Cercul de diametru AP retaie cercul circumscris triunghiului ABC în punctul Q. Să se arate că AQ, MN și BC sînt concurente.

C. Băluță, elev Filiași

3107. Să se rezolve ecuația

$$x^2 - px + q = 0,$$

știind că $p^6 = (p^3 - 3pq)^2 + 6q(1 + q^2) + 15q^2$ și $p^2 = 1 - 2q$.

C. I. Ț.

3108. Să se exprime aria unui patrulater inscriptibil în funcție de razele cercurilor circumscrise triunghiurilor formate de cîte o latură a patrulaterului și cele două diagonale ale sale.

G. G. Niculescu student București

3109. Se dau două numere :

$$M = 1964^{1967} \cdot 1965^{1966} \text{ și}$$

$$N = 1963^{1968} \cdot 1966^{1964}.$$

Care dintre ele este mai mare ?

Dan Ralescu, elev București

3110. Să se rezolve sistemul

$$(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 78$$

$$x(y + z)^2 + y(z + x)^2 + z(x + y)^2 = -102$$

$$x + y + z = 3.$$

O. Orănescu, Galați

3111. Să se demonstreze că expresia :

$$E(a, b, c) = a^6 + b^6 + c^6 + (ab + bc + ca)(a^4 + b^4 + c^4) - abc(a^3 + b^3 + c^3)$$

se divide cu $a + b + c$.

Ion Tomescu, București

3112. Să se arate că dacă $a^2 + b^2 \geqslant c^2$ unde a, b, c sînt numere reale, atunci

$$-(a^2 + b^2) \leqslant bc \pm a\sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \leqslant a^2 + b^2,$$

$$-(a^2 + b^2) \leqslant ac \pm b\sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \leqslant a^2 + b^2.$$

C. I. Ț.

3113. Fie $I(r)$ cercul înscris în triunghiul oarecare ABC și d_a, d_b, d_c distanțele ortocentrului său la laturile a, b, c. Perpendicularele din I pe laturile a, b, c, întîlnesc laturile c, a, b respectiv în M, N, P.
Să se arate că

$$S_{MNP} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{a}{d_b} + \frac{b}{d_c} + \frac{c}{d_a}\right).$$

Gh. Ortocol, elev Făgăraș

3114. Să se demonstreze că :

$$(x+y+z)^7-(-x+y+z)^7-(x-y+z)^7-(x+y-z)^7=$$
$$=728\,xyz\,(x^4+y^4+z^4).$$

Gh. Stan, elev Făgăraș

3115. Să se calculeze suma

$$\sum_{n=1}^{n} k\,(k+1)\,(k+2)\,\ldots\,(k+m-1)\cdot$$

Gh N. Rizescu, București

3116. Să se arate că

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}}}=2\cos\frac{43\pi}{192}\cdot$$

(S. G. M. 1939, *C. I. Ț.*)

3117. Fie a, b, c trei numere pozitive, supraunitare, iar x_0 un număr pozitiv astfel luat, ca să existe egalitatea :

$$a^{x_0}=b^{x_0}+c^{x_0}$$

Să se demonstreze, că dacă x este o variabilă reală, pentru $x>x_0$, avem $a^x>b^x+c^x$, iar pentru $x<x_0$ avem $a^x<b^x+c^x$.

Gh. Silosy, Sighet

3118. Să se arate că rădăcinile ecuației

$$ax^3+x^2+bx+1=0$$

satisfac relația :

a) $\dfrac{1}{1+x_1^2}+\dfrac{1}{1+x_2^2}+\dfrac{1}{1+x_3^2}=1-2\left|1+\dfrac{b}{a-b}\right|\cdot$

b) Dacă $\left|1-\dfrac{b}{a}\right|<2$, ecuația admite numai o rădăcină reală, a și b fiind reale.

C. I. Ț.

3119. Fiind dat un triunghi ABA', printr-un punct fix O luat pe latura AA', se duce o secantă mobilă ACC'. Se duce un cerc prin punctele O, A, C și un al doilea cerc prin punctele O, A', C' ; să se găsească locul geometric al punctului M de intersecție a celor două cercuri.

Marian Ionescu, prof. Roșiori de Vede

3120. Să se arate că limita expresiei

$$E=\frac{\sin 2nx\cot gx-n[\cos 2nx+\cos x\cos(2n+1)x]}{\sin^2 x}$$

cînd x tinde către zero, este $\sum_{k=1}^{n2} k^2\cdot$

R.M.T. 2507 *C.I.Ț.*

8121. Pe axele perpendiculare xOy, notăm punctele variabile M pe Ox și N pe Oy. Dacă $\frac{1}{OM} + \frac{1}{ON} =$ constant, să se arate că :

a) dreapta MN trece printr-un punct fix I.

b) dreptele OI, MC_2 și NC_1 sînt concurente unde C_1 și C_2 sînt respectiv centrele cercurilor OMI și ONI.

c) dreptele MC_1 și NC_2 sînt perpendiculare.

Stelian Lambă, Constanța

8122. Să se rezolve

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{2x}{5} - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \operatorname{tg}(4x+1)}{\left(\cos\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) \sin\left(x + \frac{1}{2}\right) (\operatorname{tg}^2 3x - 3)} \geqslant 0.$$

și să se afle perioada funcției $f(x)$.

C. Ionescu-Țiu

8123. Se dau două cercuri O_1 și O_2 de raze R și r și razele mobile și paralele între ele O_1A și O_2B. Să se determine locul geometric al vîrfului C al triunghiului echilateral ABC.

Petre Liviu, Tîrgoviște

8124. Să se arate că expresia $E(n) = (n^7 + 6n)(n^{281} + 280n)$ este divizibilă cu 1967.

W. Maurer, Sighișoara

8125. Fie $A_1, A_2, \ldots, A_n$, n puncte pe un cerc astfel încît oricare din coardele A_iA_j să nu fie diametru și poligonul $A_1A_2 \ldots A_n$ cu vîrfurile în această ordine să fie convex. Fie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ arcele A_1A_2, $A_2A_3, \ldots$, A_nA_1. Spunem că arcele α_i și α_j sînt diametral opuse dacă există pe α_i un punct și pe α_j un alt punct care să fie diametral opuse. Dovediți că există exact n perechi de arce diametral opuse.

Dan Voiculescu

8126. Dacă a, b, c, x, y, z sînt numere pozitive și dacă $x + y + z = 1$, să se demonstreze așa zisa inegalitate a lui *Hölder* :

$$a^x \cdot b^y \cdot c^z \leqslant ax + by + cz.$$

* * *

8127. Folosind relațiile : $\cos 4a = 8\cos^4 a - 8\cos^2 a + 1$

$$\cos 5a = 16\cos^5 a - 20\cos^3 a + 5\cos a.$$

Să se arate că ecuația

$32x^3 - 16x^2 - 32x^{82} + 12x^2 + 6x - 1 = 0$, are ca rădăcini

$$x_k = (-1)^{k-1}\cos\frac{k\pi}{11} \cdot (k = 1, 2, 3, 4, 5).$$

C. Ionescu-Țiu

8128. Să se rezolve sistemul

$$|a_1-a_2|x_2+|a_1-a_3|x_3+|a_1-a_4|x_4+\ldots+|a_1-a_n|x_n=k$$
$$|a_2-a_1|x_1+|a_2-a_3|x_3+|a_2-a_4|x_4+\ldots+|a_2-a_n|x_n=k$$
$$|a_3-a_1|x_1+|a_3-a_2|x_2+|a_3-a_4|x_4+\ldots+|a_3-a_n|x_n=k$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$|a_n-a_1|x_1+|a_n-a_2|x_2+|a_n-a_3|x_3+\ldots+|a_n-a_{n-1}|x_{n-1}=k$$

unde $a_1, \ldots, a_n$ sînt diferite două cîte două, și k este dat. (În legătură cu problema 7934)

B. E. Lungulescu, elev Pitești

8129. Pe un cerc sînt scrise numerele de la 1 la N. Se taie numerele din K în K începînd cu n și se continuă numai pînă cînd numărul ce ar urma să fie tăiat a fost întîlnit și tăiat mai înainte. Se pune întrebarea cîte numere rămîn netăiate. Caz numeric : $N = 2016$; $K = 866$.

N. Manolache, elev București

8130. Să se calculeze

$$\int \frac{dx}{(2x+3)\sqrt{4x^2+12x+5}}$$

C. Herling, București

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E : 2669 La 15 martie 1966, în capitala patriei noastre locuiau 1 511 388 persoane în mediul urban și rural.

Cîți locuitori din mediul urban și cîți din mediul rural există, știind că dacă împărțim numărul locuitorilor din mediul urban la cel al locuitorilor din mediul rural, obținem cîtul 18 și restul 47419?

Em. Diaconescu, Argeș

E : 2670. Să se calculeze :

$$\frac{\frac{30}{103}\cdot\left(\frac{2}{15}+1\frac{7}{12}\right)-\left(2:2\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{9}{32}}{\left[3\frac{1}{4}\cdot\left(14\frac{4}{5}+\frac{4}{15}\right)-47\right]:5\frac{9}{10}}.$$

La admitere în clasa IX, Bacău, 1966

*) V (E : 2669—2671) ; VI (2672—2676) ; VII (2677—2683) ; VIII (2684—2689). Soluțiile se primesc pînă la 15 iunie 1967. Fiecare elev poate trimite rezolvări și la problemele clasei precedente celei pe care o urmează, însă în total peste 7 rezolvări bune.

E : 2671. Să se calculeze :

$$\frac{\left[\left(12\frac{1}{15}+\frac{1}{10}+\frac{4}{15}\right):\frac{1}{15}-6:\frac{1}{28}\right]\cdot\frac{4}{11}}{\left(5\cdot 2\frac{2}{5}-8\frac{3}{22}\right):42\frac{1}{2}}$$

La admitere în clasa IX, Tg. Mureș, R.A.M. 1966

E : 2672. Se dă triunghiul echilateral ABC. Prin C se duce paralela la AB, în A perpendiculara pe AB și se notează cu D intersecția lor. Să se arate că CD este jumătate din latura triunghiului echilateral.

La concursul 1966, *clasa VI, Hunedoara*

E : 2673. Patru pionieri au depus la CEC sume proporționale cu numerele : 2 ; 0,75 ; $\frac{2}{3}$ și $1\frac{1}{15}$. Să se afle cît a depus fiecare, dacă primul a depus mai mult ca al doilea cu 93,75 lei.

La concursul 1966, *cl. VI, Hunedoara*

E : 2674. Să se calculeze rădăcina pătrată a fracției $\frac{32}{75}$ în două moduri :

a) amplificînd fracția astfel ca numitorul să devină pătrat perfect,

b) transformînd fracția dată în fracție zecimală.

La concursul 1966, *clasa VI, Tg. Mureș*

E : 2675. La o *G.A.S.* pentru a semăna o suprafață de 2 280 ha 15 tractoare lucrează 16 zile.

a) Cîte tractoare (cu aceeași medie zilnică de lucru) sînt necesare pentru a ara o suprafață de 1596 ha în 24 de zile. Să se rezolve prin metoda așezării și apoi cu ajutorul lucrului unui tractor pe zi. b) Cît porumb se recoltează de pe cele două suprafețe în total, dacă producția anuală pe un ha la prima suprafață este 5583 $\frac{1}{4}$ kg. iar la a doua 5497,29 kg.

La concursul 1966, *cl. VI, Tg. Mureș*

E : 2676. La recensămîntul populației din 1966 în țara noastră s-a constatat că numărul populației totale a crescut cu 1 615 606 locuitori față de numărul locuitorilor existenți în 1956. Dacă din numărul locuitorilor din 1956, am scoate $\frac{1}{5}$, iar din numărul locuitorilor din 1966,25%, atunci în 1966 ar rămîne cu 337232 locuitori mai mult ca în 1956.

Să se afle cîți locuitori număra țara noastră în 1956 și cîți în 1966.

D. C. Nica, Perieți, Slatina

E : **2677**. O întreprindere poate livra, folosind același tip de mecanism de ceasornic, mai multe modele de ceasuri.

Pentru aceasta îi stau la dispoziție 3 carcase diferite, 4 cadrane diferite și 2 modele diferite de ace de ceasornic. Să se afle numărul maxim de modele care poate fi livrat folosind diferitele părți componente enumerate mai sus.

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. V, R.D.G. 1966

E : **2678** Într-un bloc locuiesc următoarele familii : *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*, *N*, *O*, *R*, și *P*. La parter și la fiecare etaj locuiesc cîte 2 familii. Se mai dau următoarele date : Familia *A* locuiește cu 2 etaje mai jos ca familia *B*, iar aceștia cu 6 etaje mai sus ca familia *C*. Familiile *F* și *G* locuiesc la același etaj. Familia *M* locuiește cu 4 etaje mai sus ca familia *N* și cu 2 etaje mai jos ca familia *F*. Un etaj deasupra familiei *N* locuiește familia *O*. Familia *A* locuiește cu 3 etaje mai sus ca familia *R* iar familia *P* locuiește cu 5 etaje mai jos decît familia *G*.

a) Cîte etaje are blocul ?

b) La ce etaj locuiește familia *A* ?

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. VI, R.D.G., 1966

E : **2679** În România există bancnote de cîte 3 și 5 lei. Să se demonstreze că orice sumă în lei, mai mare ca șapte, poate fi achitată folosind exclusiv bancnote a 3 și 5 lei în cazul în care există un număr suficient de mare de bancnote.

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. VII, R.D.G. 1966

E : **2680**. Dintr-o cantitate de lapte de vacă se obține 21% smîntînă. Iar dintr-o cantitate de smîntînă se obține 23% unt. Să se afle cantitatea minimă de lapte de vacă care este necesară, în condițiile enunțate mai sus, pentru a obține 1 kg unt.

Cantitatea de lapte se va exprima în kg. și sub forma de fracție zecimală.

La olimpiada tinerilor matematicieni, cl. VIII, R.D.G. 1966

E : **2681**. Dintr-o suprafață arabilă s-au însămînțat 135 ha cu grîu, reprezentînd $\frac{9}{20}$ din întrega suprafață arabilă ; $\frac{11}{20}$ din întreaga suprafață cu porumb. Să se afle :

a) întreaga suprafață,

b) suprafața însămînțată cu porumb,

c) raportul dintre suprafața însămînțată cu porumb și cea cu grîu,

d) de cîte ori este mai mare suprafața însămînțată cu porumb decît aceea cu grîu ?

T. Grozescu, Arad

E : **2682**. În două magazii se găsesc 104 tone de cereale. Dacă luăm 1/4 din cantitatea de cereale din prima magazie și o introducem în a doua,

apoi luăm 1/4 din a doua și o introducem în prima, atunci în a doua magazie rămîne o cantitate cu 11 tone mai mică decît în prima magazie. Să se afle ce cantitate de cereale a fost la început în fiecare magazie?

D. Mîrzan, Bujoreni

E : 2683. Se dă un triunghi dreptunghic în care una din catete este egală cu 9 cm; știind că aria triunghiului este de $81\sqrt{2}$ cm^2 să se afle înălțimea corespunzătoare ipotenuzei.

Sorin Constantinovici, Galați

E : 2684. Să se arate că

$$(ax-bc)^2+(bx+ac)^2=(ax+bc)^2+(bx-ac)^2=(a^2+b^2)(c^2+x^2),$$

$$a.\frac{ac+bx}{a^2+b^2}+b.\frac{bc-ax}{a^2+b^2}=c.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2685. Să se arate că dacă $a,\ b,\ c, \neq 1$ și

$$a+b+c=ab+ac+bc$$

atunci : $\frac{ac-b}{1-b}+\frac{ab-c}{1-c}+\frac{bc-a}{1-a}=2\ (a+b+c)$.

M. I. Ștefăneanu, elev Caransebeș

E : 2686. Să se arate că dacă $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=0$

atunci :

$$\frac{a+b}{a(c+d)}+\frac{a+c}{a(b+d)}+\frac{a+d}{a(b+c)}+\frac{b^2+c^2+d^2}{bcd}=0.$$

S. Bivolaru, Tr. Severin

E 2687. Să se rezolve sistemul de ecuații :

$$\frac{a}{\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+x}}-1}-\frac{b}{\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+y}}-1}=0$$

$$\frac{1}{\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x+y}}-1}+\frac{1}{1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x+y}}}=2.\frac{a+b}{ab}.$$

Dan Stoenescu, elev Ploiești

E : 2688. Să se arate că

$$\frac{(a+b+c)^4+(a-b-c)^5}{2a}=a^4+10a^2(b+c)^2+5(b+c)^4.$$

Martin Mettler, Vișeul de Sus

E: 2689. Să se arate că volumul unui paralelipiped dreptunghic nu se schimbă dacă ar avea următoarele modificări:

a) Una din dimensiuni s-ar micşora cu o treime, alta s-ar micşora cu o pătrime, iar a treia s-ar dubla.

b) Una din dimensiuni s-ar mări cu o treime, alta s-ar mări cu o cincime, iar a treia s-ar micşora cu două cincimi.

c) Una din dimensiuni s-ar reduce la jumătate, alta s-ar reduce cu o treime, iar a treia s-ar tripla.

C. Ionescu-Ţiu

POŞTA REDACŢIEI

C. Tăleanu din Breaza şi Olaru Andrei din Belceşti. Dacă uneori numele rezolvitorilor apare greşit în listă, aceasta de datoreşte şi faptului că unii elevi nu-şi scriu numele citeţ pe plic, pe borderou şi pe fiecare foaie.

Varadi Petre din Bucureşti. Pentru a fi evidenţiat trebuie să lucrezi mai atent şi să revezi odată sau de două ori problemele înainte de a le expedia, chiar dacă numărul total de probleme trimise odată întrece numărul de 30—40.

Petcu Marian din Celaru şi grupuri de elevi din Adjud şi Arad. Problemele trebuie rezolvate personal de fiecare elev. Cele trimise de grupuri, copiate sau cu aceleaşi greşeli, nu pot fi luate în consideraţie.

David Nicolae de la Grupul şcolar F.R.B. Ştiinţa cere pasiune şi stăruinţă. Numai din „simpla curiozitate" vei realiza foarte puţin. Răspunsul îl vei afla singur dacă te vei strădui şi vei studia.

Dinescu Aurel, cl. X Cîmpina şi alţi elevi neserioşi. Rezolvarea problemelor de către elevi nu constituie o obligaţie. Trimiterea borderoului însoţit de foi albe nu foloseşte nimănui. Nu trimiteţi mai multe probleme pe aceeaşi foaie.

Către unii propunători de probleme. Problemele propuse să fie semnate citeţ pe fiecare foaie separat, iar soluţia să fie întocmită cu îngrijire şi să fie personală. Din nou sfătuim corespondenţii noştri să nu trimită probleme propuse pînă nu devin harnici rezolvitori de probleme şi evidenţiaţi la rubrica rezolvitorilor.

Nicorici Ştefan, cl. VII, Bucureşti, Păun Marius, cl. VIII Braşov. E mai potrivit să citiţi şi să studiaţi mai serios, matematica, mai înainte de a ne trimite păreri despre alţii. La anii voştri şcolarii care ne scriu, sînt de obicei mai pregătiţi, mai informaţi, mai îndrăgostiţi de matematică (şi chiar mai modeşti).

Stavaru Gh. din Drăgăşani, Fechete Sorin, elev Cluj şi Chira Voicu, elev Bolintinul din Vale şi alţi rezolvitori de probleme. Problemele care nu sînt bine rezolvate, nu se anunţă primirea lor. Respectaţi instrucţiunile de pe coperta Gazetei şi evitaţi întîrzierile. Nu se poate răspunde fiecărui rezolvitor despre primirea plicului cu probleme. Elevii pot trimite soluţii la probleme din chestiuni de examen şi la problemele propuse din clasa precedentă a celei pe care o urmează.

Nichifor Constantin, elev Braşov. O parte din problemele ce aţi trimis nu sînt bine rezolvate. Nu se scrie mai mult de o problemă pe o filă. Problemele se aşază în ordine, însoţite de un borderou.

Marica Mihai elev Giurgiu şi Bontaş Adrian, elev Braşov şi alţi corespondenţi. Într-un plic trebuie să fie cel puţin 12 probleme bine rezolvate pentru a fi anunţate. Plicurile care nu conţin numărul minim de probleme rezolvate cerut, conform normelor publicate pe coperta a IV-a a Gazetei matematice, seria B, nu se iau în consideraţie.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*)

Pînă la 15 decembrie 1966 s-au primit soluţii bune de la:

BÎRLAD. Tofan Elena (7726, 8, 9, 32, 3, 5, 44, 827, 9, 30, 5, 7), Tulei Ioana (7726, 9, 32, 5, 44, 824, 7, 9, 30, 5, 7), *L.2* cl. VIII Kissling Rodica (2560, 4, 8—70, 3, 7, 8), Sar Iolanuda (2574, 8, 604, 9, 12, 8, 22), cl. X Bălan Vasile (7730, 3, 5, 85, 827, 8, 30, 2, 77—98, 5), Mînza Sorin (7726—9, 31, 3, 89, 827, 30, 3—5), *L.3* cl. VI Leonte Liliana (2573—9, 81, 7), Olaru Liviu

* Evidenţiaţii ca rezolvitori de probleme sînt înscrişi cu litere cursive.

(2560, 4, 73, 7—9, 81, 6, 8), cl. VII Mîţa Liana (2560, 73, 4, 6, 6—9, 81, 4), Păiş Ştefan (2560, 1, 8, 70, 781, 4), Petrache Larisa (2573, 4, 7—81, 4), cl. VIII Carp Ruxandra (2564, 8, 9, 73, 4, 6, 7—9), Dan Mihalache (2560, 1, 3, 4, 8—70, 2—4), Zlate Traian (2564, 70, 4, 7—9, 85—8).

BOCŞA (Banat). *L.1* cl. X Pirot Ion (7726—9, 32, 3, 5, 9, 5, 8, 827—30, 4), Rohm Inge (7726—9, 32, 3, 5, 9, 85, 8, 827, 9, 30).

BOTOŞANI. *S.g. 3* cl. VI Bordeianu Valentin (2560, 1, 4, 73, 7, 8, 86, 7, 606), Galuschi Maria (2561, 4, 73, 8, 9, 83, 606, 14), Iftimie Dumitru (2561, 4, 73, 7—9, 87, 98, 606), Valoşincu Stela (2560, 1, 4, 73, 8, 9, 87, 605), *S.g. 3* cl. VIII Bogza Viorica (2561, 4, 9, 73, 7—9, 87), Cerchejanu Jan (2573, 7—9, 94, 8, 9, 606), Ionaşcu Mariana (2561, 4, 73, 7—9, 419, 20), Voroncanu Aurica (2561, 4, 9, 73, 7—70, 600, 20), *S.g. 7* cl. VII Jercan Geta (2552, 68, 80—2, 4—6, 8), *L. 1* cl. IX Amariei Viorica (2570, 2, 94, 5; 7726, 7, 9, 30, 830, 74, 8), *L. econ.* an I Bantaş Liliana (2591, 2, 4, 627, 8, 30; 728, 32, 3, 84, 827, 9, 30, 2, 4, 5, 35, 73, 8), Gherman Constantin (2570, 2, 9, 3, 4, 609, 10, 2, 25, 7, 30; 7726—9, 89, 830, 5), Lafontain Constanton (2568—71, 91, 2, 9, 609, 28; 7728, 33, 89, 827, 9, 30, 4, 5, 78), an II Livanu Corneliu (7726—9, 32—5, 9, 82, 3, 5, 8, 820, 4, 7, 9, 30, 2, 5).

BOZOVICI (Banat). *L.1* cl. XI Dancea Ion (7726, 35, 44, 83, 96, 820, 1, 3—5, 7, 35, 76, 8).

BRAD (Hunedoara). *S.g. 2* cl. VIII Trufaşu Dan (2560, 1, 3, 4, 9, 70, 2, 80—2, 4—8, 96, 606, 8).

BRAŞOV. *Student* Servaţius Gerhard (7728—30, 2, 3, 5—7, 41, 4, 6, 61), *S.g. 3* cl. VIII Ciubucă Gabriela (2568, 9, 80—2, 4, 5, 7), Filip Ligia (2568, 70, 80, 2, 4, 7, 8, 623), Georgescu Ion (2569, 70 80, 2, 4, 6, 8, 95), Goicea Dan (2568—71, 80, 2, 4, 6—8), *S.g. 5* cl. V Ştefan Adriana (2560, 1, 4, 79, 96, 8, 600, 8), *S.g. 6* cl. VI Costea Cristina (2573—9, 81), cl. VII Zsido Eva (2560, 4, 5, 8, 9, 70, 3—5, 7—9, 82, 6, 7), *S.g. 13* cl. VII Itu Marcela (2560, 7, 8, 73, 6—80, 4, 6, 7), cl. VIII Demetrescu Adriana (2579, 81, 2, 4, 8, 97—9), Durac Sorin (2580—2, 7, 91, 5, 606, 7, 9), Ursu Marian (2573, 7—9, 84, 7, 94, 6—9, 601, 5, 7), *L. 4* cl. VI Manea Georgeta (2560, 1, 73, 7, 96, 9, 600, 18), Petre Nicolae (2560, 4, 73, 8, 9, 83, 600, 6), Şerban Gabriel (2560, 3, 73, 7, 9, 83, 600, 6), cl. VIII Borgovan Emil (2573, 4, 7, 84, 98, 604, 6, 8, 22, 3), Nistor Andrei (2560, 1, 4, 8—74), Teodorescu Florin (2560, 70, 81, 2, 5, 7, 8, 94, 5), cl. IX Nedelcu Eugenia (2570, 2, 91, 4, 609, 11, 30, 7726, 7, 9, 827, 30, 78), cl. X Rădulescu Dan (776, 7827—30, 2, 7, 9, 42, 5, 74, 9), *L.5* cl. XI Greavu Alexandru (7740, 6, 51, 70, 1, 3, 96, 7, 9, 822, 42, 45, 51).

BRĂILA. *S.g. 2* cl. VII Mărgean Georgeta (2573, 4, 7—81, 3—8, 600, 1, 6), *S.g. 3* cl. VII Constantinescu Ionel (2576—81, 4, 7—9), Munteanu Emanuel (2576—9, 81, 7, 8), Nedelcu George (2577—82, 4, 7, 8) Radu Margareta (2577—82, 4, 7, 8), Sigale Stela (2576—81, 4, 7—9), *S.g. 7* cl. VII Borsay Lucia (2564, 8, 9, 77—81), Dendrino Artemis (2564, 8, 77—81, 4), Ghiţă Sorin (2564, 8, 9, 77—81, 4), S.g. 4 cl. VI Hornstein Nina (2564, 74, 4, 8, 9, 81, 2, 99), cl. VII Buhociu Florin (2560, 1, 71, 4, 98, 9, 601, 6, 8), *S.g. 18* cl. VIII Vintilă Tiberiu (2560, 4, 8—71, 9, 80, 7), *S.g. 22* cl. VII Cocoş Ion (2568, 73, 7—81, 4, 9, 600, 1), *S.g. 26* cl. VI Tircovu Ilinca (2560—4, 73, 4, 7—9, 600, 1), cl. VII Dragomir Marioara şi Mitu Todurita (2564, 74, 7—9, 81, 2, 4, 8), cl. VIII Anghel Nicu şi Dumitraşcu Tudorel (2580—2, 4—8, 94), Epure Nicolae (2580—2, 4, 5, 8, 94, 5). *L. 1* cl. IX Braunstein Camelia (2570, 2, 94, 5, 7726, 7, 9, 85, 31, 74, 8, 9), Chigaia Georgeta : (2570, 2, 90—3, 4, 5, 7726, 7, 9, 39, 46, 85), Dragomir Gh. (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 7726, 7, 9, 33, 9, 46, 85, 9), Enciu Aurel (2570—2, 91, 4, 610, 7726, 7, 9, 46, 827, 30), cl. X Răileanu Vasilica (7726—9, 31, 2, 4, 85, 9, 827—30, 3, 5, 42), *L.3* cl. IX Cărbunaru Virgiliu (2570, 2, 609, 27, 8, 30, 7726, 7, 9, 30, 4, 5), Grinberg Alina (2572, 95, 609, 10, 2, 7726, 8, 9, 99, 827, 30, 5), Mitu Gheorghe (2570, 2, 609, 11, 27, 8, 30, 7726—8, 827, 40, 5), cl. X Barac Ştefan (7726—9, 33, 85, 827, 9, 30, 2, 74, 8), Dumitru Rodica (7726—30, 8, 44, 82, 3, 827, 8, 34).

BRĂNEŞTI (Bucureşti) *L.1* cl. XI Oprea Vasile (7770, 82, 820, 1, 4, 5, 40, 2, 4, 45, 9, 51, 3).

BREAZA (Ploieşti) *L.1* cl. VI Florescu Liliana (2561, 4, 73, 5, 8, 9, 87, 601), cl. IX Chiauş Carmen (557—9, 70, 2, 91, 4, 5, 7687, 726, 7, 9), Moise Petre (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 7726, 7, 9, 827, 9, 30), *L. militar* cl. XI Gavriloaia Gh. (7610, 2, 7, 9, 21, 38—40, 2, 3, 54, 60, 7662, 3), Ivanov Vasile (7723, 33, 44, 96, 40, 820, 1, 3—5, 37, 42, 5, 53).

BOLDEŞTI (Ploieşti) *S.g. 1* cl. VIII Bilciurescu Olga (2561, 3, 83, 97—601, 4, 6, 8, 13—5).

BUZĂU. *S.g. 1* cl. VII Alian Georgeta (2567, 8, 70, 1, 7, 8, 81, 4, 607, 7), *S.g. 6* cl. VI Ene Rodica (2564, 73, 6—9, 97, 600, 1, 4), *L.1* cl. X Alexe Dan (7726, 9, 32, 3, 5, 41, 62, 70, 85, 6, 8, 90), Balaş Petre (7726, 9, 32, 3, 5, 49, 62, 70, 85, 6, 8, 90), cl. XI Mihăiescu Tiberiu (7723, 9, 30, 2, 6, 8, 42—4, 7—9, 65, 70)

BUCUREŞTI. *S.g. 3* cl. V. Grigore Elena (2560, 3, 4, 8—72, 7726, 8, 85, 6), *S.g. 4* cl. VII Udrea Bogdan (2560, 1, 72, 4—81, 3, 4, 7, 97, 8, 601, 6, 8), *S.g. 5* cl. VII Lazăr Anca (2560—4, 7, 8, 70, 2, 3) S.g. 5 cl. VII Streja Dan (2560, 2, 4, 7, 8, 70, 3, 4, 9), *S.g. 10*

cl. VI Oprea Constantin (2573, 7—9, 96, 9, 601, 15, 23), Tomescu Luminița (2573, 8, 9, 82, 7, 99, 605, 8, 19), cl. VII Statovici Mihai (2564, 7—9, 76—80), cl. VIII Ionescu Ileana (2560, 1, 3, 4, 70, 96, 604, 6), Neacșu Cornelia (2560, 1, 3, 4, 70, 96, 604, 6), *S.g. 19* cl. VIII Suciuc Alexandru (2570—2, 7726—9, 35, 44), *S.g. 21* cl. VII Dumitru Sorin (2561, 76, 81, 6, 98' 91, 601, 4, 6), Profis Paul (2563, 4, 8—70, 80, 2, 4, 8, 600, 1, 8), *S.g.23* cl. VIII Badea Olga (2560, 1, 4, 8, 73, 5, 6, 8, 91, 600, 1), *S.g. 26* cl. VII Boguleanu Adriana (2560, 4, 8, 70, 2, 3, 8, 8, 84, 6, 601), Cucu Constantin (2560, 4, 70, 3, 6, 8, 9, 87, 601, 6, 8), Levardă Maria (2560, 8, 99, 73, 8—81, 4, 606), *S.g. 77* cl. VII Grigoriu Florin (2573—82, 4, 6, 8), *S.g. 102* cl. VII Cristescu Elena (2560, 4, 73, 8, 80, 600, 6, 7). *S.g. 119* cl. VI Oncescu Mihnea (2560, 1, 3, 4, 73—9), cl. VII Berea Dan (2576—86), *S.g. 122*, cl. VI Florian Alexandru (2560, 4, 76—8, 97, 600), Mihai Cristina (2573—7, 97—9), Popescu Gabriela (2563, 73, 6, 83, 600, 4—6, 16), cl. VIII Brătescu Ștefan (2564, 8—74), *S.g. 128* cl. VI Anghel Viorica (2562, 4, 7, 8, 70, 4, 8, 9), Dragu Gabriel, Mîrșan Constantin (2560—2, 4, 7, 70, 3, 9), Rogobete Nicoleta (2562, 4, 7, 8, 70, 3, 4, 9), cl. VII Popa Mihaela (2560, 2, 4, 6—70), cl. VIII Bolintineanu Teodora (2560—2, 4, 7—70, Dumitrescu Luminița (2560, 2, 4, 7—71), *S.g. 141* cl. VIII Tîrșoagă Doru (2567—71, 3, 7, 8, 80, 41), *S.g. 145* cl. VII Dumitru Gh. (2573—5, 613, 6, 20, 3, 609), Faiota Alexandru (2560, 7, 73, 5, 609, 13, 5, 20, 3), Georgescu Anca (2573—8, 604, 9, 13, 15, 20, 3), Simionescu Nicolae (2558, 9, 73, 5—8, 613, 5, 20, 3), Turbatu Ion (2573—8, 609, 13, 20, 3), *S.g. 164* cl. VI Giurgiuman Al. (2596—8, 600—4, 6, 8), *S.g. 166* cl.VIII 3—5, 7—72), Pamfil Virgil (2573—82, 7), *S.g. 173* cl. VI Danciu Grigore (2573—5, 7—9, 81, 2, 6, 8, 94), cl. VII Andrievici Bogdan) 2564, 7, 8, 77—9, 83, 6), *L.1* „*N. Bălcescu*" cl. IX Paraschiv Monica (2590, 1, 4, 5, 611, 7786, 8, 9, 827, 8, 30, 1, 4), Ștefaniu Călin (2570—2, 90—5, 7726, 7, 9, 32, 3, 69, 85, 6, 9), Zaharia Dan (2570, 2, 90, 1, 609, 30, 7726, 7, 33, 827, 30) Vijelie Luminița (7726—9, 31—3, 5, 44, 8, 60, 2570, 2), cl. X Crăciuneascu Răzvan (7726, 9, 32—5, 9, 85, 6, 90, 1, 827, 8, 30, 3, 4, 6), cl. XI Hahn Radu (7726, 7, 33, 5, 6, 8, 9, 42, 6, 53, 5, 65, 70), *Sbîrnea Mihai* (7723, 33—9, 41, 2, 4—9, 51, 2, 4, 5, 8, 61, 5, 70, 5, 82—4, 90, 1, 5, 9, 807, 8, 12, 7), Udrea Mircea (7751, 65, 70, 808, 21, 3—5, 42, 5, 9, 51), *L. 4* cl. IX Chebac Dan (2570—2, 90, 1, 3, 4, 5, 609, 7726, 8, 9, 829, 33), Constantin Gabriel ,Constantin Horia (2570—6, 93—5, 609, 7726, 8, 9, 829, 30), Constantinescu Nicolae (2570, 2, 90, 2, 3, 609, 7726, 8, 85, 829, 30, 3, 5), Gaidescu Petruța (2570, 2, 90, 1, 5, 609, 7726, 8, 9, 33, 85, 829, 33), Gorgan Cristian (2570, 2, 91, 45, 630, 7726, 8, 9, 827, 9, 337), Iliescu Stelian (2570—2, 90, 1, 3—5, 7726—9, 33, 85), Mihăilă Octavian (2570, 2, 90, 4, 5, 7726, 8, 9, 85, 827, 9, 30), Schiopu Mircea (2570—2, 90, 1, 3—5, 7726—9, 85), cl. XI Dogaru Gabriel (7726, 8, 9, 33, 5, 7, 55, 6, 9, 51, 2, 70, 812, 49, 51), *L.5* cl. VI Popescu Enrico (2560, 1, 3—5, 73, 4, 6), cl. VII Bahrim Mihaela (2560, 4, 8, 73, 6, 7, 9, 81), Ilea Cristina) 2573, 4, 8—81, 4—7, 90, 1, 5), cl. VIII Iancu Cornel (2568—71, 80, 2, 4, 7, 91, 609), Manicatide Ioana (2567—71, 80, 4, 8, 91, 4, 5), Mișu Ștefan (2560, 73, 74, 9, 8, 4, 6, 8, 4, 5, 98, 9, 601, 10, 4, 5, 23, 7, 30, 7827, cl. XI *Manolache Nicolae* (7530, 48, 50, 64, 73,608—12, 4, 6—23, 4, 6—23, 42, 63, 68, 700, 6, 9—11, 16, 42, 50, 2, 4, 68, 70, 1, 2, 6, 7, 9, 80, 2—4, 7, 8, 95, 9, 807, 38, 53, 4, 8, 67—9, 82, 3, 6, 7, P, N) *L.6* cl. VIII Mărăndici Doina (2580, 1, 4, 7, 95, 606, 9, 10), cl. IX Hofman Aurel (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 73, 6, 8, 9) Weiner Irina (7729, 31, 3, 85, 9, E : 2570—2, 90—3,5), *L. 7* cl. VII Cutoiu Dan (2560, 1, 3, 4, 7——70), cl. VIII Dumitru Aurora (2580, 1, 4, 91, 5, 623, 4, 7, 30), cl. X Taler Adriana (7726——9, 31, 3, 827, 30—3, 5, 42, 79), *L. 8* cl. X Cinteza Mircea (7726—9, 31, 2, 85, 827—30, 2, 4, 5, 7), *L. 10* cl. VIII Brateș Nanu (2561, 3, 4, 8—70, 2, 7, 601, 7726, 7), Gilbert Adriana (2590, 4, 600, 7, 9, 12, 235, 7), cl. VII Angheluță Marcel) 2601, 4, 8, 11, 6, 8, 9, 27), Blideanu Dan (2576, 9, 84, 7, 606, 8, 9, 27), Dobrin Ana (2579, 84, 7, 606—8, 19, 22), Lotu Mihaela (2579, 84, 7, 600, 7, 19, 8, 27), Luca Cornelia (2677—80, 4, 600, 6—8, 19), Mosoff Marta (2579, 84, 600, 4, 7, 8, 18, 9), Mincu Pavel (2579, 99, 600, 1, 5, 13—5, 8, 9,27), Mucice Doina (2579), 84, 600, 7, 8, 8, 9, 27), Niculescu Ragbeca (2579, 84, 600, 6—8, 18, 9) Pretorian Luiza (2579, 84, 600, 5, 7, 8, 11, 8, 9, 27), Rădulescu Sorin (2579, 618, 9, 21, 2, 4, 7, 30), Secara Roxana (2584, 700, 6—8, 18, 9, 27), Ursea Voprela (2576, 9, 84, 607, 8, 18, 27), Teodorescu Laurențiu (2576—81, 4, 7), cl. VIII Brateș Nanu (2561, 3, 4, 8, 70, 2, 7, 601, 7726, 7), Crețulescu Vladimir (2600, 4, 5, 8, 12, 23, 5, 7), Rodica (25600, 4, 5, 7, 12, 23, 4, 7827), Gofița Gabriel (2596, 600—2, 4—6, 8, 9, 11, 2, 4, 6, 9, 23, 7), Gilbert Adriana (2590, 4, 600, 7, 9, 12, 23, 5, 7), Ionescu Lia (2600, 4, 5, 7, 12, 23, 4, 7), Pătrînjenaru Victor (2560, 1, 2, 4, 8—91, 4, 7—601, 3—6, 8, 9, 7726, 71), Popescu Dorin (2600, 4—7, 9, 10, 2, 20, 3, 5, 7, 7878), Pretorian Anton (2600, 4, 5, 9, 11, 2, 23, 30), Vereș Octavia (2600, 4, 5, 7, 9, 23, 5, 7827), cl. XI Popescu Anca (7733, 4, 41, 4, 5, 8, 9, 51, 5, 60, 3, 5, 70, 3, 98, 708), Voicu Alina (7723, 33, 4, 5, 8, 9, 60, 3, 5, 70, 3, 813), *L. 11* cl. IX Udrea Mihail (2570——2, 7726—9, 31, 3—4, 6), cl. X Claiman Mișu (7728—30, 2, 3, 5—9, 44, 6, 7, 62, 70, 98), Popescu Eugen (7726, 7, 9, 30, 2, 4, 5, 44, 6, 7, 60, 82, 96, 807), cl. XI Grigore Mariana (7726, 7, 9, 30, 2, 5, 44, 6, 7, 60, 82, 96), Tudorache Victoria (7726, 8, 9, 33, 5, 44, 820—5, 7, 9, 35, 78, 85), Pascaru Aurel (7529, 34, 64, 609, 17, 20, 4, 7, 31, 8, 40, 2, 3, 59, 62, 3), *L. 12* cl. VII Rizescu Marieta (2567, 17, 73, 4, 7—80, 4), *L. 13* cl. XI Eftimescu Anca (2627, 8, 30, 7733, 827, 8, 30, 4, 5, 6, 878, 9), Flăitaru Gabriel (2627, 8, 30, 7727, 8, 30, 3—6, 78,

9), Macrea Alexandru (2568, 72, 607, 9, 22, 8, 30, 7827, 30, 3, 5, 78, 9), Nicolescu Ileana (2591, 5, 637, 30, 7827, 30, 2, 73—5, 8, 9), Sanca Darius (2595, 609, 12, 7729, 44, 85, 827, 8, 30, 1, 4, 5), Vasile Gh. (2570, 91, 4, 5, 609, 10, 7726, 8, 31, 2, 827, 30, 5(, cl. X Suciu Camil (7770, 6, 9, 90, 9, 817—9, 21, 23, 65, 61), cl. XI Dincă Gabriel (7723, 33, 8, 41, 2, 4, 8, 51, 65, 70, 812, 7). *L. 15* cl. VII Dan Liliana (2613, 6, 8—20, 2, 3, 5), cl. X Marinescu Nicolae (7726—30, 2, 3, 5, 6, 89, 827—31, 4, 5), Stancu Roxana (7726, 9, 44, 8, 82—2, 4, 5, 7—30, 94), *L.* 17. cl. XI *Avrămoiu Valentin* (7430, 5, 54, 64, 7, 80, 5, 6, 93, 771, 2, 580, 2, 90, 808, 12, 7, 47, 52, 9, 64, 7) *L. 20* cl. IX Neacşu Georgeta (2569—72, 91, 5, 7726, 7, 9, 31—3, 85), cl. XI Mitruş Mihai (7721, 32, 3, 5, 7, 9, 43—7, 50, 60, 824, 5, 40, 42—4, 7, 9, 53), *L. 21* cl. VIII Rosenberg Anda (2606—10, 22, 5, 7, 8), L. 22 cl. IX Bădescu Smaranda (2590, 1, 4, 609, 27, 8, 30, 7728, 33, 44, 827, 33—5, 78), Popa Mircea (2570, 2, 41, 3, 4, 609, 11, 27, 30, 7726, 7, 9, 30, 874, 8, 9), Georgescu Radu (7729, 41, 4, 8, 73, 82, 9, 817, 21, 5, 7, 9, 30, 7), *L. 24* cl. VII Dobre Gh. (2573, 8, 801, 84, 7, 601, 7830), Herescu Rodica (2560, 1, 3, 4, 7—70, 2), Protopopov Nădejda (2560, 9, 73, 4, 84, 97, 9, 601, 4, 8), cl. IX Frisov Puşa (2570, 1, 90, 1, 94, 5, 609, 7726, 7, 9, 3, 827, 9, 35), *L. 26* cl. IX Gruglovan Radu (2570—2, 90, 1, 4, 609, 10, 7827, 9, 30, 2, 3), Manea Ştefan (2570—2, 90—2, 4, 5, 609, 7827, 30, 2, 3, 5), Smărăndescu Mihaela (2570—2, 90—2, 4, 5, 610, 7827, 9, 32, 3, 5), Tudor Nicolae (2570—2, 90—2, 4, 5, 7827, 9, 30, 2, 3), *L. 27* cl. VI Martiş Dan (2560, 73—5, 7—9, 81), cl. VIII Teodorescu Luiza (2560, 7—9, 73, 7—9, 601), *L. 28* cl. VI Stoenescu R. (2560, 73—9), cl. IX Tudose Dan (3570—2, 7726—9, 31—3, 44, 6), Văleanu Vladimir (2593, 627, 8, 30, 7799, 827, 33, 7, 40, 5, 80, 7), Vidraşcu Andrei (2611, 27, 8, 30, 7815, 27, 31, 2, 5, 68, 78, 9), Vineşiu Dan (7729, 38, 44, 6, 8, 51, 70, 820, 3—5, 49, 51, 3), *L. 32* cl. IX Creţu Viorel (2590—5, 7726—9, 32, 62, 6, 827, 9), *L. 34* cl. VII Costea Florin (2604, 5, 19, 20, 2—4, 7), Stoicescu Dan (2564, 7, 8, 78, 9, 80, 4, 7) cl. IX Kalis Eugenia (7726, 33, 5, 40, 3—5, 8, 51, 5, 820, 1), L. 39 cl. IX Petrescu Dragoş (2570—2, 90, 1, 4, 5, 7726, 7, 9, 32, 3, 85, 7), *L. 42* Florescu Gabriela (2573, 4, 6, 8, 81—4, 6).

BUHUŞI (Bacău) *S. g.* 2 cl. VII Popescu Teodor (2576—72, 6, 7), Gheorghiu Liviu (2560, 1, 3, 4 7, 73, 4, 7, 8), L. 1 cl. X Butnaru Olga (7726, 7, 9, 31, 2, 46, 85—7, 821, 2, 4, 7).

BUŞAG (Baia Mare) *S. g.* 20 cl. VII Paşca Radu (2563, 4, 8, 77—80, 4), Pop Gh. (2563, 4, 8, 77—80, 4).

BUZIAŞ (Banat). *L. 1* cl. VI Barth Wilfried (2560, 4, 73, 5—8, 91), Sfercoci Rodica (2573, 4, 6—9, 81, 99).

CARACAL. *S. g.* 2 cl. VIII Stănciulescu Liviu (2568—70, 80, 2, 7. 8, 94), Tudor Mihai (2568—70, 81, 2, 5, 604, 6, 7), Wagner Livia (2568, 9, 71, 82, 4, 6, 8, 95), cl. X Alexandru Alexandru (7782, 3, 827—90, 5, 40, 67, 74, 6, 8, 9, 85).

CARANSEBEŞ. *L. 1* cl. VI Oprea Gabriela (2575, 8, 81, 7, 8, 94, 6—9, 600, 1, 5, 6, 8, 13—5), cl. VII Poiană Dinu (2560, 1, 4, 7, 75, 7—9, 82), Rusu Mircea (2563, 4, 8, 73—6, 9—82), Vonica Alexandru (2560, 1, 3, 4, 9, 70, 1, 3, 4, 7, 8, 91), cl. VIII Poiană Zoe (2661, 8, 9, 74, 7—9, 84).

CAREI. *L. 1* cl. IX Haller Izabella (2590, 1, 4, 5, 7728, 33, 44, 85, 8, 827, 9, 30, 2, 5).

CĂLAN (Hunedoara) *L. 1* cl. VIII Bal Cornelia (2560, 1, 3, 4, 8, 9, 72, 7726), Ciobotea Rodica (2560, 4, 70, 3, 9, 89, 604, 6, 7), Cîndoiu Dorel (2560, 4, 70, 3, 8, 9, 87, 98, 601, 611), Clinicu Ovidiu (2569, 82, 97—600, 4, 6, 8, 601), Cozma Eugenia (2560, 4, 8, 70, 8, 9, 601, 6), Munteanu Olivia (2564, 70, 8, 9, 98, 600, 1, 4, 6, 7), Naghi Gh. (2564, 8—70, 3, 8, 80, 1, 4, 94), Tausch Lia (2560, 77, 8, 98, 600, 1, 4, 9, 11), Toma Adrian (2560, 4, 70, 3, 8, 9, 82,7, 611), Tomuţa Iosif (2564, 70, 3, 8, 9, 94, 8, 6, 608), 11, cl. X Kelemen Lazăr (7636, 9, 8, 40, 2, 3, 63, 7, 75, 6, 87, 92, 3, 7, 9).

CĂLĂRAŞI *L. 1* cl. XI Farmache Constantin (7719, 23, 33, 5, 44, 6, 60, 811, 5, 21, 4, 44, 5), L. 2 cl. X Ştefămescu Radu (7726, 7, 9, 32, 3, 89, 90, 287, 8, 30—2, 4, 5), cl. XI Lică Veronica (7720, 35, 6, 70, 98, 807, 21, 3, 45, 9, 51, 2, 4).

CĂZĂNEŞTI (Bucureşti). *L. 1* cl. X Simion Constantin (7726, 7, 9, 31—3, 5—7, 42, 4, 6, 7, 9, 68).

CEAHLĂU. *S. g.* cl. VIII. Spătaru Ana (2560, 7, 8, 70, 96—8, 600, 6—9, 11), Ungureanu Ana (2560, 7, 8, 70, 96—8, 600, 1, 6—9, 11).

CEICA (Crişana). *S. g.* cl. V Sidea Mircea (2560, 1, 73—5, 97, 8, 600), cl. VIII Troie Valeriu (2573—7, 9, 81, 8, 90, 1, 4, 6—9, 602—4, 6—10).

CELARU (Oltenia). *Absolvent* Andrei Carmina (2560, 1, 4, 72—4, 7—9, 81, 2, 4, 94, 600, 7727), *S. g.* cl. V Cearîia Dumitru, Dan Damian, Dragomir Olga, Iliescu Dumitru, Ionescu Lidia, Miu Tudorel, Podaru Paula, Răduică Maria, Răduică Vasile, Vasile Constantina şi Ştefan Nicu (2561, 4, 73, 9, 87, 98, 600, 1), cl. VI* Ciocîrlan Maria, Ciocîrlan Stelian, Constantin Fanela, Fieraru Ioana, Giucă Tudoriţa, Grigore Steliana, Ilie Floarea, Neaţu Rodica, Aproaica Al. (5561, 73, 4, 7—9, 87, 94, 600), cl. VII Badea Petra (2561, 4, 7, 8, 13, 8, 73, 4, 6, 73, 4, 6, 7, 9. 87, 94), Ion Marioara (2561, 8. 73, 4, 6—9, 84, 7, 94, 600, 6), Petcu Marian (2561, 75, 80, 2, 7, 94, 7, 8, 600, 1, 6, 8), Bugică Ion Ilie Ilie, Leoveanu Constantin, Stancu Silvia, Tudor Marian (2561, 73, 4, 7—9, 87, 94, 600, 1, 6), cl. VIII Dinu Floarea, Iliescu Elena, Marcu Elena, Tiţa Oprea (2561, 4, , 8, 73, 4, 80, 2, 4, 7, 94, 606, 8).

CHIŞINEU – CRIŞ (Crişana) *S. g.* cl. VII Marian Liana (2573–6, 8, 9, 81, 2, 6).

CILNIC (oltenia), *S. g.* cl. VII Mutulescu Anişoara (2560, 73, 7, 8, 88, 600, 1, 4, 6), cl. VIII Draica Adrian (2573, 5, 6, 9, 80, 7, 8, 8, 9, 606, 8).

CÎMPENI (Cluj). *L. 1* cl. X Mircea Ion (7726–9, 32, 3, 27–30, 4, 6).

CÎMPIA TURZII (Cluj) *L. 3* cl. IX Barbu Ştefan (2570–2, 90, 1, 4, 600, 7726, 7, 30, 4, 89), Bogdan Octavian (2570–2, 91, 2, 4, 5, 7726, 7, 9, 32, 3, 89), Bretoiu Sorin (2570–2, 90–2, 4, 5, 7726–9, 32, 44, 89), Guigudean Axente (2570–2, 90, 1, 4, 5, 7725, 9, 32, 3, 89), Crăciunaş Dan (2570–2, 90, 4, 609, 7726, 8, 9, 827, 30, 5), Godragea Anton (2570–2, 90–2, 5, 609, 7726, 7, 827, 30, 1), Kapros Francisc (2570–2, 90, 3, 4, 609, 27, 7726, 9, 827, 30), Romaşcanu Emil (2592, 609, 10, 7728, 33, 88, 9, 287, 8, 30–2, 5), Turc Marius (2571, 90, 1, 611, 7727–9, 33, 44, 85, 8, 830), cl. X Radu Doru (7726–9, 33, 44, 82, 5, 823, 7, 8, 30, 1, 35), Tulai Lucia (7726–9, 33, 44, 82, 3, 5, 827, 8, 30, 5), cl. XI Giurgiu Constantin (7726–9, 32, 3, 8, 9, 41, 4, 6, 52, 85), Paleaşca Valer (7727–9, 32, 3, 8, 9, 41, 4, 6, 9, 85), Selegean Horia (7726, 7, 30, 3, 5, 6, 52, 4, 820, 1, 4, 8).

CÎMPINA (Ploieşti), *S. g.* 1 cl. VIII Butnaru Sorin (2585, 6, 8, 98, 9, 613, 4, 9), *L.1* cl. X Bulei Sorin (7727, 9, 39, 83, 5, 827, 8, 30, 2, 5, 7, 79), Nichifor Mihai (7726–9, 32, 8 3, 827, 9, 30, 1, 5), cl. XI Alexandru Doru (7719, 33, 5, 7–41, 4–6, 9, 52, 60, 5), Andrei Gh. (7612, 703, 4, 33, 44, 6, 82, 20, 1, 4, 5, 7, 40, 9), Văcăroiu Gh. (7692, 703, 4, 33, 6, 82, 20, 1, 4, 5, 7, 40, 9), Văcăroiu Ioana (7744, 8, 51, 5, 91, 807, 23–5, 47, 54, 85), *L. 2* Constantinescu Ecaterina (2571, 91, 627, 7726–9, 227, 30, 5, 78), Dragomir Adrian (2570, 92, 4, 5, 630, 7726, 8, 9, 827, 30, 73, 4, 8, 9), Gunea Silvia (2570, 2, 94, 5, 609, 27, 30, 726–30, 85, 9, 827, 30, 74, 8, 9), Jalbă Costache (2590, 1, 5, 627–30, 7827, 9–31, 74, 6, 8, 9), Palada Bogdan (2570, 2, 91, 5, 609, 7721–30, 85, 827, 9, 30).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *S. g. 3* cl. VIII Cojoc Mihai (2560, 4, 8, 9, 73, 8, 80, 1, 4), L. militar cl. XI Timiş Pricop (7733, 5, 41, 4, 6, 9, 51, 60, 70, 3, 82, 3, 96, 9, 908, 17).

CLUJ. *S. g.* 3 cl. VII Murariu Mihaela (2560, 1, 3–73), S. g. 4 cl–VII Goşea Lidia (2563, 4, 76–80, 2, 4, 6, 7, 80), *S. g. 7* cl. VIII Racoviţan Georgeta (2567, 76–81, 7), *L.1* cl. X Hudrea Mihai (7726–9, 32, 3, 5, 6, 9, 85, 9, 90, 827–31, 5, 7, 40, 2), L. 2 cl. VIII Cornel Andrei (2580–7, 9, 95), cl. XI Cîmpeanu Radu (7726, 7, 33, 5, 7, 41, 4, 6, 51, 5, 70, 83, 5, 9, 99, 820, 3, 4, 37, 42, 3, 8, 9, 53), *L. M. Eminescu* cl. VI Bucurescu Mihaela 2573, 4, 6–9, 97, 8), *L. E. Racoviţă* cl. VI Bugunariu Cristian (2560, 4, 8, 73, 8–80, 4), Cîmpean Călin (2560, 1, 4, 73, 6, 9), Cherciu A. (2560, 4, 73, 4, 7, 9, 97–9), Dragoţ Fulviu (2573, 4, 6, 82, 5–8), Fedor Gabriel (2560, 1, 4, 73, 6–9), L. Gh. Bariţiu cl. VII Iancic Bubu (2572, 96, 7, 602, 7–9, 11, 3, 9, 30, 7892), cl. CI Viţelaru Liana (2581, 6, 600, 1, 4, 7, 9, 10), cl. VIII Feraru Marius (2560, 72–4, 9, 86, 8, 97, 8), *L. 8* cl. VI Cornea Marius (2560, 1, 4, 73–5, 97, 9), cl. VIII Grigore Liana (2560, 4, 7, 8, 9, 83, 8, 84), Zamfir Felicia (2560, 4, 7, 8, 77–80), cl. VIII Tămaş Lucia (2577, 8, 96–9, 601, 6, 8, 13, 8, 23), cl. IX Földes Francisc (2670–2, 91, 4, 5, 609, 11, 2, 7726, 7, 30), cl. X Oprea Ioan (7726–9, 824, 7–30, 3, 5, 7), *L. 9* cl. IX Iliescu Adrian (2570, 2, 92, 610, 27, 8, 30, 7726, 7, 9, 864, 78), L. 10 cl. VII Oprişiu Ovidiu (2560, 1, 4, 8–71, 3–80, 2–4, 6–9, 91, 4–9, 601, 4, 6, 8–10, 4, 5, 8, 9, 23, 7), Şerban Emilia (2564, 8, 76, 9, 80, 4, 7, 604, 6), cl. VIII Dobra Nicolae (2573, 8–80, 98, 600, 1, 4), Oprişoiu Adrian (2573, 9, 98, 9, 604, 6, 8, 23), cl. X Reabeţ Dorel (7726–9, 32, 82, 3, 5, 96, 827, 9, 30), *L. 11* cl. VIII Csechi Vera (2560, 1, 3, 4, 6–70), Gyorgs Eva (2560, 1, 3, 4, 6, 8–70), Sagyebo Laszlo (2560, 1 4, 7–70, 7), Szilahyi Akos (2560, 1, 3, 4, 7,71, cl. IX Lasanyi Iulia (2570–2, 7726–30, 3, 9, 44, 5, 62), Löinczi Ferenc (2570–2, 7726–30, 9, 44, 6, 62), Meder Istvan (2570–2, 7726–30, 3, 9, 44, 6, 62), cl. X Csetri Klara (7726–30, 3, 5, 9, 40, 4, 6, 60, 2, 5), *L. 14* cl. VI Martinescu Carmen (2560, 4, 73, 7, 97–9, 601), Toma Titus Liviu (2560, 4, 8, 73, 9, 87, 600, 19).

COMARNIC. (Ploieşti), *L. 1* cl. XI Aldasoro Augustin (6423–6, 30, 7, 41, 2, 4, 6, 9, 50, 2, 4, 76–8, 80–4, 90, 1, 93–500, 2, 5, 11, 34, 52, 4–6, 726–9, 23, 3, 5, 44, 8, 85, 6, 90, 6, 9, 808, 12, 7).

COMĂNEŞTI (Bacău) *L. 1* cl. VIII Toderiţa Emilia (2568, 9, 80, 2, 96, 8, 600, 5, 6, 8–10, 23).

CRAIOVA. *Absolvent* Bătrînea Ion (7729, 33, 4, 43, 5, 8, 9, 63, 5, 70, 83, 820, 2, 7–9, 35, 7–9, 45), *S. g.* 7 cl. VIII Poşoiu Paul (2561, 85, 7, 80, 4, 99, 600, 6, 8), *L. 1* cl. VI Stamcuţ Adriana (2560, 4, 73, 9, 81, 97, 8, 604, 6), cl. VIII Pogonaru Florin (2560, 1m 3, 4, 6, 9, 70, 84, 91), cl. XI Mireanu Mihaela (7726, 8, 32, 3, 5, 7, 9, 42, 5–51, 63, 5), Turcu Ilie (7726, 9, 32–4, 7,–44, 6, 8, 51, 2, 4, 5, 651) *L. 2* cl. IX Eşanu Dan (2590, 1, 4, 5, 609, 7785, 8, 827–30, 3), cl. X Marinescu Victor (7726–9, 33, 44, 83, 6–7, 9, 98, 827, 9, 30, 3, 7), *L. 3* cl. VI Ionescu Daniela (2560, 4, 73–6, 9, 81) cl.VII Juga Violeta 2560 m, 1, 4, 8–72), Lucaci Adelina (2560, 1, 4, 7, 72), Petrescu Denise (2564, 8, 73, 80, 1, 8, 98, 606, 15), VlăduţValeriu (2560–5, 8, 73, 4), cl. X Dima S. (7726, 7, 9, 30, 5–33, 5, 7, 44, 78, 9), cl. X Dima Grigore Dinu Ştefan, Dobrescu Ecaterina, Ghinea Iona, Ristoiu Veronica, Trfiu, Ioana Vasilescu Margareta (7726, 33, 821, 3–5, 7, 9, 30, 3, 78, 9), *Lic. industrial an I* Cîrtog Radu (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 7726, 7, 9, 85, 9, 827), Dragu Nicolae (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 7726, 9, 85, 6,

827), Enescu Nicolae (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 630, 7726, 7, 9, 85, 827, 30), Ghiţa Ioan (2570, 90, 1, 4, 5, 609, 7726, 9, 85, 827, 78), Ghiţa Mariana (2570, 2, 91, 4, 5, 7726, 7, 9, 856, 9, 827), Grunberg Ion (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 7726, 9, 85, 9, 827, 78), Pîncu Eugen (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 7726, 8, 9, 85, 6, 9, 298), Preoteasa Ion (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 7726, 9, 85, 91, 827, 78), Privantu Dumitru (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 630, 7726, 7, 9, 85, 827), Rotaru Nicoleta (2570, 2, 91, 4, 5, 7726, 7, 9, 85, 6, 9, 827), Rubi Alexandru (2570, 2, 91, 4, 5, 611, 30, 7726, 7, 9, 85, 827), Stanciu Pail (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 11, 7726, 9, 85, 878), Voicu Gh. (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 7726, 9, 82, 827, 78).

CREMENARI (Argeş) *S. g.* cl. V Birsan Veronica (2560, 1, 4, 73, 9, 97, 8, 600), cl VIII Lixandru Ion (2568, 70, 87, 8, 91, 600, 6, 8, 11), Rudoroiu Nicolae, Vlădulescu Valeria (2568—70, 87, 8, 91, 600, 8, 10, 1).

CUDALBI (Galaţi) *S. g. 1* cl. VII Irimia Lucian (2563, 70, 4, 9, 84, 98, 5, 8), Zbîrnea Lucian, (2560, 8—70, 3—5, 9, 98, 618), cl. VIII Posoga Elena (2560, 1, 71—9, 82, 3, 8).

CORBU (Argeş) *S. g.* cl. VI Gina Georgel (2560, 4, 73, 9, 80, 99, 106, 14).

COSTEŞTI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Constantinescu Puiu (2568, 9, 94, 606—9, 23, 8, 30).

COSTIŞA (Bacău), *S. g.* cl. VI Airiner Georgeta (2560, 1, 34, 73, 81, 2, 7, 99).

COTATCU (Ploieşti) *S. g.* cl. VIII Iorga Gh. (2563, 7, 2, 3, 5, 9, 81, 8).

CONSTANŢA *S. g. 2* cl. VI Popescu Mircea (2560, 73, 9, 81, 2, 5—7), *S. g. 12* cl. VI Brucker Marian (2560, 1, 3, 4, 8, 73, 4, 7, 8), Ciocu Rodica (2560, 1, 4, 73, 7—9, 81), Ciugureanu Adina (2560, 1, 4, 70, 3, 4, 7—9, 81). Gustea Nineta (2560, 1, 4, 73, 7, 9, 81) Neicu Aurelia (2560, 1, 4, 73, 7—9, 81), *S. g. 24* cl. VIII Drapol Mircea (2560, 2, 3, 4, 73, 4, 6, 9), Perşoiu Anca (2568—71, 87, 8, 91, 4), Seit Ozan (2560, 1, 4, 8, 71, 3, 80, 2, 4), *S. g. 27* cl. VIII Badea Nicolae (2560, 1, 4, 7, 73, 4, 9, 80, 4, 7, 609), *L. 1* cl. IX Ivanes Mircea (2570, 2, 90, 4, 5, 609, 10, 7726, 7, 9, 827, 8, 30), cl. X Fănică Ştefan (7723, 6, 7, 9, 33, 5 42—4, 6—8, 80, 82, 3, 5, 6), Perşoi Radu (7730, 2, 3, 7, 41, 62, 9, 70, 82, 3, 5, 829), *L. 2* cl. IX Lichiardopol Nicolae (2609, 10, 27—30, 7827—30, 73—6, 8, 9), *L. 3* cl. VI Besnea Ileana (2573, 7—82, 5, 98, 9, 600), Văru Rodica (2560, 4, 73, 7, 9, 81, 2, 5, 601), cl. VII Drăghilă Angela (2560, 73—9, 81, 2, 5, 9, 96, 600), cl. VIII Soşoiu Borin (2570, 7—82, 4, 6), Vidican Alexandru (2573—5, 8, 80, 1, 3—96, 8—600, 4, 6, 7, 9, 10, 7827, 9, 30), cl. X Achif Iucsel (7731, 7, 43, 70, 7, 820, 5, 7, 9, 30, 5, 40, 2, 4, 5, 51, 67, 74, 8), Poenaru Paraschiva (7726, 8—32, 6, 8, 9, 41, 4, 6, 70, 85, 6, 9, 91), Suru C. (7726, 9, 32, 3, 91, 808, 28, 30, 4, 5, 45, 71), cl. XI Atanasiu Adina (7747, 8, 51, 7, 63, 5, 82, 91, 9, 820, 1, 3, 4, 49), Leca Elena (7727, 8, 47, 8, 50, 1, 63, 70, 82, 91, 9, 820, 4, 5, 43, 4, 7, 8, 51, 3), Popescu Fulvia (7727, 8, 47, 8, 50, 1, 7, 63, 70, 83, 5, 99, 812, 20, 1, 4, 5, 43, 4, 7—9, 51, 3), Safta Elena (7737, 8, 47, 8, 50, 1, 5, 63, 99, 820, 1, 3—5, 30, 42—4, 7, 9, 51, 3), *L. 4* cl. X Mircea Maria (7726—9, 31—3, 5 7, 44, 6, 75, 70, 82, 3, 9, 96, 7). cl. XI Niţu Nicolae (7726, 7, 9, 32, 3, 6, 7, 44, 8, 60, 3, 5) Vasilescu Smaranda (7726, 9, 31, 41, 4, 8, 50, 60, 3, 5, 7), Brînzeanu Laurenţiu (7726, 37, 4, 5, 9, 30, 5, 40, 4, 5, 67, 78, 80).

DAIA (Bucureşti) *S. g.* cl. VII Cristian Ioana (2576, 82, 5).

DANEASA (Oltenia), *S. g.* cl. VII Matei Constantin (2573, 4, 7, 9, 96, 9, 613, 4), Nedea Agatia (2573, 4, 9, 98, 9, 613, 4, 8, 26).

DĂRMĂNEŞTI (Argeş *S. g.* cl. VII Dumitrache Aneta (2560—88).

DEJ (Cluj). *L. 1* cl. VIII Guia Smaranda (2563, 4, 7,—72), *L. 2* cl. VIII Borodi Adrian (2560, 4, 73, 7, 80, 98—601, 4—9, 11), Costin Carmen (2560, 1, 4, 7, 1, 4, 7, 8, 70, 3, 7, 9, 97, 600, 1, 4, 6, 8), Leiţoiu Sorin (2560, 7—70, 3—5, 7, 8, 86), Maniu Inocenţiu (2560, 8, 70, 3, 7, 8, 96, 98, 600, 1, 4, 9). Munteanu Liliana (2573, 7, 8, 98, 600, 1, 4, 6—9, 11), Petrean Gh. (2560, 70, 3, 7, 8, 84, 98, 600, 4, 11), Rusu Marius (2573, 4, 7, 8, 80, 2, 99, 600, 4, 6—8), cl. X Leiţoiu Bogdan (7726, 7, 9, 23, 5, 7, 827, 8, 30, 3, 5, 42, 76).

DETA (Banat), *L. 1* cl. VI Mocofab Cornelia (2561, 4, 78, 4, 6—9).

DEVA (Hunedoara) *S. g.* cl. VI Sintibrean Mihaela (2560, 7, 73, 5, 7, 8, 87), cl. VII Oltean Iulia (2577, 9, 84, 8, 606, 7, 18).

DOMNEŞTI (Bacău) *S. g.* cl. VIII Crăciun Maria (2573, 5, 7, 80, 1, 4, 91, 619).

DOROHOI. *S. g. 1* cl. V Beleşică Felicia (2560, 1, 4, 73—5, 9, 98), Botezatu Angelica (2560, 1, 4, 73—5, 9, 98, Iosub Rodica (2560, 1, 4, 73—5, 9, 98,) cl. VI Ciubotaru Ioan (2561, 3, 4, 68, 73—5, 7), Leizerovici Ioan (2561, 3, 7, 8, 72, 4, 9, 98, 606), Vladimirescu Rodica (2560), 3, 4, 7, 8, 73—5, 7), cl. VII Buţincu Gh. (2573, 5, 7—9, 97—9, 601, 4, 18) cl. VIII Grigor Doina (2560, 1, 73, 6, 7, 9, 80, 3, 4, 7, 8, 600, 4, 6, 8, 9, 23, 7827, 30, 67, 78).

DRĂGĂNEŞTI (Olt.) *L. 1* cl. XI Durigu Mircea (7738, 43, 4, 6, 8, 9, 51, 60, 3, 5, 96, 821 , Păduraru Paul (7733, 7, 44, 6, 70, 820, 1, 3—5, 42, 51).

DUMBRĂVENI *L. 1* cl. XI Widmann Wilhelm (7726—9, 33, 5, 44—6, 60, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 6, 812, 20, 1, 3—5, 7—41, 52, 4, 73—9, 85).

FĂGĂRAŞ. *S. g. 2* cl. VIII Pavel Florin (2561, 4, 70, 3, 6, 7, 96, 601, 5, 8), *L. 1* cl. IX Laschescu Dorin (2570.2, 609.11), 7726, 7, 9, 31, 90, 830).

FĂGET. *L. 1* cl. XI Babescu Marius (7726, 9, 33, 7—42, 4, 6, 9, 51, 5, 60, 5, 89, 90).

FĂGETUL (Ploieşti) *S. g.* cl. VII Rădulescu Tudor (2560, 4, 7, 8, 77—80, 4).

FĂUREI (Bucureşti), *L. 1* cl. X Olteanu Pompiliu (7726, 7, 9, 30, 6, 827, 90, 880, 1, 3, 7, 45).

MAGYAR ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

1967 APR 1

FETEŞTI (Bucureşti), *L. 1* cl. X Mladinovici Emil (7727, 9, 30, 2, 3, 9, 44, 6, 62, 3, 87, 831, 4), Georges Manuel (7726—9, 31, 3, 4, 65, 821, 3, 40, 9, 53, 85, 6, 96), cl. XI Pîrvulescu Roman (7726, 7, 9, 33, 46, 8, 51, 65, 70, 82, 5, 820, 1, 3—5, 7, 35, 42, 9, 51, 2, 4), Popa Teodor (7726, 7, 33, 5, 7, 44, 820, 1, 3—4, 7, 49, 51, 3) Vasiliu Constantin (7726, 7, 9, 33, 7, 46, 8, 51, 65, 70, 82, 5, 820, 1, 3—5, 7, 35, 42, 9, 51, 24).

FETEŞTI GARĂ. *L. 1* cl. X Bratu Elena (7726, 8, 33, 7, 9, 44, 6, 52 m 5, 820, 3, 4).

FIENI (Ploieşti) *L. 1* cl. X Popescu Florjin (7728—30, 3, 5, 823, 8, 9, 37, 8, 9).

FILIAŞI (Oltenia) *S. g.* cl. VIII Popescu Irinel (2560, 4, 8—71, 3—8, 80—2, 4—6, 8, 91, 5, 7574—6, 80). cl. XI *Băluţă Constantin* (7680—2, 6—701, 3—8, 10—6, 9)

FILIPEŞTI DE PĂDURE (Ploieşti). *S. g.* cl. VIII Ionescu Constantin (2567—70, 80, 6—8, 606—8, 11).

FINTA (Ploieşti) *S. g.* cl. VIII Dumitru Valeriu (2560, 4, 7—9, 73, 6, 94, 5, 600, 4, 6, 8).

FOCŞANI *L. 1* cl. VII Iancu Adrian (2560, 1, 73—5, 7, 8, 80, 4).

FRANCEŞTI—DEZROBITI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Paraschiv Dumitru (2561, 4, 6, 8—70, 3, 4)

GĂIEŞTI (Argeş) *L.* cl. IX Badea Gheorghe (2570—2, 90, 1, 3—5, 609, 10, 7726, 7, 9, 85, 830).

GALAŢI *S. g. 21* cl. VII Pîrciog Eremia (2568, 71, 7—80, 91, 604, 6, 9), S. g. 24 cl. VIII Balaş Dorin (2560, 76, 82, 8, 7, 94, 613, 8, 23), Costiniuc Florin (2558, 60, 4, 6, 8—74), *S. g. 26* cl.VIII Buiuca Monica (2560—7, 9, 70), *L. 1* cl. IX Budu Nicolae (2570, 2, 91, 4, 609, 27, 8, 30, 7726, 9, 30, 878), Nejloveanu Gheorghe (2570, 2, 91, 4, 609, 27, 30, 726, 7, 827, 30, 78, 9), Nisipeanu Marius (2595, 609, 10, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 874, 8, 9), Voinescu Ionel (2572, 91, 4, 5, 600, 9, 27—30, 726, 830), cl. X Budurcă Sorin (7726, 9, 31—3, 821, 5, 7, 9, 30, 3, 5), Ceauşu Ion (7726, 9, 31—3, 821, 5, 7, 9, 30, 4, 5), Wechsler Adrian (7726—9, 33, 70, 85, 812, 27—32, 42), cl. XI Manea Săndel (7726, 34, 5, 44, 8, 50, 1, 7820, 3, 5, 51), Oprea Vasile (7782, 5, 90, 6, 808, 11, 2, 20, 1, 3—5, 7, 37, 42, , 3, 4, 5, 9, 51, 3).

ERATĂ: La problema 7661 în loc de „$A_1 a_2 a_3$ sînt„ se va scrie: $A_1 a_3 a_4$, $A_3 a_2 a$, sînt; iar la problema 7936 numitorul primei fracţii este 6.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme pregătiţi şi concursul de matematică 1967.

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire

Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 85—40 soluţii bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona corespondenţii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor a IX-a pot trimite soluţii şi la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimile trei numere apărute în G.M.B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi separate, corect rezolvate şi citeţ semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunţaţi în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puţin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Orice elev poate trimite soluţii şi la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi să dea adresa lor exactă.

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată pentru numerele 5—12. (16 lei) Preţul este de 2 lei exemplarul. *Abonamentele se vor face prin oficiile poştale locale.*

I. P. „Informaţia" — c. 5047 INDEX 41601 Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — aprilie 1967

4

GAZETA MATEMATICA
SERIA B

Anul XVIII, nr. 4 — aprilie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Traian Lalescu	145
2. Observaţii asupra problemei date la a VIII-a Olimpiadă internaţională (urmare), de Z. Bogdanov şi T. Roman	148
3. Note matematice de P. Meer, M. Enache, I. Dăncilă, Radu Scarlat, Paula Popescu	154
4. Rezultatul întrecerii privind activitatea extraşcolară la matematică pe anul 1966	157
5. Probleme rezolvate (7288, 7289, 7291, 7293, 7294, 7295, 7297, 7298, 7299	158
6. Chestiuni de examen (8131—8160)	165
7. Probleme propuse (8161—8292)	169
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V — VIII (E: 2690—2708)	174
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	177

ANUL XVIII 4 aprilie

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.* profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul XVIII, nr. 4 Aprilie 1967

TRAIAN LALESCU

de *Elena Flondor*, profesoară, București

Traian Lalescu a fost una din figurile eminente ale școlii matematice românești.

Inteligența sa vie îi permitea să pătrundă imediat în esența oricărei probleme, iar redactările sale au ceva din spontaneitatea care îl caracteriza.

Darul comunicativ îl definește pe *Traian Lalescu* și ca cercetător, și ca profesor. Un animator care știa să pună în valoare părțile cele mai interesante ale științei matematice.

Mare iubitor al tineretului, pe care-l atrăgea prin farmecul și căldura expunerilor sale, Traian Lalescu a rămas veșnic viu în amintirea studenților, pe care i-a îndrumat cu avînt și pricepere.

Înzestrat cu o deosebită putere de muncă și avînt generos, Traian Lalescu spunea : „Nu-ți drămui prea mult munca — dăruiește-te fără cîntar".

Traian Lalescu s-a născut în București la 12 iulie 1882. Tatăl său de origine bănățeană a fost funcționar de bancă și administrator la Creditul Agricol din Craiova, Roman și Iași.

De pe băncile școlii tînărul Traian Lalescu era animat de dragoste față de plaiurile bănățene, sentiment care se adaugă iubirii întregului peisaj românesc.

Stüdiile secundare le-a făcut în diferite orașe, unde a fost mutat tatăl său cu serviciul. A fost un elev strălucit la învățătură, ocupîndu-se cu mult drag și de literatură, și de știință. Termină liceul cu premiul de onoare, fiind înscris pe panoul de onoare a liceului „Internat" din Iași.

În clasa a VI-a, prin anul 1899, fiind elev la liceul internat din Iași, tînărul Traian Lalescu descoperă „*Gazeta matematică*". Intrarea sa ca rezolvitor și colaborator al Gazetei matematice nu s-a făcut ca de obicei lent, progresiv, ci deodată, intens, fulgerător.

Iată ce spunea profesorul *Ion Ionescu*, prim redactor al Gazetei matematice : „Dacă apariținea și colaborarea altor corespondenți poate fi asemuită cu o stea mai puțin sau mai mult strălucitoare, care se ridică încet de la orizont într-o noapte senină, apariția lui Traian Lalescu se poate asemui cu a unei *comete*, care lucește, uimește și înspăimîntă prin coada ei cea lungă, ca și *coada de probleme enumerate ce urma numele lui pe coperta Gazetei matematice*".

Ca student, cu un dor de muncă nelimitat, cu un spirit deschis în toate direcțiile, a fost un elev strălucit al profesorilor : *David Emanuel*, *Emil Pangratti*, *Gheorghe Țițeica*, *Anton Davidoglu* și *Nicolae Coculescu*.

În anul 1904, Traian Lalescu cere să fie numit membru în redacția Gazetei matematice. Nu trebuie uitat că atunci această revistă era scoasă prin contribuția benevolă a membrilor săi.

În anul 1905 după terminarea studiilor universitare în București, pleacă la Paris, unde trece din nou licența în matematici și în anul 1908 își susține teza de doctorat cu o lucrare în teoria ecuațiilor integrale. Rezultatele cercetărilor din teza de doctorat au fost expuse în volumul publicat în limba franceză, cu o introducere scrisă de profesorul său *Émile Picard*.

Marele matematician Émile Picard scria astfel despre Traian Lalescu: „Spiritul său curios se interesa de părțile cele mai variate ale matematicii. De multe ori ne plimbam împreună prin grădina Luxembourg discutînd unele puncte ale filozofiei științelor".

De la Paris, Traian Lalescu pleacă la Göttingen, unde prin însușirile sale își atrage simpatia marelui matematician german *David Hilbert*.

Întors în țară, deși se făcuse cunoscut în cercurile științifice din Franța și Germania ca un talentat matematician, e numit profesor suplinitor la gimnaziul din Giurgiu, apoi la Seminarul Central din București, liceul Gh. Șincai și liceul D. Cantemir. Funcționează în învățămîntul secundar pînă în anul 1912.

În această perioadă a avut timp mai mult pentru o bogată activitate la Gazeta matematică. Activitatea sa cuprinde în jurul a 100 articole, note, probleme propuse.

Din 1909 este asistent la catedra de geometrie descriptivă la școala națională de poduri și șosele. Ocupă apoi la Universitate funcțiile de conferențiar de algebră superioară (1910—1913), profesor suplinitor de mecanică rațională (1911), asistent la catedra de geometrie descriptivă (1912), profesor agregat de algebră superioară și teoria numerelor (1913), profesor titular din 1916. La retragerea lui Spiru Haret, este numit Traian Lalescu, titular la catedra de geometrie analitică de la școaia de Poduri și Șosele.

Traian Lalescu și-a întins activitatea în toate ramurile științei matematice, ca de altfel toți marii matematicieni ai noștri.

În 1917 este trimis împreună cu un grup de profesori la Paris cu o sarcină diplomatică. A participat la mișcarea grupată în jurul ziarului francez „La Roumanie", pentru recunoașterea drepturilor țării noastre și informarea justă a opiniei publice.

În timpul ședерii la Paris scrie în limba franceză o monografie a Banatului.

Deși doctor în matematici și profesor la Universitatea din București, Traian Lalescu, atras de laturile tehnice ale științei s-a înscris și a absolvit ca un elev strălucit al lui *Paul Janet*, școala superioară de electricitate din Paris, căpătînd diploma de elev inginer. Îmbinînd cunoștințele teoretice, cu cele practice a publicat note însemnate în „Revue generale d'électricité".

Întors în țară primește sarcina de a organiza școala *Politehnică din Timișoara*, pe care o conduce apoi ca director.

Tot din inițiativa sa a luat ființă la Timișoara *Revista matematică* care a contribuit mulți ani, împreună cu *Gazeta matematică* la o bună pregătire a elevilor din școlile secundare. Chiar după plecarea sa din Timișoara, Traian Lalescu a ținut o strînsă legătură cu Revista matematică.

În anii de după primul război mondial activitatea sa științifică s-a diminuat deoarece a fost antrenat în politică. Este de două ori numit deputat, ca reprezentant al Banatului. În munca sa politică Traian Lalescu s-a atașat mai mult de problemele financiare, deoarece în ele vedea mai mult preciziunea matematică decît oportunitatea și calculul politic.

Traian Lalescu în urma unei boli grele, moare la 15 iulie 1929, la vîrsta de numai 47 ani, în plină putere creatoare.

Lucrările lui Traian Lalescu se extind mai mult în domeniile algebrei și teoriei numerelor, a teoriei ecuațiilor integrale. Rezultatele sale și în special cele din teoria ecuațiilor integrale au atras pe toți matematicienii epocii sale. Cartea sa publicată în 1911 „Introducere la teoria ecuațiilor integrale" este prima carte din lume despre ecuații integrale.

Matematicianul italian *Vito Voltera* a introdus rezultatele lui Traian Lalescu în cartea sa : „Lecții asupra ecuațiilor integrale și integrodiferențiale, însoțindu-le de aprecieri elogioase.

Pe Traian Lalescu l-au interesat însă și probleme ale fizicii matematice. Studiile sale de electricitate i-au trezit interesul pentru seriile trigonometrice pe care le-a expus în cursul său din anul 1919—1920. De asemenea a tratat în cursurile sale probleme de calcul vectorial, tensorial, teoria gravitației, ecuațiile lui *Maxwell*. Conferințele ținute la Societatea politehnică asupra principiului relativității lui Einstein, au fost cu atît mai interesante cu cît puțini oameni de știință de la noi se preocupau atunci de aceste probleme.

Din toate lucrările sale se desprinde preocuparea de a ridica la un nivel cît mai înalt problemele studiate, de a răspîndi la noi cele mai actuale probleme ale matematicii. Traian Lalescu introduce preocupări de teoria grupurilor. Soluția unei probleme elementare de algebră din punct de vedere a teoriei lui Galois o prezintă preocupîndu-se ca să fie înțeleasă de un public cît mai larg. Lucrările lui Traian Lalescu adresate în special tineretului, elevi și studenți se remarcă prin accesibilitatea lor. În 1924 a apărut „Calculul algebric" care a pus la dispoziția tineretului un material elementar aprofundat. Geometria analitică și diferențială, se remarcă prin expunerea sa clară. Traian Lalescu a publicat și o culegere de probleme de geometrie descriptivă din problemele pe care el însuși le-a lucrat cu studenții în cadrul seminarului pe care l-a condus. Problemele de istoria matematicii l-au preocupat de asemenea. El spunea : „Una din chestiunile cele mai atrăgătoare din sfera de preocupare profesională a unui matematician român este studiul istoriei învățămîntului științific din România în trecutul său". Astfel în 1916 face o comunicare despre „Trigonometria dreptliniară" a lui Gheorghe Lazăr, iar în Gazeta matematică prezintă : „Cărți de matematică în Transilvania" ; „Cărți și manuscrise grecești de matematică din țările române". Împreună cu alți matematicieni participă la redactarea unui „Vocabular matematic". Geometria triunghiului publicată în limba franceză în 2 ediții după moartea sa, și apoi în limba română, în 1958.

Deși domeniul de activitate științifică a lui Traian Lalescu s-a situat în domeniile superioare ale matematicii, totuși, datorită poate și colaborării la Gazeta matematică, a rămas atașat și de matematica elementară.

Profesorul *Dimitrie Pompeiu* care s-a preocupat de asemenea de probleme cu caracter elementar, caracteriza astfel activitatea în domeniul matematicilor elementare a lui Traian Lalescu": „cu puțin înainte de prematurul lui sfîrșit, Lalescu, deja suferind, a făcut la Societatea noastră de știință, cîteva comunicări cu caracter elementar, care arată o latură oarecum nouă a spiritului său. Cercetarea științifică obișnuită scoate la iveală și pune în lucru materialul propriu care stă la dispoziția specialiștilor. De aci un fel de uniformitate în lucrările obișnuite ale oamenilor de știință. Se întîmplă însă uneori că într-o materie foarte cunoscută elementară, banală chiar, un cercetător fericit să scoată la iveală unul din acele rezultate care, prin aspectul lor simplu și forma definitivă, ne surprinde în modul cel mai neașteptat. Traian Lalescu cu spiritul lui viu, atras spre multe, diverse și variate domenii matematice, ne apare ca un fin cizelator în probleme elementare simple".

Marele său talent, Traian Lalescu l-a pus în slujba ridicării școlii matematice românești pe cele mai înalte culmi.

Fiind profesor și îndrumător, mulți matematicieni și-au început activitatea sub controlul și inițierea lui. Astăzi, în condițiile unei intense munci de cercetare, personalitatea lui Traian Lalescu trebuie să constituie un imbold în vederea obținerii unor rezultate de prestigiu.

OBSERVAȚII ASUPRA PROBLEMELOR DATE LA A VIII-a OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ — 1966

(urmare)

Z. Bogdanov și *T. Roman*

Problema 4. (7765) *Să se demonstreze că identitatea*

$$\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \cdots + \frac{1}{\sin 2^n x} = \operatorname{ctg} x - \operatorname{cotg} 2^n x$$

are loc pentru orice n număr natural și pentru orice x real, diferit de $\frac{\lambda\pi}{2^k}$ ($k = 0, 1, 2, \ldots, n$ și λ întreg).

Soluția I dată de *E. Popa, D. Cartianu, B. Lungulescu.*

Se observă că

$$\operatorname{ctg} 2^{k-1} x - \operatorname{ctg} 2^k x = \frac{\cos 2^{k-1}x}{\sin 2^{k-1}x} - \frac{\cos 2^k x}{\sin 2^k x} = \frac{\sin 2^{k-1}x}{\sin 2^{k-1}x \sin 2^k x} = \frac{1}{\sin 2^k x}$$

Simplificarea s-a făcut ținînd seama că avem $x \neq \frac{\lambda\pi}{2^k}$ deci $\sin 2^k x \neq 0$.

Pe baza acestei identități se poate obține identitatea cerută:

$$\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \cdots + \frac{1}{\sin 2^n x} = (\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2x) + (\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} 4x) + \cdots$$

$$\cdots + (\operatorname{ctg} 2^{n-1}x - \operatorname{ctg} 2^n x) = \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2^n x.$$

Soluția II-a dată de toți elevii noștri, conține demonstrația prin inducție completă.

Pentru $n = 1$, $\frac{1}{\sin 2x} = \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2x$, se verifică, pentru că

$$\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2x = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1}{\sin 2x}$$

Se presupune că:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sin 2^k x} = \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2^n x$$

și se arată că $\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{\sin 2^k x} = \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2^{n+1} x$.

deoarece se obține succesiv :

$$\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{\sin 2^k x} = \frac{1}{\sin 2^{n+1}x} + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sin 2^k x} = \frac{1}{\sin 2^{n+1}x} + \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2^n x =$$

$$= \frac{1}{2 \sin 2^n x \cos 2^n x} - \frac{\cos 2^n x}{\sin 2^n x} + \operatorname{ctg} x = \frac{1 - 2\cos^2 2^n x}{2 \sin 2^n x \cos 2^n x} + \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x -$$

$$- \frac{\cos 2^{n+1} x}{\sin 2^{n+1} x} = \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} 2^{n+1} x$$

Observație. Problema nu a prezentat dificultăți pentru elevii noștri, toți obținînd punctajul maxim, adică 5 puncte. Problema s-a dovedit a fi cea mai simplă, căci din numărul total de candidați, 68 au obținut cîte 5 puncte, 3 elevi cîte 4 puncte, un elev 0 puncte.

Problema 5 (7766.) *Să se rezolve sistemul de ecuații* :

$$|a_1 - a_2| x_2 + |a_1 - a_3| x_3 + |a_1 - a_4| x_4 = 1$$
$$|a_2 - a_1| x_1 + |a_2 - a_3| x_3 + |a_2 - a_4| x_4 = 1$$
$$|a_3 - a_1| x_1 + |a_3 - a_2| x_2 + |a_3 - a_4| x_4 = 1$$
$$|a_4 - a_1| x_1 + |a_4 - a_2| x_2 + |a_4 - a_3| x_3 = 1$$

unde a_1, a_2, a_3, a_4 *sînt 4 numere date, reale și diferite.*

Soluția I dată de *B. Lungulescu* și *N. Manolache* cu unele variante. Se rezolvă sistemul în primul rînd în ipoteza $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$. Sistemul se poate scrie așa dar

$$(a_1 - a_2) x_2 + (a_1 - a_3) x_3 + (a_1 - a_4) x_4 = 1$$
$$(a_1 - a_2) x_1 + (a_2 - a_3) x_3 + (a_2 - a_4) x_4 = 1$$
$$(a_1 - a_3) x_1 + (a_2 - a_3) x_2 + (a_3 - a_4) x_4 = 1$$
$$(a_1 - a_4) x_1 + (a_2 - a_4) x_2 + (a_3 - a_4) x_3 = 1.$$

Scăzînd ecuația a doua din prima, a treia din a doua, a patra din a treia se obține sistemul echivalent :

$$(a_1 - a_2)(x_2 - x_1) + (a_1 - a_2) x_3 + (a_1 - a_2) x_4 = 0$$
$$(a_3 - a_2) x_1 + (a_2 - a_3)(x_3 - x_2) + (a_2 - a_3) x_4 = 0$$
$$(a_4 - a_3) x_1 + (a_4 - a_3) x_2 + (a_3 - a_4)(x_4 - x_3) = 0$$
$$(a_1 - a_4) x_1 + (a_2 - a_4) x_2 + (a_3 - a_4) x_3 = 1.$$

Deoarece $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4$, se poate împărți prin $a_1 - a_2$; $a_2 - a_3$; $a_4 - a_3$ și rezultă

$$x_2 - x_1 + x_3 + x_4 = 0 \; ; \quad - x_1 + x_3 - x_2 + x_4 = 0 \; ; \quad x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0$$
$$(a_1 - a_4) x_1 + (a_2 - a_4) x_2 + (a_3 - a_4) x_3 = 1,$$

de unde se obține ușor soluția :

$$x_1 = \frac{1}{a_1 - a_4} \; ; \quad x_2 = 0 \; ; \quad x_3 = 0 \; ; \quad x_4 = \frac{1}{a_1 - a_4} .$$

Se poate face acum următoarea observație. Dacă se notează a_m, a_n, a_p, a_q coeficienții a_1, a_2, a_3, a_4 și se permută simultan

$$a_m \text{ în } a_p,\ x_m \text{ în } x_p,$$
$$a_n \text{ în } a_q,\ x_n \text{ în } x_q,$$
$$a_p \text{ în } a_m,\ x_p \text{ în } a_m,$$
$$a_q \text{ în } a_n,\ x_q \text{ în } x_n.$$

sistemul nu se schimbă, ci doar ordinea ecuațiilor, pentru că

$$|a_s - a_r| = |a_r - a_s|.$$

Dacă se consideră altă ordine,

$$a_m > a_p > a_n > a_q,$$

se fac permutările și se obține

$$x_m = \frac{1}{a_m - a_q};\ x_p = 0;\ x_n = 0;\ x_q = \frac{1}{a_m - a_q}.$$

Soluția II dată de *E. Popa* și *D. Voiculescu.*

Pentru a ușura rezolvarea sistemului cu ajutorul determinanților se poate presupune $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$. Altă ordine a coeficienților a_1, a_2, a_3, a_4, ar inversa necunoscutele, sistemul de 4 valori obținut fiind însă același. Determinantul coeficienților este:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a_1 - a_2 & a_1 - a_3 & a_1 - a_4 \\ a_1 - a_2 & 0 & a_2 - a_3 & a_2 - a_4 \\ a_1 - a_3 & a_2 - a_3 & 0 & a_3 - a_4 \\ a_1 - a_4 & a_2 - a_4 & a_3 - a_4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (a_2 - a_1)[(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_1 - a_4) + (a_2 - a_4)(a_1 - a_3)(a_3 - a_4) -$$
$$- (a_1 - a_2)(a_3 - a_4)^2] + (a_1 - a_3)[(a_2 - a_4)(a_1 - a_3)(a_2 - a_4) -$$
$$- (a_2 - a_4)(a_2 - a_3)(a_1 - a_4) - (a_1 - a_2)(a_3 - a_4)(a_2 - a_4)] +$$
$$+ (a_4 - a_1)[(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4) + (a_2 - a_3)(a_1 - a_3)(a_2 - a_4) -$$
$$- (a_1 - a_4)(a_2 - a_3)^2] = 4(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_4 - a_1).$$

Se calculează apoi determinanții Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & a_1 - a_2 & a_1 - a_3 & a_1 - a_4 \\ 1 & 0 & a_2 - a_3 & a_2 - a_4 \\ 1 & a_2 - a_3 & 0 & a_3 - a_4 \\ 1 & a_2 - a_4 & a_3 - a_4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= [(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_2 - a_4) + (a_2 - a_4)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)] -$$
$$- [(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_1 - a_4) + (a_2 - a_4)(a_1 - a_3)(a_3 - a_4) - (a_1 - a_2)(a_3 - a_4)^2] +$$
$$+ [(a_2 - a_4)^2(a_1 - a_3) - (a_2 - a_4)(a_2 - a_3)(a_1 - a_4) - (a_1 - a_2)(a_4 - a_4)(a_2 - a_4)] -$$
$$- [(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4) + (a_2 - a_3)(a_1 - a_3)(a_2 - a_4) - (a_2 - a_2)^2(a_1 - a_4)] =$$
$$= 4(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_2 - a_1).$$

Analog :

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 - a_2 & 1 & a_2 - a_3 & a_3 - a_4 \\ 0 & 1 & a_1 - a_3 & a_1 - a_4 \\ a_1 - a_3 & 1 & 0 & a_3 - a_4 \\ a_4 - a_4 & 1 & a_3 - a_4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 2(a_1 - a_4)(a_3 - a_3)(a_3 - a_4) + 2(a_1 - a_3)(a_3 - a_4)(a_1 - a_4) +$$
$$+ 2(a_1 - a_4)(a_4 - a_2)(a_4 - a_3) + 0 = 0.$$

Așa dar

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_2 - a_1)}{4(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4)(a_4 - a_1)} = \frac{1}{a_1 - a_4}$$

și $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0$.

Pentru a evita calculul celorlalți doi determinanți, se înlocuiesc în două din ecuațiile sistemului x_1 și x_2 aflați (se ține seama de ordinea presupusă : $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$) :

$$(a_1 - a_3)\, x_3 + (a_1 - a_4)\, x_4 = 1\,;\ (a_4 - a_3)\, x_3 = 0.$$

Deci $x_3 = 0$ iar $x_4 = \frac{1}{a_1 - a_4}$.

Așa dar, în cazul că $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$, soluția sistemului este

$$x_1 = \frac{1}{a_1 - a_4}\,;\ x_2 = 0\,;\ x_3 = 0\,;\ x_4 = \frac{1}{a_1 - a_4}.$$

Dacă ordinea ar fi alta, de exemplu

$$a_2 > a_1 > a_4 > a_3,$$

atunci prin trasformarea :

$$a_2 \to a_1\,;\ a_1 \to a_2\,;\ a_4 \to a_3\,;\ a_3 \to a_4,$$

$$x_2 \to x_1,\ x_1 \to x_2\,;\ x_4 \to x_3\,;\ x_3 \to x_4,$$

se obține sistemul de mai sus. Deci soluțiile sistemului dat în cazul $a_2 > a_1 > a_4 > a_3$ vor fi : $x_1 = 0\,;\ x_2 = \frac{1}{a_2 - a_3}\,;\ x_3 = \frac{1}{a_2 - a_3}\,;\ x_4 = 0$. În mod asemănător se stabilesc soluțiile pentru toate cele $4! = 24$ posibilități de aranjare a numerelor a_1, a_2, a_3, a_4.

Observații. 1) Patru dintre elevii noștri nu au observat că, fiind vorba de module, trebuie să stabilească o relație de ordine între numerele a_1, a_2, a_3, a_4, și că, ori care ar fi ordinea considerată sistemul are aceeași soluție.

La această problemă elevii noștri au obținut următorul punctaj : 4 elevi cîte 7 puncte, 3 elevi cîte 3 puncte, 1 elev 2 puncte.

2) Din numărul total de participanți, 33 au obținut cîte 7 puncte, 3 cîte 6 puncte, 2 cîte 5 puncte, 7 cîte 4 puncte, 5 cîte 3 puncte, 7 cîte 2 puncte, 5 cîte 1 punct, 10 cîte 0 puncte.

3) Elevul *B. Lungulescu* a dat o generalizare a problemei care se va publica sub forma unei note în *G.M.* — *B.*

Problema 6. (7767) *Pe laturile AB, BC, CA ale unui triunghi ABC se iau respectiv punctele arbitrare M, K, L diferite de vîrfurile triunghiului. Să se*

arate că aria a cel puțin unuia dintre triunghiurile MAL, KBM, LCK, nu depășește $\frac{1}{4}$ *din aria triunghiului ABC.*

Soluția I dată de *D. Cartianu*. Punînd lungimile segmentelor în corespondență biunivocă cu numerele reale și pozitive se poate scrie :

$$AM \cdot MB \leqslant \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \text{ unde } M \in AB,$$

conform teoremei că produsul mai multor numere reale și pozitive, la căror sumă e constantă, este maxim atunci și numai atunci cînd numerele sînt egale între ele.

Scriind și celelalte relații analoge și înmulțindu-le se obține :

$$AM \cdot MB \cdot BK \cdot KC \cdot CL \cdot LA \leqslant \left(\frac{AB}{2} \cdot \frac{BC}{2} \cdot \frac{CA}{2}\right)^2$$

Presupunînd că toate ariile (MAL), (KBM), (LCK) depășesc $\frac{1}{4}$ din aria (ABC), se poate scrie :

$$\frac{(MAL)}{(BAC)} = \frac{AM \cdot AL}{AB \cdot AC} > \frac{1}{4} \text{ etc.}$$

Rezultă :

$$AM \cdot MB \cdot BK \cdot KC \cdot CL \cdot LA > \left(\frac{AB}{2} \cdot \frac{BC}{2} \cdot \frac{CA}{2}\right)^2,$$

ceea ce contrazice rezultatul precedent. Așadar, aria a cel puțin unuia dintre triunghiurile MAL, KBM, LCK nu depășește $\frac{1}{4}$ din aria triunghiului dat.

Soluția II. dată de *D. Voiculescu*. Dacă se notează

$$\frac{AM}{AB} = a, \quad \frac{MB}{AB} = x; \quad \frac{BK}{BC} = b, \quad \frac{KC}{BC} = y; \quad \frac{CL}{CA} = c, \quad \frac{LA}{CA} = z$$

și $S_1 = S_{MAL}$, $S_2 = S_{KBM}$, $S_3 = S_{LCK}$, $S = S_{ABC}$ atunci se poate scrie

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot AL \cdot \sin A}{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A} = az, \text{ și analog : } \frac{S_2}{S} = bx, \quad \frac{S_3}{S} = cy.$$

Presupunînd că proprietatea din enunț nu ar fi adevărată, ar rezulta inegalitățile :

$$\frac{S_k}{S} > \frac{1}{4}, \ (k = 1, 2, 3),$$

sau

$$az > \frac{1}{4}, \quad bx > \frac{1}{4}, \quad cy > \frac{1}{4}.$$

Numerele a, b, c, x, y, z sînt pozitive. Înmulțind aceste trei inegalități, rezultă inegalitatea

$$abc\,xyz > \frac{1}{64},$$

care nu poate avea loc deoarece

$$a + x = b + y = c + z = 1,$$

așa că $\sqrt{ax} \leqslant \frac{1}{2}$, $\sqrt{by} \leqslant \frac{1}{2}$, $\sqrt{cz} \leqslant \frac{1}{2}$

de unde prin înmulțire și ridicare la pătrat,

$$abc\,xyz \leqslant \frac{1}{64},$$

ceea ce este o contradicție. Ipoteza adoptată este deci falsă și problema este demonstrată.

Soluția III-a, dată cu unele variante de *Al. Bădescu*, *P. Farkaș*, *B. Lungulescn*, *E. Popa*, *D. Ralescu*).

Se notează cu A', B', C' mijloacele laturilor BC, CA, AB.

a) Dacă punctele K și L (de exemplu) sînt situate pe segmentele $A'C$ respectiv $B'C$, teorema este verificată, deoarece

$$S_{KLC} \leqslant S_{A'B'C'}.$$

În mod analog stau lucrurile dacă punctele L și M sînt situate pe segmentele $B'A$ respectiv $C'A$ sau M și K pe segmentele $C'B$ respectiv $A'B$.

b) Dacă punctele K, L, M nu se găsesc două cîte două de aceeași parte a liniilor mijlocii ale triunghiului ABC se poate ivi, de exemplu, cazul din figură.

Demonstrația se face prin reducere la absurd. Se presupune că ar avea loc, simultan, inegalitățile

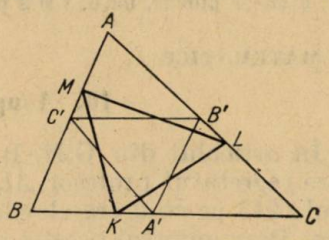
$$\frac{S_{AML}}{S_{ABC}} > \frac{1}{4}; \quad \frac{S_{BMK}}{S_{ABC}} > \frac{1}{4}; \quad \frac{S_{CKL}}{S_{ABC}} > \frac{1}{4}. \tag{1}$$

Notînd $BC = 2a$, $CA = 2b$, $AB = 2c$, $MC' = x$, $KA' = y$, $LB' = z$, se poate scrie conform unei teoreme cunoscute:

$$\frac{S_{AML}}{S_{ABC}} = \frac{AM \cdot AL}{AB \cdot AC} = \frac{(c - x)(b + z)}{4bc},$$

$$\frac{S_{BKM}}{S_{ABC}} = \frac{BK \cdot BM}{BC \cdot AB} = \frac{(c + x)(a - y)}{4ac},$$

$$\frac{S_{CKL}}{S_{ABC}} = \frac{CK \cdot CL}{BC \cdot AC} = \frac{(a + y)(b - z)}{4ab}.$$



Relațiile (1) devin:

$$(b + z)(c - x) > bc;\ (c + x)(a - y) > ac;\ (a + y)(b - z) > ab.$$

Toți factorii fiind pozitivi în aceste inegalități, produsul lor termen cu termen conduce la:

$$(c - x)(b + z)(c + x)(a - y)(a + y)(b - z) > a^2 b^2 c^2,$$

adică

$$(c^2 - x^2)(a^2 - y^2)(b^2 - z^2) > a^2 b^2 c^2$$

Această relație este imposibilă, căci

$$c^2 - x^2 < c^2,\ a^2 - y^2 < a^2,\ b^2 - z^2 < b^2.$$

Se deduce că relaţiile (1) nu pot fi simultan adevărate şi deci aria unuia din triunghiurile AML, BMK, CKL este mai mică sau egală cu $\frac{1}{4} S_{ABC}$.

Dacă se consideră punctele K, L, M situate în celelalte jumătăţi ale laturilor, demonstraţia este analogă.

Observaţii. 1. *D. Cartianu* a demonstrat şi următoarea generalizare. Pe muchiile AB, AC, AD BC, CD, DB ale unui tetraedru $ABCD$ se iau respectiv punctele M, N, P, R, S, T diferite de vîrfurile tetraedrului. Volumul cel puţin unuia dintre tetraedrele $AMNP$, $BMRT$, $TNRS$, $DPST$ nu depăşeşte $\frac{1}{8}$ din volumul tetraedrului ABCD. *D. Cartianu* a indicat şi o generalizare pentru spaţiul n-dimensional.

Delegaţia romînă la cea de a VIII-a O.I.M., în faţa Universităţii din Sofia

2. *D. Voiculescu* a demonstrat şi următoarea generalizare: Dacă $A_1A_2 \ldots A_n$ este o linie frîntă închisă (situată într-un plan sau nu) şi $P_1 \in (A_1, A_2)$, $P_2 \in (A_2, A_3) \ldots P_n \in (A_n, A_1)$ atunci cel puţin unul din rapoartele:

$$\frac{S_{P_nA_1P_1}}{S_{A_nA_1A_2}}, \quad \frac{S_{P_1A_2P_2}}{S_{A_1A_2A_3}}, \ldots, \frac{S_{P_{n-1}A_nP_n}}{S_{A_{n-1}A_nA_1}}$$

nu depăşeşte valoarea $\frac{1}{4}$.

3. Problema nu a prezentat dificultăţi pentru elevii noştri, căci şapte au obţinut cîte 8 puncte şi unu 6 puncte.

Problema s-a dovedit de greutate mijlocie căci dintre participanţi, 51 au obţinut cîte 8 puncte, 6 cîte 7 puncte, iar o, 1 şi 2 puncte cîte un elev.

NOTE MATEMATICE

16. Asupra unui determinant

În articolul din G.M.-B. nr. 3/1966, se dă enunţul problemei 2082 pe care regretatul profesor *Al. Pantazi* a propus-o în Gazeta matematică în anul 1913 pe cînd era elev la liceul din Bîrlad şi căreia nu i s-a publicat soluţia. Dăm enunţul acestei probleme şi soluţia pe care au trimis-o patru colaboratori.

Să se calculeze determinantul:

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} C_p^1 & C_{p+1}^2 & \ldots & C_{2p-2}^{p-1} & C_{2p-1}^p \\ C_{p+1}^2 & C_{p+2}^2 & \ldots & C_{2p-1}^p & C_{2p}^{p+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ C_{2p-2}^{p-1} & C_{2p-1}^p & \ldots & C_{3p-4}^{2p-3} & C_{3p-3}^{2p-2} \\ C_{2p-1}^p & C_{2p}^{p+1} & \ldots & C_{3p-3}^{2p-2} & C_{3p-2}^{2p-1} \end{vmatrix}$$

unde C_m^n reprezintă combinări de m obiecte luate cîte n.

Soluția. Scădem fiecare linie din următoarea și ținem seama de formula $C_{n+1}^{k+1} - C_n^{k+1} = C_n^k$ și obținem :

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} C_p^1 & C_{p+1}^2 & \dots & C_{2p-2}^{p-1} & C_{2p-1}^p \\ C_p^2 & C_{p+1}^3 & \dots & C_{2p-2}^p & C_{2p-1}^{p+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{2p-3}^{p-1} & C_{2p-2}^p & \dots & C_{3p-5}^{2p-3} & C_{3p-4}^{2p-2} \\ C_{2p-2}^p & C_{2p-1}^{p+1} & \dots & C_{3p-4}^{2p-2} & C_{3p-3}^{2p-1} \end{vmatrix}$$

Repetăm operația pentru liniile de un grad mai mare sau egal cu 2, 3, ..., $(p-1)$, p și obținem :

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} C_p^1 & C_{p+1}^2 & \dots & C_{2p-2}^{p-1} & C_{2p-1}^p \\ C_p^2 & C_{p+1}^3 & \dots & C_{2p-2}^p & C_{2p-1}^{p+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_p^{p-1} & C_{p+1}^p & \dots & C_{2p-2}^{2p-3} & C_{2p-1}^{2p-2} \\ C_p^p & C_{p+1}^{p+1} & \dots & C_{2p-2}^{2p-2} & C_{2p-1}^{2p-1} \end{vmatrix}$$

Efectuăm același șir de calcule pentru coloane și obținem :

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} C_p^1 & C_p^2 & \dots & C_p^{2p-1} & C_p^p \\ C_p^2 & C_p^3 & \dots & C_p^p & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_p^{p-1} & C_p^p & \dots & 0 & 0 \\ C_p^p & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Dezvoltăm determinantul după ultima coloană avînd în vedere că $C_p^p = 1$ și rezultă

$$\Delta_p = (-1)^{p-1} \begin{vmatrix} C_p^2 & C_p^3 & \dots & C_p^{p-1} & C_p^p \\ C_p^3 & C_p^4 & \dots & C_p^p & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_p^{p-1} & C_p^p & \dots & 0 & 0 \\ C_p^p & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{p-1+p-2} \begin{vmatrix} C_p^3 & C_p^4 & \dots & C_p^{p-1} & C_p^p \\ C_p^4 & C_p^5 & \dots & C_p^p & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_p^{p-1} & C_p^p & \dots & 0 & 0 \\ C_p^p & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix} = \dots = (-1)^{\sum_2^{p-1} n} \begin{vmatrix} C_p^{p-1} & C_p^p \\ C_p^p & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{\sum_{k=1}^{p-1} k}, \text{ deci } \Delta_p = (-1)^{\frac{p(p-1)}{2}}.$$

Petru Meer, absolvent Oradea, *Marin Enache*, profesor Recas, *Ion Dăncilă*, student Brașov, *Radu Scarlat*, profesor Galați.

17. Asupra unor relații și metode

1. a) Într-un triunghi oarecare sînt cunoscute relațiile :

$$\left.\begin{aligned} -a + b\cos C + c\cos B &= 0 \\ a\cos C - b + c\cos A &= 0 \\ a\cos B + b\cos A - c &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Aceste relații formează un sistem linear și omogen în a, b, și c. Pentru ca să existe și soluții diferite de zero, trebuie ca :

$$\begin{vmatrix} -1 & \cos C & \cos B \\ \cos C & -1 & \cos A \\ \cos B & \cos A & -1 \end{vmatrix} = 0 \tag{2}$$

Dezvoltăm *) și obținem : $\Sigma \cos^2 A = 1 - 2\cos A \cos B \cos C$. (2′)

b) De asemenea avem :

$$\frac{a}{\begin{vmatrix} -1 & \cos A \\ \cos A & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-b}{\begin{vmatrix} \cos C & \cos A \\ \cos B & -1 \end{vmatrix}} = \frac{c}{\begin{vmatrix} \cos C & -1 \\ \cos B & \cos A \end{vmatrix}} \tag{3}$$

sau :

$$\frac{a}{\sin^2 A} = \frac{b}{\cos C + \cos A \cos B} = \frac{c}{\cos A \cos C + \cos B} \tag{3′}$$

Ținînd seama că $A + B + C = 180°$, deci $\cos C = -\cos(A + B)$ și analog $\cos B = -\cos(A + C)$, avem :

$$\frac{a}{\sin^2 A} = \frac{b}{\sin A \sin B} = \frac{c}{\sin A \sin C},$$

sau

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \tag{4}$$

2. Fie $a \geqslant b \geqslant 0$. Notăm $\sin x = \dfrac{a-b}{a+b}$, unde $0 \leqslant x \leqslant 90°$

$$\cos x = \sqrt{1 - \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2} = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} = \frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}} \leqslant 1$$

Rezultă relația cunoscută :

$$\sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2}.$$

3. O dreaptă d este perpendiculară pe două drepte neparalele d_1 și d_2 ale unui plan π.

---

*) *A. Kahane*, Complemente de matematici, 1958, pag. 215

Fie v, v_1 și $\overline{v}_2$ trei vectori care au direcțiile dreptelor d, d_1 și d_2.

Considerăm o dreaptă oarecare δ din planul π și vectorul $\overline{u}$ care dă direcția ei.

Descompunem vectorul $\overline{u}$ după direcțiile vectorilor $\overline{v}_1$ și $\overline{v}_2$ situați în același plan cu el. Avem:

$$\overline{u} = \lambda\overline{v}_1 + \mu v_2 \tag{1}$$

unde λ și μ sînt scalari.

Înmulțim scalar relația (1) cu vectorul $\overline{v}$ și obținem:

$$\overline{v} \cdot \overline{u} = \overline{v}\,(\lambda\overline{v}_1) + \overline{v}\,(\mu\overline{v}_2) \tag{2}$$

$$\overline{v} \cdot \overline{u} = \lambda\,(\overline{v} \cdot \overline{v}_1) + \mu\,(\overline{v}_1 \cdot \overline{v}_2) \tag{3}$$

Însă $\overline{v} \perp \overline{v}_1$ și $\overline{v} \perp \overline{v}_2$, deci $\overline{v} \cdot \overline{v}_1 = \overline{v} \cdot \overline{v}_2 = 0$ și relația (3) devine: $\overline{v} \cdot \overline{u} = 0$, adică $\overline{v} \perp \overline{u}$, care arată că dacă o dreaptă este perpendiculară pe două direcții diferite dintr-un plan, este perpendiculară pe orice direcție din plan, deci perpendiculară pe plan.

4. a) Fie $\overline{r}_A$, $\overline{r}_B$, $\overline{r}_C$, $\overline{r}_D$ vectorii de poziție ai vîrfurilor unui patrulater $ABCD$, iar O intersecția diagonalelor. Dacă diagonalele se taie mutual în părți egale *), atunci

$$\frac{\overline{r}_A + \overline{r}_C}{2} = \frac{\overline{r}_B + \overline{r}_D}{2}, \quad \text{sau} \quad \overline{r}_B - \overline{r}_A = \overline{r}_C - \overline{r}_D,$$

de unde rezultă $AB = DC$, analog $AD = BC$.

Patrulaterul ale cărui diagonale se taie mutual în părți egale este deci un paralelogram.

b) Prin același procedeu vectorial**) se arată că în orice patrulater $ABCD$ segmentele care unesc mijloacele laturilor opuse și dreapta care unește mijloacele diagonalelor sînt concurente în mijlocul fiecăruia din aceste segmente avînd ca vector de poziție $\frac{1}{4}(\overline{r}_A + \overline{r}_B + \overline{r}_C + \overline{r}_D)$.

Paula Popescu, prof. liceul 17, București

REZULTATUL ÎNTRECERII ÎNTRE LICEELE DIN ȚARĂ PRIVIND ACTIVITATEA ȘCOLARĂ LA MATEMATICĂ PE ANUL 1966

La întrecerea din anul **1966** *s-au primit fișele cu punctajul obținut, conform regulamentului întrecerii, de la* 87 *licee din țară și* 11 *școli generale.*

Pentru activitatea matematică deosebită se premiază:

1. *Liceul* 1, *I. L. Caragiale din Ploiești cu* 18 *clase*; 2. *Liceul din Trușești, Suceava, cu* 4 *clase*; 3. *Liceul din Sebiș, Crișana, cu* 4 *clase*; 4. *Liceul C. Negruzzi din Iași cu* 10 *clase* 5. *Liceul 1 din Aiud, Bacău cu* 7 *clase* 6. *Liceul din Fieni, Tîrgoviște cu* 3 *clase*; 7. liceul 1; *din Cîmpina, Ploiești cu* 8 *clase*; 8. *Liceul* 1 *din Breaza, Ploiești cu* 4 *clase*; 9. *Liceul din Bălcești, Oltenia, cu* 7 *clase*; 10. *Liceul* 1 *din Pucioasa cu* 10 *clase*; 11. *Liceul N. Bălcescu din Cluj cu* 8 *clase*; 12. *Liceul* 12 *Spiru Haret din București cu* 13 *clase*; 13. *Liceul* 1 *din Hunedoara cu* 9 *clase*; 14. *Liceul M. Eminescu din Satu Mare cu* 15 *clase*; 15. *Liceul* 11. *D. Cantemir din București cu* 15 *clase*; 16. *Liceul din Comarnic cu* 2 *clase*; 17. *Liceul* 3 *din Sibiu cu* 12 *clase*; 18. *Liceul* 1 *din Lugoj, Banat, cu* 8 *clase*; 19. *Liceul* 1 *N. Bălcescu din Craiova cu* 19 *clase*; 20. *Liceul* 1 *N. Bălcescu din București cu* 26 *clase*; 21. *Liceul* 10 *din București cu* 8 *clase*; 22. *Liceul* 1 *N. Bălcescu din R. Vîlcea cu* 16 *clase*; 23. *Liceul* 2 *Frații Buzești din Craiova cu* 17 *clase*; 24. *Liceul din Șomcuta Mare, Maramureș cu* 4 *clase*; 25. *Liceul* 3 *din Craiova cu* 18 *clase*; 26. *Liceul militar din Breaza, Ploiești cu* 23 *clase*; 27. *Liceul* 11 *din Cluj cu* 6 *clase*; 28. *Liceul* 1 *N. Bălcescu din Pitești cu* 22 *clase*; 29. *Liceul Ștefan*

*) *N. Mihăileanu*, Complemente de geometrie sintetică, pag. 244.

**) *O. Sacter*, G. M.-B. nr. 11/1966, pag. 483.

Plavăț din Orșova, Banat cu 5 clase; 30. *Liceul Tudor Vladimirescu din Tg. Jiu, Oltenia cu 14 clase*; 31. *Liceul 1 din Roman, Bacău cu 19 clase*. 32. *Liceul 13 din București cu 23 clase*.

Se menționează

1. *Liceul din Horezu, Argeș cu 9 clase*; 2. *Liceul 2 din Lugoj cu 4 clase*; 3. *Liceul 2 din Tg. Jiu, Oltenia cu 10 clase*; 4. *Liceul 4 din Arad cu 7 clase*; 5. *Liceul 4 de Ed. Fizică din Galați cu 3 clase*; 6. *Liceul 1 B. P. Hașdeu din Buzău cu 17 clase*; 7. *Liceul 1 din Novaci Oltenia, cu 7 clase*; 8. *Liceul 1 din Mehadia, Banat cu 3 clase*; 9. *Liceul 2 din Bîrlad cu 6 clase*; 10. *Liceul 1 din Constanța cu 12 clase*; 11. *Liceul 1 din Sinaia cu 6 clase*; 12. *Liceul 3 din Tr. Severin cu 7 clase*; 13. *Liceul din Oveselu Olteț, Oltenia cu 5 clase*; 14. *Liceul din Fetești (București), cu 11 clase*; 15. *Liceul din Lupeni, Hunedoara cu 8 clase*; 16. *Liceul din Dăbuleni, Corabia, Oltenia cu 5 clase*; 17. *Liceul 7 M. Viteazu din Turda cu 16 clase*; 18. *Liceul 2 din Dej, Cluj cu 10 clase*; 19. *Liceul din Oțelul Roșu, Banat cu 6 clase*; 20. *Liceul din Petroșani, Hunedoara cu 13 clase*; 21. *Liceul 2 din Brănești, București cu 6 clase*; 22. *Liceul 1 din Rădăuți cu 8 clase*; 23. *Liceul 1 din Dumbrăveni, R. A.M. cu 8 clase*; 24. *Liceul Tr. Vuia din Făget, Banat cu 5 clase*; 25. *Liceul 3 Mihai Viteazu din Ploiești cu 8 clase*; 26. *Liceul 2 M. Eminescu din Botoșani ci 12 clase*; 27. *Liceul 6 V. Alecsandri din Iași cu 11 clase*; 28. *Liceul 2 din Călărași, București cu 14 clase*; 29. *Liceul Dragoș Vodă din C-lung Suceava cu 11 clase*, 30. *Liceul 1 din Curtea de Argeș cu 10 clase*, 31. *Liceul din Zalău, Cluj cu 14 clase*; 32. *Liceul 1 din Zimnicea, București cu 8 clase*. 33. *Liceul din Peșteana Jiu, Gorj Oltenia cu 5 clase*; 34 *Liceul Tr. Laurian din Botoșani cu13 clase*; 35. *Liceul 2 N. Bălcescu din Brăila cu 8 clase*; 36. *Liceul din Medgidia, Dobrogea cu 8 clase*;

Se mai menționează școlile generale de 8 ani:

1. *Școala generală din Celaru, Oltenia cu 9 clase*; 2. *Școala generală din Bușag, Baia Mare cu 3 clase*; 3. *Școala generală din Puchenii Moșneni, Ploiești cu 6 clase*; 4. *Școala generală din Fundul Moldovei, Suceava cu 3 clase*; 5. *Școală generală din Riul Alb, Tîrgoviște cu 6 clase*; 6. *Școala generală din Perieți cu cu 4 clase*; 7. *Școala generală din Orlești, Drăgășani cu 6 clase*.

Regulamentul întrecerii pe anul 1967

Se consideră înscrise la întrecere, liceele din țară care trimit redacției „Gazetei matematice" seria B, fișe cu totalizarea punctelor obținute, specificînd și numărul de clase medii (IX, X, reală și XI reală) din anul școlar 1966—67.

Regulamentul întrecerii are următorul punctaj:

a) Cîte un punct de fiecare problemă rezolvată și anunțată la rubrica rezolvitorilor în cele 12 numere ale G.M.-B pe 1967.

b) Cîte 10 puncte de fiecare evidențiere a elevilor școlii pe 1967.

c) Cîte un punct de fiecare elev al școlii participant la faza locală a concursului de matematică din 1967.

d) Cîte 10 puncte de fiecare elev al școlii participant la faza regională a concursului.

e) Cîte 30 de puncte de fiecare elev al școlii participant la faza finală (pe țară).

f) Cîte 50 de puncte de fiecare elev al școlii, participant la faza finală cu premiu sau mențiune.

g) Cîte un punct de fiecare elev abonat la G.M.-B pe 1967.

h) Cîte 5 puncte de fiecare ședință de cerc de matematică.

Pentru școlile generale fișa nu va conține punctele *e* și *f* din prezentul regulament, însă va menționa numărul de clase VI, VII și VIII din anul școlar 1966—1967.

Fișa cu punctajul obținut de școala respectivă va avea viza direcției și ștampila școlii, va fi semnată de profesorii de matematică care au condus cercurile de elevi și se va trimite apoi redacției G.M.-B în prima săptămînă după apariția numărului 12/1967 al G.M.-B.

La clasificarea se va ține seama de numărul de clase pe care le-a avut școala în anul 1966—67.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7288

Doi tractoriști au arat într-o săptămînă 84 ha. In săptămîna cea de a doua, primul tractorist și-a depășit norma zilnică cu 10% în primele 3 zile și cu 20% în următoarele 3 zile, iar al doilea, și-a depășit norma zilnică cu 5% în primele două zile și cu 15% în următoarele patru zile. În cea de-a doua săptămînă, al doilea tractorist a arat cu 12,2 ha mai mult decît primul. Cît a arat zilnic în prima săptămînă fiecare tractorist?

G. Climescu, profesor Brașov

Soluție dată de *Cristian Patra*, elev Craiova.

Fie x norma zilnică pentru prima săptămînă a primului tractorist și y norma zilnică a tractoristului al doilea. Pentru prima săptămînă obținem ecuația:

$$6x + 6y = 84$$

iar pentru a doua săptămînă, avem ecuația:

$$3\left(x + \frac{10x}{100}\right) + 3\left(x + \frac{20x}{100}\right) = 2\left(y + \frac{5y}{100}\right) + 4\left(y + \frac{15y}{100}\right) - 12{,}2.$$

Obținem ecuația:

$$69x - 67y = -122$$

Pentru a calcula norma zilnică în prima săptămînă a fiecărui tractorist, rezolvăm sistemul:

$$6(x + y) = 84, \quad 69x - 67y = -122$$

de unde $x = 6$ ha/zi, $y = 8$ ha/zi

Problema 7289

Fie fracția:

$$\frac{4n + 3}{5n + 2}$$

Să se afle valorile lui n pentru care fracția se poate simplifica.

I. Velescu, Pitești

Soluție dată de *Cornel Popovici*, elev Timișoara

Un divizor q al numerelor $4n + 3$ și $5n + 2$ este un divizor și al numerelor $5(4n + 3)$ și $4(5n + 2)$.

De asemenea va fi un divizor și al diferențelor acestor numere $5(4n + 3) - 4(5n + 2) = 20n + 15 - 20n - 8 = 7$. Deci $q = 7$.

Acest divizor va fi și al diferenței

$$5n + 2 - (4n + 3) = 5n + 2 - 4n - 3 = n - 1$$

Deci $n - 1 = M7$ sau $n = M7 + 1$

Problema 7291

Care este numărul de două cifre astfel încît micșorat cu 5 să fie egal cu triplul răsturnatului său?

Corneliu Popescu, București

Soluție dată de *Sava Petru*, elev Făget, Banat.

Fie numărul căutat $10x + y$ și răsturnatul lui $10y + x$; din enunț rezultă că $x > y$ și deci $y \neq 9$.

Ecuația care rezultă din enunț este:

$$10x + y - 5 = 3(10y + x), \text{ deci } 7x - 29y = 5$$

$$x = \frac{29y + 5}{7} = \frac{28y + 7 + y - 2}{7} = 4y + 1 + \frac{y - 2}{7}$$

De unde rezultă imediat că $y = 2$ și atunci din ecuație rezultă imediat că $x = 9$.

Problema 7293

Să se arate că:

$$\frac{\sec 20^\circ}{\sec 100^\circ + \sec 140^\circ} + \frac{\sec 100^\circ}{\sec 20^\circ + \sec 140^\circ} + \frac{\sec 140^\circ}{\sec 20^\circ + \sec 100^\circ} + \frac{\sec^3 20 + \sec^3 100 + \sec^3 140}{\sec 20^\circ \sec 100^\circ \sec 140^\circ} = 0$$

Laura Constantinescu, prof. Sibiu

Soluție dată de *Dorin Bena*, elev Caransebeș.

Notăm $\sec 20^\circ = a$, $\sec 100^\circ = b$, $\sec 140^\circ = c$.
Se observă că

$$\frac{1}{\sec 20^\circ} + \frac{1}{\sec 100^\circ} + \frac{1}{\sec 140^\circ} = \cos 20^\circ + \cos 100^\circ +$$

$$+ \cos 140^\circ = 2\cos\frac{100^\circ + 20^\circ}{2} \cos\frac{100^\circ - 20^\circ}{2} - \cos 40^\circ = 2\frac{1}{2}\cos 40^\circ -$$

$$- \cos 40^\circ = 0, \text{ adică } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

Relația de demonstrat se scrie:

$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{a + c} + \frac{c}{a + b} + \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = 0,$$

cu condiția $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$, relație cunoscută.

Într-adevăr, relația de condiție se poate scrie:

$$ab + ac + bc = 0 \text{ sau } a(b + c) = -bc,$$

de unde

$$b + c = -\frac{a}{bc}, \text{ deci } \frac{a}{b + c} = -\frac{a^2}{bc}, \quad \frac{b}{a + c} = -\frac{b^2}{ac}, \quad \frac{c}{a + b} = -\frac{c^2}{ab}$$

Adunînd aceste relații, obținem:

$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{a + c} + \frac{c}{a + b} = -\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc},$$

sau, înlocuind,

$$\frac{\sec 20^\circ}{\sec 100^\circ + \sec 140^\circ} + \frac{\sec 100^\circ}{\sec 20^\circ + \sec 140^\circ} + \frac{\sec 140^\circ}{\sec 20^\circ + \sec 100^\circ} +$$

$$+ \frac{\sec^3 40 + \sec^3 100^\circ + \sec^3 140^\circ}{\sec 20^\circ \sec 100^\circ \sec 140^\circ} = 0.$$

Problema 7294

Să se determine un număr k astfel încît suma oricăror k termeni consecutivi ai şirului

$$2^{2^0} + 1;\quad 2^{2^1} + 1;\quad 2^{2^2} + 1;\ \ldots;\quad 2^{2^n} + 1;\ \ldots$$

să se dividă cu 7.

Dan Voiculescu, elev Bucureşti

Soluţia autorului. Avem $2^p = (3-1)^p = M3 + (-1)^p$

Deducem că din numerele 2^p şi 2^{p+1} unul este de forma $3n+1$ şi unul de forma $3m+2$. Vom avea:

$$2^{2^p} + 2^{2^{p+1}} + 1 = (2-1)(2^{3n+1} + 2^{3m+2} + 1) =$$

$$= 2^{3n+2} - 2^{3n+1} + 2^{3m+3} - 2^{3m+2} + 2 - 1 =$$

$$= (2^{3n+2} - 2^{3m+2}) - (2^{3n+1} - 2) + (2^{3m+3} - 1) = M(2^3 - 1) = M7.$$

Dacă punem: $2^{2^p} = M7 + R_p$, atunci rezultă relaţia de recurenţă

$$R_p + R_{p+1} = M7 - 1.$$

Cum însă $R_0 = 2$; $R_1 = 4$; $R_2 = 2$ deducem că resturile se repetă: R_p este 2 pentru p par şi R_p este 4 pentru p impar.

Pe baza acestui fapt rezultă că numărul k va trebui să fie par, resturile repetîndu-se din două în două numere. Va trebui să avem:

$$2^{2^p} + 2^{2^{p+1}} + \ldots + 2^{2^{p+k-1}} + k = M7.$$

Ţinînd seama de cele stabilite mai sus, relaţia precedentă se mai scrie

$$M7 - \frac{k}{2} + k = M7, \text{ sau}$$

$$\frac{k}{2} = M7 \text{ adică } k = M14.$$

Problema 7295

Dacă $y \geqslant x \geqslant 1$ şi $E = 2xy - x - y + 1$, să se arate că:

$$xy \leqslant E < 2xy$$

$$2x^2 - 2x + 1 \leqslant E \leqslant 2y^2 - 2y + 1$$

$$x + y - 1 \leqslant E \leqslant (x + y - 1)^2$$

$$E \leqslant x^2 + y^2 - 1$$

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București

Avem : $E = xy + (x-1)(y-1)$. În condițiile problemei avem :

$$0 \leqslant (x-1)(y-1) < xy,$$

deci $xy \leqslant E < 2xy$.

Cea de a doua inegalitate se poate scrie :

$$x^2 + (x-1)(x-1) \leqslant xy + (x-1)(y-1) \leqslant y^2 + (y-1)(y-1),$$

ceea ce este evident, deoarece :

$$x^2 \leqslant xy \leqslant y^2 \text{ și } (x-1)^2 \leqslant (x-1)(y-1) \leqslant (y-1)^2$$

Inegalitatea $E \geqslant x + y - 1$ se mai scrie $2xy - 2x - 2y + 2 \geqslant 0$, adică $2(x-1)(y-1) \geqslant 0$. Cealaltă inegalitate $E \leqslant (x+y-1)^2$, prin dezvoltarea membrului II devine :

$$2xy - x - y + 1 \leqslant x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2x - 2y \text{ sau}$$

$$0 \leqslant x^2 + y^2 - x - y = x(x-1) + y(y-1),$$

lucru evident.

Pentru a demonstra a patra inegalitate, o scriem sub forma :

$$2xy - x - y \leqslant (x^2 - 1) + (y^2 - 1)$$

sau după cum găsim succesiv :

$$(xy - x) + (xy - y) \leqslant (x+1)(x-1) + (y+1)(y-1),$$

$$0 \leqslant (x-1)[(x+1) - y] + (y-1)[(y+1) - x],$$
$$0 \leqslant (x-1)[(x-y) + 1] + (y-1)[1 - (x-y)],$$
$$0 \leqslant (x-1) + (y-1) + (x-y)[(x-1) - (y-1)],$$
$$0 \leqslant (x-1) + (y-1) + (x-y)^2.$$

Problema 7297

Să se arate că expresiile :

$$E_1 = \frac{n^2!}{(n!)^n}, \quad E_2 = \frac{(pn+1)!}{(n!)^p}$$

sînt întregi.

Perl Toma, absolvent Cluj

Soluția dată de *Marius Hîncu*, elev Oradea.

Din formula combinărilor, $C_m^k = \frac{m!}{k!(m-k)!}$, avem :

$$C_{n^2}^n = \frac{n^2!}{n!(n^2-n)!}; \quad C_{n^2-n}^n = \frac{(n^2-n)!}{n!(n^2-2n)!};$$

$$C_{n^2-2n}^n = \frac{(n^2-2n)!}{n![(n^2-3n)]!}; \ldots.$$

$$C_{n^2-(n-2)n}^n = \frac{[(n^2-(n-2)n]!}{n![n^2-(n-1)n]!} = \frac{[n^2-(n-2)n]!}{n!n!}$$

Înmulțind membru cu membru, obținem:

$$C_{n^2}^{n} \cdot C_{n^2-n}^{n} \cdot \ldots \cdot C_{n^2-2k}^{n} \cdot \ldots \cdot C_{n^2-(n-2)n}^{n} = \frac{n^2!}{(n!)^n},$$

deoarece avem $(n-1)$ factori, k avînd valori de la 0 la $(n-2)$, iar ultimul factor conține pe $n!$ de două ori.

Dar produsul combinărilor este evident un număr întreg.

c) $C_{pn+1}^{n} = \frac{(pn+1)!}{n![(p-1)n+1]!}$; $C_{(p-1)n+1}^{n} = \frac{[(p-1)n+1]!}{n![(p-2)n+1]!}$;

$$C_{(p-2)n+1}^{n} = \frac{[(p-2)n+1!}{n![(p-3)n+1!}; \ldots.$$

$$C_{(p-k)n+1}^{n} = \frac{[(p-n)n+1]!}{n![p-(p+1)n+1]!}; \ldots.$$

$$C_{[p-(p-2)]n+1}^{n} = \frac{\{[p-(p-2)]n+1\}!}{n!\{[p-(p-1)n+1\}!};$$

$$C_{[p-(p-1)]n+1}^{n} = \frac{\{[p-(p-1)]n+1\}!}{n![(p-p)n+1]!}$$

Înmulțind, obținem:

$$C_{pn+1}^{n} \cdot C_{(p-1)n+1}^{n} \cdot \ldots \cdot C_{n+1}^{n} = \frac{(pn+1)!}{n!^p}.$$

Soluția II. — Din formula:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

rezultă:

$$C_{n^2-(k-1)n}^{n} = \frac{[n^2-(k-1)n]!}{n!(n^2-kn)!} \text{ și } : C_{[p-(k-1)]n+1}^{n} = \frac{\{[p-(k-1)]n+1\}!}{n![(p-k)n+1]!}$$

De aici,

$$\frac{(n^2)!}{(n!)^n} = \prod_{k=1}^{n} C_{n^2-(k-1)n}^{n} \text{ (număr întreg) și:}$$

$$\frac{(pn+1)!}{(n!)^p} = \prod_{k=1}^{p} C_{[p-(k-1)]n+1}^{n} \text{ tot număr întreg).}$$

Problema 7298

Dacă a, b, c sînt laturile unui triunghi, atunci avem:

$$\frac{a^2}{-a+b+c} + \frac{b^2}{a-b+c} + \frac{c^2}{a+b-c} \geqslant a+b+c$$

G. G. Niculescu, student București

Soluția autorului. Dacă x, y, z sînt reale, avem evident:

$$(x+y)^2 \geqslant 4xy, \quad (y+z)^2 \geqslant 4yz, \quad (x+z)^2 \geqslant 4zx$$

Dacă în plus x, y, z au același semn, vom înmulți inegalitățile de mai sus respectiv cu xy, yz, zx (sensul inegalităților nu se schimbă) și le adunăm membru cu membru:

$$xy(x+y)^2 + yz(y+z)^2 + zx(z+x)^2 \geqslant 4(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2).$$

În general, date fiind α, β, γ reale știm că $\Sigma\alpha^2 > \Sigma\beta\gamma$ astfel că:

$$xy(x+y)^2 + yz(y+z)^2 + zx(z+x)^2 \geqslant 4xyz(x+y+z).$$

Presupunînd că x, y, z sînt chiar pozitive, rezultă:

$$\frac{(x+y)^2}{z} + \frac{(y+z)^2}{x} + \frac{(z+x)^2}{y} \geqslant 4(x+y+z).$$

Fie a, b, c laturile unui triunghi și să notăm $x = -a+b+c$, $y = a-b+c$, $z = a+b-c$. Este evident că x, y, z sînt strict pozitive și din inegalitatea de mai sus ajungem la inegalitatea cerută:

$$\frac{a^2}{-a+b+c} + \frac{b^2}{a-b+c} + \frac{c^2}{a+b-c} \geqslant a+b+c$$

Observare. Deoarece $ah_a = \ldots = (-a+b+c)r_a = \ldots = 2S$, putem scrie:

$$\frac{ar_a}{h_a} + \frac{br_b}{h_b} + \frac{cr_c}{h_c} \geqslant 2p$$

Dar: $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_a}$, deci $\frac{\Sigma ar_a}{r} - \Sigma a \geqslant 4p$

sau

$$\Sigma ar_a \geqslant 6pr \tag{1}$$

Din $S = pr = (p-a)r_a = \ldots$ scoatem $ar_a = p(r_a - r)$ și analoagele.

Adunînd obținem

$$\Sigma ar_a = 2p(2R - r) \tag{2}$$

pentru că $\Sigma r_a = r + 4R$. Comparînd (1) cu (2) deducem: $R \geqslant 2r$

Problema 7299

Să se arate că polinomul

$$f(x) = x^{3n+2} + ax^{3n+1} + a^{3n+2}$$

este divizibil cu $x^2 + ax + a^2$

(Generalizarea problemei 6736)

Daniel Pestroiu, elev Tg. Jiu

Soluția autorului. Să înmulțim ambele polinoame cu $(x - a)$. În acest caz, ne rămîne de arătat că

$$f(x) \cdot (x-a) = x^{3(n+1)} + a^{3n+2}\, x - a^2 x^{3n+1} - a^{3(n+1)}$$

se divide cu

$$(x - a)(x^2 + ax + a^2) = x^3 - a^3.$$

Conform teoremei lui Bézout, pentru $x^3 = a^3$ avem :

$$a^{3(n+1)} + a^{3+2n} x - a^2 \cdot a^{3n} \cdot x - a^{3(n+1)} = 0,$$

ceea ce demonstrează proprietatea.

Soluția II. — Avem :

$$f(x) = x^{3n}(x^2 + ax + a^2) - a^2(x^{3n} - a^{3n}) =$$

$$= \mathfrak{M}(x^2 + ax + a^2) + \mathfrak{M}(x^3 - a^3) = \mathfrak{M}(x^2 + ax + a^2).$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la admiterea în Facultatea de matematică din Timișoara în 1966

8131. Se dă polinimul $P(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ și se cere :
a) Să se calculeze valoarea expresiei

$$E = \frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3}$$

unde x_1, x_2 și x_3 sînt rădăcinile polinomului $P(x)$.
b) Să se rezolve ecuația $P(x) = 0$ pentru $a = 3$ și $b = -18$.
c) Să se simplifice fracția

$$\frac{P(x)}{2x^2 - 9x - 18}$$

unde a și b sînt înlocuite cu valorile la punctul b).

8132. Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 - 6x + a = 0$ și se cere :
a) Să se determine a și să se rezolve ecuația astfel ca rădăcinile sale să fie în progresie aritmetică.
b) Să se simplifice fracția

$$F(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x + a}{x^2 - 3x - 4}$$

unde „a" a fost înlocuit cu valoarea aflată la punctul a).
c) $f(x)$ fiind fracția simplificată, să se arate că ecuația $f(x) = m$, are rădăcinile reale și distincte, oricare ar fi m real.

8133. În triunghiul ABC se dau : $B = 30°$, înălțimea dusă din vîrful A este de 12 cm, iar unghiul pe care-l formează această înălțime cu latura AC este de 45°. Se cer : unghiurile, laturile și înălțimile triunghiului ABC.

8134. Să se simplifice expresia

$$E = \frac{\sin^2 7x - \sin^2 4x}{\cos^2 5x - \cos^2 6x};$$

apoi să se arate că $E = 4\cos(x + 30°)\cos(x - 30°)$.

8135. În triunghiul dreptunghic ABC, cu unghiul drept în A, fie D piciorul înălțimii din vîrful unghiului drept. Punctul D se proiectează în E și F pe catetele AB și AC. Se cere :

a) Să se arate că avem relația $BD \cdot DC = EA \cdot EB + AF \cdot FC$

b) Să se afle aria și volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului ABC în jurul perpendicularei în B pe BC, știind că $B = 30°$ iar $AC = b$.

8136. Un triunghi ABC dreptunghic în A, este baza unei prisme drepte. Pe muchiile prismei, de aceeași parte a bazei se consideră segmentele $AA' = 4$ m ; $BB' = 3$ m și $CC' = 4$ m. Să se demonstreze că triunghiul $A'B'C'$ este dreptunghic în A' și să se calculeze volumul corpului $ABCA'B'C'$ pentru $BC = 5$ m și $AB - AC = 1$ m.

8137. Să se rezolve ecuația :

$$\lg_{64}(x - 3) + \lg_2 5 = 50.$$

8138. Să se rezolve ecuația :

$$\lg \sqrt[3]{2^{4x-1}} = 1 - \lg 1{,}25.$$

8139. Să se calculeze valoarea expresiei :

$$E(x) = x^4 - 2a\,x^2 + b \text{ pentru } x = \sqrt{\frac{a + \sqrt{b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{b}}{2}}$$

apoi să se tragă concluzii asupra rădăcinilor ecuației $E(x) = 0$.

8140. Să se rezolve ecuația :

$$4^{x-1} - 2^x = 15.$$

8141. Se dă funcția $f(x) = \frac{x(x^2 - b)}{x^2 - a}$.

a) Să se determine parametrii a și b astfel încît pentru $x = 1$, $f(x) = -1$ și pentru $x = 0$, $f'(x) = \frac{1}{a}$.

b) Pentru valorile găsite ale lui a și b să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția $f(x)$.

8142. Se dă ecuația $mx^2 + 2(m - 3)x + m - 6 = 0$

a) Se cere să se discute natura rădăcinilor ecuației date și semnul celor reale în raport cu parametrul m.

b) Să se determine valorile lui m pentru care expresia

$E = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} - 1$ rămîne pozitivă, x_1 și x_2 fiind rădăcinile ecuației date.

3143. Se dă trinomul de gradul doi

$$P(x) = (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + (5m-6)$$

a) Să se discute natura rădăcinilor x_1 și x_2 ale ecuației $P(x) = 0$ și să se determine semnele rădăcinilor reale.

b) Să se determine valorile parametrului m astfel ca trinomul $P(x)$ să fie pozitiv oricare ar fi valoarea reală a lui x.

3144. a) Să se rezolve ecuația:

$$2(a^3 + b^3)x^2 - 3x + a + b = 0$$

știind că a și b sînt rădăcinile ecuației

$$x^2 - px + \frac{p^2 - 1}{2} = 0$$

b) Să se arate că rădăcinile acestei ecuații în funcție de p sînt reale.

3145. Se dau polinoamele

$$P(x) = x^3 + mx + 2 \text{ și } Q(x) = x^2 + (m+1)x + 1$$

a) Să se determine parametrul m astfel ca polinoamele să se împartă exact.

b) După determinarea lui m să se descompună în factori polinomul $P(x)$.

3146. Să se rezolve ecuația

$$2\cos 2x + 2(m-a)\sin x - (m-1) = 0$$

și să se determine valorile parametrului m pentru care ecuația admite soluții.

3147. Să se rezolve ecuația:

$$2(m+1)\cos 2x + 4m\sin x - 3m - 1 = 0.$$

Să se determine valorile parametrului m pentru care ecuația dată admite soluții reale.

3148. Într-un triunghi ABC dreptunghic în A se cunoaște

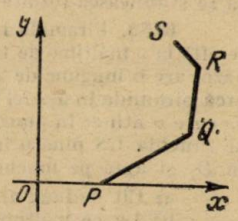
$$\frac{a+b}{c} = m.$$

Să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{B}{2}$ în funcție de m.

Probleme date la olimpiada matematică, etapa II, Olanda 1964

3149. Se dă un trunghi ABC cu $\measuredangle C = 60°$. Să se construiască un punct P pe latura AC și un punct Q pe BC, astfel încît $ABQP$ să fie un trapez ale cărui diagonale să se taie sub un unghi de $60°$.

3150. Se dă un plan V cu un sistem de axe rectangulare xOy. Considerăm cuadrupletele de numere reale nenegative (p, q, r, s). Unui asemenea cuadruplet îi asociem un punct S astfel cum se vede pe figura alăturată, unde $OP = p$, $PQ = q$, $QR = r$, $RS = s$, $\measuredangle OPQ = \measuredangle PQR = \measuredangle QRS = 135°$.



a) Care este (reuniunea) mulțimea punctelor ce pot fi obținute din toate cuadrupletele de numere negative?

b) Care din puncte sînt asociate numai unui cuadruplet?

c) Care este mulțimea punctelor asociate cuadrupletelor pentru care $p + q = 1$ și $r = s = 0$?

b) Care este mulțimea punctelor asociate cuadrupletelor pentru care $p + q = r + s = 1$?

3151. Nicu primește sîmbătă 1 martie 1952 o pușculiță transparentă în care s-au introdus și 20 centi. Sîmbăta următoare mai primește 12 centi în pușculiță, apoi peste o săptămînă 14, apoi 16, etc. (în fiecare săptămînă cu 2 centi mai mult). Într-o sîmbătă, Nicu descoperă sistemul după care i se fac daruri și își dă seama că în acea sîmbătă

în puşculiţa sa suma adunată reprezintă în cenţi un patrat perfect şi că este ultima dată cînd se întîmplă acest lucru. Cînd a făcut Nicu această constatare?

8152. O funcţie este definită pentru toate numerele $x \in [0, 1]$. În plus, pentru toate aceste valori ale lui x avem $f[f(x)] = f(x)$.

a) Dacă $c \in [0,1]$ şi $f(c) = \frac{1}{2}$ să se afle $f\left(\frac{1}{2}\right)$. (1)

b) Să se determine funcţia f dacă pentru orice $t \in [0, 1]$ există un număr $c \in [0, 1]$ aşa încît $f(c) = t$.

c) Să se arate că funcţia

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ dacă } 0 \leqslant x \leqslant k; \ (0 < k < 1) \\ k \text{ dacă } k \leqslant x \leqslant 1 \end{cases}$$

are proprietatea (1).

8153. Considerăm un şir $g_1, g_2, \ldots$ de numere naturale de cel mult 3 cifre; numărul 27 se scrie de exemplu 027. Fiecare număr din şir este egal cu produsul cifrelor numărului care îl precede.

Şirul astfel format depinde deci numai de primul termen. Să se arate că ori care ar fi g_1 avem

a) $g_{n+1} \leqslant \frac{3}{4} g_n$; b) $g_{10} = 000$.

Din problemele date la Olimpiada tinerilor matematicieni din R.D.G. 1966

8154. În triunghiul dreptunghic isoscel ABC, de catete $AC = BC = a$, s-au trasat în interior, în jurul fiecărui vîrf, arce de cerc de rază $r = \frac{a}{2}$. Cele 3 sectoare de cerc lasă liber în interiorul triunghiului o suprafaţă de arie I_k.

a) Să se calculeze I_k.

b) Ce procent din aria totală I_D a triunghiului ABC reprezintă aria I_k.

8155. Cîte numere naturale $n < 1000$ există, care nu sînt divizibile nici cu 3 şi nici cu 5.

8156. Fie un dreptunghi $ABCD$ cu dimensiunile $AB = 2BC = 2a$. Din vîrfurile A şi B ca centre se descriu sferturi de cerc de rază a. Fie D mijlocul laturii AB.

a) Să se calculeze raza unui cerc Γ tangent laturii DC şi celor două sferturi de cerc, b) Să se calculeze razele celor două cercuri egale tangente cercului Γ, laturii DC şi cîte unuia din sferturile de cerc.

c) Să se calculeze raza cercului tangent cercului Γ şi celor două sferturi de cerc trasate.

8157. Fiind dat un număr natural în sistem zecimal calculăm suma cifrelor acestui număr şi dacă este posibil şi suma cifrelor numărului obţinut. Continuăm operaţia pînă obţinem o sumă a cifrelor luate ca unităţi exprimată printr-o singură cifră. Numim în mod convenţional aceasta „sumă finală". Să se calculeze cîte numere naturale între 1 şi 1000 au „suma finală" egală cu 9.

8158. La un turneu de şah participă 8 şahişti. Fiecare participant susţine cîte o partidă cu fiecare din ceilalţi 7 adversari. La sfîrşitul celor 7 runde toţi participanţii au obţinut punctaje diferite. Şahistul clasat pe locul II are tot atîtea puncte cît au ultimii patru clasaţi împreună. Ţinînd seamă de faptul că pentru o victorie s-a atribuit 1 punct şi pentru remiză 1/2 punct să se stabilească rezultatul partidei dintre ocupantul locului 4 şi ocupantul locului 6.

8159. Piramida lui *Keops* are forma unei piramide cu baza un patrat $ABCD$. Vîrful S se află la o înălţime de 140 m, pe verticala ridicată din M, centrul patratului de la bază. Latura bazei are o lungime de 251 m. Admiţînd că următoarele ar fi posibile, presupunem că un turist urcă piramida în aşa fel încît plecînd din A merge în linie dreaptă perpendicular pe muchia SB pe care o atinge în punctul B_1. De aici el îşi continuă drumul tot în linie dreaptă perpendicular pe muchia CS pînă o întîlneşte în punctul C_1. Mergînd în acelaşi mod ajunge pe muchia SD în D_1 şi apoi pe muchia SA în punctul A_1.

a) Cît de lung ar fi drumul parcurs în modul arătat din A pînă în A_1?

b) La ce înălţime de bază se află punctul A_1?

c) Ce unghiuri vor face segmentele de dreaptă parcurse de turist pe fiecare faţă a piramidei cu planul bazei?

8160. Indicaţi toate numerele naturale cu n cifre care sînt egale cu suma cifrelor numărului respectiv ridicată la puterea n.

PROBLEME PROPUSE*

8161. Dintr-o bară metalică de formă cilindrică cu diametrul de 28 cm, se strunjește o piesă care se compune dintr-un cilindru, un trunchi de con și un con (suprapuse în această ordine).

Înălțimea cilindrului socotită în decimetri este soluția ecuației:

$$\frac{(2z-3)^2+7}{7}+\frac{z(z+1)}{14}-\frac{5z-18}{10}=\frac{(3z+2)(3z-2)}{14}+\frac{3}{35}$$

iar raza și generatoarea conului socotite în centimetri sînt soluțiile sistemului (respectiv x și y):

$$\frac{4x-3y}{9}-\frac{2x-y}{3}=\frac{x-y}{6}-1$$

$$\frac{5x-2y+5}{4}-\frac{2x-y+5}{8}=3+\frac{x+y}{24}$$

Cunoscînd că înălțimea trunchiului de con este egală cu $\left|\frac{3}{5}\right|$ din înălțimea cilindrului, iar baza conului cu baza mică a trunchiului de con, se cere:

a) aria laterală a piesei,

b) volumul piesei,

c) ce procent din aria laterală reprezintă aria secțiunii axiale,

d) să se determine unghiul format de generatoarea conului cu generatoarea trunchiului de con.

La admitere în clasa IX, Banat, 1966

8162. Într-un cerc se înscrie un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul drept în A și un triunghi echilateral. Aria triunghiului dreptunghic este de 96 cm², iar una din catetele sale este de 12 cm.

a) Să se calculeze raza cercului.

b) Să se calculeze expresia $E = \sin^3 B + \cos^3 B$.

c) Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului echilateral și perimetrul triunghiului dreptunghic.

d) Cu cît și de cîte ori este mai mare aria triunghiului echilateral decît aria triunghiului dreptunghic?

e) Cît la sută din aria cercului ocupă triunghiul echilateral?

f) S-ar schimba rezultatul de la punctul e) dacă raza cercului ar avea o altă valoare?

În centrul cercului O ridicăm o perpendiculară pe planul cercului. Pe această perpendiculară considerăm un punct M astfel ca $MO = x$ cm unde x este rădăcina ecuației

$$\frac{2x}{3}+\frac{\dfrac{3x-5}{4}-\dfrac{5x-3}{6}}{\dfrac{4x-3}{9}-\dfrac{2x-5}{4}}=\frac{2x-4}{3}.$$

g) Să se rezolve ecuația.

---

*) IX (8161–8166), X (8167–8176), XI (8177–8184), S (8185–8192).
Soluțiile se primesc pînă la 15 iulie 1967. Problemele pentru clasa IX sînt indicate și pentru liceele de specialitate și școlile pedagogice.

h) Să se calculeze aria laterală a piramidei care are ca bază triunghiul echilateral.

La admitere în clasa IX, Banat 1966.

8163. Prin fiecare din vîrfurile unui triunghi se duc drepte antiparalele față de laturile care trec prin vîrful respectiv și se consideră pe ele segmenteîe cuprinse între vîrf și latura opusă. Să se demonstreze că produsul celor trei segmente care trec prin vîrfuri distincte, egalează produsul laturilor triunghiului.

N. C. Negoescu, Timișoara

8164. Dacă $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$, $c \geqslant 0$, să se demonstreze că :

$$(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3 + 2abc) \geqslant a^5 + b^5 + c^5 + 4abc(ab + bc + ca).$$

I. I. Tomescu, București

8165. Bușteniі obținuți din arbori au forma unor trunchiuri de con, mult alungite, de aceea în practică volumul unui asemenea corp se consideră aproximativ egal cu al unui cilindru circular avînd bazele egale cu secțiunea mijlocie a trunchiului și aceeași lungime.

Un buștean de stejar cu lungimea de 100 cm are drept baze două cercuri cu diametrele de 34 cm și 30 cm. Să se calculeze eroarea pe unitatea de volum (eroarea relativă), cînd se aplică procedeul arătat mai sus.

I. Teodorescu, Galați

8166. Să se arate că dacă $ab + bc + ca = 1$, atunci

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{1+c^2} = 2 + \frac{2abc}{\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}}.$$

* * *

8167. Să se afle valorile lui n pentru care fracția următoare

$$\frac{(ac-1)n+b}{cn+d}$$

se poate simplifica (în legătură cu problema 7289).

W. Maurer, Sighișoara

8168. Fie A', B', C' mijloacele laturilor unui triunghi ABC și A_1, B_1, C_1, punctele care împart laturile în același sens și în același raport k. Să se arate că :

a) Dacă notăm cu $A_2(B'C_1 \cap C'B_1)$ și B_2, C_2 analoagele, mijloacele segmentelor AA_2, BB_2, CC_2 sînt pe laturile lui $A'B'C'$.

b) Dreptele AA_2, BB_2, CC_2 formează un triunghi omotetic cu $A_1B_1C_1$, centrul de omotetie fiind centrul de greutate al triunghiului ABC.

M. I. Focșeneanu

8169. Într-o școală cu 3 clase de cîte 30 elevi și una de 28 de elevi se alege comitetul de părinți în felul următor : în fiecare clasă se alege un comitet de 3 tovarăși. Președinții comitetelor pe clasă intră împreună cu directorul școlii în comitetul pe școală, în care directorul este președinte iar ceilalți tovarăși ocupă diferite funcții date. Să se afle în cîte moduri se poate constitui comitetul pe școală știind că la alegere participă cîte un părinte al fiecărui elev. Generalizare.

Martin Mettler, Vișeul de Sus

8170. Notăm l_n latura poligonului regulat cu n laturi înscris într-un cerc de rază R și l'_n latura poligonului stelat unind vîrfurile din 3 în 3. Să se arate că :

$$l_{10}l'_{10} = l_{12}l'_{12} = l^2_2 - l^2_{10} = R^2,$$

$$\frac{l_4 \cdot l_{10}}{l_5 + l'_{10}} = \frac{l_5 \cdot l_{10}}{l_4 + l_{20}} = \sqrt{l_4^2 - l_5 l_{10}}$$

Emilian Vișinescu, elev Pitești

8171. Să se arate că :

$$\left(1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} C_n^k\right) \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} C_n^k = 4 \left(1 + \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{1-k^2}\right) \sum_{k=0}^{n} 2_k C_n^k$$

G. Curcanu, student Craiova

8172. Se consideră numărul :

$$N = 1964^4 + 1965^4 + 1966^4 - 1967^4 - 1968^4.$$

Să se demonstreze că N este divizibil prin 7 506 132 880.

Dan Ralescu, elev București

8173. Să se calculeze rădăcinile ecuației

$$\frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\cos x + \operatorname{tg} x}{\sin x} + \frac{\operatorname{tg} x + \sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x$$

situate în intervalul (0,360°).

Gh. Bazacov

8174. În patrulaterul inscriptibil $ABCD$, fie O intersecția diagonalelor și $\frac{OA}{OC} = -k$, $(k > 0)$. Să se deducă relația

$$(1+k)BD^2 = AB^2 + AD^2 + k(CB^2 + CD^2).$$

(În legătură cu problema 7668).

I. Hadîrcă, Breaza

8175. Din punctul O de intersecție al diagonalelor unui paralelogram, se ridică o perpendiculară pe planul bazei. Fie V un punct pe această perpendiculară, luat astfel ca suma ariilor secțiunilor duse prin V și diagonale să fie egală cu aria paralelogramului. Laturile paralelogramului fiind a și b, $(a > b)$ și unghiul ascuțit dintre diagonale x, să se calculeze volumul piramidei formate.

Ioan V. Maftei, profesor București

8176. Să se arate că în orice triunghi există relația :

$$\sum \left[h_a \left(\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}\right)\right] = 6.$$

Șerban Bărcănescu, elev București

8177. Să se rezolve sistemul de ecuaţii :

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{nn}x_n = 0 \end{aligned}$$

unde $a_{11}, a_{22}, \ldots . a_{nn}$ sînt pozitivi, ceilalţi coeficienţi sînt negativi, iar în fiecare ecuaţie suma coeficienţilor este pozitivă. (Generalizarea problemei 7179).

Bogdan Lungulescu, elev Piteşti

8178. Se dă triunghiul ABC de înălţime AA' cu A variabil pe AA'. Se duc cercurile cu centrele în B şi C de raze BA_1, respectiv A_1C. Cercul cu centrul în A şi de rază AA_1 intersectează aceste cercuri, în afară de A_1, în M respectiv N.

a. Să se arate că dreapta MN trece printr-un punct fix.

b. Să se afle locul geometric al intersecţiei dreptelor BN şi CM.

V. Ţîrdea, student Bucureşti

8179. Să se găsească maximul funcţiei

$$Z = x - y$$

dacă $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{tg} y$ $\left(0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2},\ 0 \leqslant y \leqslant \frac{\pi}{2}\right)$

V. M. Bărănescu, student Bucureşti

8180. Să se calculeze limita sumei

$$S = \frac{1}{2^2}\sec^2\frac{x}{2} + \frac{1}{2^4}\sec^2\frac{x}{2^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{2^{2n}}\sec^2\frac{x}{2^n},$$

cînd n tinde către infinit.

C. Ionescu-Ţiu

8181. Pentru orice $x_i\ (i = 1,2,\ldots,\ n)$, numere reale pozitive şi orice m, număr real, are loc inegalitatea :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^m - x_i^m}{\left(\sum_{j=1}^{n} x_j - x_i\right)^{m-1}} \gtrless \frac{\sum_{i=1}^{n} x_j}{(n-1)^{m-2}}$$

după cum $m \gtrless 0$.

Dan Cartianu şi *Vlad Sergiescu*, elevi Bucureşti

8182. Să se demonstreze că orice număr natural nedivizibil cu 3 are cel puţin un multiplu de forma :

$$11\ldots.100\ldots.0$$

(numărul cifrelor de 1 şi 0 nu trebuie neapărat să fie egale).

Gheorghe Szöllösy, Sighet

3183. Să se arate că :

$$\begin{vmatrix} 1+p_1^2 & p_1p_2 \cdot \ldots \cdot p_1p_n \\ p_2p_1 & 1+p_2^2 \cdot \ldots \cdot p_2p_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ p_np_1 & p_np_2 \ldots 1+p_n^2 \end{vmatrix} = 1 + p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_n^2$$

N. Teodorescu, profesor București

3184. Fie H ortocentrul unui triunghi oarecare ABC, A_1, B_1, C_1 punctele diametral opuse vîrfurilor A, B, C față de cercul A, B, C, iar AA_2, BB_2, CC_2 simedianele interioare ale triunghiului. Dacă notăm ariile triunghiurilor AA_1H, BB_1H, CC_1H, AA_1A_2, BB_1B_2, CC_1C_2 respectiv cu S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, să se arate că

$$\frac{S_1}{S_4} + \frac{S_2}{S_5} + \frac{S_3}{S_6} = 3$$

G. G. Niculescu, student București

3185. Să se arate că în orice triunghi cu unghiul C ascuțit există relațiile :

$$\left(\frac{c}{b} + \sqrt{\frac{2b\cos C}{a}}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \sqrt{\frac{2a\cos C}{b}}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2$$

$$\left(\frac{c}{b} - \sqrt{\frac{2b\cos C}{a}}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} + \sqrt{\frac{2a\cos C}{b}}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2$$

C. Ionescu-Țiu

3186. Trei grupe de pescari din cadrul unei filiale de pescuit sportiv, aflîndu-se la un concurs, au pescuit în total 113 capturi. În medie, fiecare membru al grupei I a prins 13 pești, fiecare membru al grupei a II-a a prins 5 pești și fiecare membru al grupei a III-a a prins 4 pești. Să se afle numărul membrilor din fiecare grupă, știind că în total au fost 16 pescari.

W. Maurer, Sighișoara

3187. Să se rezolve ecuația

$$x^2 y\,! + a\,! = z\,!$$

unde x, y, z, a sînt numere naturale.

Ilie Stănescu, Sibiu

3188. Există oare un număr natural $n \geqslant 2$ astfel încît expresia algebrică $x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n$, $(m \geqslant 3)$ să se dividă cu $x_1 + x_2 + \ldots + x_m$?

Dan Voiculescu elev, București

3189. Se consideră șirul caracterizat de relația de recurență : $x_n = px_{n-1} + 2x_{n-2}$, ($p$ și q întregi, satisfăcînd $p \geqslant 1$, $q \geqslant 0$). Să se arate că :

a) $x \geqslant x_{n-1}(p-1) + qx_0 + (p+q)x_1$, ($x_0$ și x_1 sînt pozitivi).

b) Dacă $x_0 = 1$ și $x_1 = p-1$ expresia $E = (p+q)\,x_n + qx_{n-1}$ este divizibilă cu $p + q - 1$.

Dan Ralescu, cl. XI, L. 12 București

8190. Dacă notăm cu $[a]$ partea întreagă a numărului a, definită ca fiind numărul întreg ce verifică inegalitățile:

$$[a] \leqslant a < [a] + 1$$

să se demonstreze că $\frac{(x-1)(x+3)}{12}$ este patrat perfect, unde $x=[(2+\sqrt{3})^n]$, pentru orice n natural.

I. I. Tomescu, București

8191. Să se afle numărul N astfel ca:

$$N = \overline{xyztuv};\ 2N = \overline{ztuvxy};\ 3N = \overline{yztuvx};$$
$$4N = \overline{uvxyzt};\ 5N = \overline{vxyztu};\ 6N = \overline{tuvxyz}$$

Lucia Țene

8192. Să se arate că în orice triunghi

$$4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{r\sum\sin 2A}{a+b+c}}$$

C. Ionescu-Țiu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2690. Să se calculeze expresia:

$$E = \{14{,}5 - [103{,}13 - 3^3\,(12{,}35\cdot 10 - 0{,}2^3\cdot 15062{,}5) : 0{,}9] : 1{,}3\} : 2{,}2$$

Virginia Ciobanu, prof. Pitești

E : 2691. Un ceas rămîne în urmă zilnic cu $1\frac{1}{12}$ minute. După cîte ore va rămîne acel ceas în urmă cu 10 minute și 50 secunde?

D. Baeră, Păunești

E : 2692. Să se găsească un număr de trei cifre consecutive divizibil prin 21.

Adrian Purdilă, elev, Panciu

E : 2693. Un grup de 13 excursioniști pleacă cu autoturismele într-o excursie. Unii posedă autoturisme DAF care consumă 6,7 l combustibil la 100 de km, iar ceilalți autoturisme Warszawa, care consumă 12 l la suta de km. Excursia durează 9 ore și se consumă în total 1165,5 l. Să se calculeze:

a) lungimea drumului parcurs, considerînd că autoturismele au mers cu viteza constantă de 100 km/h.

b) Cu cîte autoturisme DAF și cu cîte Warszawa s-a realizat excursia.

Nelu I. Dobre, Merei, Buzău

---

*) V (E: 2690—2692), VI (2693—2697), VII (2698—2702), VIII (2703—2708). Soluțiile se primesc pînă la 15 iulie 1967. Problemele de clasa a VIII-a sînt indicate și pentru liceele speciale, școli profesionale și pedagogice.

E : 2694. Să se calculeze $E_1 + E_2$, știind că

$$E_1 = \left[\frac{23{,}7 + 3\frac{3}{50}}{2{,}8} \cdot \frac{7}{10} - (3{,}09 - \sqrt{0{,}8836}) \right] : 4\frac{27}{50}$$

$$E_2 = \left[(6 + \sqrt{2209}) \cdot \frac{2\frac{1}{10} \cdot 3\frac{1}{3} + 23\frac{5}{7}}{3\frac{7}{8} - \left(2\frac{1}{2} + \frac{3}{7}\right)} - 5 \right] : 857\frac{1}{2}$$

Martin Mettler, Vișeul de Sus

E : 2695. La concursul de atletism al școlii, la săritura în lungime, concurenții au dreptul la trei încercări. Să se calculeze cît au măsurat săriturile unui concurent, dacă media aritmetică a primelor două sărituri este 470 cm, raportul acestor două sărituri fiind $\frac{23}{24}$, iar săritura a treia este medie geometrică între $615\frac{3}{32}$ și numărul care reprezintă $\frac{4}{5}$ din săritura anterioară cea mai mare.

Peter Szilaghi, Baraolt

E : 2696. Distanțele parcurse de două mobile sînt proporționale cu numerele $\frac{3}{4}$ și $\frac{93}{168}$ și primul mobil a parcurs cu 165 km mai mult decît al doilea. Dacă primul mobil parcurge 25% din drumul său în 1 oră 30 minute, iar al doilea 40% din drumul său în 2 ore, să se afle vitezele celor două mobile.

B. Baeră, Păunești

E : 2697. Să se arate că numărul 3111696 este un pătrat perfect folosind descompunerea în factori și apoi să se afle rădăcina patrată a numărului.

Petrica Borș, Brăila

E : 2698. Să se arate că dacă într-un patrulater convex $ABCD$ niciuna din ariile triunghiurilor ABC, ADC, ABD, BDC nu este mai mare decît jumătate din aria patrulaterului, atunci patrulaterul este un paralelogram.

Maria Iorga, Prof. Găiești

E : 2699. Să se afle valoarea numerică a expresiei :

$$\frac{(5x + 4y)^2 - 70xy - (4x - 3y)(4x + 3y) - (3x - 5y)^2 + (5x - 3y)(5x + 3y)}{9y^2 + 30xy + 25x^2}$$

pentru $x = \frac{40 - 2\sqrt{289}}{2}$ și $y = \frac{\frac{1}{2} + 0{,}4\,(99)}{\sqrt{2{,}89} + 0{,}3}$.

Petrica Borș, prof. Brăila

E : 2700. Perpendicularele în B și C pe latura BC a unui triunghi oarecare ABC întîlnesc mediana AM respectiv în B' și C'. Să se arate că aria $AB'B$ = aria $AC'C$ − aria ABC, în caul cînd $AB < AC$.

Gr. Lohănel, Suceava

E : 2701. Să se calculeze valoarea numerică a fracției

$$F(x) = \frac{4x^2 - 4x - 15}{8x^2 - 24x + 10}, \text{ pentru } x = \frac{0{,}8\,(3) - 5\frac{5}{6}}{0{,}2\,(142857) - 2\frac{3}{14}}$$

A. Coța, Turda

E : 2702. Știind că cifrele a, b, c satisfac relația :

$$\frac{\overline{abc}}{b \cdot c} + \frac{\overline{bca}}{ca} + \frac{\overline{cab}}{a \cdot b} = 111 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right),$$

să se arate că $a = b = c$, unde $\overline{abc}$ este un număr de trei cifre.

C. Băluță, elev Filiași

E : 2703. Notînd cu a, b, e și d dimensiunile și diagonala paralelipipedului dreptunghic, să se verifice egalitățile :

$$\frac{a}{bcd} + \frac{b}{cda} + \frac{c}{abd} - \frac{d}{abc} = \frac{a}{bc} + \frac{\quad}{ca} + \frac{c}{ab} - \frac{d^2}{abc} =$$

$$= \frac{1}{a^2b^2} + \frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} - \frac{d^2}{a^2b^2c^2} = \frac{\frac{1}{a^2b^2} + \frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2}}{\frac{a^2}{b^2c^2} + \frac{b_2^2}{c^2a^2} + \frac{c^2}{a^2b^2} + \frac{2}{c^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{2}{b^2} + \frac{2}{d^2}}$$

Augustin Coța, Turda

E : 2704. Perimetrul bazei unui paralelipiped dreptunghic este $P = 8a$, iar raportul supraunitar al dimensiunilor bazei este

$$\frac{x}{y} = \frac{2a + b}{2a - b}, \; (a > 0, \; b > 0).$$

Să se afle :

a) Aria bazei.

b) Înălțimea paralelipipedului, știind că volumul lui este dat de expresia $V = 8a^2\,b - 4a^3 + ab^2 - 2b^3$.

c) Diagonala paralelipipedului în cazul particular cînd $a = 4$ cm și $b = 3$ cm.

A. Grozescu, Arad

E : 2705. Se dă ecuaţia :

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(x-\frac{1}{5}\right)^2=\left(3x+\frac{1}{10}\right)^2-\left(3x+\frac{1}{6}\right)^2$$

Să se pună sub o formă mai simplă descompunînd diferenţele de pătrate în produse de factori ; apoi să se rezolve.

Olimpiada de matematică, clasa VIII-a Galaţi, 1966

E : 2706. Să se simplifice fracţia

$$F=\frac{a^2-4a+6a\sqrt{b}+9b-12\sqrt{b}}{a^2-2a+3a\sqrt{b}-6\sqrt{b}}$$

A. Stoica, elev Bucureşti

E : 2707. Se descompună în factori expresia

$$E=x^6+6x^5+9x^4-9x^2-6x-1$$

T. Blăgău, profesor Arad

E : 2708. O casă de cultură a cumpărat pentru orchestra sa un acordeon cu 96 başi şi un saxofon alto, care costau împreună 10300 lei. Plătind cu bani numerar, i s-a făcut o reducere de 5% din preţul acordeonului şi de 7% din preţul saxofonului , dînd în total numai 9687 lei. Să se calculeze costul iniţial al fiecărui instrument.

I. Munteanu, Vaslui

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluţii bune primite pînă la 15 decembrie 1966

GALAŢI (continuare) cl. XI Pintea Ştefana (7726—9, 35, 44, 8, 820, 1, 3—5, 9, 49, 51, 78, 9, 85). Trandafir Ionel (7726—9 34, 5, 44, 8, 50, 1, 820, 1, 3 — 5), *L. 2* cl. XI Savin Alexandru (7226, 35, 9, 44, 6, 821, 3—5, 7, 9, 35, 7), *L. 3* cl. IX Neagu Dana (2557—9, 7676, 86 7, 9, 91, 2, 726, 9, 86, 8), *L. 4* c VII Andrievici Ileana (2564, 6, 70, 3, 96—8, 600), cl. VIII Ariton Petrică (2566—9, 73, 4, 9, 72, 7), cl. IX Adam Marcel (2571, 90, 1, 609, 31, 3, 44, 827, 9, 30, 3, 5), cl. X Georgescu Horia (7733, 44, 8, 821, 5, 7, 9, 30, 3, 4, 42, 5‘ 78, 83), *L. 5* cl. IX Ivaşcu Tifi (2545, 59, 62, 76, 8, 609, 7676, 86, 726, 9, 827, 30).

GĂLBINUŞ (Buzău). *S. g.* cl. VII Aulemir Mihai (2573, 4, 6—80, 2) Stuparu Elena (2573—80, 2).

GIURGIU. *S. g. 4* cl. VI Radu Lucian (2560, 1, 4, 73, 5, 8, 9, 81, 96—9), cl. VII Beianu Paul (2560, 3, 8, 78, 9, 82, 4, 6—8), MăcăneaţăCristian (2561, 3, 4, 7, 74, 80, 7, 96, 9), State Viorel (2560, 4, 8—9, 82, 4, 6—8, *S. g. 7* cl. VIII Mîrzescu Doina (2564, 7, 9, 77, 8, 60, 1, 4, 6, 7, 604), *L. 1* cl. X Călinescu Mihai (7726—9, 32, 3, 5, 44, 827—30, 2—5), Ivănescu Clement (7726, 8, 9, 32, 3, 5, 827, 9, 30, 2—6), Marica Mihai (7726 7, 9, 33, 9, 96, 90, 827, 30, 1, 3, 5), Mujescu Victor (7726—9, 32, 3, 5, 827—30, 5, 67, 74, 8), Popescu Ionel (7726—9, 32, 5, 823, 7—30), Radu Cezar (7726—9, 32, 3, 5, 9, 44, 6, 827—30, 2, 3), *L. 2* cl. X Isar Aurelian (7674—8, 84, 6, 8, 726—8, 33, 827), Răsuceanu Rodica (7726, 7, 35, 6, 44, 87, 8, 824, 7, 30, 1, 2, 4), *Tena Ion* (7724, 9, 62, 3, 9, 73, 83, 5, 90, 2, 820, 1, 3, 4, 7, 8, 30—2, 4, 5, 7, 42—5, 54, 7, 74—6, 8, 9, 85, 9) *L. 2* cl. XI Păsărică Ştirbu Rodica (7820, 1, 7—30, 4, 42, 5, 8, 9, 51, 2).

GOGOŞU (Oltenia) *S. g.* cl. VI Mihai Dan (2560, 1, 3, 4, 73—9, 81, 2, 7, 8).

HALFŞ (Ploieşti) *S. g.* cl. VI Cudalbu Doina (2561, 7, 73, 4, 6—9), cl. VIII Marinescu Elena (2564, 9, 73, 7—9, 94, 5), Mazilu Doina (2560, 1, 7, 73, 4, 6—9), Vişan Ştefan (8561,

8, 73, 6—9, 84), cl. VII Dogaru Angel (2577, 80, 2, 4, 94, 600, 1, 8), cl. VIII Marinescu Elena (2564, 9, 73, 7—9, 94, 5), Pintoi Dumitru (2564, 7, 70, 3, 4, 7—9, 87, 94, 5).

HÎRLĂU (Iaşi). *L.* cl. XI Solomon Ady (7726, 7, 9, 33, 5, 6, 9 41, 4, 6, 9, 60, 85, 8, 96, 21, 3—5, 7).

HITIAS (Banat). *S. g.* cl. VIII Dumitru Rodica (2560, 1, 4, 8, 70, 3, 9, 80, 4, 9).

HUNEDOARA. *S. g.* 4 cl. VII Mîţu Elena (2560, 70, 87, 96, 601, 6, 18, 9). Prescan Olimpia (2568, 78, 84, 96, 600, 1, 4, 6, 20), cl. VIII Mărculescu N. (2564, 8, 99, 609, 11, 15, 8, 20, 3, 6), L. 1 cl. VI Enăşel Petru (2596—9, 601, 3—5), Istrate Carmen (2573—5, 96, 7, 8, 601, 4), Raşcă Radu (2579, 85, 97—8, 601, 3, 6), cl. VII Micu Ioan (2560, 4, 6, 7, 9, 70, 2, 7, 8), Rusanovski Gheorghe (2560, 4, 6, 7, 70, 3, 7—9, 87), Lindemann Doru (2560, 1, 4, 6, 7, 9, 70—3), L. 1 cl. X Ciotescu Ion (7769, 70, 3, 7, 82—5, 8—90, 5—9, 807, 8, 11, 2, 7, 20, 3—5, 7—30, 5, 40—4, 6, 51), cl. XI Mogoşan Valeriu (7726, 33, 5, 44, 6, 9, 820, 1, 3, 5, 40, 51).

HUŞI (Iaşi). *L.* cl. XI Ioniţă Constantin (7726, 7, 35, 44, 51, 827, 9, 30, 5, 8, 49)

IAŞI *S. g.* 7 cl. VII Asaftei Iolanda (2560, 73, 7—9, 81, 8, 96, 8, 600, 6), Bălan Carmen (2560, 1, 4, 70, 3—9), Bercovici Zina (2563, 70, 3—5, 7—9, 81, 7, 8, 96), Cozloski Gabriela (2560, 3, 70, 3, 4, 7—9, 600, 6), Goldstein Margit (2560, 1, 4, 6, 7, 70, 3, 7—9, 87, 8), Horovitz Sergiu (2560, 1, 4, 73, 4, 5, 9, 81, 97, 8, 601), Leizer Lili (2560, 1, 4, 7, 3, 4, 7—9, 88, 97), Moscovici Sorin (2560, 1, 3, 4, 70, 3—5, 8, 9, 600, 6), Murăraşu Maria (2573, 4, 7, 8, 88, 96—9, 600, 6), Petrăchioaie Eugen (2560, 1, 4, 70, 3, 5, 9, 96, 9, 9, 600, 11) Roibu Ionel (2560, 4, 70, 3—9), Stînjenel Victor (2573—5, 7—9, 87, 8, 98, 600, 6), Stratulat Sergiu (2560, 1ĭ 4, 70, 3—6, 8, 9, 80), Zarif Iulia (2560, 4, 70, 3, 5, 7—9, 81, 7), cl. VIII Bîzgă Adriana (2561, 4, 8, 73, 7—9, 96), Hagiana Doru (2561, 4, 70, 3, 4, 6, 7—9, 87, 8), Iancu Rizel (2560, 3, 4, 7, 70, 2—4, 7—9), Melinte Suzana (2570, 3—5, 7—9, 87, 8, 96), Tanasachi Dragoş (2573, 4, 6, 7—9, 82, 7, 96, 8—600, 6, 13), Timofte Radu (2573, 4, 6, 7—9, 82, 7, 99), *S. g.* 13 cl. VIII Chiţanu Doina (2568, 9, 80, 2, 8, 91, 605, 6, 8, 9), *L. 1* cl. IX Budui Liviu (2560, 4, 9, 70, 2, 3, 7, 8, 80, 1, 4, 6), Drăgan G. (2590, 1, 4, 609, 11, 27, 9, 30, 827, 21, 5, 74), Petrăchioaie Doina (2570—2, 91, 4, 5, 609—11, 27, 3, 30, 7726), 7, 9, 30, 5). *L. 1* cl. V Sălceanu Alexandru (2573, 96, 7—9, 613—6), cl. VII Davideanu Cătălina (2564, 8—70, 6—9, 81, 6) cl. X Cristescu Dorin (7729, 35, 6, 44, 82, 2, 821, 2, 4, 7, 9, 30, 78), *L. 3* cl. V Olaru Mircea (2567, 8, 80—2, 4, 6, 7), cl. VI Grigoraş Laurenţiu (2560—4, 8, 73—81, 4, 6, 7, 93, 6—600), Miriţă Cătălin (2560, 1, 3, 4, 73, 7—9, 98), Plădică Dan (2568, 81, 2, 621—3, 7, 18), cl. VII Lupescu Silviu (2563, 4, 7—72, 7726), Poeată Dan (2567, 80—4, 6—8), cl. (2570, 1, 2, 90, 1, 4, 609, 11, 7726, 7, 88, 827, 30, 1), Pintilie Mihai (2570, 2, 95, 627, 30, 7726—9, 44, 78, 9), 44, 78, 9), Receanu Dan (2591, 5, 609, 7726, 9, 827, 9, 30, 2, 3, 5), Teodorescu Horia (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 11, 27, 30, 7726, 7, 30, 88, 827, 31, 2, 74, 8, 9), cl. X Buţă Visarion (7726, 8, 9, 32, 3, 70, 85, 90, 827, 9, 30, 3—5), Linde Radu (7674—6, 80, 6, 92, 701, 4, 6, 26, 9, 35, 44), Teodorescu Octavian (7727—9, 33, 70, 90, 820, 1, 3, 5, 7, 9, 30, 1, 5, 7, 40), *L. 5* Cl. IX Medvid Petru (2570, 2, 91, 3—5, 609, 7726—9, 827, 9), *L.6* cl. VII Waisman Iulian (2560, 1, 3, 4, 6—70, 7726), *L. 7* cl. VIII Crulicovski Adriana (2560—4, 7—72), Dimitriu Laurenţiu (2560—4, 7—70, 2, 7726), Mardare Cornelia (2564 7, 73, 6—9, 94,6, 600), Paduraru Gabriela (2560—4, 8—70, 2, 7726, 9), Sireteanu Georgel (2560), 8, 9, 73, 7—80, 4), cl. IX Bîrleanu Dorel (2571, 90, 1, 3—5, 609, 7729, 30, 827—30), cl. X Modocea Ana (7765, 75, 6, 86, 7, 9, 92, 7726, 9, 32, 3, 5, 82, 3, 9, 96), *L. 8* cl. VI Constantin Viorel (2560—2, 4, 73, 4, 7—9), Cotea Daniel (2560—3, 73—6, 88, 9), Gogonea Gabriel (2560—5, 73—9, 83, 5—8), cl. VII Beloiu Smaranda (2573, 6, 8, 9, 84, 96—9, 601), Gogonea Lilion (2560—71, 3—89, 91, 4), Poroşnicu Gabriela (2560—2, 4—72, 604), *L. 9* cl. VI Ciubotaru Rodica (2560, 1,73, 6—9, 603), Lovinescu Magda (2573, 6—9, 83, 6, 600), Tănase Doina (2560, 1, 73, 4,6—9),*L.muzică* cl. VIII Grimberg Bianca (2563, 70, 3—5, 7—9, 81, 2, 7, 8), *L. ind. chimie* an I Antighin Elena (2570—2, 90—5, 609, 10—2, 7726, 7), Apăvăloii Romeo (2570, 2, 91—5, 609—2, 7726, 7), Lascăr Virgiliu (2570, 2, 90—5, 609—12, 7726, 7), Leghenghi Viorica (2570—2, 90—5, 609—12, 7726, 7).

ILIA (Hunedoara), *L.* cl. IX Vlad Victor (2573, 6, 9—81, 4—6, 8, 94).

INEU (Crişana), *L.* cl. X Ardelean Ggheorghe (7785, 8, 827—30, 2—5, 7, 74—6, 8, 9).

IZVOR (Oltenia) *S. g.* cl. VI Dincă Liana (2561, 4, 73, 8, 9, 97—9), cl. VII Băcanu Floarea (2560, 1, 4, 77—80, 7, 8, 606).

LĂPUŞATA (Argeş). *S. g.* cl. VIII Bibişor Dan (2561, 2, 4, 73, 8, 9, 82, 7). Voinescu Radu (2561, 2, 4, 8, 9, 73, 7, 8, 82).

LEHLIU SAT. *S. g.* c. VII Bunea Marian (2573, 4, 7—81, 94).

LIPOVA (Banat). *L.* cl. XI Bătuţan Iosif (7723, 33, 5, 6, 8, 40, 8, 59, 63, 70, 7, 83 91, 812, 7).

LITENI (Suceava), *L.* cl. IX Manole Floarea (2571, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 11, 2, 7726 8, 85, 827).

LUDUŞ (Mureş Autonomă Maghiară) *S. g.* cl. VIII Bacinski Petru (2560, 1, 3, 4, 8—70, 80), *L. 2* cl. IX Dudilă Gh. (2570, 90—3, 609, 10, 27, 8, 30, 7726, 9, 827, 30), Sutcu Ioan (2570, 90—3, 609, 10, 27, 8, 30, 7726, 9, 30).

LUGOJ. *L. 1* cl. X Bloch Ioan (7730, 5, 7, 8, 41, 3, 7, 60, 3 5, 70, 80, 5), cl. XI Ghidirnic Lucian Dan (7719, 23, 6, 8—33, 8, 41, 7, 8, 50, 2, 4, 60, 3, 5, 93, 9, 812, 29, 4, Murariu Dorin (7730, 6, 42, 6, 3, 5, 70, 80, 5, 98, 827, 9), cl. VII Badea Constantin (2560 1, 3, 4, 8, 70, 3, 6, 8, 80, 2, 3, 6, 7), Popovici Porfiri (2560, 1, 3, 4, 8, 70, 3—6, 9), cl. XI *Orbulov Petru* (7771, 3, 4, 808, 20, 1, 3—5, 7, 9, 3—, 2—5, 40, 2, 5, 7, 9, 51, 3, 64—7, 73, 6—9, 84, 5, 7, 93, 9).

MĂNEȘTI. *S. g.* cl. VII Nicolae Ion (2560, 4, 6, 8, 70, 4, 7—80, 7, 8), Nistorescu Adrian (2560, 4, 6, 8, 74, 9, 80, 7, 8), Stan Constantin (2560, 4, 8, 74, 80, 4, 7, 8), Stanciu Aurel (2560, 4, 6, 74, 7, 9, 84, 7, 8, 601, 11), Vlad Mariana (2560, 4, 6, 70, 4, 7, 9, 84, 7, 8, 94, 601, 11).

MARPOD (Brașov), *S. g.* cl. VIII Datcoș Maria (2580, 1, 2, 6, 8, 606, 7, 9), Schneider Regina (2580—2, 6, 8, 606, 7, 9).

MARGINA (Banat) *S. g.* cl. VI, Cipu Mihai (2560—4, 7, 8, 70, 2—9, 81—3, 5—8, 94, 6—602).

MEDIAȘ (Brașov) *L. 1* cl. VI Vlăduț Mihaela (2560, 4, 96, 8, 604, 6, 13, 5), cl. XI Andreescu Emanuel (7723, 6—9, 44, 60, 86, 808, 20, 1, 3—5, 7, 35, 7).

MELINEȘTI (Oltenia) *L.* cl. X Popa Dumitru (7726, 7, 33, 85, 6, 820, 3, 7—9, 31—3, 5).

MEREI (Ploiești) *S. g.* cl. VIII Comănescu Marcel (2580, 2—4, 6, 7, 94, 5, 7726)., MEDGIDIA (Dobrogea) com. Mihail Kogălniceanu *L.* cl. IX Fățeanu Mihai (2570, 2 91, 5, 609, 10—2, 7726, 7, 9, 30, 827, 30, 5).

MINECIU — Pămînteni (Ploiești) *S. g.* cl. VII Preda Marieta (2564, 7, 77—80, 7, 8, 600)

MINECIU UNGURENI (Ploiești) *L.* cl. X Chiciureanu Gheorghe (7726—9, 32, 3, 5, 7—9, 44, 82, 9), Moisescu Mircea (7726—9, 32, 3, 7—9, 44, 89, 827, 30), Preda Elena (7726——9, 32, 3, 5, 7—9, 44, 827, 30, 5), Turbatu Constantin (7726—9, 32, 3, 9, 44, 89, 827, 40).

MIZIL. *S. g.* cl. VIII Dumitrescu Doina (2560, 1, 4, 7, 9, 70, , 6, 8, 84, 7, 94) Necula Liliana (2560, 1, 4, 7, 8, 70, 3, 7, 8), Popescu Nicolae (2570, 2, 6, 94, 6, 8, 9, 601, 3, 4, 6, 8, 11), cl. IX Vasilescu Steliana (2570, 2, 94, 609, 27. 30, 7726, 7, 9, 30, 1, 74, 8).

MOINEȘTI (Bacău) *S. g.* cl. VIII Andrei Ludmila (2561, 3, 83 6—604, 6, 9), cl. IX Crostea Dan (2571, 2, 94, 5, 609, 12, 7726, 7, 9, 827—30).

MORENI (*S. g.* cl. VI Andrei Horia (2560—4, 7, 73, 4, 7—9, 87) Bica Severa (2545—7, 50, 60—2, 4). Grozoiu Cornel (2560—2, 7, 73, 7—9), Scheinfort Spirea (2545—7, 50, 60—2, 4), cl. VII Ilie Daniela 2573, 4, 79, 802, 4).

NAIPU (București, *S. g.* cl. VII Cifu Gheorghe (2560, 2, 4, 97—9, 600, 5, 8), Ivan Constanța (2560—2, 94, 6—600, 5).

NĂVODARI (Dobrogea) *L.* cl. XI Kiss Eugen (7744, 9, 51, 808, 21, 3—5, 48,9, 51).

NEGOEȘTI (Bacău) *S. g.* cl. VI Chelaru Anica (2528, 9, 31, 2, 5, 45, 50, 60).

NEGREȘTI — OAȘ *L.* cl. X Ciocan Gheorghe (7723, 36, 44, 9, 83, 921, 3, 7—30, 3, 4, 5, 42).

NICOREȘTI (Galați) *S. g.* cl. VII Corban Antoaneta (2545, 50, 60, 73, 8, 80, 4, 8), Durlaca George (2573, 9, 84, 6—8, 611, 3, 4—6), cl. VIII Oprea Dorin (2564, 7, 9, 52, 5, 60, 1, 4).

NOVACI (Gorj) *S. g.* cl. VI Andreoiu Elena (2560, 2, 4, 73, 4, 6—9, 86—8). Berbecel Ilie (2560, 2, 4, 73, 4, 6—9, 86), Ciocoiu Viorica (2560, 2, 4, 73, 4, 7—9, 85, 7, 8), Ciorgaru Elena (2560, 1, 4, 73, 4, 6, 8, 79, 87), Ciorogaru Ionică (256—, 2, 4, 73, 4, 6—9, 86—8), Ciucă Ion (2560, 4, 73, 4, 6—9, 82, 7, 8, 94), Drăgan Angela (2560, 1, 4, 73, 4, 6—9, 86—8), Jege Ilarion (2560, 4, 73, 4, 6—9, 86—8), Mitan Ion (2560, 2, 4, 73, 4, 6—9, 86), Negucioiu Constantin (2560, 4, 73, 4, 6—9, 86—8), Popescu Sabin (2560, 4, 73, 4, 6—9, 82, 6—8) ; Simionescu Olguța (2560, 2, 4, 7, 3, 4, 6—9, 86—8), Jianu Maria (2564, 73, 7—9, 82, 4, 6—8), cl. VII Oprițescu Maria (2564, 73, 7—9, 82, 4, 6—8), Popescu Dorel (2567, 76—80, 2, 4), Cuteanu Elena (2562, 4, 6, 73, 8, 9, 86—8).

OCNA — DEJ. *S. g.* cl. VIII Munteanu Rodica (2606—10, 70, 80, 4).

OCNA-MUREȘ *S. g.* cl. VII Tamaș Doina (2528, 78, 98, 600, 5, 7, 19, 20, 3—5), cl. VIII Popa Ioan (7676, 8, 86, 7, 9, 90, 2, 726—9, 34, 5, 44, 62), L. cl. X Cristea Maria (7675, 6, 86, 9, 90, 2, 3, 723, 6, 8, 35), Fülop Ana (7674, 5, 86, 8, 9, 90, X, 3, 726, 8, 9, 41).

OLARI (Crișana) *S. g.* cl. VIII Kalmar Zoltan (2573—9, 81, 2, 6, 64, 7—70).

OLTENIȚA g. *2* cl. XI Vasilion Mihai (7723, 6—30, 2, 5, 6, 40, 4, 51, 5).

OGRADENA *S. g.* cl. VII Crețu Ovidiu (2573—6, 8—80, 6), Ivanovici Nicolae (2560, 1, 72, 8—81, 7, 8), cl. VIII Crețu Adriana (2574, 5, 9—81, 4, 6, 94).

ORADEA. *L. 1* cl. X Negrău Mircea (7727, 8, 33, 60, 91, 808, 12, 24, 7, 30, 4, 79, 83, 5), Onaca Mariana (7726, 9, 35, 44, 823, 4, 7—30, 5, 74, 8), *L. 2* cl. X Manole George (7726, 7, 9, 33, 5, 44, 82, 3, 823, 7, 30, 5), Tofan Emeric (7726, 7, 9, 33, 5, 44, 85, 823, 7, 30). cl. XI Cora Dorin (7820, 1, 3—5, 37, 9, 42, 8, 91, 51), L. 4 cl. XI Brădău Florian (7726, 7, 9, 32, 9, 41, 6, 8—51, 5, 65, 98, 9, 821, 7, 9), Crăciun Radu (7726, 9, 32, 33, 0, 41, 4, 6, 8—51, 5, 65), Negruțiu Radu (7726, 9, 32, 3, 9, 41, 4, 6, 8—51, 56, 70), Solomic Gheorghe (7726, 9, 32, 3, 9, 41, 4, 6, 8—51, 65, 70, 80).

DOCTOR PETRU GROZA. *L.* cl. VIII Inăşel Dalina (2564, 8, 9, 71, 90, 80, 4, 6, 9), Oncean Ion (2528, 31, 3, 4, 7, 45, 52, 3, 5), cl. X Tirla Utsu (7674—7, 86, 90, 726, 8, 9, 46 82, 3).

ORAŞ GHEORGHE CHEORGHIU DEJ *S. g. 3* cl. VI Covrig Adriana (2562, 4, 7, 73, 4, 5, 7—8, 87, 98, 608),

Schwarz Ingrid (2564, 74—5, 7—9, 98), L. 1 cl. XI Bobu Vasile (7726, 8, 35, 44, 6, 86, 96 921, 3, 5, 7, 9, 51).

ORETEA (Huedin) *S. g.* cl. VIII Muntea Cornel (2570, 80—2, 5—8, 608).

ORLEŞTI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Florescu Constantin (2561, 3, 73—9), Preoteasa Valentina (2568—82, 4, 6, 8, 94, 5, 7785).

ORŞOVA. *L.* cl. VI Bircescu Maria (2560, 1, 3, 4, 73, 4, 7, 8), Chiriţoiu Mariana (2560 1, 3, 4, 73, 4, 7, 8), Gheorghe Petru (2560—4, 74, 7, 8), Lalescu Nicoleta E2560, 1, 3, 4, 7, 8, 73, 4), cl. VII Bîldea Tatiana (2545, 6—8, 50, 60, 4, 6), Spurdea Mircea (2560, 4, 6, 78, 97, 601, 11, 29), Coşovei Vasilica (2560, 1, 3, 6, 8, 73, 6, 9), cl. IX Ciupuligă Polyona (2570—2, 93, 4, 5, 609, 7726, 827.30).

OŢELUL ROŞU (Banat) *S. g.* cl. VII Bazac Daniel (2567, 8, 77, 9, 96, 611, 20, 7726).

OVSELU (Oltenia) *L.* cl. XI Ciumăgeanu Constantin (7641, 3, 701, 26, 79, 30, 3, 5, 40, 2, 4, 9, 51, 81), Preda Ion (7675, 6, 726, 9, 30, 3, 5, 6, 40—2, 4, 5, 9, 51).

PADEA (Oltenia) *S. g.* cl. VII Geanţă Constantin (2581—8, 93, 4), cl VIII Daiu Paulina (2580—4, 6—8, 93).

PADINA (Ploieşti). *S. g.* cl. VIII Balcon Elena (2560, 4, 8—70, 3. 4, 6, 7, 8, 81, 99, 600, 4, 7), Scîrlat Maria (2560, 4—8—70, 3, 4, 6—8, 81, 97, 9, 600, 4).

PATÎRLAGELE *L.* cl. X Olteanu Nicolae (7726, 8, 9, 28, 92, 827, 9—32, 74, 4, 9, 80)

PANCIU *L.* cl. VI Hărăbar Ecaterina (2596—9, 601, 3—5, 14, 5, 8) cl VII Gerea Rodica (2560, 2, 75, 81, 602, 3, 79, 606, 97), Hangu Dan (2573, 9, 81, 6—9, 94, 602, 4, 6), Petrea Alfred (2573, 4, 7—82, 5, 611), Preda Tatiana (2560, 2, 3, 72, 5, 7, 81, 604, 6), Prisecaru Viorica (2560, 2, 3, 74, 9, 81, 604, 6), Purdel Gena 2545, 60, 3, 70, 3, 7—9, 87, 88), Văduva Niculae (2573, 4, 7—9, 81, 2, 6, 94, 611), Vidraşcu Constantin (2560, 73, 7—9, 86, 7, 95, 611), cl. VIII Borcea Dorina (2573, 87, 94, 9, 604, 8, 11, 6, 8, 30), Busuioc Marian (2560, 1, 4, 73, 7—9, 96, 611) Cucoli Iulian (2561, 73, 7—9, 87, 9, 606, 11), Iordaniu Rodica (2573, 7—9, 87, 94, 6, 604, 6, 18, 20, 30), Loghin Liliana (2573, 7—9, 87, 96, 9, 604, 6, 8, 11, 20, 3), Pintilie Nelu (2561, 72, 7—9, 87, 96, 9, 606, 11), Roman Virginia (2560, 73, 7—9, 87, 94, 9, 611) Soroiu Doina (2560, 73, 7—9, 87, 94, 9, 611).

PĂUNEŞTI. *S. g.* cl. VIII Neagu Viorica (2561—4, 7, 8, 70, 3, 4, 6, 9, 81).

PETROŞANI. *S. g. 1* cl. VI Siclovan Codruţa (2560, 1, 4, 8—71, 80—2, 4), cl. VIII Duda Iordan (2560, 1, 3, 4, 8, 70, 2, 80, 2, 4—6).

PIATRA NEAMŢ *L.* cl. X Cîmpu Adrian (7726—9, 35, 41, 82, 5—7, 871, 8), Ioinovici Adrian (7726, 8, 9, 33, 44, 83, 3, 827, 30, 4—6).

PITEŞTI. *S. g.* cl. VIII Burcea Adrian (2564, 8, 73—5, 9, 84, 96—600), *S. g. 4* cl. VII Negru Nicolae (2560, 4, 8, 73, 9, 80, 4, 9, 601, 4), *S. g. 5* cl. VII Ruse Rulian (2561, 1, 4 8, 9, 70, 3, 7), *S. g. 10* cl.. VIII Paşavel Romana (2560, 4, 5, 7—70, 2) *L. N. Bălcescu* cl. IX Anghel C-tin (2572, 90, 1, 4, 5, 608, 27, 30, 726, 827, 31, 76, 8), Asadurian Eduard (2590, 1, 609, 11, 28, 85, 8, 827—30, 5) Diaconu Rada (2591, 4, 5, 609, 10, 29, 33, 827—30, 3), Gheorghe Dumitru (2570, 2, 88, 91, 4, 5, 7726, 7, 88, 827, 8, 30, 5), Ruse Lilia (2570—2, 90, 1, 7726—9, 32, 3, 44), Sandu Constantin (2569, 70, 2, 91, 4, 5, 611, 7727, 9, 88, 827, 30, 5), Toartă Mihai (2557, 9, 70—2, 91, 4, 5, 7687, 92, 726, 9), Verdete Ion (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 7726, 7, 88, 827, 30, 3, 4), Udrea Corneliu (2570, 2, 91, 4, 5, 612, 726, 7, 827, 8, 30, 5), cl. X Anghel Cristian (7726—30, 2, 3, 5, 60, 9, 827—30, 5, 7), Minduţeanu George (7726—34, 88, 827, 76), *L. ind. de chimie* an I Uon Gheorghe (7726, 8, 9, 827, 9, 30, 68, 70, 1, 2, 91, 4).

PLOIEŞTI *S. g.* 1 cl. VI Mocanu Maria (2560, 1, 4, 8, 77—80), *S. g. 2* cl. VI Vasilescu Cristian (2560, 4, 73, 6—9, 97, 603, 4), cl. VII Bucur Corneliu (2510, 1, 4, 6, 8, 9, 600), Melinţeanu Iolanda (2560, 4, 8, 9, 73, 8, 9, 95, 600), Vasile Valentin (2560, 73, 7—80, 4, 600, 1), cl. VIII Bădiţă Sevasta (2564, 7—9, 73, 9, 9, 84), Micutelu Mihaela (2560, 1, 4, 7, 8, 70, 2, 87, 95). *S. g. 12* cl. VII Fulga Doina (2573, 4, 7, 9, 84, 96, 7, 600), cl. VIII Dinu Ileana (2564, 7—9, 73, 4, 6—8), Tiprigan Corme (2571, 8—80, 24—8), Vulcan Teodor (2580—2, 4—8, 91, 94, 5), *S. g. 21* cl VII Fodor Vasile (2568, 77, 9, 80, 96, 600, 4, 60), Ionescu Ion (2564, 8, 77—80, 600, 7), Ionescu Vladimir (2565, 7, 8, 84, 6, 604, 19, 20), Niculescu Dan (2568, 7, 84, 601, 4, 6, 8, 20), Tătuc Ştefan (2560, 1, 4, 8, 9, 73, 4, 7—9, 82—4), Toma Mihaela (2545, 67, 73, 4, 7—9, 84), Vrînceanu Nicolae (2560, 4, 8—70, 9, 80, 95, 600, 4, 7, 10), *S. g. 23* cl. VIII Stoica Valentin (2560—2, 4, 6—72), *S. g. 24* cl. VII Czako Laurenţiu (2576, 97, 601—4, 6, 11), L. 1 cl. VI Marinescu Marena (2560, 4, 6, 70, 3—8, Rednic Cristina (2560—4, 70, 4, 7, 8, 8 8), Stoianovici Letiţia (2560, 7, 8, 73, 7—80, 4), Vasilescu Mihai (2564, 7, 8, 80, 1, 4, 6, 7, 607), cl. VIII Minziu Vladimir (2560, 4, 73, 7—80, 4, 7), Solovăstru Aneta (3560, 8, 9, 73, 8, 9, 80, 96—8, 608), cl. IX Marcovici Carmen (2546, 7, 59, 6—, 72—4, 80—2, 6, 8), Simion Iftimie (2560, 1, 8, 9, 73, 4, 7—81, 3—6, 8, 90, 4, 5, 7726, 8, 33), cl. X Beciu Ion (7726,

8, 9, 42, 44, 89, 827, 9, 301, 1, 78, 9), Borşova Emil (7726, 7, 9, 33, 6, 44, 6, 9, 83, 6, 9, 98, 827), Capătă Gabriel (7726—9, 31, 2, 85, 827—21), Chelaru Cornelia (7726, 8, 44, 6, 73, 825, 7, 9, 31, 5, 78, 85), Chilf Gabriel (7726, 33, 6, 44, 6, 9, 73, 82, 3, 5, 6, 98, 827), Iordache Georgeta (7786, 8, 9, 32, 3, 5, 44, 78, 89, 827, 9, 30, 1, 5, 79), Oproiu Letiţia (7726, 8, 9, 36, 44, 6, 73, 82, 5, 6, 9, 98, 824, 7, 8, 32, 5) Pană Ştefan (7726, 9, 33, 44, 69, 46, 8, 9, 73, 82, 3, 5, 6), Tămăduianu Gabriela (7726, 9, 32, 5, 73, 82, 5, 9, 98, 827, 30, 4). Tăbleţ Domniţa (7736, 46, 8, 73, 85, 6, 9, 98, 827, 30, 5), Teodoriu Elena (7726.9, 32, 3, 5, 44, 89, 827, 30, 1, 3, 5, 78, 9) Vasile Marilena (7726.9, 44, 73, 82, 5, 6, 9, 98, 823, 4, 7, 8), Zamfir Elena (7726, 8, 9, 32, 3, 5, 44, 89, 827, 9—31, 3, 5, 78), cl. XI *Botoşanu Lidia* (7723, 8, 9, 44, 8, 51, 8, 51, 63, 5, 70, 1, 3, 82, 3, 98, 802, 8, 9, 11, 7, 20, 1, 3—5, 37, 40, 1, 2, 8, 9, 51—3), Coman Constantin (7726, 8, 9, 33, 5, 6, 44, 6, 8, 9, 51, 65, 70, 1, 3), 82, 3, 9, 98, 802, 8, 11), *Nicolae Aureliu* (7726, 8, 9, 32, 3, 42, 4, 6, 70, 82, 6, 5, 8, 20, 4, 7, 31, 5, 40, 2, 5, 9, 51, 3, 73, 6, 8, 9, 83, 5, 92), Olaru Ion (7726—9, 33, 5, 44, 6, 8, 9, 51, 70, 1, 3, 82, 6, 9, 98, 802, 8, 9) *L. 2* cl. VI Comoniciu Gloria (2560, 1, 4, 73, 4—9), Creangă Larisa (2560, 1, 3, 4, 73—5, 7), Fulga Cristina (2561—3, 73—5, 9, 81, 2), Ştefănescu Adina (2573, 4, 8, 98, 9, 600, 1, 4 14), cl. VII Bucheru Raluca (2560, 4, 9, 70, 9, 80, 1, 4), cl. VIII Florescu Gabriela (2573, 6, 7, 8, 84, 94, 7, 9, 601, 4, 6, 8, 14, 5, 8, 9), Grigore Elena (2560, 1, 4, 8—70, 3, 7, 8, 9), Lupulenco Livia (2560, 1, 3, 4, 8, 9, 70, 1, 7726, 9, 46), Mignea Dănuţa (2560, 4, 70, 3, 6—9), Miron Alexe (2560, 4, 6—9, 69, 70, 2), Munteanu Dinu (2569—72, 90, 1, 4, 5, 7726, 85), Nichita Stefan (2673—80), Popescu Teodor (2561, 4, 6, 8, 70, 3, 5, 9, 81, 4, 7, 8, 97, 8, 606—8), Raduef Sorin (2573, 4, 6, 9, 80—2, 4, 9, 601), cl. IX Dobre Nicolae (2570, 2, 609, 7726, 9, 829, 33, 5), Eibenschutz Hannelore (7726, 7, 9, 827, 9, 30, 2, 3, 5), Iancu Elena (2558, 70—2, 91, 7674—8, 86, 94, 726, 9, 44), Lupaşcu Silvia (2691, 4—7, 7827, 30, 72, 4, 8, 9), Minică Gh. (2528, 31, 3, 8, 45, 6, 9, 59—62, 4, 6), Petroşanu Grigore (2570, 2, 94, 609, 27, 30, 726, 44, 827, 30, 74, 8, 9), Popa Norica (2609, 11, 7828, 20, 1, 4, 872, 4, 8, 9), Tomescu Maria (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 726, 7, 9, 32, 827, 30), Sgraan Victor (2570—2, 609, 11, 7726, 7, 9, 827, 30, 1), cl. X Brăiloiu Ştefan (7729, 35, 6, 44, 82, 3, 821, 3, 4, 7, 9, 78), Circiumaru George (7726—9, 31, 2, 4, 5, 44, 87, 9, 30), Ionescu Mihai (7726—9, 31, 2, 5, 44, 87, 9, 30). Magheroiu Victoria (7733, 5, 44, 827, 9, 30, 3—5, 78, 9), Radu Nicolae (7728, 31, 2, 5, 44, 820, 4, 7, 9, 30, 5, 78), Stănescu Ion (7726, 8, 9, 33, 5, 44, 85, 827, 9, 78), Steriu Alexandru (7726, 30, 2, 3, 5, 6, 44, 829), Tănăsescu Niculina (7726, 8, 9, 32, 3, 5, 44, 827, 9, 30, 8), *L. 3* cl. VII Constantin Adriana (2573, 4, 8—81, 97—8), cl. X Ponţu Constanţa (7726, 9, 33, 5, 827, 9, 33—5, 44, 78, 9), *L. 5* cl. VI Eftimie Mihaela (2560—4, 70, 3—8), L. 6 cl. X Stan Constanton (7665, 7, 74—7, 656, 7, 726—9, 31—3, 5, 7, 8), cl. XI Mihăilescu Florin (7751, 61, 71, 93, 9, 812, 20—4, 6, 40).

PLOPENI (Ploieşti) *L.* cl. V Lozin Zoltan (2573—5, 9, 96—9), cl. VI Chiriac Aurel (2573—6, 8, 9, 87), Ciocea Mihaela (2573—7, 8, 87, 8), Costache Adriana (2573—8, 87, 8), Duţă Emilian (2573, 4, 6—9, 87, 8), Filimon Rodica (2573—8, 87, 8), Iorga Viorel (2573—7, 9, 87, 8) Radu Lucian (2573—7, 9, 88), Rotaru Despina (2573—9, 87), cl. VII Costache Olimpia (2575—82, 4, 7, 8), Dina Anişoara (2576—83, 7, 8, 95), Preda Andrei (2576—84, 7, 8), Sîrcă Cecilia (2576—84, 7, 8), Stuparu Florica (2577—84, 6—8), cl. VIII Dan S. (2573—95), Filimon Valentin (2580—5, 7, 8, 94), Pîrvu Valerian (2576—81, 3, 7, 8), cl. IC Andrei Marian (2590—5, 609—12, 7872, 8). Cimpoiaşu Gh. (2570—2, 91, 4, 9, 11, 7726, 9, 827—30), Enescu Corneliu (2590—5, 609—12, 7827, 8, 30), Petrescu Lucian (2570—2, 91, 4, 609, 10, 7726, 9, 827—30), Tudorache Petre (2610, 1, 28, 30, 7788, 827—30, 73, 4, 8, 9).

PLOPENI (Suceava) cl. VIII Pologhianu Vasile (2529, 31, 3, 45, 8, 52, 60, 1, 4).

POIENI (Ploieşti) cl. VIII Berbucaru Valeriu (2564, 7, 8, 7—, 3, 8, 81, 7, 94).

POTRICA (Suceava) c. VII Amaritei Maria (2576—80, 7, 94, 606, 8), Avram Georgeta (2576—80, 94, 6, 8, 206, 8), Dascălu Georgeta 8, 94, 6, 8, 606, 8). Grigoraş Violeta (2576—80, 7, 94, 6, 8), Hergheligiu Constantin (2576—80, 7, 94, 6, 8, 606, 8). Isac Marioara (2576—80, 7, 95, 6, 6066), Puiu Muluţă (2576—80, 7, 94, 6, 8, 606, 8), cl. VIII Bulibău Didina(2675—80, 7, 2594, 6, 8, 606), Chilie Iulia (2576—80, 7, 94, 6, 8, 606, 8), Radu Aurica (2676—80, 7, 94, 6, 8, 606, 8), Stadler Iulia (2576—80, 7, 94, 6, 8, 606, 8).

POGOANELE (Ploieşti), *L.* cl. X Mihăianu Filip (7726, 7, 35, 90, 827, 8,30, 1, 4, 5, 7), Iordache Gh. (7726, 7, 9, 32, 90, 828—21, 5, 7)

POTCOAVA (Argeş) *L.* cl. X Ciucu Ion (7675, 6, 81, 8, 736, 7, 829, 30, 67, 9, 78, 9).

PREDEŞTI (Oltenia) *S. g.* cl. VII Bică Marin (2567, 70, 80, 1, 2, 4, 6, 8, 606), Cercel Luminiţa (2525, 68, 70, 80, 1, 4, 606, 8)

PRISĂCANI (Iaşi) *S. g.* cl. VIII Băgeag Aurel (2564, 6, 8, 69, 70, 1, 2(, Buruiană Maria (3560, 1, 5, 8—72).

PRUNDUL BÎRGĂULUI (Cluj) *L.* cl. VI Tonea Simona (2545, 6, 60, 73, 7—9, 87).

PUCHENII MOŞNENI (Ploieşti) *S. g.* cl. VII Chiriţă Georgeta (2561, 4, 77, 8, 80, 6, 605, 6). Ducu Steliana (2564, 77—80, 601, 4—6), Georgescu Gh. (2564, 8, 77—9, 84, 601, 4, 6, 8), Ion Mihai (2573, 7—84, 606, 18—20), Ioniţă Maria (2564, 70, 7—80, 4, 605,6,8),Mîndrilă Mihai (2560, 1, 4, 8, 87, 9—81, 4, 601, 8), Paraschiv Elena (2560, 4, 8, 77—80, 4, 606, 8), Paraschiv Marin (2564, 8, 77—9, 601, 2, 6), Tudor Vasile (2564, 8, 77, 9, 80, 4,

601, 6, 8). Tudor Vasilica (2560, 1, 4, 73, 7—80, 4, 605, 7), cl. VIII Constantin Maria (2569, 80, 1, 4, 8, 94, 6, 606—8), Petre Maria (2567, 80—2, 4, 8, 94, 606—8), Stan Vasile (2567—76, 80—2, 4, 6—8, 94, 6, 606—9), Vasilescu Veronica (2569, 70, 80—2, 4, 7, 8, 94, 604, 6—8).

PUCIOASA (Ploieşti) *S. g. 4* cl. VII Căprăruş Simona (2560, 1, 3, 4, 7—72), *L. 1* cl. IX Costescu Viorel (2557—9, 70, 3—5, 9, 11, 7727, 8, 88, 830, 2), Vşad Eugenia (2540, 1, 3, 4, 57—9, 71, 2, 7726, 7) cl. X Popescu Cornel (7727, 9, 33, 46, 85, 96, 811, 21, 3—30, 3, 5, 43, 5), Tudor Constantin (7726, 7, 9, 33, 821, 3—5, 7, 9, 45), cl. XI Cimpoca Gheorghe (7723, 40, 2, 6—50, 8, 82, 820—4, 42, 3, 5), Despa Ion (7726, 9, 33, 5, 8, 9—41, 4, 6, 9, 51, 70—3), Rotaru Silviu (7737, 8, 44, 5, 9, 51, 70, 98, 807, 20—5, 37, 40), Tabacu Ion (7726, 7, 9, 33, 5, 8, 40, 1, 4, 6, 9, 51, 820, 1, 4, 40, 5, 9).

RĂCARI (Bucureşti). *L.* cl. X Gavrilă Ion 7726, 9, 31, 3, 91, 801, 28, 30, 3—6), Niţescu Al. (7726, 8—30, 2, 3, 5, 6, 41, 4, 85, 808, 12, 28, 9, 30, 5).

RĂDĂUŢI *L. 2* cl. VIII Genser Hanny (2573, 4, 7, 9, 84, 8, 620), Harand Ana (2573, 8, 9, 81, 2, 6, 7, 94, 604, 6, 8, 11, 7726), Holinger Sergiu (2581, 2, 4, 6, 606, 8, 954), Mardari Dorina (2573, 4, 7, 8, 9, 81, 4, 6, 620), Sand Rodica (2573, 7, 8, 9, 91, 604, 6), Weinstein Bertha (2582, 4, 6—8, 94, 606, 8, 9).

REŞIŢA. *S. g. 2* cl. VI Horvarth Andrei (2548, 61, 78, 87, 97—9, 606).

RM. SĂRAT. Absolvent Apostol Ovidiu (7723, 31, 3, 9, 49, 52, 4, 8, 65, 6, 95, 8, 803, 7, 12, 30, 2, 3, 4, 9, 31, 40), Dogaru Elena (2568, 70, 2, 3, 7, 8, 80, 4, 8, 9, 92) *L. 2* cl, XI Mocanu Guţă (7733, 44, 820, 1, 4, 5, 7, 8, 9, 30, 42, 5, 9, 51), *Motaş Emil* (7723, 33, 4, 6, 44, 6, 8, 50, 5, 60, 70, 3, 82, 3, 5, 90, 3, 6, 8, 808, 20, 1, 3, 4, 5, 37, 40, 2, 5, 51).

RM. VÎLCEA. S. *g.* cl. VII Sîrbu Mihai (2580, 1, 3, 4, 7, 8, 606, 7), *L. 1* cl. XI Bărbuţ Ion (2627, 8, 30, 7788, 827, 8, 9, 30, 35, 873, 8, 9), Constantinescu Vasile (2653, 8,.70, 2, 637, 30, 7729, 821, 30, 5, 74, 8, 9), Dinu Ion (2563, 72, 627, 30, 873, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9), Manea Tiberiu (2592, 4, 5, 627, 8, 30, 7827, 30, 1, 74, 8, 9), Pavelescu Ilie (2568, 9, 70, 2, 609, 27, 7726, 7, 8, 9, 30, 5, 78). Pistol Gh. (2570, 2, 90, 1, 2, 4, 627, 7726, 85, 827, 9, 31, 78), Popescu Eugen (2590, 1, 2, 4, 627, 8, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 1, 74, 5, 8, 9). Smeu Constantin (2568, 9, 70, 2, 94, 609, 27, 7727, 8, 9, 825, 78, 9) cl. X Anghel Valentin (7726, 9, 32, 45, 82, 8, 98, 829, 30, 2, 51, 74, 8, 9), Asan Ion (7729, 88, 9, 824, 7—30, 4, 5, 51, 74, 8, 9), Bărăscu Dumitru (7726, 9, 32, 45, 825—30, 43—5, 51), Dinu Constantin (7726, 9, 35, 85, 8, 827—30, 34, 42, 51), Lăzărescu Traian (7782, 3, 8, 824, 27—30, 820, 2, 4, 5, 842, 5, 51, 74, 8, 9), Pislaru Ion (7782, 3, 6, 8, 824, 7, 9, 30, 2—5, 7, 842, 5, 51, 78), Tilivea Mihai (7726, 7, 9, 35, 6, 7, 9, 70, 82, 3, 5, 92, 824, 7, 8, 9, 30, 4, 42, 51). Toma Ştefan (7733, 5, 9, 44, 3, 827—30, 2, 3, 5, 51, 78, 9, 67), Vladu Paul (7726, 9, 35, 85, 9, 35, 91, 827, 9, 30, 2, 4, 5, 42, 51), cl. XI *Piloiu Radu* (7782, 5, 6, 98, 808, 20, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 30, 2, 3, 5, 40,5, 8, 7, 9, 51, 3, 4, 67, 9, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 93). Toma Gh. (7726, 35, 9, 44, 82, 3, 824, 9, 30, 33, 5, 51, 78), *L. V. Roaită* cl. VI Marinescu Mircea (2578, 82, 8, 97, 8, 9, 500, 1, 5, 8), cl. VII Alexandridis Ioana (2564, 7, 8, 73, 4, 5, 6, 9, 80, 1, 2, 4, 5, 8), Eliescu Olt (2573—6, 9, 80—2), Grigorescu Carmen (2562, 4, 7, 8, 73—6, 9), Ionescu Daniela (2560, 4, 73—6,9, 80—2, 84—8, 94), Isvoranu Marinela (2596—9, 601—3, 5, 7, 8). Lemenyi Laurenţiu (2560, 79, 81—3, 5, 6, 8), Nemţeanu Dan (2573, 4, 6, 9, 80, 2 4, 6) Oaie Adriana (2560, 4, 73, 4, 5, 84, 7, 8) Pistol Cristina (2560, 1, 4, 8, 73, 4—5), Rădulescu Sorin (2545, 6, 7, 60—3, 73,5, 7, 8), Sbîrnea Gheorghe (2560, 4, 8, 70, 3, 4, 6, 5,), Stancu Marin (2574, 6, 81, 2, 3, 5, 6, 8), Stricnea Mariana (2573, 4—7, 9, 80—2, 6, 8), Vlădescu Luminiţa (2573—6, 9, 80, 1, 4), cl. IX Cotoarbă Dănuţ (2540, 70, 1, 94, 5, 6, 7732, 85), Podgurschi Elena (2570, 1, 2, 90—5, 7728, 9, 32, 85), Popescu Aurel (2570, 1, 2, 90, 1, 3, 4, 5, 726, 8, 9, 32, 85), Pribeanu Dan (2570, ,1 2, 90, 1, 3, 5, 7726, 8, 9, 32, 85), cl. X Boldeanu Florin (7726, 8, 9, 32, 85, 96, 827, 29, 30, 1, 4, 5), Muşat Ana (7726, 7, 9, 32, 85, 6, 96, 827, 30, 1—5),

ROMAN S. *g. 8* ani cl. V Munteanu Nicuşor (2515, 8, 30, 1, 4, 5, 6, 60, 1) cl. VII Munteanu Dorel (2516, 7, 8, 9, 33—6, 63), *L. 1* cl. IX Costăchescu Mihaela (2574, 6, 81, 2, 4, 6, 97, 9, 601, 3, 8, 7829), cl. X Lungu Mircea (7726, 7, 33, 5, 44, 820, 1, 7, 8, 9, 30, 1, 2, 5), Paraschiv Ioan (7726, 7, 9, 35, 44, 820, 1, 4, 30, 1, 2), Postăvaru Valentina (7726, 9, 35, 44, 820, 1, 4, 827, 30, 1, 2, 5, 7), Radu Panaite (7726, 7, 9, 53, 5, 44, 82, 3, 820, 1, 4, 7, 32).

ROŞIORI DE VEDE. *L. 1* cl. V Rădulescu Călin (2573, 4, 7, 9, 97, 8, 604, 6—8), Popescu Cornel (2561, 8, 9, 70, 9, 84, 6, 7), cl. IX Baltin Stan (2567, 70, 2, 80, 5, 91, 609, 7729, 827, 9, 30, 5), *L. 2* cl. XI Vatu Ilie (7723, 6, 8, 9, 33, 42, 4, 6, 7, 9, 849, 2, 69, 80).

ROVINARI *L. mixt* cl. VIII Guran Consantin (2545, 6, 50, 2, 64, 7—9, 73.6, 76)

SATU MARE *S. g. 8* cl. VII Mureşan Daniela (2564, 7, 8, 70, 7, 8, 9, 80, 4,7),Török Alexandru (2577, 8—80, 4, 7, 604, 6, 8), *S. g. 10* cl. X Görbe Victor (2650, 1, 73, 4m 7, 96, 613, 20), *L. 2* cl$_5$IX Belluska Iosif (2609, 10, 7827—36), Bujorică Dan (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 630, 7726, 827, 9, 30, 5, 78), Cimpianu Angela (2609, 10, 7827—36), Giurge Vasile (7609, 10,7827—35), Görbe Mihai (2570, 2, 94, 6099 27—30, 7726, 7, 827, 30, 5, 78, 9), Papp Iozse (2609 10, 7827—37), Siito Petru (2609, 10, 7837—35, 7), cl. X Cherches Otilia (7726, 9, 33, 82, 3, 6, 91, 823, 7, 9, 30, 5), Hossu Mircea (7726, 9, 33, 82, 3, 6, 91, 823, 7, 9, 30, 5), Hutton

Ecaterine (7726—9, 732, 3, 82, 3, 6, 827, 9, 30, 5), Kurtinez Petru (7726—9, 32, 3, 82, 3, 6, 90, 823, 7, 9, 30, 5), Iordan Andrei (7728, 9, 21—3, 44, 60, 70, 82, 3, 5, 6, 91, 808), Mureşan Rodica (7726, 7, 9, 32, 3, 82, 3, 88, 72, 9, 30, 5), Nichita Eva (7726, 9, 33, 82, 3, 6, 91, 823, 7, 9, 30, 35), Sălăgeanu Rodica (7726—9, 32, 3, 82, 3, 5, 7, 9, 30, 5), Szabo Iosif (7726, 8, 9, 82, 3, 6, 91, 823, 7, 9, 30, 33, 5(, Mitaru Alexandru (7820, 1, 4, 42—6, 53, 64, 7, 92—4), Trifu Ioan (7726, 9, 32, 3, 82, 6, 91, 827—30).

SĂCELE (Dobrogea), *S. g.* cl VIII Croitoru Magdalena (2560, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 70), Marcu Olimpiad (2560, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 70).

SEBEŞ (Hunedoara) *L.* cl IX Thut Roland (2570, 2, 94, 609, 10, 7726, 46, 827—30, 5, 7), Kenster Roland (7820, 1, 3—5, 7, 9, 30, 5, 7, 9, 30, 4, 7, 42, 75, 85).

SEBIŞ (Crişana) Cădaru Dorel (2572, 94, 5, 609, 611, 7820, 26—30, 35), Benea Gheorghe (7782, 5, 9, 820, 1, 3, 4, 7, 9, 30, 3, 45, 78).

SFT. GHEORGHE (Braşov) *L.* cl. VI Ciorăşteanu Mioara (2517, 8, 9, 61, 73—5, 8, 97—9), Tereza Gabriela (2560, 4, 73, 6, 7, 8, 9), cl. IX Munteanu Letiţia (2627, 8, 30, 7827, 30, 1, 73—6, 8, 9), Tibanyi Henriette (2627, 8, 30, 7827—31, 5, 73—6).

SIBIU *S. g. 2* cl. VI Chibeleanu Dorin (2573, 4, 7, 96—8, 600, 4, 6), Droc Mihai (2660, 4, 7, 9, 70, 2, 7726, 7), cl. VIII Stingescu Petre (256 4, 7, 8, 9, 70, 2, 7726, 7, 9) *S. g. 4* cl.VI Rada Traian (2561, 4, 6, 98, 604, 11, 3, 9), *S. g. 5* cl. VI Frîncu Ovidiu (2596—, 602, 6), *S. g. 8* cl. VIII Ciprian Sorin (2560, 8, 70, 3, 4, 9, 80, w, 4, 7), Frîncu Lucica (2657, 8, 70, 1, 7, 8, 9, 81) Răceală Mircea (2560, 7, 8, 70, 1, 3—6, 8, 9, 81, 7, 6,), Toma Marcel (2573, 4, 6, 8, 80, 1, 4, 7, 604, 7), *S. g. 9* Erdei Elisabeta (2573—6, 9, 81, 2), Moater Aurel(2573, 4, 9, 81, 2, 7, 94, 6, 7, 600, 1, 4—6, 8, 10—2). *S. g 15* cl. VII Băcilă Florin (2560, 4, 8, 9, 84, 99, 600, 6), Dorogan Marinela (2560, 2, 4, 77, 86, 7, 48, 9, 600) cl. VII Ionescu Laura (2573, 4, 7, 7—80, 99, 604), Luca Adrian (2564, 77, 8, 87, 94, 9, 604, 6), Oană Cîndrel (2573, 7—9, 81, 7, 604, 7, 11, 2), Pinoşanu Nicolae (2560, 73, 8, 80, 604, 13, 23, 8), Popa Mariana (2573—5, 7—80, 98, 9, 606, 8), Ursu Cristina (2573—5, 7—9, 99, 606, 7), Wultschner Ingrid (257 —8 97, 8, 607, 8), cl. VIII Abek Carmen (2560, 2, 4, 75, 86, 7, 98, 9, 606), Binder Karin (2567, 72, 6—8, 86, 99, 605—7), Biţoou Tudorel (2570, 9, 80, 3, 4, 618, 20, 3), Bud Marinela(2560, 73, 81, 94, 600, 5, 6, 8, 11), Covaci Marcela (2573, 4, 9, 81, 6, 8, 601, 4, 11), Fakesch Renate (2573, 5 -8, 80, 4, 608, 20, 7), Faloba Marinela (2560, 77, 8, 80, 7, 8, 611, 21), Fleşeriu Gh. (2577, 8, 99, 600, 5, 7, 9, 11), Furtună Aron (2577, 8, 98, 600, 6, 11, 20, 3, 7), Graef Kannelore (2573, 7, 8, 81, 97, 18, 20), Hempert Gunde (2577, 8, 80, 4, 600, 6, 23, 30), Hinsa Ion (2573, 2573, 7, 8, 9, 80, 2, 96, 9) Ingrid Binda (2575, 7, 8, 80, 4, 8, 600, 4, 7, 21(, Ionescu Luchian (2573, 7, 97—600, 601), Ingrid Gubwicht (2573, 4, 7, 8, 80, 1, 4, 8, 600, 1, 4, 7, 23) Goandrea Dorel (2564, 70, 3, 7, 8, 82, 98, 9, 611, 2), Klokner Gudun 2573, 5, 7, 80, 4, 96, 8, 9, 600, 6, 7), Kriska Doina (2573, 4, 9, 86, 8, 601, 4, 11), Lica Maria (2560, 73, 81, 94.600, 5, 6, 8, 11) Maior Carmen (2573, 6, 7, 8, 600, 6, 7), Opriş Elena Angela (2573, 5, 9, 86, 7, 98, 9, 600, 5), Otto Kurt (2573, 7, 97, 8, 9, 600, 1, 27, 9) Perjul Marilena (2560, 2, 4, 75, 86, 7, 98, 9, 606), Popescu Inge (2573, 5, 7—80, 608), Drotleff Artur (2573, 7, 97—601, 7), Raicu Despina (2561, 73, 81, 94, 600, 5, 6, 8, 11), Rus Eugenia (2564, 73, 8, 9, 82, 98, 9, 511, 2) Schuster Jürgen (2573, 7, 80, 7—701, 7, 27, 9), Schurz Werner (2580, 4, 90, 1, 4, 606, 7), Tuţă Viorel (2560, 1, 3, 4, 97—9, 601, 5, 8), Vlăjie Elena (2573, 6—9, 81, 7, 604, 11, 3, 4, 30), Zank Gerbard (2580, 4, 98, 9, 604—7, 27), Ziegler Brigitte (2573—5, 9, 80, 4, 607).

S. g. 18 cl. VIII Dragomir Maria (2560, 4, 7, 8, 73, 7—9, 84, 7), Rădoaie Mircea (2573, 4, 7—80, 81, 2, 4, 5), L. 1 cl. IX Albescu Ileana (2570, 2, 91, 4, 627, 28, 30, 7726—8, 875, 8, 9), Balomiri Mihai (2570—2, 91, 5, 609, 7726—9, 88, 827, 30, 5, 79), Bălăşoiu Mircea (2560—4, 6—70, 2, 7726—8, 33, 46), Cimpeanu Gelu-Ilie (2570—2, 91, 5. 611, 7726—9, 88, 820, 1, 4). Cuşmir Florin (2570—2, 90. 1, 4, 5, 609, 7726, 7, 9, 827, 30, 35), Fabola Marcela (2570, 2, 94, 637, 8, 30, 7726—8, 875, 78, 79), Domnariu Tudor (2570—2, 91, 5, 609, 7726—9, 827, 30, 5, 79), Găvozdea Adrian (2570, 2, 90, 1, 4, 609, 7726—29, 827, 31), Ivan Alin (2570, 2, 90—5, 7726—8, 85), Mereurean Ion (2570, 2, 91, 4, 609, 11, 726—29, 827, 30, 43), Părăian Adriana (2570, 1, 90, 1, 4, 609, 7726—8, 830, 78, 9) Petrescu Gabriela (2570—2, 91, 3, 5, 609, 7726—29, 827, 30, 4), Revencu Alexandru (2560, 70, 2, 3, 4, 86, 2630, 7726, 8, 9, 827, 9, 30, 7, 88), Sîrbu Angela (2570, 91, 4, 5, 7726—9, 33, 827, 30, 6, 78), Truncă Cornelia (2570, 2, 50, 1, 4, 5, 609, 7726—9, 33, 827, 30), cl. X Borcea Lucian (2591, 4, 70, 1, 2, 608, 9, 7726, 7, 9, 827, 9, 30, 3), Găvozdea Mircea (7726—9, 35—7, 827, 8, 30, 1, 4). Lascu Anamaria (7726, 7, 9, 35, 7, 44, 86, 827—30, 74, 8), Niculescu Liviu (7726—8, 86, 827, 8, 30, 4, 35, 6—8, 45, 74, 8), *L. 2* cl. IX Albu Victor (2570, 91, 630, 7726—9, 827, 30, 78), *L.3* cl. IX Sederiaş Florin (2570—2, 90, 1i 610, 11, 7726—9, 89, 828—31, 4, 5), cl. X Groza Carmen, (7727, 87, 824, 5, 32, 42, 64, 6, 73—6, 8, 81) Radu Ioan (7726, 9, 32, 3, 69, 83, 6, 827, 9, 30 35), cl. XI Barnyui Gh. (6774—7, 81, 3, 4, 90, 704, 6, 8, 10, 726, 7, 9, 33, 6, 9, 44, 6, 8, 9, 51, 60), Pal Ştefan (7726, 7, 9, 32, 3, 5, 6, 9, 44, 6, 7, 51, 60), Sfercoci Traian (7726—8, 33, 5, 44, 830, 1, 3—5, 7, 38, 49, 51).

SIGHETUL MARMAŢIEI (Maramureş) *L.* cl. XI Katona Nicolae (7726, 41, 4, 8, 9, 70, 82, 3, 820, 1, 3—5), Fornwald Gheorghe (7726, 9, 31, 4, 8, 9, 70, 82, 3, 820, 1, 3, 4, 5).

SIGHIȘOARA. *L.* cl. IX Bucur Petreu (2569, 70, 2, 51, 3, 4, 5, 607, 7726, 7, 827, 30), cl. X Jakab Elek (7377, 8, 405, 423—5, 45, 80, 95—9), cl. XI Stase Vasiliu Luminița (7726—9, 33, 4, 6, 41, 4—7, 62),

SIMERIA (Hunedoara) *L.* cl. VII Cacoveanu Marius (2564, 8, 11—9, 80, 8, 7), Cucuian Ștefan (2564, 8, 77—80, 4, 7), Giurgiu Vasile (2564, 8, 9, 77—80, 4), Goga Vasile (2564, 7, 78, 9, 80, 4, 7), Oprea Magdalena (2566, 9, 71, 80, 6, 604, 5, 6, 9), Popa Elena (2564, 8, 77—80, 4, 7), cl. VIII Irimie Marioara (2569, 82, 8, 94, 605, 6, 8, 9, 11), Oprea Al. (2580, 2, 4, 6, 8, 90, 5, 604, 7, 8, 9), cl. X Biro Margareta (7726, 9, 44, 82, 821, 5, 7, 8, 30, 76, 8, 9, 85), Gostian Zorica (7726, 7, 9, 44, 82, 821, 5, 7, 8, 30, 76, 7, 9, 85).

SINAIA. cl. VII Bustuc Viorica (2560, 4, 8, 73, 7, 8, 87, 94), cl. IX Cugut Victor (2570, 81, 8, 91, 5, 628, 30, 7826, 9, 85, 827, 30, 73, 8, 9), Dănulescu Cătălin (2570—2, 84, 7726—8, 30, 33—5, 878), Radu Dinu (2570, 91, 5, 628, 30, 7726, 7, 9, 85, 827, 731 8, 9) cl. X Georgescu Gabriel (7726—9, 85, 827, 30, 5, 74, 8, 9), cl. XI Juncu Aurel (7726, 8, 9, 41, 4, 51, 60, 99, 820, 33, 49, 51).

SIRET (Suceava) *Lic. Siret* cl. VI Jarcău Cristina (2560, 1, 4, 73, 7, 8, 9, 87), Jarcău Adriana (2560, 1, 4, 73, 7—9, 87), Sandru Otilia (2560, 1, 4, 73, 7—9, 87), Vitvițchi Antonima, (2561, 3, 73—9, 82, 3, 6).

SINNICOLAUL MARE (Banat) *L.* cl. IX Denyer Elena (2570, 2, 94, 5, 9, 627, 9, 30-7726, 7, 827).

SLATINA *S. gl.* cl. VI Buicescu Alexandru (2576, 8, 80, 1, 2, 5—8, 96), cl. VIII Bălăbescu Gh. (2528, 32, 60, 4, 70, 3, 9, 83, 4), Grigore Maria (2560, 4, 8—71, 7, 8, 84), Oncescu Horia (2528, 32, 60, 4, 70, 3, 9, 82, 6, 8, 600) *L. I* cl. IX Avram Ionel (2591, 4, 5, 601, 11, 27, 8, 30, 7827, 3—02, 74, 6, 8, 9), cl. X *Voinea Vasile* (7738, 41, 4, 72, 82, 3, 5, 98, 820, 4, 7, 8, 9, 30, 1, 2, 4, 5, 7, 67, 77, 8, 81, 6—9, 92, 9, 726—30, 2, 3, 5, 80, 96, 821, 3, 38, 41, 73—9, 82, 5), *L.* 2 cl. VI Aldea Ghorghe (2564, 73—9), Buzatu Eugen (2573, 5, 8, 9, 80, 3601, 4, 13, 20), Călin Nicolae (2573—6, 8, 9, 606, 13), Cotar Gh. (2573, 9, 87, 97, 600, 4, 6, 20), Diaconescu Nicolae (2561, 4, 73—8), Drăguțin Nicolae (2573, 7, 8, 9, 80, 1, 4, 601, 4, 13), Mateescu Octavian (2560, 2, 73, 4, 7—9, 83, 8, 98, 601, 11, 13, 20, 2, 3, 6, 8, 9), Paraschiv Georgeta (2573, 4, 7, 8, 9, 601, 6, 13), Sterpu Mirela (2573, 4, 7—9, 600, 6, 13), Ștefănescu Felicia (2573, 4, 7, 9, 84, 600, 61, 12, 13), Vancea Liviu (2461, 4, 73—9), cl. II Custurea Nicolae (2560, 4, 73.8, 82, 7), Chivăran Ion (2573—6, 8, 9, 81, 2, 7), Deaconu Adela (2573, 4, 6, 7, 8 9, 81, 7), Gătejoiu Daniela (2518, 73, 4, 7, 9, 81, 603, 6), Popescu Veronica (2696—600, 5, 5, 6, 8), Preda Adrian (2573, 4, 6—9, 81, 7, 606), Săraru Rodica (2560, 4, 73, 5—9, 97—601, 4, 5, 6), Spoitu Constantin (2560, 4, 8, 73, 4, 8, 9, 81, 606), Sanda Vasile (2560, 4, 73, 4,, 7—9, 81, 8), cl. VIII Preoteasa Marinela (2596, 8, 9, 601—4, 6—8).

STOENEȘTI (București), *S. g.* cl. VII Ghineață Dumitru (2573, 5, 9, 80, 2—5, 7), Salomia Constantin (2573, 7—80, 2, 4, 7).

SUCEAVA. *L.* cl VI Bolohan Dinu (2564, 2573, 4, 6, 7, 9, 613, 5), Ciubotaru Irina, (2560, 1, 73—9, 98), Oancea Călin (2573, 4, 6, 7, 8, 601, 3, 4, 7, 9), Sălcescu Dorin (2560, 73—6, 8, 9, 87), Vizitiu Oiviu (2576, 7, 8, 64, 73, 97, 606, 20), Eșanu Carmen (2560, 4, 8 72, 7, 8, 9, 600, 6), Sălcescu Narcisa (2573—6, 8, 9, 80, 4, 7), Podoleanu Minodora (2560, 4, 8, 72, 4, 7, 8, 9, 600, 6), cl. I Gaitan Virgil (2570, 2, 90—5, 7726—9, 32, 44, 85, 827, 9), Lupașcu Doru (2570, 2, 90—5, 7726—9, 32, 44, 85, 827), cl. X Airoaie Doina (7730, 44, 86, 7,9, 791, 6, 821, 30, 81, 4, 5), Amariei Donia (7726, 89—33, 44, 89, 91, 827, 30, 74, 8, 9), Merdler Anița (7786, 7, 91, 6, 820, 1, 3, 4, 5, 7, 30, 45, 78) cl. XI Zavera Ion (7675, 6, 93, 733, 5, 6, 7, 9, 44, 6, 9, 65, 70, 3, 80, 99, 808, 21, 24, 9, 42, 5, 7, 9, 51, 67, 85, 7), L. 3 cl. VIII Doroftei Magda (2560, 9, 70, 71, 80, 2, 4, 94), Milcek Gabriela (2568—71, 80, 1, 2, 94).

SAGU *S. g.* cl. VIII Dargoș Dragalina (2580, 1, 2, 4, 6, 7, 94, 623).

ȘERCAIA. *L.* cl. IX Mărgineanu Mircea (2570, 2, 90, 1, 4, 5, 609, 11, 7726, 7, 9, 820, 4). Paitan Nicolae (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 11, 7726, 7, 827, 30, 4).

ȘIRIA *S. g.* cl. VII Pusztai Ilonka 2564, 76, 7, 8, 80, 80, 2, 4, 6, 7, 8, 608).

SISEȘTI. *L.* cl. X Firu Doru (7726, 9, 32, 3, 5, 83, 5, 98, 808, 27, 8, 30, 4, 6, 78, 9, 85).

ȘOMCUȚA MARE. *L.* cl. X Buda Dan (7735, 41, 820, 3, 5, 7, 8, 30, 2, 4, 5, 40, 2, 78), Varga Liviu (7727, 33, 5, 9, 41, 9, 85, 820, 3, 5, 7, 8, 30, 2, 4, 5, 40, 2, 7).

ȘOTINGA GOLEASCA *S. g.* cl. VII Ilie Victor (2567, 8, 72, 94, 600, 1, 4, 8, 22 7878).

ȘTEFĂNEȘTI (Argeș) *S. g.* 2 cl. VI Cojocaru Laurențiu (2560, 1, 4, 73, 4 7, 8, 9, 88, 96), Coman Nicolae (2560, 1, 4, 73, 4, 6, 8, 9, 98, 60), Ionescu Violeta (2561, 4, 8, 73, 5, 8, 9, 98, 600), Leana Ligia (2560, 1, 4, 73, 8, 9, 94, 8, 600), Patricjhe Cornel (2560, 1, 7, 73, 6, 7, 8, 9, 87), cl. VIII Popa Laurențiu (2560, 1, 4, 7, 8—70, 80, 4, 7—9, 91, 4, 5), Popescu Cristian (2567, 85, 6—91, 4, 5), cl. IX Apostoloaie Anton (2572, 91, 4, 609, 7726, 9, 90, 92, 827, 8, 30, 4).

ȘTIRBIENI (Suceava) *S. g.* cl. VIII Blezniuc Aurora (2560, 1, 4, 8, 96—8, 601, 4, 6, 8, 9).

TĂUTU – MAGHERUȘ., *S. g.* cl. VIII Bocșa Susana (2567, 70, 8, 4, 7, 95, 606, 8, 9), Oiecaș Voichița (2569, 70, 1, 84, 7, 8, 90, 606, 8).

TECUCI. *L. 1* cl. VII Cimpoeșu Viorica (2564, 8, 73, 6, 9, 84, 7, 600), Dolea Doina (2564, 76.9, 82, 601), *L. 2* cl. VI Cucu Sorin (2560, 1, 4, 5, 73, 5, 8, 56, 8), cl. VIII Bobaru Rodica (2562, 8, 9, 70, 6—8, 84, 7, 8), Gorgan Lucia (2560, 4, 73, 486, 7, 96, 600, 1, 4, 8), cl. IX Chirvăsuță Geta (2594, 5, 608, 9, 11, 627, 8, 9, 30, 7827, 30, Ecea Doina (2591, 4, 5, 609, 11, 628, 9, 30, 7827, 78, 9, 30, 4, 75, 8), Milea Aurel (2594, 611, 2, 24, 8, 9, 30, 7793, 821, 30, 75), Muscă Luminița (2591, 4, 5, 609, 27—8, 7827, 34, 75, 8, 9*v*.

TIMIȘOARA. *S. g. 13* cl. VII Hirth Vaiter (2560, 1, 4, 70, 6, 9, 80, 1, 4, 6—9, 94, 5), S. g. 16 16 cl. V Tică Virgil (2560, 4, 73, 4, 8, 9, 98, 600), *L. 1* cl. X Chate Magdalena (7726, 7, 9, 32, 3, 82, 827—30, 4, 5, 78). Mior Msria (7726, 9, 82, 827.30, 4, 5, 73, 4, 8, 9, Popescu Doina (7726—9, 32, 3, 827—30, 4, 5, 78, 9) *L. 2* cl. VI Milosevici Dan (2560, 73, 4—9), cl. IX Dee Rodica (2564, 7—72, 80, 1, 4, 7, 91, 3, 4, 7726, 827, 9, 30, 3), Marinca Vasile (2560, 1, 3—70, 2, 7726, 7), cl. X Blaga Jeana (7726—9, 85, 7, 827—32, 45), Gross Gabriel (7782, 3, 5, 6, 8, 9, 93, 827, 8, 9, 30, 2, 5, 51), Isasag Mihai (7726, 8, 9, 32, 3, 5, 85, 90, 827, 30, 5, 78, 9), Kellinger Mihai (7726, 8, 9, 33, 85, 90, 821, 4, , 8—30, 2, 5), Kintsch Dieter (7726—9, 32, 6, 82, 3, 5, 90, 827—30, 5), Laigner Alfred (7726—9, 32, 3, 6, 82, 3, 5, 6, 90, 3, 827), Lipp Gerhard (7726, 8, 9, 32, 82, 3, 5, 90, 827—30, 2, 9), Scheer Iosif ((7726, 7, 8, 9, 32, 5, 6, 83, 827, 8, 9, 30, 2, 5), Wagner Cornel (7726—9, 32, 685, 90, 827—30, 5), *L. 3* cl. X Constandiș Brindușa (7726—32, 7, 44, 9, 92, 834, 74, 8, 9), *L. 6* cl. XI Manciu Cornelia (7729, 34—7, 40, 4, 8, 50, 67, 9, 83). Moroioasă Domnica (7739, 34, 5,6, 7, 40, 4, 8, 90, 3, 5, 7), Saigovici Virgil (7734, 5—7, 40, 48, 50, 2, 67, 9, 82, 3), *L. 10* cl.XI Brașovan Claudia (7735, 73, 83, 90, 820, 1, 3, 4, 32, 40, 5, 9), Ionescu Alexandrina (7726, 33, 5, 44, 73, 83, 820, 3, 32, 40, 49, 51), Tămaș Mircea (7726, 23, 40, 4, 6, 60, 70, 1, 3, 83, 9, 98), Văcărescu Daniela (7726, 7733, 5, 44, 73, 83, 820, 2, 32, 840, 9, 51).

TITEȘTI. *S. g.* cl. VI Sobrin Constantin (2560, 1, 2, 4, 73, 4, 9, 82, 7, 96—601, 605—608, 11, 5, 6, 18—21, 6, 7), cl. VII Chioveanu Ionel (2577, 95, 7, 9, 600, 1, 6, 11, 5, 8, 9, 27).

TÎRGOVIȘTE. *L. 1* cl. X Păunescu Nicolae (7726, 7, 9, 32, 5, 44, 820, 1, 5, 7, 8, 30), *L. 2* cl. VIII Barbu Virgil (2562, 70, 73, 7, 9, 84, 7, 600, 1, 4, 6), cl. XI Florea Ion (7729, 36, 8, 9, 51, 63, 808, 20, 1, 49, 51, 78, 9, 80, Soare Nicolae (7723, 35, 6, 8—40, 3, 4, 6, 9, 65, 85, 833, 50, 2, 4, 8, 9 *L. 3* cl. XI Ivănescu Gabriela (7719, 26—9, 33, 5, 6, 40, 1, 4, 8).

TÎRGU CĂRBUNEȘTI. cl. IX Ciungu Stelian (2570, 2, 91, 4, 5, 7767, 74, 5, 6—8, 84, 7, 93, 726, 7, 9, 32, 85).

TG. JIU *S. g.* 4 cl. VIII Drăghescu Lidia (2564, 70, 2, 3, 5, 7, 8, 80, 94), Pintă Ion (2561, 34, 7—70, 1, 2), L. 1 cl. IX Anuțoiu Paul (2560, 73, 4, 6, 8, 82, 3, 4, 6, 94, 7827, 9, 30, 5), Cumpanașu Victoria (2560, 72, 3, 4, 8, 81, 2, 8, 2586, 608, 7873), Enășel Mircea (2603, 4, 8, 9, 13, 4, 20, 1, 3, 4, 7827, 878), Giurgiulescu Ion (2570, 1, 91, 604, 5, 6, 7, 8, 9, 7726, 7, 8, 827, 9, 30, 2, 5), Marcu Constantin (2573, 4, 5, 6, 9, 80, 1, 3, 4, 6, 96, 8, 608. 16), Negomireanu Nicolae (2570, 1, 95, 7728, 9, 827, 9, 30, 1, 5) Niculescu Corina (2570, 1, 2, 91, 4, 4, 5, 7726, 7, 8, 9, 827, 9, 30, 5) cl. X Cîrstea Călin (7726, 8, 33, 5, 9, 46, 85, 90, 827, 9, 30, 5). Modroiu Sterian (7726, 7, 8, 9, 33, 5, 85, 90, 827, 8, 9, 30, 78), cl. XI Ciocîrlie Valeriu (7726, 7, 9, 36, 41, 4, 9, 57, 70, 85, 825, 49, 51, 99), *L. 2* cl . VI Harea Aurelia (2560, 1, 4, 73, 6 8, 9, 81, 97, 8, 9, 600), cl. X Opriș Tudor (7726, 7, 9, 32, 85, 827, 8, 9, 30, 7, 2, 4, 5).

TG. MUREȘ *S. g. 2* cl. VII Szekely Zoltan (2581, 2, 4, 6, 7, 8, 93, 6, 7, 8, 9, 601, 3, 4), S. g. 11 cl. VIII Boda Haroly (2560, 4, 7, 8, 9, 70, 1, 2), *L. 1 Al. Papiu Ilarian* cl. V Vamaș Călin (2562, 4, 73, 574, 5, 8, 9, 96, 600) cl. VIII Dragotă Flaviu Adrian (2560, 1, 3, 4, 7, 8, 9, 70, 1, 2, 80, 1, 2, 3, 4, 6 8), Poliac Marius (2560, 1, 8, 9, 71, 2, 3, 4, 6, 9, 80), cl. X Pop Horia (7727, 9, 9, 31, 2, 7, 44, 6, 9, 62, 63, 65, 824, 7, 8, 80). L. Bolyai Farkaș cl. VII Darvaș Attila (2560, 4, 8, 70, 73, 6, 8, 9, 80, 8, 7), Sarkay Reka (2560, 2, 3, 4, 7, 70, 2), cl. VIII Paraschiv Carmen (2560, 1, 4, 8, 9, 70, 2), Trofin Lidia (2560, 1, 4, 8, 9, 70, 1, 2), Vasiliu Maria (2560, 1, 4, 8, 9, 70, 1, 2).

TÎRNĂVENI *L. 1* cl. XI Gruia Călin (7726, 7, 32, 3, 41, 4, 6, 51, 60, 2, 3, 85, 824, 5, 9, 51), L. 2 cl. VI Gazea Stela (2560, 1, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Ghețiu Radu (2561, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Hancu Angela (2560, 73, 4, 5, 6, 8, 9, 613) 4, 5), Laza Ionel (2560, 1, 4, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Nistor Lucia (2560, 1, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Oltean Maria (2560, 1, 4, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Vereș Rodica (2560, 1, 4, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), Vodă Maria (2560, 1, 4, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9), cl. VIII Szaba Iosif (2578, 9, 82, 4, 7, 99, 604, 23, 8)

TOHANUL VECHI *S. g. 2* cl. VIII Zamfir Nicolae (2560, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 70, 2).

TOPLIȚA. cl. VIII Boașu Doru (2528, 70, 80, 2, 4, 5, 6, 7), Braic Viorel (2580, 2, 4, 6, 7, 8, 97. 8, 9, 601, 6), Iman Radu (2561, 1, 4, 80, 2, 4, 7, 605).

TULCEA. *S. g. 2* cl. VIII Doljencu Victor (2577, 8, 9, 97, 8, 600, 1, 4, 6).

TURDA *S. g. 1* cl. VIII Cojocneanu Petru (2567, 6, 8, 9, 70, 4, 7, 8, 605, 6, 7, 8, 11), Dragomir Dan (2568, 9, 80, 1, 4, 6—9, 94, 605—8, 11), Lenard Andrei (2568—50, 2, 4, 6, 8, 95), Rada Eugeia (2580, 4, 6—8, 94, 605, 6, 8,), *S. g.* cl. VI Botezatu Lenuța (2560, 3,4,

73, 4, 6, 9, 601, 4), *S. g. 8* cl. VIII Pop Melania (2560, 4, 7, 8, 9, 70, 1, 3, 7, 8), *L. 1* cl. IX Costea Teodor (2570, 2 91, 609, 7726, 9, 3 32, 88—9, 7827, 30, 31), Jakab Albert (2570, 2, 90, 1, 3, 4, 5, 609, 7732, 88, 9, 827, 30), Lupescu Ştefan Dan (2570, 2, 91, 4, 5, 6 11, 7727, 32, 88, 9, 830, 4), Olteanu Silviu (2570, 2, 91, 609, 7726, 9, 32, 88, 9, 827, 30, 31), Rusu Ovidiu (2570, 1, 2, 609, 7727, 9, 32, 88, 9, 830, 31), cl. X Apostol Florin (7726, 7, 9, 85, 8, 827, 30, 827, 66, 74, 6, 8, 9), Fanea Mircea (7726—9, 32, 3, 821, 5, 7, 8, 30, 78), *L. 2* cl. XI Şerban Viorel (7733—52, 65, 63).

TURNU SEVERIN. *S. g. 10* cl. VII Andrieş Liliana (2560, 2, 4, 8, 73, 4, 8, 9, 81, 2, 4, 7, 94), Cîrstoiu Gabriela (2564, 8, 73, 8, 80, 1, 4, 604), Nistor Georgeta (2562, 4, 60, 73, 4, 8, 9, 80, 1, 2, 4), Nistor Gheorghe (2564, 73, 6, 8, 81, 4, 7, 97), Păsat Dănuţ (2564, 7, 73, 8, 9, 81, 4, 7), Spiridon, Milema (2560, 4, 8, 73, 4, 8, 9, 81, 2, 4, 94), Zimţa Violeta(2569, 6, 73, 4, 7, 7, 8, 9, 90, 1, 2, 5, 94), *L. 1* cl. X Sevici Constantin (7726, 8, 9, 32, 2, 5, 7—9, 41—49, 9, 51, 63, 5), *L. 2* cl. V Biban Nicolae (2560, 1, 4, 70, 3, 5, 9, 87), cl. VII Pindici Veronica (2545, 60, 4, 7, 73, 4, 7, 8, 9, 80, 94), cl. VIII Biban Irina (2560—4, 7, 70, 3—9, 82—4, 6—8, 95), cl. IX Goşoniu Nicolae 2570, 627, 8, 30, 7726, 8, 9, 33, 46, 829).

URLAŢI (Ploieşti) cl. XI Zotta Dan (7723, 33, 7—9, 41—4, 6, 9, 65, 70, 1).

URZICENI (Bucureşti), cl. VII Buga Mihai (2560, 1, 77, 8, 9, 87, 604, 15, 8, 20, 3), Dumitrescu Dumitru (2573, 4, 6—9, 81, 7).

UŞUREI (Argeş) cl. VIII Buză Sinică (2560, 1, 4, 8, 9, 70,22, 3, 4).

VASLUI cl. VII Cohn Isac (2576—84, 6, 8, 600, 1, 4, 6, 8, 617, 8, 9, 20, 1) *L.* cl. VII Harnic Elena (2577—87, cl. X Abramovici Buma (7820, 24, 27—32, 34—7, 42, 45, 85).

VATRA DORNEI *L.* cl. VII Ostfeld Ioland (2573, 4, 6, 80, 4, 600, 5, 6, 8, 19).

VĂDENI (Galaţi) *S. g.* cl. VIII Cosor Vasilica (2574—6, 87, 8, 97—9, 600, 1, 6, 8)

VĂLENI (Iaşi) *S. g.* cl. VIII Zălinescu Constantin (2560—4, 67—89, 91, 3—5, 7726—8, 85).

VĂLENI (Argeş) *L.* cl. X 7726, 7, 9, 33, 5, 82, 5, 820, 4, 7—9, 30, 40).

VÎCOV DE SUS (Suceava) *L.* cl. IX Schipor Viorel (2590, 1, 4, 5, 10, 1, 2, 628—30, 7785, 821, 78, 9).

VIŞEU DE SUS (Maramureş) *9.* cl. XI Griguţă Gh. (7726, 35—7, 40, 1, 4, 80, 2, 6, 96, 8, 807, 20, 3, 4, 49, 51), Trifoi Vasile (7723, 26—31, 33, 5—7, 40, 1, 52, 4, 72, 80, 2, 3, 6, 7, 9, 98, 807, 12, 3, 9)

VULCAN (Hunedoara). *S. g.* cl. VIII Brînzău Rodica (2560, 1, 5, 8, 9, 73, 7, 9, 99), Csiki Ileana (2560, 1, 8, 9, 70, 3, 8, 98), Fazakaş Esztera (2560, 1, 8, 9, 70, 73, 7, 84, 98), Grünvald Ileana (2560, 1, 4, 8, 9, 70, 3, 7, 89), Kelemen Francisc (2561, 2, 3, 5, 6, 8, 70, 3, 4, 9), Szegedy Gheorghe (2561, 8, 70, 2, 3, 9, 81, 618).

ZALĂU (Cluj). *L.* cl. IX Ardeleanu Dan (2570, 91, 5, 609, 11, 27, 30, 7728, 44, 827, 78, 9), Dărăban Maria (2572—5, 86, 618, 20, 3, 8, 30, 7827), Deutsch Iosif (2608, 29, 30, 7729, 32, 44, 827, 8, 9, 33, 5, 78, 9), Farkaş Emilia (2572—4, 86, 7, 613, 20, 3, 8, 30, 7827), Ilieş Lucia (2570, 91, 4, 609, 30, 7729, 827, 9, 30, 78, 9), Kupşa Iolanda (2570, 2, 94, 5, 609, 11, 30, 7726, 7, 9, 32, 3, 830, 5, 78), Porcsalmi Stefan (2571, 95, 627, 30, 7727, 732, 3, 7, 44, 85, 827, 35, 78), cl. X Farkaş Livia (7605, 729, 37, 42, 4, 8, 821, 9, 30, 3, 4, 40) Fülöp Gheorghe (7726—9, 32, 3, 7, 44, 65, 821, 7, 30, 5, 78), Kobliska Wilhelm (7726, 9, 31, 2, 3, 59, 65, 829, 30, 3, 78, 9), Remeş Alexandru (7726, 9, 31, 2, 3, 48, 65, 829, 30, 3, 78, 9). Tatar Vasile 7726, 31, 2, 3, 5, 7, 44, 8, 65, 85, 827, 9, 30, 5, 78), Turcaş Florica 7726, 9, 37, 42, 4, 8, 65, 821, 9, 30, 3, 40), Vlaicu Iuliu (7727, 31—3, 5, 7, 44, 65, 821, 7, 30, 74, 9), cl. XI Cighi Aurel (7723, 35, 7, 42, 4, 65, 820, 1, 4, 49, 51, 85), Szöcs Coloman (7726, 46, 65, 70, 96, 820, 1—5, 37, 42, 5, 51). Terheş Gheorghe (7723, 35, 7, 42, 4, 820, 1, 3, 4, 49, 51, 85), Toth Ştefan (7733, 5, 7, 46, 70, 820, 1—5, 45, 51).

Pînă la 15 ianuarie 1967 sau mai primit soluţii bune la:

ADJUD (Bacău) *Ş. g. 2* cl. VI Jitaru Ionel (2573, 4, 6, 9, 87, 604, 11, 5), cl. VIII Damaian Georgeta (2573, 4, 9, 81, 4, 95, 14, 8, 9, 21, 3, 7), Groza Steluţa (2581—6, 94, 606, 8, 11, 23, 7, 8, 30), *L. 1* cl. IX Boldeanu M. (2609, 12, 27, 9, 30, 7783, 823, 7, 30, 5, 78, 9), Gorghiu Gabriela, Novac Maria (2595, 609, 27—30, 7788, 827, 74, 7—9), cl. X Oviţă Constantin (7769, 70, 5, 80, 6, 8—90, 6, 8, 812, 25, 8, 32), Sava Maricica (7789, 98, 12, 21, 4, 9, 32, 7, 78—80), Vasilache Emil (7791, 2, 821, 8, 9, 31, 7, 42, 51, 78, 80, 6), cl. XI Barbu Ionel (7798, 812, 25, 51, 2, 74, 8—80, 3, 5, 93), *Cautes Gheorghe* (7768—73, 80, 4—6, 9, 92, 3, 5, 7—800, 2, 3, 7, 9, 11—3, 7—21, 3—5, 7, 9—32, 4, 5, 7—40, 2, 3, 5, 9, 51, 5, 6, 64, 7, 8, 73—81, 4, 5, 93, 4), Gorgos Constantin (7769, 70, 80, 8, 9, 813, 25, 8, 64, 76, 8, 80, 3, 5), Gurămultă Dan (7769, 89, 98, 812, 21, 7, 37, 44, 51, 64, 80, 3, 5, 93), Rusu Nelu, Roşculeţ Constantin (7769, 98, 812, 25, 7, 9, 51, 2, 79, 80, 6, 93), Stanciu Ionel (7773, 91, 8, 812, 21, 4, 6, 7, 9, 45, 51, 80, 6) Stiucă Romulus (7769, 86, 813, 20, 1, 5, 6, 32, 76, 8, 80, 3), Vasiloiu Nelu (7769, 85, 8, 9, 98, 812, 20, 3, 7—30, 80).

AGNITA (Brașov) *Ș. g. 1* David Ursula (2573—5, 7, 8, 96, 600, 1).

AIUD. *Ș. g. 1* cl. V Mara Olivia (2573, 9, 96, 8, 600, 13, 4), Rusu Sergiu (2573, 5, 9, 96, 8, 600, 4, 13, 4, 29), cl. VIII Bodnariu Mircea (2573—5, 9—81, 4, 94, 606, 8, 13, 9), Maftei Doina (2573—5, 8—86, 8, 91, 4, 5), Nărginean Oltea (2573—6, 8—84), Pojan Radu (2573, 8, 96, 8, 600, 4, 7, 13, 4), *L. 1* cl. IX Siposs Ladislau (2591—5, 7769, 85—9).

ALBA IULIA. *Ș. g. 1* cl. VIII Rațiu Brutus (2606, 8, 9, 12, 22, 3, 6, 7), *L. 1* cl. XI Magda Mircea (7796, 7, 9, 808, 20, 1, 3, 4, 49, 51, 2, 85, 93).

ALEȘD (Crișana) *Ș. g.* cl. VII Pacs Ștefan (2573, 7—9, 607, 11, 3, 20).

ALMAȘ (Crișana). *L. 1* cl. X Precup Gligor (7820, 3—5, 7—30, 5, 45, 83, 5).

ASTILEU (Crișana). *Ș. g.* cl. VIII Albuț Doina (2580, 1, 4, 5, 7—9, 94).

ARAD. *Ș. g. 5* cl. VI Penzes Marta (2596, 8, 601, 13—5, 9—21), *Ș. g. 10* cl. VII Baba Viorica (2573—6, 81, 603, 6, 8), Bejan Aurica (2573—5, 80, 7, 8, 98, 606), *Ș. g. 12* cl. VIII Debelean Rodica (2574, 81, 2, 7, 601, 18, 23, 30), Pădurean Doirina (2581, 4, 6, 94, 607, 8, 23), *Ș. g. 14* cl. VII Moldovan Dora (2578, 9, 85, 601—4, 18—20), *Ș. g. 19* cl. VIII Buzdugan Doina (2581, 3, 4, 6, 7, 607, 8, 23), Ghilea Letiția (2581, 3, 4, 6, 7, 607, 8, 23), *Ș. g.* Siria cl. VII Blaj Aurica (2577—80, 3, 603, 4, 6, 18, 9), *L. 1* cl. IX Fruja Gheorghe 2591, 3—5, 609, 10, 7785, 6, 827—30, 2, 3, 5), Gloviceanu Voichița (2594, 5, 609, 27, 30, 7726, 7, 30, 1, 4, 5, 74, 8, 9, 88). Hălmăgean Florian (2590, 709, 11, 27, 7783, 9, 827, 30, 74, 6, 8, 9). Stoian Rodica (2591, 4, 5, 629, 30, 7827, 9, 30, 73, 6, 8, 9), cl. X Bora Cornelia (7770, 89, 824, 7—30, 4, 5, 7, 42, 73, 4, 6), Boroneanț Constanța (7824, 7—30, 4, 7, 42, 73, 4, 6, 8, 9, 83), Boșcoiu Voicu (7782, 3, 5—9, 96, 9, 811—3, 5, 20, 1), Bulzan Emilia (7827, 9, 30, 4, 5, 7, 42, 73, 6, 8, 9, 83), Corbu Nicolae (7808, 24, 7—30, 2—4, 67, 73, 4, 6, 8, 9), Crăciunaș Delia (7789, 827, 30, 3, 42, 73, 4, 6, 8, 9, 83—5), Damian Liliana (7770, 88, 9, 824, 7, 8, 9). Filcea Constanța (7769, 82, 825, 7, 30, 1, 4, 67, 73, 9, 84, 5), Itu Mircea (7798, 820, 4, 7, 8, 30, 2, 42, 74—6, 8, 9, 83), Minzat Dobrinca (7824, 7, 9—31, 3, 74, 5, 8, 9, 84, 5), Nădrău Dorin (7824, 7—30, 3, 5, 74—6, 8, 9, 83, 5), Pătru Ionel (7770, 89, 824, 7—31, 3—5, 7), Prihae Ana (7824, 7—31, 3, 5, 74, 5, 8, 9, 82—5), Sipoș Alexandru (7824, 7, 9, 32, 3, 73,4, 6, 8, 9, 83, 5), Valea Emilian (7782, 4, 824, 7—30, 5, 7, 73, 4, 6, 8, 9, 85), Văleanu Sorin (7782, 98, 824, 7, 9, 30, 5, 75, 6, 8, 9, 83), cl. XI Neamțj Sorin (7786, 96, 820, 1, 3—5, 9, 45, 67, 78, 83, 5), Volintir Petru (7790, 823, 8, 30, 4, 5, 44, 74, 5, 8, 9, 85, 9), L. 2 cl. VI Ardelean Valentin (2573, 7—9, 600, 14, 8—20), Chișiu Maria (2573, 7—9, 98, 600, 1, 6, 13, 4, 9, 20), Molnar Elisabeta (2573, 98, 600, 13, 4, 6, 9, 20), Pricâ Mariana (2573, 5, 7, 9, 96, 600, 18—20), Simona Papa (2573, 8, 9, 600, 1, 13, 4, 9, 20, 1), cl. VII Greceanu Radu (2577—80, 2, 4, 8, 94), Ardeleanu Denisa (7821, 3—5, 38, 40, 5, 9, 72, 85, 93, 8), *L. 4* cl. VI Nițu Luminița (2574—6, 96, 7, 9, 601, 14, 5, 9, 20), Vancu Emil (2574, 6, 9, 96—102, 13—5, 9), cl. IX Jiga Nicolae (2591, 4, 609, 27, 9, 30, 7827, 30, 4, 78, 8, 9), Lucăcel Elisabeta (2591, 4, 609, 7827, 9, 30, 5, 8, 89), cl. X Gruber Iosif (7782, 35, 7, 91, 821, 3, 7, 30, 5, 42, 74, 8), *S. muzică* cl. VIII Cristea Filaret (2606—8, 23, 6, 7, 7807, 9, 30, 78), UVA An I Pop Pompeiu (2573—6, 8—81, 3, 5, 6, 8, 94).

AVRIG (Brașov). *L. 1* cl. XI Berghea Vasile (7770, 3, 82, 3, 90, 6, 820—5, 37, 9, 40, 2—5, 51).

BACĂU. *Ș. g. 5* cl. VII Profir Lidia (2573, 4, 9—81, 4, 6, 601, 5, 6, 8, 9), Tomulescu Florentina (2573, 8—91, 4, 601, 6), Ș. g. 8 cl. VIII Andorache Gabriela (2579—82, 4, 97—9, 606), L. 1 cl. VII Knolt Nina (2573—6, 7, 8, 80, 1, 4), cl. IX Ardeleanu Ion (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 5, 74, 8, 9), Cartaș Radu (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 27, 8, 30, 7827—30, 74—6, 8, 9), Cîrlan Virgil (2609, 10, 27, 8, 30, 7827, 8, 30, 73, 4, 8, 9), Gărgărea Constantin (2609, 10, 27—30, 7827, 30, 74—6, 8, 9), Gheorghe Valeriu (2594, 5, 609, 10, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9), Lazarovici Filusch (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 27, 8, 30, 7827—30, 74—6, 8, 91), Munteanu Sorin (2591, 4, 5, 627—30, 7827—30, 74, 8, 9), Radu Ioan (2609, 11, 27, 30, 7827, 30, 5, 74, 8, 9), Rotaru Adrian (2590, 1, 4, 5, 608—10, 7788, 827—30, 3—5), Tiroc Alexandru (2591, 5, 609—11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9), Tucu Cezar (2591, 4, 5, 609, 27, 9, 30, 7827, 30, 74 8, 9), cl. X Severin (7788, 96, 827—30, 5, 7, 74, 6, 8, 9, 85), Sofronie Gh. (7821, 4, 5, 9, 33, 7, 40, 2, 74, 5, 8, 9, 85), Ursu Ioan (7827—31, 5, 73, 4, 6, 8, 9, 85), *L. 3* cl. VIII Giurgean Valeriu (2606—10, 2, 22, 4, 5, 7, 8, 30, 7824, 7—30, 2, 5, 73—5, 7—9, 86), cl. IX Ungureanu Ion (2591, 5, 609, 27, 8, 30, 7827, 8, 30, 73, 4, 8, 9), Vladimirescu Ana (2591, 4, 5, 611, 27, 9, 30, 7827, 8, 30, 4, 78), cl. X Geangu Constantin (7796, 827—30, 5, 7, 74, 6, 8, 9, 85), L. 4 cl. X Filimon Liviu (7785, 9, 827—30, 3, 5, 45, 78, 9, 83, 5).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia) *L. 1* cl. X Deleanu Silvestru (7790, 827—30 2, 4, 5, 74—6, 8, 9, 85), Rodeanu Ion (7821, 4, 5, 9, 34, 6, 42, 5, 67, 74, 6, 8, 9, 83, 7).

BAIA MARE. *Ș. g. 2* cl. VII Bond Ioan (2576—82, 4, 6, 8), *Ș. g. 3* cl. VIII Birsan Ștefan (2574, 80—2, 6—8, 95, 601), Fröhlich Iosif (2573—6, 8, 80, 6), Iorza Gh. (2573, 4, 6—82, Livia (2591, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7785, 827—30, 78), Gîta Cornel (2591, 4, 5, 601, 27, 9, 7827, 9—31, 4, 74, 5, 8, 9), Ulici Viorica (2591, 4, 5, 610, 27—30, 7824, 7, 8, 30, 4, 74, 5, 8, 9), cl. XI Grosfeld Mihai (7770, 1, 3, 825, 45, 9, 51, 3, 69, 80, 7, 93, 4), *L. muzică* cl. VIII Cerneștean Tiberiu (2573, 4, 6, 7, 9, 82, 3, 7, 604, 6, 11, 23, 7).

BAIA SPRIE. *L. 1* cl. XI *Trifescu Ioan* (7770, 7, 85, 6, 92, 5, 8, 807, 8, 12, 7, 20, 3, 4, 7, 9, 30, 2, 7, 40, 2, 3, 5, 67, 9, 74, 7—80, 3, 5, 7).

BALȘ (Oltenia) *Ș. g. 2* cl. VIII Cantea Steliana (2580—91, 4), Popescu Geta (2577, 8, 80—8, 90, 4), *L. 1* cl. XI Alexandru Gh. Mihai (7770, 820, 1, 3—5, 42, 4, 51, 64, 7, 83).

BARAOLT (Brașov). *L. 1* cl. VIII Agustin Ignațiu (2573, 7—80, 613, 5, 9, 23, 9), Bartha Gabor (2573, 7—9, 613, 5, 9, 20, 3, 9), Roman Irina (2573, 4, 7—9, 613, 9, 23), Sass Imre (2573, 7, 9, 80, 96, 611, 3, 5, 20).

BĂBENI (Argeș) *L. 1* cl. VI Lemnaru Eugen (2573, 4, 6—9, 81, 7), cl. IX Boștinescu Cornelia (2594, 609, 27—30, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 85), cl. X Vasile Constantin (7786, 820, 1, 3, 7—31, 5, 42, 74, 5, 8, 9, 83, 5).

BĂLCEȘTI (Oltenia) *L. 1* cl. IX Magoi Cornel (2594, 5, 627—30, 7827, 9, 74, 6, 8, 9).

BECHETU (Oltenia) *L. 1* cl. XI Cojocaru Ion (7769, 70, 82, 3, 812, 7, 20, 1, 3—5, 37, 41, 2, 5—7, 9, 51).

BECLEAN. *L. 1* cl. XI Rusu Flaviu (7770, 97, 8, 807, 8, 12, 20, 1, 4, 30, 40, 2, 9, 51).

BEIUȘ (Crișana). *L. 1* cl. VIII Laslău Ioan (2574, 7—81, 3, 4, 7, 94, 7, 9), *L. 2* cl. VI Laslău Radu (2573, 9, 96—9, 601, 15).

BELINT (Banat), *L. 1* c. X Borchescu Ioan (7790, 824, 7, 30, 7, 9, 42, 77, 73, 4, 6, 8, 9).

BERTEA (Ploiești), *Ș. g. 2* cl. VIII Costache Constantin (2595, 6, 613—5, 7, 9, 20, 7, 8, 30).

BILED. *L. 1* cl. X Holz Walrer (7785, 821, 3—5, 7—30, 4, 5, 8), cl. XI Holz Iosef (7785, 20, 1, 3—5, 7—30, 4, 5, 51).

BISTRIȚA (Cllj). *L. 1* cl. VI Timofte Gema (2573, 4, 6—9, 97, 9, 601, 4), cl. X Blasianu Călin (6689, 90, 820, 1, 4, 5, 7, 9, 30—2, 5), Drăgan Viorica (7783, 5—7, 9, 90, 820, 1, 3, 5, 8, 64, 7, 74, 9), Făgărășan Ioan (7782, 5, 7, 8, 90, 823, 4, 7, 9—31, 5, 42), Hecht Anton (7789 90, 820, 1, 4, 5, 7—32, 5), cl. XI Cotoc Ioan (7820, 1, 3—5, 39, 40, 2, 5, 9, 51, 3), Nagy Alexandru (7782, 3, 5, 6, 90, 800, 8, 11, 20—4, 40, 2, 51), Vadan Ioan (7820, 1, 3—5, 40, 2, 5, 9, 51, 3, 80), *L. 2* cl. VII Iliescu Florin (2573, 4, 7—82, 4), Nicula Marian (2573, 7—82, 4, 94).

BIRCA (Oltenia) *L. 1* cl. VIII Cioroianu Constant (2573, 4, 9—81, 4—6, 91, 2, 600, 9, 13, 9, 2, 30, 7788, 827, 77, 8), cl. IX Proca Marin (2591, 2, 4, 609, 28—30, 7788, 823, 7, 31, 42, 77, 8), Proca Ștefan (2591, 2, 609, 28, 30, 7788, 92, 827, 30, 42, 67, 77—9), cl. X Popa Ștefan (7783, 5, 8, 812, 27, 9, 30, 5, 7, 42, 74, 6, 8, 9, 85).

BÎRLAD *1* cl. X Cider Mihaela (7785—7, 9, 92, 829, 74, 5, 8—80, 7), Papuc Con-,, stantin (7765, 90, 8, 827, 9, 30, 42, 5, 78—80, 94), cl. XI Simion Cornelia (7799, 802, 8, 9 20, 1, 4, 5, 45, 7, 51, 67), *L. 2* cl. IX Iacob Ioan (2591, 4, 5, 609, 11, 27, 7785, 827, 74 7—9), cl. X Ursu Nicolae (7726, 7, 85, 827—30, 32, 5, 77—9, 80), L. 3 cl. VI Mindrescu Nuța (2597—600, 14, 5, 7, 20), cl. VII Bichir Ionel (2573—5, 7—9, 4, 5), Păiș Ștefan (2597—9, 601, 4, 7, 19, 20, 3).

BLAJ. *L. 1* cl. IX Păduraru Nicolae (2590, 1, 4, 5, 609, 27—30, 7827—30, 3, 5, 74, 6, 8, 9), cl. X Lața Ion (7785, 90, 827, 31, 4, 5, 76, 8, 9, 85).

BLĂJANI (Ploiești). *Ș. g.* cl. VIII Fuinea Elena (2580, 1, 4—6, 90, 1, 4, 5).

BOLDEȘTI (Ploiești). *Ș. g.* cl. VII Enescu Daniela (2573, 4, 6—8, 80, 7, 98), cl. VIII Bilciurescu Olga (2576—8, 96, 609, 16—9, 21, 3, 7).

BOLINTINUL DIN DEAL. *L. 1* cl. VIII Niculae Ion (2573, 4, 8, 9, 84, 6, 94, 6, 8, 604, 6, 9, 30).

BOLINTINUL DIN VALE. *L. 1* cl. IX Băiețel Nicolae (2608, 9, 27—30, 7827, 9, 31, 2, 5, 78, 9), Năchilă Petre (2540, 4, 5, 27—30, 7785, 8, 827, 9, 31, 5, 74, 5, 8, 9).

BORCA (Bacău). *L. 1* cl. VII Lupulescu Dumitru (2579, 81, 4, 7, 8, 602, 4, 6—8).

BOTOȘANI. *Ș. g. 4* cl. VIII Cohn Beby (2573, 4, 8, 9, 97—9, 601, 4, 6, 8, 13, 8, 9, 21), Tinichigiu Aurel (2573, 6—9, 87, 94, 8, 9, 602, 4, 6, 8, 11, 4, 5, 20, 3), *Ș. g. 7* cl. VI Petrescu Mariana (2573—5, 97—600, 13—5), cl. VIII Brumă Mariana (2576, 85, 6, 605—8, 23, 7874,) Ciolan Consuela (258?, 5, 6, 8, 95, 606, 7, 9, 23, 7827, 79), Ciornei Doina (2576, 81, 5, 6, 95, 609, 23, 7827, 74, 9), *L. 1* cl. X Berman Libertuța (7788, 827, 8, 30, 5, 7, 42, 73, 4, 6, 8, 9), Brote Ovidiu (7788, 823, 7, 8—30, 4, 5, 42, 67, 3, 4, 6, 8, 9, 82), Buchi Grigore (7788, 823, 7—32, 4, 5, 42, 67, 73, 4, 8, 9), Cuciureanu Dumitru (7827—31, 5, 42, 64, 7, 74, 8, 9), Teaciuc Elena (7827—32, 4, 5, 7, 42, 57, 73, 4, 6, 8, 9), cl. XI Goldenberg D. (7820, 1, 3—5, 7, 30, 5, 8, 42, 5, 9, 51, 85, 93), *L. 2* cl. VIII Fecioru Marian (2592, 7, 9, 601, 4, 6, 8, 13, 5, 8, 9, 23). cl. IX Vaizer Carola (2628, 30, 7827—30, 3, 5, 74, 5, 9, 85), S. muzică cl. VI Goldenberg Marian (2573, 7, 9, 46, 600, 13, 4, 9, 20), cl. VII Ciobănașu Paul (2578—80, 3, 98, 606, 18, 9), Panaite Constantin (2577—80, 600, 4, 6—8, 21), *L. economic* an I Săvescu Suzana (2607, 12, 24, 5, 8—30, 7728, 828, 9, 31, 3, 4, 64, 73—5, 7, 8, 85), cl. XI *Livianu Cornelia* (7790, 6, 9, 821, 5, 8, 33, 4, 7—40, 2, 5, 64, 6, 7, 71, 3—80, 2, 3, 6, 7, 9, 90, 1).

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. IX Coroșovan Marița (2591, 2, 5, 611, 27, 30, 7827, 73, 4, 6, 8, 9), Ignea Ana (2590—2, 4, 5, 7785, 6, 8, 827—30, 2—5), Arbulescu Petre (2590, 2—5, 609, 27, 30, 827—9, 31, 4, 78).

BRAȘOV. *Ș. g. 3* cl. VI Mărdărescu Raluca (2573—7, 9, 614, 5), cl. VII Ionescu Anca (2576—81, 4, 6, 8, 90), Corniciuc Ionel (2576—8, 80—2, 4, 6—9), cl. VII Filip Marcel (2580, 2, 4, 7, 8, 94, 606, 23), Ș. g. 5 cl. VII Neamțu Cătălin (2573—80). *Ș. g. 6* cl. VII Mihăilescu Daniela (2573—86, 8, 90, 6—6p1, 45, 7, 8, 12), *Ș. g. 10* cl. VIII Chiper Olga (2573, 8—80, 4, 94, 5, 7875), cl. VIII Ciuleac Magdă (2573—89, 91, 4, 5), *L. 1* cl. XI Bătătorescu nton (7769, 70, 3, 5, 82, 3, 90, 1, 9, 812, 7, 20, 1, 3—5), Ludu Marila (7769—73), 81, 3, 90, 1, 817, 20, 4, 5). *L. 3.* cl. IX Mărgărit Viorel (2591, 3—5, 609, 27, 8, 30, 7827—330, 4, 5, 74, 5, 8, 9), Munteanu Sorin (2591, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7827—30, 4, 74, 5, 8, 9), Selei Marina (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 27, 30, 7788, 90, 827, 30, 74, 5, 8, 9), *L. 4* cl. VI Donose Emil (2573—5, 7, 600, 13—5), cl. VIII Bocanu Mihaela (2596, 8, 9, 604, 8, 13, 4, 9, 23), Constantinescu Silvia (2573, 5, 6, 81, 2, 6, 98, 9), Mănăilă Ileana (2576—9, 608, 19, 20, 3), Moarcăș Gabriela (2597, 8, 600, 1, 4, 13—5, 8, 20, 1), Munteanu Mihaela (2576, 8, 80, 1, 601, 6, 13, 5, 23, 7), Nistor Andrei (2577, 8, 81, 2, 4, 6, 8, 95), Popovici Elena (2576—8, 80, 1, 3, 601, 6, 7, 9, 27), Poremschi Anicuța (2573, 4, 80, 3, 98, 601, 4, 6, 7, 9, 15, 9, 23, 7), Terciu Dan (2573—6i 8, 80, 4, 6, 7, 604, 7, 9, 10), Trică Cornel (2573, 4, 6—9, 604, 19, 27), cl. IX Barbu Gabriela (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 27, 9, 7827—30, 45, 74, 8, 9), Cotrocea Luminița (2609, 10, 27, 9, 30, 7827—30, 4, 5, 78, 9), cl. X Bulgărea Radu (7817, 29, 30, 2, 4—6, 9, 40, 3, 74, 8. 9, 94), Macarie Cecilia (7817, 3—6, 40, 1, 3, 4, 75, 8, 94).

BRĂILA. *Ș. g. 3* cl. VII Rizoiu Constanța (2576—81, 4, 7—9), *Ș. g. 7* cl. VI Ilie Carmen (2573—5, 7, 8, 96—600, 6), Nestor Valentin (2597—6002, 4, 6, 8), cl. VII Borșai Lucia (2576, 83—5, 95, 604—6, 8), Ceapă Mariana (2578, 9, 82—4, 6, 8, 9), Dumitriu Eduard (2577—82, 4, 6, 8), Ghiță Sorin (2587, 9, 94, 5, 604—7), Marias Pericle (2576, 95—602, 4, 6—8), Plopeanu Mihaela (2577—84, 7, 8), Vlad Violeta (2578—82, 4, 6, 8), cl. VIII Popescu Marinela (2580—6, 8, 9, 91, 4, 5) Potolea Gh. (2618—23, 7, 30), *Ș. g. 9* cl. VII Popa Elena (2573, 4, 7, 9, 80, 4, 4, 9, 98—602, 4, 8, 13—6, 20), *Ș. g. 10* cl. VII Florescu Liliana (2576—80, 2, 4, 7—9), *Ș. g. 12* cl. VI Cîrstea Emilia (2573, 6, 7, 97, 8, 614, 8, 20), Dinu Petronela (2573, 4, 7, 9, 98, 9, 614, 9), Ș. g. 4 cl. VIII Birnbaum Puica (2573, 600, 1, 5, 6, 11, 3, 4), Turcu Elena (2577, 600, 1, 5—7, 11, 3, 4) *Ș. g.* cl. VIII Răducu Ioan (2596—9, 601 4, 6, 8), Vintilă Tiberiu (2573—6, 8, 81, 2, 4, 6, 8), *Ș. g. 22* cl. VII Chiriac Jenica (2577—82, 4, 606, 8), cl. VII. Lepădatu Gh. (2573, 7, 80, 1, 4—6, 8, 600, 1, 6), Iordache Florin, Perianu Octavian (2577—82, 4, 6, 8), Ștefănescu Georgeta (2573, 4, 7—81, 3, 4, 7, 8, 600, 1, 6), cl. VIII Enciu Costică (2580—2, 4—6, 8, 91, 606), cl. VIII Zodilă Fănică (2580—6, 8, 94), Duțu Iuliana (2580—2, 4—6, 8, 9, 91, 4, 5), *L. 1* cl. IX Ciocla Valeriu (2590, 1, 5, 600, 27, 7785, 827, 9, 30, 74, 8, 9), Dimitriu Valeriu (2590, 5, 11, 7726, 85, 6, 9, 827, 30, 1, 2, 5), Iorgovanu Joița (2595, 602, 12, 30, 7726, 29, 827, 30, 5, 76, 8, 9), Isăcescu Rodica (2609, 12, 27, 8, 30, 7726, 85, 9, 82=, 30, 5, 76), Mircea Florcca (2590, 1, 4, 5, 27, 9, 30, 7830, 1, 73, 8, 9), Vasiliu Georgeta (2595, 609, 12, 28, 30, 7785, 6, 9, 827, 30, 5, 74, 6, 8, 9), cl. X Zucherman Leon (7770, 85, 99, 823—5, 7, 30, 2, 42, 67, 83), *L. 2* cl. VIII Kissling Rodica (2574, 6, 9—81, 91, 4, 5), *L. 3* cl. IX Anghel Elisabeta (2594, 5, 627, 8, 30, 7827, 30, 5, 74, 5, 8, 9), Pașali Carmen (2594, 5, 609, 11, 27, 8, 30, 7789, 827, 30, 5, 7, 8), Perșoiu Jeni (2594, 5, 611, 27—30, 7789, 830, 1, 73, 8, 9), Țintar Doru (2627, 8, 30, 7827, 9, 30, 5, 73—5, 8, 9), Viță Florica (2594, 627, 9, 7782, 827, 9—32, 4, 5, 8), cl. X Bibicu C. (7785, 9, 91, 827, 8, 30, 3, 5, 73—5, 8, 9, 83, 5), Casimati Maria (7773, 89, 821, 3, 5, 8—32, 5, 7), Dumitru Rodica (7770, 3, 89, 820, 1, 3, 5, 9, 31, 2, 5, 7, 42), cl. XI Ionescu Dragoș (7820, 1, 4, 5, 7, 9, 35, 5, 51, 63, 4, 78, 9, 93).

BRĂNEȘTI. (București). *L. 1* cl. X Nedu Aurel (7827—30, 2, 4—7, 42, 74, 8, 9, 85), Nicola Ion (7827—30, 4—7, 74, 6, 8, 9, 85), cl. XI Ion Ana (7820, 1, 3—5, 40, 2, 51, 1 85, 93).

BREASTA (Oltenia). *Ș. g.* cl. VII Neancu Constanța (2598—601, 4, 6—9).

BREAZA (Ploiești). *Ș. g. 1* cl. VII Cîrneci Gh. (2579, 80, 4, 6, 94, 60q, 8), Dfăcea Gh. (2579, 80, 2, 4, 6, 94, 601, 8), L. 1 cl. IX Comărniceanu Ion (2587, 93, 627, 9, 30, 7827, 9, 30, 3, 73, 8, 9(, Ghiauș Carmen (2609, 10, 27, 9, 30, 7827—30, 3, 73, 4, 8, 9), Istrate Constantin (2591, 4, 609, 7788, 827, 30, 1, 3, 4, 74, 8, 9), *L. mișitar*cl. X Fazakaș Ladislau (7785, 8, 827, 8 30, 4, 5, 74, 6, 8, 9, 83, 5).

BROȘTENI (Oltenia). Ș. *g.* cl. VIII Rodica Violeta (2573, 7—80, 4, 5, 606).

BUCUREȘTI. *Ș. g. 4* cl. VII Udrea Bogdan (2583, 5, 6, 8, 91, 4, 5, 604 15, 9, 21), *Ș. g. 5* cl. VII Chenzbraum Adrian (2573, 4, 6, 80, 3, 6—8, 94), Lazăr Anca (2574—88, 94, Ștefan Carmen (2573, 4, 7, 8, 80, 4, 91, 6, 600, 20), Streja Dan (2577, 8, 80, 2—4, 6, 7, 8), *Ș. g. 10* cl. VI Heilpern Alexandrina (2573, 8, 9, 99, 600, 6, 14, 8), Mărgărit Dimitrie (2573, 6—9, 96—8), *Ș. g. 19* cl. VI Suciu Ștefan (2576—82, 4, 92, 3), cl. VIII Suciu Alexandru (2590 —5; 7785, 6, 8, 96, 9), *Ș. g. 21* cl. VII Dumitriu Sorin (2574, 80, 8, 608, 14, 5, 9, 20, 3, 7), *Ș. g. 23* cl. VIII Badea Olga (2574, 80—4, 97—9, 602—5, 6, 8, 13, 4, 9, 20, 3, 7, 7829), Voiculescu Rodica (2573, 9, 84m 7, 94, 601, 6, 23), *Ș. g. 25* cl. V Găinaru Doina (2573—6, 9, 82, 6, 94, 6—9, 603, 6, 8), *Ș. g. 32* cl. VIII Sburlea Cristian (2573, 4, 6, 8—81, 3—6, 90, 7—600, 9, 13, 4, 23), *Ș. g. 45* cl. VIII Dumitru Marin (2584, 600, 6, 12, 3, 30, 3, 7), Ș. g. 50 cl. VIII Ianuș Gh. (2574, 81, 4, 6, 8, 98—600, 4, 8), *Ș. g. 73* cl. VII Dumitrescu Dan (2578, 9, 82,

4, 6, 8, 601, 4, 6, 8), *Ş. g. 77* cl. VII Grigoriu Florin (2596—602, 4, 6—8), *Ş. g. 95* cl. VIII Goţă Mihai (2580—8, 94, 5), Ş. g. 97 cl. VII Georgescu Cristian (2577, 8, 82, 4, 8, 600, 1, 6), Ş. g, 122 cl. VI Călin Liliana (2573, 6—600, 6, 16), cl. VIII Brătescu Anca (2575, 6, 8—82, 4, 6. 8), *Ş. g. 128* cl. VI Rogobete Nicoleta (2575, 80—2, 4, 7, 8, 94), cl. VII Popa Mihaela (2573, 7—80, 4, 8, 94), cl. VIII Găiculescu Smaranda (2573—5, 8, 81, 2, 4, 95), Grigorescu Ioana (2573, 4, 7—9, 81, 2, 4), Trandafisescu Llina a (2573, 5, 7—9, 81, 2, 4), Ş. g. 145. cl. VI Fătuţ Gelu (2573—6, 84, 604, 13, 5, 23, 30(, Toţan Mariana (2573—5, 609, 13, 5, 20, 3, 30), cl. VIII Şerban Radu (2573, 84, 98, 600, 8, 13, 20), *Ş. g. 150* cl. VII Tripşa Oana (2577—84), Ş. g. 163 cl. VII Florescu Rodica (2576, 8—83, 5, 6, 8, 9, 94), *Ş. g. 164.* cl. VIII Constantinescu Mircea (2581, 4, 6, 8, 90, 1, 606—10, 2), Gheonca Sorin (2573—6, 9—82, 4, 5), *Ş. g. 166* cl. VI Constantinescu Viorel (2573, 4, 6, 82, 99—101, 4), *Ş. g. 169* cl VII Ivanier Lucia (2573—8, 90, 1, 4, 5), Pamfil Virgil (2583, 5, 8, 94, 601, 6—8), cl. VIII Florescu Cristina (2580—4, 6—8, 91, 4, 5, 7885), Hoisescu Nicolae (2580—90, 4, 5), Sîrbu Gh. (2573, 4, 8, 9, 82—4, 91, 5), *Ş. g. 173* cl. VI Pruteanu Carmen (2573, 4, 7, 8, 96, 8, 600, 1), cl. VII Andrievici Bogdan (2580, 1, 4, 5, 7, 8, 94, 60, 4, 6, 18), *Ş. g. 174* cl. VIII Petroşanu Rodica (2581, 91, 4, 5, 7—9, 601), *Ş. g. 177* cl. VII Croitorų Cornel (2598—601, 4, 7, 9, 13—5, 8, 22), cl. VIII Croitoru Valentina (2598—601, 4, 7, 9, 13—5, 9, 22—4), *Ş. g. 193* cl. VII Fetcu Lucian (2573—6, 9—82, 4—8, 90, 4, 7—601, 6—9, 11, 3—5, 7—9, 21, 4, 7, 7830), *Ş. g. V. Alecsandri* cl. VIII Ionescu Daniel (2573—7, 9—84, 6—8, 91, 4, 5). *L. 1* cl. IX Ştefănescu Cătălin (2595, 609—12, 27—301, 7769, 85, 6, 820, 7, 8, 30—7, 67, 74, 6, 8—80, 5, 7), cl. XI Adrian Sorin (7770, 3, 95, 8, 9, 808, 9, 12, 7, 20, 1, 40, 2, 5, 7, 9, 51, 3, 4, 72, 86, 93), Mireanu Mihaela (7771, 7, 86, 90, 800, 2, 11, 20, 1, 3, 4, 7, 9, 34, 40, 2—5, 7, 9, 51, 3, 78, 83, 7, 8, 92, 3, 7), *L. 4* cl. IX Radu Mihai (2591, 3—5, 609, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 78, 9), Sepa Iuliu (2591, 4, 611, 28, 30, 7785, 27, 9, 30, 4, 78, 9), *L. 5* cl. VI Crivăţ Maria (2573, 4, 6—8, 96, 8, 600, 14—6), cl. VII Dobrotescu Diana (2579, 82, 4, 7, 601, 13, 8, 9, 23), Ilea Cristina (2597, 9—601, 4, 6, 20, 3), Maliţa Mihaela (2574, 86, 96, 9, 604, 6—8, 15, 9, 22), cl. VIII Doran Andrei (2580, 2—4, 90, 1, 5, 607, 9, 10), cl. IX Nedelescu Mihai (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 2, 7827—30, 2, 3, 5), *L. 6* cl. IX Raica Adriana (2590—2, 4, 5, 7785—8, 827—9, 32, 3), Weiner Irina (2594, 609, 10, 2, 7786, 827, 8, 30—4, 6), *L. 7* cl. VII Cutoiu Dan (2576—81, 3, 4), Lustig Adrian (2573—9, 8), cl. VIII Varga Ecaterina (2613—5, 8, 9, 23, 7, 30), cl. IX Niculescu Irina (2590, 4, 609, 27—30, 7827, 31, 5, 74, 8, 9), Redlinger Doria (2590, 1, 4, 5, 609—11, 7827—31, 3), cl. X Taler Adriana (7785, 21, ö—31, 5, 42, 73—5, 8, 9, 85, 932—4, 44, 57), cl. XI George Ion (7770, 3, 82, 3, 96, 9, 804, 8—10, 2, 7, 8, 20—6, 38—40, 2—5, 9, 850, 1, 3, 80, 5, 93, 4, 9, 900), *L. 8* cl. VII Marmaziu Bogdan (2580, 1, 600, 1, 10, 9, 23, 3), cl. VIII, Sacerdoţeanu Gereanu Dan (2580, 4, 60, 7, 9, 610, 22, 3, 30), cl. IX Kramholg Anca (7786, 8, 9, 827, 9, 33, 5, 40, 73, 6, 8, 9), Nanu Adriana (2610, 3, 27, 30, 7786, 9, 827, 9, 33, 76, 8, 9), Stănescu Lucian (7785, 8, 9, 827, 9, 33, 5, 40, 76, 8, 9), cl. X Cinteză Mircea (7770, 3, 82, 3, 90, 1, 808, 3, 4, 33, 6, 62, 4, 7, 9, 73—6 8, 9), *L. 10* cl. VIII Brateş Nanu (2574—6, 80, 1, 4—6, 604, 23, 7), Petcov Alex. (2580, 1, 4, 8, 94, 606—9, 7827), cl. XI Popescu Anca (7790, 1, 9, 808, 12, 7, 20—5, 38—42, 5, 7, 9, 51, 3, 84, 5, 94), Voicu Alina (7798, 820, 1, 3—5, 37, 9, 40, 2, 5, 8, 9, 51, 2, 4, 83—5, 93, 4), *L. 11* cl. IX Saraga Mircea (2590, 1, 4, 5, 628, 30, 7827—30, 3, 4). Ştefănescu Florin (2590—2, 4, 5, 609, 7827—30, 2, 4, 5), cl. X Claimen Mişu (7771, 2, 6, 80, 5, 6, 9, 6, 808, 11, 2, 27—30), Tigoiu Victor (7785, 9, 90, 827—30, 4, 5, 7, 42, 78, 84, 7), cl. XI Dănilă Filofteia (7820, 3, 4, 7, 9, 30, 45, 9, 51, 78, 85, 93), *L. 12* col. VI Mendel Marina (2576—8, 87, 608, 14, 5, 20), *L. 13* cl. IX Berceanu Barbu (2590, 1, 3—5, 7769, 72, 7, 80, 5, 8—90, 808), Colö,anu Rodica (2590—5, 609—12, 7785, 9, 827, 30), Costache Florea (2609, 27, 8, 30, 7827—30, 4, 5, 73, 4, 8, 9). Florescu Adrian (7827—30, 3—5, 78, 9, 933, 5, 9), Hremei Constantin (7823—5, 7, 30, 4, 42, 5, 6, 74, 8, 9), Sanca Darius (2610, 1, 27, 9, 30, 45—7, 7823, 32, 67, 73—6, 8, 9, 89, 933—41, 4, 9, 57, 64), Stan Elena (2591, 5, 609, 27, 9, 30, 7788, 30, 2, 5, 74, 5, 8, 9), cl. X Alecu Mihail (7782, 90, 1, 6, 8, 821, 3, 5, 40, 2, 5, 67, 9, 71), Blitz Andrei (7823, 5, 7, 30, 42, 5, 73, 8, 925, 31—7, 41), Roman Gruia Cătălin (7790, 1, 6, 823, 5, 4, 30, 8, 42, 5, 7, 76, 8, 84), cl. XI Dincă Gabriela (7820, 1, 3—5, 38—40, 2—5, 9, 51—3), *L. 15.* cl. VIII Cernescu Gabriela (2573, 4, 6—82, 4, 94, 8—601, 6, 8), cl. IX 1591, 4, 5, 609, 27, 9, 30, 827, 9—31, 35. 74, 8, 9), *L. 17* cl. X Ioniţă Ion (720, 808, 27—30, 4—6, 74, 6, 8, 9, 89), *L. 18* cl. IX Donescu Florin (2590, 1, 609, 7728, 9, 31, 2, 88, 9, 827, 9, 30, 4, 5), *L. 22* cl. IX Bădescu Smaranda (2593, 629, 7785, 6, 9, 828—30, 2, 6, 64, 74—60, 86), cl. X Atanasiu Dragu (7720, 2, 3, 7, 80, 8—90, 9, 808, 12), Blagoev B. (7785, 821, 8, 31, 5, 42, 73—5, 8, 9, 85, 925, 32—4, 44, 57), Georgescu Radu (7789, 820, 2—4, 35, 8, 68, 9, 75, 8, 85, 94), Kauffmann Miron (7770, 3, 82, 3, 820, 1, 3, 5, 7, 32, 3, 42, 5), Minea Gheorghe (7770, 82, 3, 5, 90, 8, 815, 20, 1, 3—9, 31, 2, 4, 5, 7, 42, 5, 9, 51, 3, 74, 5, 8, 9, 85, 93), cl. XI *Cristoloveanu Sorin* (7769—71, 3, 5, 81, 3, 99, 817, 20, 3—5, 7—35, 7, 39—43, 5, 9, 51, 3, 70, 6, 8—80, 3, 5, 93), *L. 21* cl. VII Alexandrescu Silvia (2573—6, 9—82, 4—6, 9, 94), Ciocîrlie Alina (2597, 8, 600, 2, 4—6, 8), Herescu Rodica (2573—82, 4, 6), Protopopov Nadejda (2575—81, 3, 6, 9, 607, 13—5, 7, 21, 5, 7), cl. IX Bîrlădeanu Doru (2591, 5, 630, 7785, 837—30, 3, 5, 7, 78, 9), *L. 26* cl. XI Stoica Valentin (7770, 2, 3, 5, 7, 80, 2, 3, 809, 21, 3—5, 39, 45, 9), *L. 28* cl. VIII Stroe Marian (2573—5, 7—88, 91, 4, 7—9, 601, 2, 4, 6, 8, 9, 13—5, 7, 8, 21, 2, 4, 7, 30, 7827—9, 878, 9), cl. IX

Arsene Vladimir Vladimir (2592, 609—12, 7827, 30, 2, 4—6, 78), Petru Vasile (7590, 1, 609, 10, 628—30, 7827, 30, 2, 5, 74, 5, 8, 9), cl. XI Marin Vasile (7777, 839, 40, 5, 7—9, 52, 3, 87, 92, 3), Oprişan Victoria (7770, 820, 1, 3—5, 45, 9, 51, 67, 80, 92, 3), *L. 30* cl. IX Zamfirescu Mihai (2591, 4, 609, 10, 27, 8, 30, 7821—30, 75, 8, 9), cl. X Platz Alexandru (7768, 70, 1, 3, 7, 98, 9, 811, 2, 21, 4, 7, 9, 35, 7, 40, 2, 78, 80, 4, 5), *L. 32* cl. VI Milcoveanu Anton (2573—9, 96), cl. IX Creţu Viorel (2609, 10, 2, 27, 8, 30, 7788, 9, 828, 30, 2, 78, 9), *L. 34* cl. VII Popenciu Liviu (2576—82, 4, 5, 7, 8, 600, 6), L. 36 cl. VII Carbineanu Adrian (2585, 94, 8, 9, 606—8, 14, 9), cl. X Drăgoicea Mihai (7770, 1, 3, 99, 821, 5, 38, 40, 2, 4, 51, 78, 9, 83, 4), *L. 37* cl. VI Simpetru Radu (2573—6, 8, 81, 2, 6, 8, 94), L. 39 cl. VII Ioniţă Geta (2575, 7, 8, 82, 4, 6—8, 94, 5), *L. 42* cl. VIII Grigoraş Adrian (2580, 2—8, 90, 1, 4, 604, 10, 22—4, 7, 8, 30, 5, 74, 5, 8, 9, 85).

BUHUŞI. (Bacău). *L.1* cl. VI Balan Maria (2573, 4, 6—9, 96—8, 601).

BURDUJENI (Suceava). *L. 1* cl. IX Volintiru Constanţa (2591, 2, 4, 5, 609, 10, 2, 7788—90, 827, 9, 30, 3).

BUŞTENI. *L. 1* cl. VI Brînză Carmen (2573, 4, 8, 96, 600, 13—6).

BUZĂU (Ploieşti). *Ş. g. 1* cl. VI Zaharia Constantin (2573, 4, 6, 9, 88, 98, 9, 601), *Ş. g. 5* cl. VI Crişcă Carmen (2573—9, 81, 2, 5, 6), *Ş. g. 6* cl. VI Ghioca Rodica (2573, 4, 6—9, 96, 600, 20), *L. 1* cl. VIII Tibru Dan (2596—9, 601, 4, 6, 9, 10, 2), cl. IX Constantinescu Florina (2590, 1, 4, 5, 609, 11, 27, 9, 30, 7788, 830, 74—6, 8, 9), Trifu Mariana (2591, 4, 609, 27, 30, 7827, 30, 2, 73, 4, 8, 9), cl. XI *Mihăiescu Tiberiu* (7768, 70, 1, 7, 80, 2—90, 5—7, 9, 802, 7, 8, 12, 17, 20—5, 7—30, 2, 4—8, 40, 2—5, 9, 51, 3, 9, 67, 78, 80, 3, 7), *L. 2* cl. IX Dogaru Vasilica (2591—5, 627, 30, 7827, 73, 4, 8, 9), Voicilă Ioana (2591—5, 627, 7785, 873, 4, 8, -), cl. X Constantin Nicolae (7769, 70, 82, 90, 811, 5, 21, 4, 5, 37, 42, 7, 78, 9, 83, 5).

BUZIAŞ (Banat). *L. 1* cl. VI Drăgănescu Ina (2573, 4, 6, 8, 9, 81—3, 5, 7, 8), cl. VII Drăgan Niorel (2573, 9, 80, 2, 4, 6—8), cl. VIII Balogh Margareta (2573, 5, 7—9, 82, 4, 7), Meglei Ionel (2574—9, 81, 2).

CAPORAL ALEXA (Crişana). *Ş. g.* cl. V Grădinaru Dorel (2573, 4, 96—9, 613, 6).

CARACAL. (Oltenia). *Ş. g. 2* cl. VI Tănase Paul (2573—6, 8, 9, 97—600), *Ş. g. 5* cl. VI Varia Gabriela (2573, 89, 96, 8, 600, 1, 13, 4) cl. VIII Başcov Gh. (2580—91, 3, 5, 601—12, 22, 3, 5, 7—30, 7827—31, 67, 73, 4, 8. 9, 85), Cosmaru Iulian (2580—5, 7, 8), Tănase Dan (2580—2, 4, 5, 7, 8, 94, 605, 8).

CARANSEBEŞ. *L. 1* cl. VII Kellner Ştefan (2573, 8, 7, 84, 6, 8, 604, 6), *L. 1* cl. VII Poiană Dinu (2581, 5, 6, 8, 94, 7, 600, 1, 3), Rusu Mircea (2584—9, 95—9, 601, 2), cl. VIII Blidaru Petru (2596, 8, 9, 601, 5—11, 27), cl. VIII Poiană Zoe (2581, 2, 6, 8, 9, 93, 5, 6, 600 23), Romanescu Adrian (2573, 4, 7—80, 4, 7, 8, 95), Sabău Doru (2573, 9, 80, 7—9, 94, 623).

CAREI (Maramureş) *L. 1* cl. IX Beşe Maria (2591, 4, 5, 609, 27, 30, 7827, 73, 4, 8, 9), Kaller Izabella (2592, 609, 10, 2, 27, 8, 30, 7834, 64, 7, 73, 6, 8).

CALAN (Hunedoara) *Ş. g.* cl. VIII Munteanu Olivia (2613—8, 21, 2).

CĂLĂRAŞI. *Ş. g. 1* cl. VI Petcu Anania (2573—5, 8, 9, 99, 601, 4, 8), *Ş. g. 3* cl. VII Moscu Mirel (2577, 8, 81, 5—8, 601, 6—8, 2, 3), *L. 2* cl. XI Vasile Eugen (7770—2, 80, 90, 5, 6, 9, 808, 9, 17, 8).

CĂLIMĂNEŞTI (Argeş). *L. 1* cl. IX Buduleci Florin (2609, 27, 30, 7827—32, 4, 5, 74, 8, 9).

CĂPRENI (Oltenia), *Ş. g.* cl. VI Georgescu Ion (2573, 7, 8—9, 87, 98, 9, 606).

CĂZĂNEŞTI (Slobozia) *Ş. g.* cl. VIII Borugă Gh. (2613—25), L. 1 cl. X Simion Constantin (7788, 808, 27—30, 4, 5, 7, 73, 8, 9).

CEICA (Crişana) *Ş. g.* cl. VII Coiţă Elisabeta (2576, 84, 6, 600—2, 6, 7), Neagu Ioan 2579, 84, 7, 94, 600, 6, 20, 3), cl. VIII Coiţă Vasile (2583, 97—9, 601—4, 6, 8, 13—5, 7—9, 21, 3, 7, 30, 7827).

CELARU (Oltenia). *Ş. g.* cl. V Andronach Aurora, Bădescu Maria, Enache Floarea Leoveanu Zoica, Mazilescu Eugen, Mihăilescu Elena, Voicu Gheorghe (2573, 9, 87, 94, 6, 8 600, 1, 13), cl. VI Bocoi Marin, Ene Ilie (2573, 4, 8, 9, 8794, 8, 600, 1), Grigore Stelian (2576 82, 7, 96, 9, 601, 13, 8), cl. VII Gînd Doru (2577—80, 7, 600, 6, 8).

CENAD (Mediaş) *L. 1* cl. X Olaru Mihai (7785, 90, 827—30, 4, 7, 76—9, 85).

CHIŞINEU-CRIŞ (Crişana). *Ş. g.* cl. VI Arsu Doina (2573—6, 8—81, 96, cl. VII Marsieu Liana (2597—601, 4, 6—8, 12), *L.* cl. X Cheta Gh. (7782, 82, 3, 5, 8, 92, 831, 75, 6, 8, 9, 85).

CILNIC (Oltenia). *Ş. g.* cl. VIII Mărăşescu Ioana (2573, 9, 95, 600, 6, 7, 14, 5).

CÎMPIA TURZII. *L. 3* Cîmpeanu Maria (2573, 4, 6, 9, 96—601, 13—7), Dobrotă Dan (2573, 4, 8, 9, 96, 601, 15, 8), cl. IX Adi Octavian (2541, 91, 4, 5, 609, 27—9; 7827, 30, 74, 8, 9), Chera Mihail (2590, 1, 4, 5, 609, 27; 7789, 827, 30, 74, 8, 9), Ganea Monica (2592, 7, 609, 10, 28, 7789, 827, 9, 30, 3—5, 78), Herineanu Ninel (257×, 1, 4, 5, 609, 27, 7789, 827,30, 74, 8, 9), Ignat Gh. (2609, 11, 27, 8, 30, 7830—4, 78, 9, 87), Ivrian Gh. (2611, 2, 27—30, 7789, 801, 2, 74, 5, 8, 9), Leah Emil (2591, 4, 5, 609, 10, 7782, 9, 96, 827, 33, 4, 5), Petridean Maria (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 1, 74, 8, 9), cl. X Dolha Ana (7770, 9, 820, 4, 5, 7, 8, 30, 5, 40, 73, 8, 9, 85), Piţigoiu Ileana (7770, 82, 9, 96, 821, 5, 7, 30, 3, 5, 78, 9).

CÎMPINA. *L. 1* cl. VII Stoica Luminița (2579—85, 7). Stoican Aurel (2573, 6, 84, 9, 606, 12, 6, 27), cl. VIII Burnaru Sorin (2575, 80, 2, 602, 8, 18, 9, 21), cl. IX Ivașcu Ciprian. (2593, 609—11, 27, 8, 30, 7785, 830, 2, 78, 9), cl. X Andone Teodor (792, 823, 4, 27, 30—2, 4, 5, 67, 9, 73, 6—8, 83), Grădinescu Victor (7785, 808, 27—31, 3—5, 6, 73, 6, 8, 9, 83, 5), Alexandriu Doru (7769—71, 4, 82, 3, 90, 1, 6, 8—800, 7—9, 11—3, 7, 9), cl. XI Ionescu Constantin (7769, 82, 3, 92, 6, 9, 811, 20, 1, 3, 4, 7, 49, 51, 80, 5, 9), *Ivașcu Florin* (7770, 1, 3, 91, 1, 6—9, 807—12, 9—21, 3—5, 37, 9, 40, 2, 5, 7, 9, 51, 2, 65—7, 70, 80, 5, 7). Marin Ion (7820, 1, 3, 4, 7, 30, 1, 4, 5, 9, 45, 67, 9), *L. 2* cl. IX. Iordache Adrian (2612, 22, 4, 7, 9, 7827, 30, 2, 4, 73, 6, 8), Mircea Șerban (2590, 1, 5, 609, 10, 2, 7785, 8, 827, 9—32, 4), cl. X Spulber Cătălin (7821, 4, 7, 9, 30, 2, 4, 64, 7, 74, 5, 8, 9), *L. industrial an I* Ghinea Constantin 23, 7, 8, 30, 7827, 30, 1, 35, 73, 8, 9), Marin Ion (2609, 27, 8, 30, 7827, 8, 30, 4, 5, 7, 8, 9), Voinescu Ion (2595, 609, 23, 7, 8, 30, 7827, 30, 1, 73, 8, 9).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *Ș. g. 3* cl. VIII Cojoc Mihai (2587, 94, 7—9, 60, 5, 6, 9, 13, 4, 9, 22), Saba Nicolae (2573, 9, 97, 601, 5, 6, 13, 5, 8), *L. 1* cl. IX Coca Aurel (2594, 61, 27, 9, 30, 7785, 827, 30, 1, 74, 8, 9), Erham Georgeta (2594, 611, 27, 9, 30, 7785, 827, 30, 5, 74, 8, 9), *L. militar* cl. X Cîineanu Ion (7782, 3, 8, 96, 812, 7, 20, 1, 3, 7, 9, 30, 2, 5, 42, 5, 9, 51, 85), Georgescu Aurelian (7824, 7—32, 4, 5, 6, 67, 74—6, 8, 9, 85).

CÎMPULUNG MUSCEL. *L. 1* cl. X Pohariu Nicola (7820, 1, 3—5, 7—3, 2—6, 9, 42, 5).

CLUJ. *Ș. g. 3* cl. VII Murariu Mihaela (2571—6, 8—91, 4, 5), *Ș. g. 5* cl. VIII Filip Gh. (2582, 4, 5, 7—9, 95, 623), *Ș. g. 7* cl. VIII Micu Rodica, Sindean Mariana (2573—5, 9, 81, 613, 4, 23), *L. 1* cl. VII Gheara Florin (2578, 9, 81, 2, 4, 7, 601, 8), cl. IX Abraham Estera (2594, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), Mureșan Marian (2593—5, 609, 27, 30, 7837, 8, 30, 1, 74, 8, 9), Sînă Victor (2594, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), Toacsen Lucian (2594, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), cl. X Hudrea Mihai (7786, 83 — 5, 6, 8, 44, 71, 4—6, 8—80, 5, 8), *L. 2* cl. VI Ciotoiu Iuliana (2573, 4, 6—9, 82, 3), *L. Gh. Coșbuc* cl. VI Hossu Mircea (2573—7, 9, 82, 7, 8), Maniu Mircea (2573, 4, 7—9, 81, 3, 8), Mureșan Daniela (2573—5, 7, 9, 81, 2, 8), Opriș Radu (2573, 4, 6—9, 81, 8), Vasilescu Maria (2573—6, 8, 9, 82, 8), cl. VIII Mărgineanu Mircea (2580—7, 9, 90, 5), cl. XI Cîmpeanu Radu (7773, 808, 12, 21, 5, 38, 9, 44—6, 51, 2, 64, 87), *L. s* cl. VI Constantinescu Cristina (2573, 4, 96—9, 61, 3, 6), Marinescu Ofelia (2573, 80, 4, 98, 9, 608, 14, 8), Pană Teodor (2573, 7—80, 99, 614, 5, 8), cl. VII Tecșa Ileana (2596—9, 603, 4, 6—8), cl. VIII Mika Matei (2581—8, 93), cl. X Profir Iulian (7824, 7, 8, 30, 4, 5, 64, 5, 8, 9, 85), *L6* cl. VI Iarosevici Niculina (2573, 5—9, 98, 608), *L. Gh. Barițiu* (Igna Mirela (2574—9, 81—3, 5, 7, 94, 6—600), Popa Mihaela (2573, 7—9, 81, 2, 97, 9), cl. VII Vițelaru (2613—5, 7, 8, 20, 2, 7), cl. VIII Carina Chiș (2573—6, 9, 83, 5, 7), Iancic Bub (2598, 601, 5, 14, 7, 21, 7878, 9), *L. 8* cl. VI Bal Lucinia (2573, 4, 6—8, 96, 8, 613, 5, 6), cl. VII Grigore Liana (2576, 9, 80, 2, 4, 6—8), Iuga Doina (2574—7, 9, 8, 2, 4, 7), Rusu Monica (2573, 7—81, 4, 8), Samfir Felicia (2573, 4, 82, 4, 6—8, 94), Stamate Mircea (2579, 80, 2, 4, 6—8, 619), cl. X Berceanu Cornelia (7769, 82, 5, 827, 8, 32, 4, 64, 7, 74, 8, 9), Cîmpian Gh. (7769, 70, 2, 30, 3, 5, 6, 9, 820, 1, 4, 7, 9), Ghic Ioan (7785, 6, 827—30, 3—5, 7, 40, 2, 3, 6, 8, 9). Gorcea Monica (7785, 9, 827, 9, 31, 2, 74—9), Gurău Octavian (7821, 4, 7, 8, 30, 2, 5, 7, 42, 75, 6, 83), Klein Luliana (7783, 5, 6, 829, 5, 7—30, 2, 4, 7, 4, 87), cl. XI Oraș Lucian (7780, 820, 1, 3, 40, 5, 9, 51, 3, 67, 9, 72, 85, 92, 3), *L. 10* cl. VI Belescu Liviu (2579, 80, 7, 601, 5, 6, 8, 19), cl. VII Mișan Ioan (2573, 6—80, 2, 7, 96, 600—2), Oprișiu Ovidiu Ovidiu (2573—6, 82, 6, 601, 4, 8, 13, 5, 8, 9, 27), cl. VIII Dani Cornelia (2573, 7—81, 8, 98, 600, 1, 4, 6, 27, 30), *L. 11* cl. VIII Cseh Vera Susana (2573, 4, 5, 6, 8, 9, 81, 2, 4, 6, 8, 94, 5), Lazar Ștefan (2573—6, 8—80, 2, 8). Sagyeba Laszlo (2573—6, 8—81, 4, 95), cl. IX Lasanyi Iulia (2590, 1, 4, 5, 7769, 85, 9, 827, 9, 32, 5, 7), Meder Istvan (2590, 1, 4, 5, 609, 7769, 85, 9, 827—30), *cl. X* Csetri Klara (7769, 70, 3, 4, 85, 6, 9, 8, 20, 3, 4, 7, 9, 30—2), Floriska Irma (7770, 3, 4, 856, 9, 823, 4, 7, 9—32), Hadhazy Juidith (7769, 70, 3, 4, 85, 6, 9, 820, 3, 4, 7, 9—32), *L. 14* cl. IX Florescu Mircea (2590, 2—5, 609, 10, 27, 30, 7827, 74, 8), Haragiș Dorel, (2590—5, 609—11, 27, 30, 7827, 78), Mesaroș Radu (2590—3, 5, 610, 27, 30, 7827, 74, 8, 9), Moldovean Ioan (2540—5, 609, 10, 27, 30, 7827, 73, 8, 9). *L. 15* cl. VII Horvart Viorica (2573, 8, 9, 87, 94, 606, 7, 9, 11), cl. VIII Schiopu Nineta (2584, 94, 5, 7—9, 601, 4).

COMARNIC. (Ploiești) *L. 1* cl. IX Paul Robert (7785, 90, 827—30, 3, 73—9).

CORABIA (Oltenia) *K. 1* cl. IX Lia Adrian (2609, 27, 9, 30, 7830, 1, 73, 4, 8, 9).

CORBU (Argeș). *S. g.* cl. VII Șerban Ionel (2576, 9, 97—9, 601, 5, 6, 14, 8).

CONSTANȚA. *Ș. g. 4* cl. VII Gherghie Aurel (2573—6, 8—82, 4, 7), cl. VIII Atanasiu Jean (2574, 7, 8, 80, 4, 96, 604), 5), Ș. g. cl. VII Ghița Dumitru (2573, 6—8, 80, 2, 4, 8), *Ș. g. 8* cl. VIII Culețu Hristu (2573, 4, 6, 7, 82, 4, 8, 97—9, 604, 6, 8, 19, 7878). *Ș. g. 24* cl. VIII Dincă Marian (2573, 9, 82, 5, 8, 91, 4, 5), Dropol Mircea (2577, 8, 81, 2, 7, 8, 97, 9, 604, 6), Sarica Tinca (2580, 2, 4, 7, 9, 91, 4, 5), Zamfir Dorina (2573, 4, 8—80, 2, 4, 7, 8, 94), *L. 1* cl. VIII Marin Cătălin (2591, 4, 5, 609, 10, 2, 827, 7785, 828, 30, 4, 5), cl. IX Păunescu Viorel (2591, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7827, 30, 2, 4, 5), Petre Iuliana (2591, 4, 5, 609, 10, 27, 8, 30, 7827, 30, 2, 4, 5), Tiron Traian (2591, 4, 5, 609, 10, 2, 27, 8, 30, 7827, 30, 2, 5), cl. X Ciurea Traian (7770, 85, 6, 98, 9, 824, 5, 7, 30, 23, 43—5, 7, 51), Dumitrescu Eugen (7773, 85, 808, 21, 4, 5, 30, 40, 2, 65, 78, 80, 4, 5, 7), Perșoi Radu (7790, 9, 821, 4, 5, 7, 8,

MÚSZAKI KÖNYVTÁR 1983

30, 6, 8, 40, 2, 51), Trandafir T. (7782, 3, 5, 90, 1, 8, 808, 21, 4, 5, 27—30, 33—6, 45, 87), *L. 3* cl. VIII Soşoiu Sorin (2573—73, 4, 96, 600, 1, 6, 8, 9, 14—7, 20, 3), cl. IX Popescu Sorin (2590, 1, 4, 609, 11, 30, 7782, 3, 5, 8, 9, 827, 8, 30—2, 4, 5, 76, 8), Urechescu Dan (2590, 1, 4, 5, 609, 11, 27, 9, 30, 874, 6, 8, 9, 85), cl. X Achif Iucsel (7771, 3, 83, 90, 7, 817, 21, 3, 8, 32—4, 6, 7, 83), Bulică Ion (7789, 91, 821, 5, 7, 9, 30, 4, 5, 42, 67, 4, 8, 9), Tanas Angela (7770, 82, 5, 90, 1, 9, 824, 5, 7, 9, 30, 40, 3—5, 73, 80), Bordea (7770, 82, 5, 8, 92, 8, 9, 820, 1, 3, 5, 7—8, 42—5, 7, 51, 67, 9, 73—6, 8—80, 3—5, 7, 94), *L. 4* cl. X Ion Constantin (7770, 2, 80, 2, 3, 90, 821, 3, 5, 7, 30—3, 5, 7), Lucaci Mioara (7827—30, 5. 7, 42, 3, 67, 73, 4, 6, 78, 9, 84, 5, 7), Niculescu D. (7770, 96, 7, 9, 820, 3, 7—30, 3—5, 74, 6, 8, 85), cl. XI Bordea Mircea (7770, 82, 5, 98, 9, 817, 20, 1, 3—5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 8, 42, 3, 5, 7, 9, 51, 67, 73, 4, 6, 8—80, 3—5, 7, 92—4).

COSTEŞTI. (Argeş). *L. 1* cl. IX Ileana Dumitru (2591, 4, 5, 609, 10, 27, 9, 7827, 9, 30, 1, 2, 5).

COSTIŞA (Bacău). *S. g.* Bucătaru Maria (2574, 7, 8, 2, 97—9, 608), Hăişu Elena (2573, 4, 6—8, 81, 97, 8, 608), Surdu Maria (2574, 5, 7, 9, 98, 602, 8, 14, 5), Timofte Elena (2573, 9, 81, 2, 98, 602, 8, 14).

CRAIOVA. Student *Diaconu Ştefan* (7796, 800, 8, 9, 12, 20—4, 6—31, 5—7, 42—5, 7—9, 51, 3, 62, 73, 4, 6, 8—80, 5—7, 9—91, 3, 7, 9—90), *S. g.* 10 cl. VI Roşculescu Doina (2573—5, 7, 8, 600, 13—5, 20), *S. g.* 11 cl. VII Sîrboiu Cristian (2576—82, 4, 8, 94, 5, 600, 6—9, 18—21, 9, 5), *L. 1* cl. XI Pătra Cristian (7770, 1, 3, 820, 1, 3—5, 40, 5, 9, 51, 80, 4, 5), *L. 2* cl. IX Anghel Simionică (2594, 627, 9, 30, 7827—32, 4, 5, 74, 6, 8, 9), Dricu Dora (2594, 5 609, 10, 27, 28, 7824, 7. 73—5, 8, 9), Ion Gh. (2609, 27—30, 7827, 73—6, 8, 9), Ionescu Octavian (2591, 4, 5, 611, 27—30, 7827, 9, 30, 78, 9), Pîrvu Marin (2590, 41, 609—11, 27—30, 7827, 74, 8, 9), *Vasile Gabriel* (2590, 1, 4, 609, 28, 30, 7789, 827—30, 4, 5, 74, 6, 8, 9, 95), cl. X Bîrău Dan (7827—30, 5, 74—9, 85), Boroutea Gh. (7788, 90, 827, 30, 1, 5, 42, 74, 5, 8, 8, 9, 83), Ciuperceanu Marius (7770, 91, 827—30, 5, 42, 73, 4, 8—80, 5), Circiumărescu I. Dan (7785, 6, 90, 820, 1, 5, 7—9, 34, 74—6, 8—80, 5), Coldăranu Florea (7769, 85, 9, 90, 821, 4, 7—32, 4, 5, 7), Diaconescu Alexandru (7792, 827—35, 67, 73, 6, 8, 9, 85), Dobreanu Iulian (7785, 827—32, 4, 5, 67, 73—6, 8, 9, 85), Dumitrana Irina (7770, 827—30, 4—7, 42, 4, 73—6, 8, 9, 83, 5), Firănescu Florian (7782, 3, 827—31, 5, 74, 6—9, 85), Marinescu Irinel (7827—9, 31—3, 5, 73—5, 8, 9, 85), Petrescu Luiza (7789, 98, 827—32, 5, 47, 74—6, 8, 9), Stănescu Ovidiu (7791, 2, 827—35, 67, 74—6, 8, 9, 85), Vicol Dan (7780, 98, 827—32, 4, 5, 67, 74, 5, 8, 9, 85). *L. 3.* cl. VII Juga Violeta (2573, 4, 6, 8, 9, 81—5, 94), cl. XI Vaneica Oprea (7770, 808, 21, 4, 5, 42, 5, 9, 51, 80, 4, 5, 93), *L. 4* cl. X Stănică Elena (7821, 3—5, 7, 9, 30, 35, 5, 74, 8, 9) cl. XI Cioc Pia (7785, 825, 30, 3, 40, 51, 73—5, 7—9, 93), Gajnea Cristian (7821, 3—5, 7, 9, 67, 73, 4, 8, 9, 85), Mogai Ion (7821, 3—5, 7—30, 34, 5, 8, 9), Ţugui Elena (7821, 3—5, 7—9, 35, 67, 74, 8, 9).

CRIŢEŞTI DE SUS (Iaşi). *S. g.* cl. VI Anca Ion (2573, 4, 6—9, 8, 82, 95, 600).

CRIŞCIOR (Hunedoara). *S. g.* cl. VIII Savan Dorin (2586, 606, 8, 11, 23, 7, 9, 30).

CUCUEŢI SUDEŢI (Bucureşti) *S. g.* cl. VII Nicolae Elena (2576—80, 2—4, 6—8, 604, 6—8, 19).

CUDALBI (Galaţi). *S. g.* cl. V Barbu Elvira (2573—5, 81, 7, 8, 602, 14), cl. VI Pogoja Constanţa (2573—5, 7, 8, 97, 600, 1), cl. VII Caşu Aurelia (2573—5, 7, 8, 600), Corcioavă Liliana (2573—6, 8, 9, 81—4, 601, 2, 7, 6), Drăguş Paraschiva (2577, 9, 81—4, 8, 97, 600—2, 4, 6, 14, 8, 9), Grecu Anişoara (2574, 9, 81, 4, 7, 97, 600, 2, 6), Irimia Lucian (2573, 7, 87, 9, 94, 7, 600, 1, 4, 6—8, 14, 9, 23), Lungu Georgeta (2577, 8, 82, 4, 7, 8, 97, 600, 1, 2, 4, 6, 14, 8, 9), Sandu Marilena (2373, 8, 88, 600, 1, 2, 4, 7, 14, 8), Zbîrnea Lucian (2577, 8, 81, 7, 98, 600, 1, 7, 8, 13, 4), cl. VIII Posaga Elena (2577, 8, 81, 2, 4, 8, 9, 91, 5), Sava Sanda (2577, 8, 600—2, 8, 11, 8).

CUGIR *L. 1* cl. X. Barta Mircea (7782, 2, 3, 89, 90, 820, 1, 3—5, 7—30, 2, 5, 42).

CUPTOARE (Banat), *S. g.* Lăzărescu Ion (2573—80).

CURTEA DE ARGEŞ. *L. 1* cl. IX Dinu Mihail (2591, 4, 5, 610, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 74, 9).

DARABANI (Suceava). *L. 1* cl. X Aionese Mihai (7768—70, 3, 85, 6, 8, 9, 92, 3, 8—800, 7, 8, 15).

DEJ (Cluj) *L. 1* 2 cl. IX Adler Ervin (2591, 5, 600, 11, 27—30, 7827, 9, 30, 1, 74, 8, 9), Picol Viorica (2594, 5, 611, 27—30, 827, 9—31, 75, 8, 9), Pura Rodica (2594, 5, 600, 27—30, 7827, 9—31, 74, 5, 8, 9), Santana Georgeta (2591, 4, 5, 609, 11, 7, 8, 30, 7827, 30—2, 74, 8, 9), Stănuţiu Mariana (2594, 5, 627—30, 7827, 9—31, 3, 74, 8, 9), cl. X Balla Gyozo (7827, 9—31, 4, 5, 74, 8, 9), Biza Marinela (7820, 1, 4, 5, 7—9, 85), Cozma Otilia (7820, 1, 4, 5, 7, 9—31, 64, 7, 74, 8, 9, 83), Jazăr Adriana (788, 7821, 7—31, 4, 74, 5, 8, 9). *L. 1* cl. X Săplăcan Gavril (7821, 7, 8, 30, 4, 9, 42, 64, 7, 71, 4, 5, 8, 9, 85), Sococi Marin (7820, 1, 4, 7, 9—31, 3, 5, (64, 78, 9, 85), Spătaru Rodica (7820, 1, 5, 7, 9—31, 3, 5, 748, 9, 83, 5), Giurgea Constantin (7821, 3—5, 37, 40, 5, 9, 51, 64, 6—8, 80, 5, 93).

DOLHASCA (Suceava). *L. 1* cl. XI Alexandrescu Clement (7772, 80, 3, 6, 92, 808, 20, 3, 4, 7, 37, 45).

DOROHOI (Suceava). *L. 1.* cl. X Croitoru Sidi (7821, 4, 5, 7, 30, 2, 5, 45, 76, 8, 9, 83).

DRĂGĂNEȘTI OLT (Argeș). *L. 1* cl. XI Duriga Mircea (7770, 3, 91, 5, 808, 17, 24, 5, 40, 5, 59), Tircă Constantin (7770, 820, 1, 3—5, 37—40, 2, 4, 5, 9, 51).

DRĂGĂȘANI (Argeș) *L. 1* cl. X Palaghia Tudorin (7770, 2, 90, 1, 6, 808, 23, 4, 7—30 3—7, 42, 4, 64, 73, 6, 8—80, 3, 5, 9). *Stavaru Gh.* (7782, 5, 8, 820, 1, 3, 4, 7—37, 9, 42, 5, 64 74—6, 8—80, 3, 5), cl. XI [illegible]u Florin (7782, 800, 12, 20, 4, 49, 51, 3, 64, 80, 3, 4).

DUMBRĂVENI. *L. 1* cl. X Belciug Ion (7787, 8, 30—2, 4, 5, 7, 74—6, 8, 9).

FĂGĂRAȘ. *L. 1* cl. IX Laschescu Dorin (2590, 1, 6, 627—30, 7828, 31, 4, 78, 9).

FĂGET (Banat *L. 1* cl. XI Babescu Marius (7770, 7, 82, 3, 6, 96, 802, 8, 9, 12, 7, 20, 1, 3—5, 7, 30, 2—5, 7, 9—46, 8, 9, 51—3).

FĂUREI *L. 1* cl. IX Manea Ion (2591, 9, 609, 27, 8, 30, 7785, 8, 30, 74, 8, 9,

FETEȘTI. *L. 1* cl. XI Guriță Mariana (7786, 92, 821, 4, 7, 9, 30, 4, 5, 42 9, 51, 67 9, 78, 9), Manole George (7785, 821, 4, 7, 9, 32, 5, 7, 49, 53, 74, 8, 9, 80, 3).

FETEȘTI GARĂ. *L. 1* cl. XI Tudor Victor (7770, 85—7, 9, 987, 807, 23, 4, 7, 9, 42, 5, 9, 51, 3).

FIENI (Ploiești). *L. 1* cl. X Solomon Ion (7783, 821, 7—31, 3, 4, 6, 42, 5, 67, 78, 4, 6, 89, 83, 5).

FOCȘANI. *L. 1* cl. X. Constantin Teodor (7782, 3, 5, 90, 827—30, 5, 42, 5, 8, 9).

ERATĂ — La problema 8122 în loc de tg (4x + 1 se va scrie (tg 4x + 1) iar în loc de $\sin\left(x+\frac{1}{2}\right)$ se va scrie $\left(\sin x+\frac{1}{2}\right)$. La problema 8127 ecuația este:

$$32x^5 - 16x^4 - 32x^3 + 12x^2 + 6x - 1 = 0.$$

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme pregătiți și concursul de matematică 1967.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune în aceeași trimitere.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimile trei numere apărute în G.M.B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Orice elev poate trimite soluții și la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimite pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

★

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze de îndată pentru numerele 6—12. (14 lei)

Prețul este de 2 lei exemplarul. *Abonamentele se vor face prin oficiile poștale locale.*

INDEX 14601

I. P. Informația — c. 5101.

Lei 2

E1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — mai 1967

5

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
Anul XVIII, nr. 5 — mai 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Grupul simetric de E. Georgescu-Buzău	193
2. Note matematice de Gr. Bănescu, Şerban Bărcănescu, M. I. Focşeneanu, N. Manolache, D. Ralescu şi G. Ortocol. . .	198
3. Probleme rezolvate (7330, 7335, 7354, 7362, 7364, 7375, 7378 7392, 7397, E: 2429, 2479, 2480, 2482, 2483)	206
4. Chestiuni de examen (8193—8225)	213
5. Probleme propuse (8226—8259)	217
6. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V — VIII (E: 2709—2725)	223
7. Cărţi noi	226
8. Rubrica rezolvitorilor de probleme	226

ANUL XVIII 5 MAI

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă, N., profesor; *Grosu A., profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Păvăluţa M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea, R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei. 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

* ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT * 1883

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII nr. 5 — mai 1967

GRUPUL SIMETRIC

de Eremia Georgescu-Buzău

În acest articol vom schița cîteva direcții ale matematicii moderne în care se pot face primii pași, pornind de la unele noțiuni introduse în actualul manual de Algebră pentru clasa a X-a reală.

De cîte ori ne vom referi la o noțiune care figurează în manualul amintit vom indica aceasta scriind în paranteză numărul paginii din manual unde apare noțiunea respectivă.

Pentru ca articolul să fie accesibil unei categorii cît mai largi de cititori, în prima parte, pe lîngă noțiunile noi introduse, vom repeta pe scurt unele noțiuni și notații conținute în manualul menționat.

I. Considerații generale.

1. a) Dacă o funcție f este definită pe o mulțime E și ia valori în mulțimea F, se subliniază acest lucru prin notația $f: E \to F$ sau $E \xrightarrow{f} F$ (p. 62).

b) Dacă funcția $f: E \to F$ face să corespundă elementului $x \in E$, elementul $y \in F$, se mai pune în evidență acest lucru prin notația $x \xrightarrow{f} y$ (p. 62).

c) Dacă se dau funcțiile $f_1: E_0 \to E_1$, $f_2: E_1 \to E_2$, $f_3: E_2 \to E_3, \ldots$, $f_n: E_{n-1} \to E_n$ astfel încît $x_0 \xrightarrow{f} x_1$, $x_1 \xrightarrow{f_2} x_2$, $x_2 \xrightarrow{f_3} x_3, \ldots, x_{n-1} \xrightarrow{f_n} x_n$ se subliniază acest fapt prin schema :

$$x_0 \xrightarrow{f_1} x_1 \xrightarrow{f_2} x_2 \xrightarrow{f_3} x_3 \to \ldots \to x_{n-1} \xrightarrow{f_n} x_n$$

2. a) Un procedeu care asociază oricărui cuplu (x, y) de elemente dintr-o mulțime E distincte sau nu), un element din E și numai unul, se numește *operație internă* pe mulțimea E, sau *lege de compoziție internă* pe mulțimea E. Dacă operația internă considerată face cu cuplului (x,y) de elemente din E să-i corespundă elementul $z \in E$, se pune în evidență acest fapt notînd pe z sub forma $x \otimes y$. Atunci cînt operația este o operație pentru care există un semn consacrat $(+, -, \cdot, :)$, în locul semnului $\otimes$ se utilizează semnul respectiv.

b) O lege de compoziție internă pe mulțimea E pentru care $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$, oricare ar fi $x \in E$, $y \in E$ și $z \in E$ se numește *asociativă*.

c) Dacă $x \otimes y = y \otimes x$, oricare ar fi $x \in E$ și $y \in E$, operația se numește *comutativă*. Dacă există două elemente $x \in E$ și $y \in E$ (distincte sau nu) astfel încît $x \otimes y \neq y \otimes x$, operația se numește *necomutativă*.

d) Dacă există în E un element e astfel încît $e \otimes x = x \otimes e = x$, oricare ar fi $x \in E$, se spune că e este *element neutru* pentru operația $\otimes$ (se arată fără dificultate că dacă există un element neutru, acesta este unic).

e) Dacă în E există un element neutru e pentru legea de compoziție asociativă notată prin semnul $\otimes$ și pentru un element $a \in E$ există un element notat a^{-1}, astfel încît $a \otimes a^{-1} = a^{-1} \otimes a = e$, se spune că elementul a este *inversabil*, iar a^{-1} se numește *inversul* elementului a (se arată fără dificultate că dacă un element admite un invers, aceasta este unic)

3. Se spune că o lege de compoziție internă pe o mulțime E definește pe E o structură de *grup* dacă :

α) este asociativă,

β) există un element neutru,

γ) orice element din E este inversabil.

Dacă legea de compoziție este comutativă se spune că grupul este *comutativ* sau *abelian*. În caz contrar se spune că grupul este *necomutativ*.

II. Permutări. Grupul simetric.

Definiţia 1. Aplicaţiile biunivoce ale mulţimii $\{1,2,3,\ldots n\}$ pe mulţimea $\{1,2,3,\ldots n\}$ se numesc *permutări* ale mulţimii $\{1,2,3,\ldots n\}$ (p. 87).

Vom nota o permutare a mulţimii $\{1,2,3,\ldots,n\}$ printr-un tablou de forma

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n-1 & n \\ b_1 & b_2 & b_3 & \ldots & b_{n-1} & b_n \end{pmatrix}$$

unde elementele b_1, b_2, $b_3,\ldots$, b_{n-1}, b_n sînt numerele $1,2,3,\ldots$, n-1, n aşezate (o singură dată) într-o anumită ordine. Tablul sugerează faptul că prin permutarea considerată elementului 1 îi corespunde b_1 $(1\to b_1)$, elementului 2 îi corespunde elementul b_2 $(1\to b_2)$, etc. Elementele din linia întîia pot fi aşezate şi în altă ordine decît ordinea naturală (în orice ordine dorim). De exemplu, permutarea $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\ldots n-1 & n \\ b_1 & b_2 & b_3\ldots b_{n-1} & b_n \end{pmatrix}$ se mai poate nota cu ajutorul următorului tablou $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2\ldots n & n-1 \\ b_3 & b_1 & b_2\ldots b_n & b_{n-1} \end{pmatrix}$.

Vom mai nota o permutare a mulţimii $\{1,2,3,\ldots,n\}$ şi astfel: $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \ldots a_n \\ b_1 & b_2 & b_n \end{pmatrix}$ unde a_1, a_2, $\ldots$, a_n reprezintă numerele $1,2,3,\ldots,n$ scrise într-o anumită ordine (fiecare din numerele $1,2,3,\ldots$, n este scris o singură dată), iar b_1, $b_2,\ldots b_n$ reprezintă deasemenea numerele 1, 2, 3,..., n scrise într-o ordine anumită (fiecare dintre acestea fiind scrise o singură dată).

Aşadar, tabloul $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \ldots a_n \\ b_1 & b_2 & \ldots b_n \end{pmatrix}$ prin care se notează o permutare a mulţimii $\{1,2,3,\ldots,n\}$ se caracterizează prin aceea că în ambele linii figurează o singură dată fiecare din numerele $1,2,3,\ldots,n$.

Exemplu. Permutările mulţimii {1,2,3, 4,} scrise cu ajutorul tabloului sînt :

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ etc.

Numărul permutărilor mulţimi { 1, 2, 3, 4} este $P_4 = 4\,! = 24$ (p. 87)

Definiţia 2. Fie două permutări f şi g ale mulţimii $\{1,2,3,\ldots, n\}$. Admitem că elementele permutării a doua situate în linia întîia a tabloului sînt scrise în aceeaşi ordine ca elementele primei permutări situate în linia a doua, adică admitem că permutarea f este notată printr-un tablou de forma $\begin{pmatrix} a_1 & a_2\ldots a_n \\ b_1 & b_2\ldots b_n \end{pmatrix}$ iar permutarea g este notată printr-un tablou de forma $\begin{pmatrix} b_1 & b_2\ldots b_n \\ c_1 & c_2\ldots c_n \end{pmatrix}$.

Definim o lege de compoziţie pe mulţimea acestor permutări prin egalitatea :

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2\ldots a_n \\ b_1 & b_2\ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 & b_2\ldots b_n \\ c_1 & c_2\ldots c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2\ldots a_n \\ c_1 & c_2\ldots c_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

(este evident că tabloul $\begin{pmatrix} a_1 & a_2\ldots a_n \\ c_1 & c_2\ldots c_n \end{pmatrix}$ reprezintă tot o permutare). Legea de compoziţie introdusă se numeşte *compunere* iar permutarea $\begin{pmatrix} a_1 & a_2\ldots a_n \\ c_1 & c_2\ldots c_n \end{pmatrix}$ se numeşte *compunerea* permutărilor f şi g sau *produsul* acestora.

Dacă notăm cu h permutarea $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots a_n \\ c_1 & c_2 \dots c_n \end{pmatrix}$ legătura între elementele permutărilor care intervin în egalitatea (1) este exprimată prin schemele:

$$\underbrace{a_1 \xrightarrow{f} b_1 \xrightarrow{g} c_1}_{h = f \otimes g} \qquad \begin{matrix} h \\ a_1 \to c_1 \end{matrix}$$

$$\underbrace{a_2 \xrightarrow{f} b_2 \xrightarrow{g} c_2}_{h = f \otimes g} \qquad \begin{matrix} h \\ a_2 \to c_2 \end{matrix} \quad \text{etc.}$$

Exemplu. Vom aplica legea de compoziție introdusă pentru cîteva permutări ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ și vom scrie la primul caz și schema corespunzătoare.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$1 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 3$ $\quad 2 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{g} 1$ $\quad 3 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} 4$ $\quad 4 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{g} 2$

h $\quad h$ $\quad h$ $\quad h$

$1 \xrightarrow{h} 3, \quad 2 \xrightarrow{h} 1, \quad 3 \xrightarrow{h} 4, \quad 4 \xrightarrow{h} 2.$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$

c) În cazul cînd permutarea a doua nu conține elementele din linia întîia, ordonate ca elementele din linia a doua a primei permutări, pentru a scrie produsul celor două permutări, întîi se ordonează elementele din linia a doua, după cum se vede în următorul caz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Același rezultat se poate obține urmărindu-se schemele:

$1 \to 3 \to 4$	$(1 \to 4)$
$2 \to 1 \to 3$	$(2 \to 3)$
$3 \to 2 \to 2$	$(3 \to 2)$
$4 \to 4 \to 1$	$(4 \to 1)$

Corespondențele scrise în paranteză definesc permutarea

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, ceea ce arată că $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Observația **1.** Compunerea permutărilor unei mulțimi $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ este o operație *necomutativă*, dacă $n \geqslant 3$.

Această afirmație rezultă din următorul exemplu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix}, \text{ pe cînd}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix}$$

Rezultatele celor două compuneri sînt diferite: în primul caz lui 1 îi corespunde 1, iar în al doilea ca lui 1 îi corespunde 3. Așadar,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} \neq$$

$$\neq \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \dots n-1 & n \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \dots n-1 & n \end{pmatrix}$$

Definiția 3. Permutarea $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \ldots n \\ 1 & 2 & 3 \ldots n \end{pmatrix}$ care face ca fiecărui $x \in \{1,2,3,\ldots n\}$ să-i corespundă elementul $x \in \{1,2,3,\ldots n\}$ se numește permutare *identitate.*

Definiția 4. Un element $x \in \{1,2,3, \ldots n\}$ se numește *invariant* printr-o permutare a mulțimii $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ dacă prin permutarea considerată, lui x îi corespunde x. Se mai spune că permutarea respectivă invariază elementul x.

Tabloul corespunzător unei permutări care invariază elementul x este de forma :

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & x & \ldots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & b_2 & \ldots & x & \ldots & b_{n-1} & b_n \end{pmatrix}$$

De exemplu, permutarea $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ invariază elementele 1 și 3.

Definiția 5. O permutare care invariază toate elementele cu excepția a două elemente se numește *transpoziție.*

Tabloul corespunzător unei transpoziții este de forma :

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & x & \ldots & y & \ldots & a_{n-1} & a_n \\ \underbrace{a_1}_{\text{elemente invariante}} & \underbrace{a_2}_{\text{elemente invariante}} & \underbrace{y} & \ldots & \underbrace{x} & \ldots & \underbrace{a_{n-1}} & \underbrace{a_n}_{\text{elemente invariante}} \end{pmatrix}$$

De exemplu, permutarea $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ a mulțimii $\{1,2,3,4,5,6\}$ este o transpoziție deoarece invariază toate elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ cu excepția a două elemente 5 și 3 (care se schimbă între ele).

Teoremă. Operația de compunere definește pe mulțimea permutărilor mulțimii $\{ 1,2,3, \ldots n \}$ *o structură de grup.*

Pentru demonstrarea teoremei va trebui să verificăm că legea de compoziție internă definită pe mulțimea permutărilor considerate satisface condițiile α, β, γ din definiția grupului.

α) Arătăm întîi că operația notată $\otimes$ este asociativă.

Într-adevăr,

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ b_1 & b_2 \ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \ldots b_n \\ c_1 & c_2 \ldots c_n \end{pmatrix}\right] \otimes \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \ldots c_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ c_1 & c_1 \ldots c_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \ldots c_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix} \text{ și}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ b_1 & b_2 \ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \left[\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \ldots b_n \\ c_1 & c_2 \ldots c_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \ldots c_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix}\right] =$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ b_1 & b_2 \ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \ldots b_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix}$$

de unde rezultă că

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ b_1 & b_2 \ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \ldots b_n \\ c_1 & c_2 \ldots c_n \end{pmatrix}\right] \otimes \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \ldots c_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \ldots a_n \\ b_1 & b_2 \ldots b_n \end{pmatrix} \otimes \left[\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \ldots b_n \\ c_1 & c_2 \ldots c_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \ldots c_n \\ d_1 & d_2 \ldots d_n \end{pmatrix}\right]$$

β). Există un element neutru față de operația $\otimes$. Acest element este permutarea *identitate*. Această afirmație rezultă din următoarele calcule, în care ținem seama că permutarea identitate poate fi scrisă sub oricare din formele:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 \dots . & 4\\ 1 & 2 & 3 \dots . & n\end{pmatrix} \text{ sau } \begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3 \dots & a_n\\ a_1 & a_2 & a_3 \dots & a_n\end{pmatrix} \text{ sau } \begin{pmatrix}b_1 & b_2 & b_3 \dots & b_n\\ b_1 & b_2 & b_3 \dots & b_n\end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots & b_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}$$

Rezultatele obținute le scriem schematic astfel:

$\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} \oplus$ (permutarea identitate) = (permutare identitate) $\otimes \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots . & a_n\\ b_1 & b_2 \dots . & b_n\end{pmatrix}$, $= \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}$, relație care arată că permutarea identitate este element neutru.

γ) Orice permutare $\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots . & a_n\\ b_1 & b_2 \dots . & b_n\end{pmatrix}$ este inversabilă și inversa sa este permutarea $\begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots . & b_n\\ a_1 & a_2 \dots . & a_n\end{pmatrix}$.

Într-adevăr, $\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots & b_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix}$

(permutarea identitate) și $\begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots & b_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots & b_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}$

(permutarea identitate). Vom scrie $\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}^{-1}$ în loc de $\begin{pmatrix}b_1 & b_2 \dots & b_n\\ a_1 & a_2 \dots & a_n\end{pmatrix}$

Așadar, $\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}^{-1} \oplus$ $\otimes \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & a_n\\ b_1 & b_2 \dots & b_n\end{pmatrix}^{-1}$ = permutarea identitate (elementul neutru pentru operația $\otimes$)

Observație. Inversa unei transpoziții este chiar transpoziția respectivă, adică

$$\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & x \dots & y \dots & a_{n-1} & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & y \dots & x \dots & a_{n-1} & a_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & y \dots & x \dots & a_{n-1} & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & x \dots & y \dots & a_{n-1} & a_n\end{pmatrix}$$

Într-adevăr,

$$\begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & x \dots & y \dots . & a_{n-1} & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & y \dots & x \dots . & a_{n-1} & a_n\end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix}a_1 & a_2 \dots & y \dots & x \dots & a_{n-1} & a_n\\ a_1 & a_2 \dots & x \dots & y \dots & a_{n-1} & a_n\end{pmatrix} \text{ și}$$

schimbînd pe x cu y în linia întîia, în ultima permutare, obţinem

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots y \dots x \dots a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 \dots x \dots y \dots a_{n-1} & a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots x \dots y \dots a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 \dots y \dots x \dots a_{n-1} & a_n \end{pmatrix}$$

Grupul permutărilor mulţimii $\{1,2,3,\dots,n\}$ se numeşte *grup simetric* şi se notează cu semnul $\mathfrak{S}_n$. Grupul $\mathfrak{S}_n$ conţine $n!$ elemente (numărul permutărilor mulţimilor $\{1, 2, 3,\dots,n\}$ este $P_n = n!$). Acest grup joacă un rol foarte mare în matematică şi în special în algebra modernă.

Grupul $\mathfrak{S}_n$, este necomutativ dacă $n \geqslant 3$, căci compunerea permutărilor este necomutativă dacă $n \geqslant 3$, după cum s-a văzut mai înainte.

NOTE MATEMATICE

18 Asupra problemei 7470

Enunţul problemei 7470 din *G. M.-B* 3/1966 este următorul : *Să se demonstreze că în orice triunghi ascuţitunghic ABC există inegalităţile* :

$$\operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^2 C \geqslant 9, \tag{1}$$

$$\operatorname{cotg}^2 \frac{A}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{B}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{C}{2} \geqslant 9, \tag{2}$$

Vom da o soluţie aplicabilă în rezolvarea multor probleme de acest gen.

Fie $f(x) : (a, b) \to R$ o funcţie derivabilă de două ori pe (a, b), derivata a doua păstrînd acelaşi semn pe (a, b) ; atunci*

$$f\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\right) \leqslant \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i f(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad \begin{pmatrix} m > 0 \\ \text{şi } x_i \in (a, b) \text{ oarecari} \end{pmatrix}$$

dacă $f''(x) > 0$.

Dacă $m_i = 1$ atunci $\sum_{i=1}^{n} m_i = n$ şi pentru $i = 1, 2, 3$, inegalitatea devine :

$$f\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right) \leqslant \frac{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)}{3}.$$

Notînd $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$ avem $f''(x) = \dfrac{2\cos^4 x + 6\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^6 x} > 0$, oricare ar fi $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Condiţiile de valabilitate ale inegalităţii fiind îndeplinite o putem aplica şi avem :

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{A + B + C}{3}\right) \leqslant \frac{\operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^2 C}{3}$$

*) vezi nota matematică nr. 21 G.M—B pag 248, din 1966.

unde A, B, C sînt unghiurile triunghiului ascuțitunghic. De aici,

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} \leqslant \frac{\operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^2 C}{3}$$

sau

$$\operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^2 C \geqslant 9.$$

Notînd $f(x) = \operatorname{cotg}^2 \frac{x}{2}$ se constată că $f''(x) > 0$ și

$$\operatorname{cotg}^2 \frac{A+B+C}{6} \leqslant \frac{\operatorname{cotg}^2 \frac{A}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{B}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{C}{2}}{3},$$

deci

$$\operatorname{cotg}^2 \frac{\pi}{6} \leqslant \frac{\operatorname{cotg}^2 \frac{A}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{B}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{C}{2}}{3}$$

și

$$\operatorname{cotg}^2 \frac{A}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{B}{2} + \operatorname{cotg}^2 \frac{C}{2} \geqslant 9.$$

Gr. Bănescu, București

19. Generalizarea problemei 7597

Dacă $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_n$, coeficienți ai polinomului $A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \ldots + A_n$, sînt numere întregi, astfel ca A_0A_n să fie un număr impar și A_1A_2 un număr par, atunci rădăcinile polinomului nu pot fi toate raționale (n fiind impar). (Enunț generalizat).

Deoarece A_0A_n este un număr impar, înseamnă că atît A_0 cît și A_n sînt numere impare.

Presupunem, prin absurd, că toate rădăcinile polinomului dat sînt raționale, adică de forma $\frac{m_i}{p_i}$, unde $(m_i\, p_i) = 1$ și $i = 1, 2, \ldots, n$.

După cum se știe, numerele m_i se află printre divizorii termenului liber, adică ai lui A_n, iar numerele p_i printre divizorii lui A_0.

Cum A_0 și A_n sînt numere impare, și numerele m_i și n_i sînt impare, căci orice număr impar admite doar divizori impari.

Suma rădăcinilor ecuației este

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} = \frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{p_2} + \ldots + \frac{m_n}{p_n} = \frac{m_1p_2 \ldots p_n + \ldots + m_n \cdot p_1 \ldots p_{n-1}}{p_1p_2 \ldots \ldots p_n}.$$

La numărătorul acestei expresii avem un număr impar de termeni de forma $m_i\, p_1 \ldots p_{i-1}\, p_{i+1} \ldots p_n$.

În cadrul fiecărui termen există un număr impar de factori impari, deci fiecare termen este un număr impar.

Rezultă că expresia de la numărător este un număr impar.

Analog deducem că și expresia de la numitor este un număr impar.

Deci, în condițiile date, suma rădăcinilor polinomului dat se exprimă printr-un număr rațional de forma $\frac{2M+1}{2N+1}$, unde M și N sînt numere întregi.

Calculăm acum suma produselor rădăcinilor luate cîte două :

$$\sum_{i\neq j=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} \cdot \frac{m_j}{p_j} = \sum_{i\neq j=1}^{n} \frac{m_i m_j}{p_i p_j}.$$

Observăm acum că $m_i m_j$ sînt numere impare, ca produse de numere impare, la fel și $p_i p_j$.

Aplicînd un raționament analog cu cel precedent, pentru această a doua sumă, ajungem la concluzia că și suma $\sum_{i\neq j=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} \cdot \frac{m_j}{p_j}$ se exprimă printr-un număr rațional de forma $\frac{2M'+1}{2N'+1}$, M' și N' fiind numere întregi.

Acum, deoarece prin ipoteză A_1A_2 este par, analizăm situațiile posibile :

1. A_1 *par*, A_2 *impar*. În acest caz

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} = -\frac{A_1}{A_0} = -\frac{2K}{2K+1}.$$

Am văzut însă că $\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} = \frac{2M+1}{2N+1}$, deci am ajuns la o contradicție care anulează ipoteza că toate rădăcinile polinomului dat sînt raționale.

2. A_1 *impar*, A_2 *par*. În acest caz, considerînd suma

$$\sum_{i\neq j=1}^{n} \frac{m_i}{p_i} \cdot \frac{m_i}{p_j},$$

ajungem la aceeași concluzie ca la 1.

3. A_1 *par*, A_2 *par*. Acest caz se reduce la unul din cele precedente.

Șerban Bărcănescu, elev București

20. În legătură cu problema 6647

Dăm enunțul completat al problemei 6647 din *G.M.—B* care este în legătură cu problema 5880 din *G. M.*/1943 publicată de subsemnatul, căreia nu i s-a publicat soluția.

Dîndu-se în plan patru drepte neparalele cîte două și neconcurente cîte trei, se cere :

a) Cîte puncte există în planul dreptelor, astfel ca proiecțiile lor pe cele patru drepte să fie conciclice?

b) Să se găsească caracteristicile acestor cercuri și să se dea proprietățile punctelor ce satisfac problema.

c) *Cazuri particulare.*

a) Se cunoaşte proprietatea conicelor cu centru (elipsă, hiperbolă) referitoare la focare : proiecţia unui focar pe o tangentă oarecare a conicei se află pe cercul principal, adică pe cercul ce are ca diametru axa focală (Manualul de G. A. cl. XI p. 155, Ed. 1965 sau „Culegerea de probleme de geometrie" de *G. Ţiţeica* ed. IV problema 315 p. 139).

Punctele cerute în problema 5880 pot fi deci focarele unei conice, tangente dreptelor date D_i ($i = 1, 2, 3, 4$).

Dar focarele mai au proprietatea : tangentele duse la elipsă sau hiperbolă din P fac unghiuri egale cu dreptele PF şi PF' care unesc P cu focarele. (Culegere de probleme de geometrie de *G. Ţiţeica* problema nr. 1330 p. 140).

Aşadar punctele căutate unite cu vîrfurile patrulaterului D_i formează drepte izogonale în raport cu unghiurile respective şi ele sînt perechi de puncte M, M' izogonale în patrulaterul D_i.

Se mai ştie că într-un patrulater se pot înscrie o mulţime de conice cu centru, deoarece pentru determinarea univocă a unei asemenea conice trebuiesc cinci tangente.

În articolul „Reprezentarea parametrică a conicelor" din *G.M.B.* nr. 9/1966 p. 396 pct. 2, dacă eliminăm parametrul t, obţinem o ecuaţie de grad doi cu cinci coeficienţi, de forma

$$x^2 + Axy + By^2 + Cx + Dy + E = 0.$$

Pentru determinarea coeficienţilor sînt necesare cinci puncte sau cinci tangente, etc. .

Cum noi avem numai patru tangente, a cincea e arbitrară, deci există o infinitate de conice înscrise în D_i şi deci o infinitate de perechi de puncte ale căror proiecţii pe dreptele D_i sînt conciclice (perechile de focare ale conicelor cu centru înscrise în D_i.

Conicele (C) se spune că formează un fascicul.

b) Fie (w) cercul principal al uneia din conicele (C). Centrul său w se află la mijlocul distanţelor focarelor M, M'. Dacă notăm cu x_i distanţele lui M la D_i şi x_i' distanţele lui M' la aceleaşi drepte D_i, avem relaţiile $x_i \cdot x_i' = b^2$ (b semiaxa nefocală a conicei). (Vezi de ex. problema nr. 231, p. 150 din manualul de geometrie analitică cl. XI).

Distanţele lui w la D_i vor fi deci

$$w_i = \frac{x_i^2 + b^2}{2x_j}.$$

Locul geometric al lui w se ştie că este dreapta care uneşte mijloacele diagonalelor patrulaterului D_i, adică dreapta *Newton-Gauss* a patrulaterului.

c) Cazurile particulare ce se pot ivi sînt următoarele :

Conica (C) este o parabolă. În acest caz parabola fiind determinată de patru tangente, căci între coeficienţii A, B există deja o relaţie, rezultă că în D_i se înscrie o singură parabolă, care are un singur focar. Există un caz cînd un singur punct M satisface problema. Perechea sa este la infinit.

Dar la parabolă, proiecţia focarului pe o tangentă este pe tangenta la vîrf. Cercul (w) devine o dreaptă, iar centrul w este la infinit. Punctul M se zice punctul lui *Miquel* al patrulaterului D_i.

Dacă dreptele D_i formează un paralelogram, centrul w este intersecţia diagonalelor paralelogramului şi cazul parabolei este exclus. Soluţiile problemei sînt numai perechile de puncte simetrice în raport de w.

Dacă trei din dreptele D_i aparţin unui fascicul de centru a, atunci obligatoriu şi a patra trebuie să aparţină aceluiaşi fascicul. În acest caz orice punct satisface problema.

Mihail I. Focşeneanu

21. O generalizare a triunghiului lui Pascal

1. *Definiţie* : Numim triunghi de numere de ordinul q un tablou triunghiular format din l linii ($l \in N$) în care prima linie, de rang 0, este formată din singurul număr real a, iar fiecare număr de pe celelalte linii este suma a doi termeni aşezaţi simetric faţă de el, pe linia anterioară celei a sa. Notăm cu T_q un asemenea triunghi.

Rezultă de aici, după cum q este impar sau par, că un termen oarecare este aşezat sub un alt termen din linia anterioară, respectiv între proiecţiile a doi termeni consecutivi de pe linia anterioară, pe linia sa. Excepţie fac termenii de la marginea triunghiului, adică aceia care la dreapta sau la stînga nu au termeni pe liniile anterioare, deasupra lor. Pentru claritate, dăm două exemple, după paritatea lui q : a) $q = 3$; b) $q = 4$.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 1 & 1 & 1 & & \\ & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & \\ 1 & 3 & 6 & 7 & 6 & 3 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccccccc} & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & & & \\ & & & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 12 & 12 & 10 & 6 & 3 & 1 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

Notăm cu K_n^k termenul de pe linia n, de rang $k + 1$. Convenim să notam cu 0 prima linie.

Pentru demonstrarea proprietăţilor triunghiurilor de numere astfel definite, vom demonstra întîi următoarea :

2. *Proprietate fundamentală* : Într-un triunghi T_q de numere, termenii liniei de ordinul n, consideraţi ordonaţi de la stînga la dreapta, sînt coeficienţii dezvoltării : $a.\,(1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1})^n$ ordonată după gradele crescătoare ale monoamelor sale.

Dăm o demonstraţie prin inducţie a acestei proprietăţi :

Pentru $n = 1$, avem $a.(1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1})^n = a \cdot x^0 + a \cdot x + a \cdot x^2 + \ldots + a \cdot x^{q-1}$, dar şi $K_1^0 = K_1^1 = K_1^2 = \ldots = K_1^{q-1} = a$, ceea ce arată valabilitatea proprietăţii enunţate, în acest caz.

Considerăm că afirmaţia este adevărată pentru $n = p$, adică avem :

$$a.\,(1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1})^p = K_p^0 + K_p^1 x + K_p^2 x^2 + \ldots + K_p^{p(q-1)} x^{p(q-1)}$$

Avem deci :

$$a \cdot (1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1})^{p+1} = (1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1}).$$

$$(K_p^0 + K_p^1 x + K_p^2 x^2 + \ldots + K_p^{p(q-1)} x^{p(q-1)}) = K_p^0 + (K_p^0 + K_p^1)\, x +$$

$$+ (K_p^0 + K_p^1 + K_p^2)\, x^2 + \ldots + (K_p^0 + K_p^1 + \ldots + K_p^{q-2})\, x^{q-2} +$$

$$+ (K_p^0 + K_p^1 + \ldots + K_p^{q-1})\, x^{q-1} + (K_p^1 + K_p^2) + \ldots +$$

$$+ \ldots + K_p^q)\, x^q + \ldots + (K_p^{n(q-1)-q} + \ldots + K_p^{n(q-1)})\, x^{n(q-1)+1} + \ldots +$$

$$+ \ldots + K_p^{n(q-1)}\, x^{(n+1)(q-1)}$$

Ținînd însă sema de regula de formare a termenilor

$$K_{p+1}^{k} \quad [k = 1, 2 \ldots (p+1)\ (q-1)],$$

rezultă :

$$a(1 + x + x^2 + \ldots . + x^{q-1})^{p+1} = K_{p+1}^{0} + K_{p+1}^{1} + \ldots + K_{p+1}^{(p+1)(q-1)}$$

Cu aceasta, conform principiului inducției complete, proprietatea este demonstrată.

Observații : a) Se demonstrează prin inducție completă că o linie are cu $q-1$ termeni mai mulți decît precedenta, deci linia n are $n(q-1)$, $+1$ termeni.

b) Din simetria triunghiului T_q, avem : $K_n^k = K_n^{N-K}$, unde $N = n(q-1)+1$ este numărul de termeni ai liniei respective.

c) Pentru $q = 2$ obținem triunghiul T_2, al lui *Pascal*, avem deci $K_n^K = C_n^K$ în acest caz.

3. *Alte proprietăți* :

În triunghiul T_q avem :

a) $K_n^0 + K_n^1 + \ldots . + K_n^{n(q-1)} = a \cdot q^n$

b) $K_n^0 + K_n^2 + \ldots + K_n^{2k} + \ldots = K_n^1 + K_n^3 + \ldots + K_n^{2k+1} + \ldots$

pentru q par, și :

$$(K_n^0 + K_n^2 + \ldots + K_n^{2k} + \ldots) - (K_n + K_o^3 + \ldots + \\ + \ldots + K_n^{2k+1} + \ldots) = 1$$

pentru q impar.

c) $(K_n^0)^2 + (K_n^1)^2 + [K_n^{n(q-1)}]^2 = K_{2n}^{n(q-1)}$

d) $K_n^0 + K_n^2 + \ldots . + K_n^{2k} + \ldots = \begin{cases} = \frac{q^n}{2} \cdot a \text{ pentru } q \text{ par} \\ = \frac{q^n+1}{2} \cdot a \text{ pentru } q \text{ impar} \end{cases}$

e) $K_n + K_n^3 + \ldots + K^{2k+1} + \ldots . = \begin{cases} = \frac{q^n}{2} \cdot a \text{ pentru } q \text{ par} \\ = \frac{q^n-1}{2} \cdot a \text{ pentru } q \text{ impar} \end{cases}$

f) $K_n^k = K_{n-1}^{k-(q-1)} + K_{n-1}^{k-q+2} + \ldots + K_{n-1}^{k}$

g) $K_n^1 + 2 \cdot K_n^2 + 3 \cdot K_n^3 + \ldots + n(q-1)K_n^{n(q-1)} = \frac{a \cdot n(q-1)\, q^n}{2}$

h) $[K_n^0 - K_n^2 + K_n^4 + \ldots + (-1)^k K_n^{2k} + \ldots] +$

$+ i\,[K_n^1 - K_n^3 + K_n^5 + \ldots + (-1)^k K_n^{2k+1} + \ldots .] = i^{q-1} + i$

Demonstrații. Conform proprietății fundamentale, avem :

(1) $K_n^0 + K_n^1 x + \ldots . + K_n^{n(q-1)} x^{n(q-1)} = a(1 + x + \ldots . + x^{q-1})^n$

Făcînd $x = 1$ obținem proprietatea a); dacă punem $x = -1$ avem proprietățile b) și pentru $x = i$ căpătăm proprietatea h). Din proprietățile a) și b) le obținem imediat pe d) și e). Proprietatea f) se demonstrează prin inducție (aici, prin convenție, vom considera nuli termenii care n-au sens). Obținem proprietatea g) prin derivarea în ambele părți a relației (1) și înlocuirea lui x cu 1.

În fine, observăm că suma de la c) este coeficientul lui $x^{n(q-1)}$ în :

$$[K_n^0 + K_n^1 x + \ldots + K_n^{n(q-1)} x^{n(q-1)}] \cdot [K_n^{n(q-1)} + \ldots + K_n^0 x^{n(q-1)}]$$

Dar, în baza proprietății b) de la 2° Observații, avem :

$$[K_n^0 + K_n^1 x + \ldots + K_n^{n(q-1)} x^{n(q-1)}]\ [K_n^{n(q-1)} + K_n^{n(q-1)-1} x + \ldots +$$
$$+ K_n^0 x^{n(q-1)}] = (1 + x + x^2 + \ldots + x^{q-1})^{2n}$$

deci avem, calculînd cum am spus coeficientul lui $x^{n(q-1)}$ în ambii membri, relația c).

Observații. Pentru $q = 2$ fiecare relație se transformă într-o relație între coeficienții binomiali.

Manolache C. Nicolae, elev București

22. O generalizare a problemei 6322

În cele ce urmează vom demonstra inegalitatea :

$$[-a_1(n-2) + a_2 + \ldots + a_n]\ [a_1 - a_2(n-2) + \ldots + a_n] \ldots$$
$$\ldots\ [a_1 + \ldots + a^{n-1} - a_n(n-2)] \leqslant a_1 a_2 \ldots a_n \qquad (1)$$

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ fiind laturile unui poligon oarecare.

Pentru aceasta, se consideră sistemul de ecuații :

$$x_2 + \ldots + n_n = a_1 \qquad (1')$$
$$x_1 + x_3 + \ldots + x_n = a_2 \qquad (2')$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_1 + \ldots + x_{n-1} = a_n \qquad (n')$$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ fiind numere pozitive.

Adunînd ecuațiile obținem :

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = (n-1)(x_1 + x_2 + \ldots x_n),$$

deci $\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n-1}$ din care scădem pe rînd ecuațiile (1'), (2'), ..., (n'). și obținem soluțiile :

$$x_1 = \frac{a_1 + \ldots + a_n}{n-1} - a_1 = \frac{-a_1(n-2) + \ldots + a_n}{n-1},$$

$$x_2 = \frac{a_1 + \ldots a_n}{n-1} - a_2 = \frac{a_1 - a_2(n-2) + \ldots + a_n}{n-1},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_n = \frac{a_1 + \ldots a_n}{n-1} - a_n = \frac{a_1 + \ldots + a_{n-1} - (n-2)a_n}{n-1},$$

Să facem înlocuirile în (1). Inegalitatea propusă devine :

$$(n-1)^n\ x_1x_2\ldots x_n \leqslant (x_2+\ldots.+x_n)(x_1+x_3+\ldots+x_n)\ldots$$

$$\ldots(x_1+\ldots+x_{n-1}), \qquad (2)$$

între numerele x_i $(i=1,\ 2,\ldots.n)$ pozitive.

Folosim acum inegalitatea :

$$\frac{m_1+m_2+\ldots.+m_k}{k} \geqslant \sqrt[k]{m_1\ m_2\ldots m_k} \qquad (3)$$

dintre media aritmetică şi cea geometrică a k numere pozitive.

Aplicînd-o fiecărei paranteze din membrul al doilea în (2), obţinem :

$$(x_2+\ldots+x_n)(x_1+x_3+\ldots.+x_n)\ldots(x_1\ldots+x_{n-1}) \geqslant$$

$$(n-1)\sqrt[n-1]{x_2\ldots x_n}\cdot(n-1)\sqrt[n-1]{x_1x_3\cdot\ldots.x_n}\ldots(n-1)\sqrt[n-1]{x_1\ldots x_{n-1}} =$$

$$=(n-1)^n\sqrt[n-1]{x_1^{n-1}\,x_2^{n-1}\ldots.\,x_n^{n-1}}$$

deci :

$$(x_2+\ldots+x_n)(x_1+x_3\ldots+x_n)\ldots(x_1+\ldots+x_{n-1}) \geqslant$$

$$\geqslant (n-1)^n\ x_1x_2\ldots x_n$$

şi inegalitatea (2) este demonstrată.

Rezultă că şi inegalitatea iniţială (1) între laturile unui poligon este demonstrată. Să stabilim în ce caz avem egalitate. Aceasta are loc cînd mediile sînt egale deci din (3) şi (i') $(i=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ găsim :

$a_1=a_2=\ldots=a_n$ adică poligonul este regulat.

În cazul unui triunghi avem $n=3$ şi deci inegalitatea (1) devine

$$(-a_1+a_2+a_3)(a_1-a_2+a_3)(a_1+a_2-a_3) \leqslant a_1a_2a_3$$

şi punînd $a_1=a,\ a_2=b,\ a_3=c$ obţinem problema 6322 din *G.M.-B*, 1964.

Dan Ralescu, elev Bucureşti

23. Aria triunghiului în funcţie de mediane

Ridicînd la pătrat formula medianei :

$$4m_a^2=2(b^2+c^2)-a^2$$

şi adunînd relaţia rezultată cu alte două analoge, obţinem :

$$16\,\Sigma m_a^4=9\,\Sigma a^4 \qquad (1)$$

Pe de altă parte, ridicînd la pătrat relaţia cunoscută

$$4\,\Sigma m_a^2=3\,\Sigma a^2,$$

rezultă :

$$16\,(\Sigma m_a^4 + 2\,\Sigma m_a^2 m_b^2) = 9\,(\Sigma a^4 + 2\,\Sigma a^2 b^2)$$

de unde, ținînd sema de (1), se obține :

$$16\,\Sigma m_a^2 m_b^2 = 9\,\Sigma a^2 b^2. \qquad (2)$$

Aria $S = \frac{1}{4}\sqrt{2\,\Sigma a^2 b^2 - \Sigma a^4}$ a triunghiului, se mai poate scrie, avînd în vedere relațiile (1) și (2), astfel :

$$S = \frac{1}{3}\sqrt{2\,\Sigma m_a^2 m_b^2 - \Sigma m_a^4}.$$

Aplicație. Aria triunghiului cu medianele de 3m, 4 m și 5 m este de 8 m².

George Orlocol, elev Făgăraș

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7330

Să se arate că :

$$\frac{\dfrac{a_1(a_1-a_2)}{a_2+a_3+\cdots+a_n} + \dfrac{a_2(a_2-a_3)}{a_1+a_3+\cdots+a_n} + \cdots + \dfrac{a_n(a_n-a_1)}{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}}{\dfrac{a_1-a_2}{a_2+a_3+\cdots a_n} + \dfrac{a_2-a_3}{a_1+a_3+\cdots+a_n} + \cdots + \dfrac{a_n-a_1}{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}} =$$

$$= a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

Liviu Pîrșan, București

Soluție. Să efectuăm produsul

$$(a_1+a_2+\cdots+a_n)\left(\frac{a_1-a_2}{a_2+a_3+\cdots+a_n} + \frac{a_2-a_3}{a_1+a_3+\cdots+a_n} + \cdots + \right.$$

$$\left. + \frac{a_n-a_1}{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}\right) = \frac{a_1(a_1-a_2)}{a_2+a_3+\cdots+a_n} + (a_1-a_2) + \frac{a_2(a_2-a_3)}{a_1+a_3+\cdots+a_n} +$$

$$+ (a_2-a_3) + \cdots + \frac{a_n(a_n-a_1)}{a_1+a_2+\cdots+a_n} + (a_n-a_1) = \frac{a_1(a_1-a_2)}{a_2+a_3+\cdots+a_n} +$$

$$+ \frac{a_2(a_2-a_3)}{a_1+a_3+\cdots+a_n} + \cdots + \frac{a_n(a_n-a_1)}{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}$$

Dacă a doua paranteză din primul membru este nenulă, considerînd primul și ultimul membru din egalitățile de mai sus, putem împărți

prin : $\frac{a_1 - a_2}{a_2 + a_3 + \cdots + a_n} + \cdots + \frac{a_n - a_1}{a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}}$, și vom obține tocmai relația din enunț.

Problema 7335

Dacă ecuația $x^3 + ax^2 + bx + c$ *admite ca rădăcini trei numere naturale consecutive, atunci expresia* $E = c - ab$ *este divizibilă prin 6.*

Corneliu Marinov, București

Soluție dată de *E. Popa*, Iași.

Fie $n - 1$, n, $n + 1$ cele trei numere naturale consecutive, rădăcini ale ecuației date. Atunci $a = -3n$; $b = 3n^2 - 1$; $c = -n^3 + n$, iar $E = -n^3 + n + 9n^3 - 3n = 2n(4n^2 - 1)$. Expresia E se divide prin 2. Mai rămîne să arătăm că $n(2n - 1)(2n + 1)$ este divizibil cu 3. Dacă n se divide cu 3 și produsul considerat se divide cu 3. Dacă n lasă rest 1 la împărțirea cu 3, deci $n = 3m + 1$ atunci $2n + 1 = 6m + 3$ se divide cu 3, deci și produsul. Dacă $n = 3m + 2$ atunci $2n - 1 = 6m + 3$ deci și produsul se divide cu 3. Cu aceasta au fost epuizate toate cazurile. Deoarece se divide separat cu 2 și 3, E este divizibil și cu 6.

Problema 7354

Fie două funcții f *și* g. *Notăm* fog *compunerea lui* f *prin* g *și cu* gof, *compunerea lui* g *prin* f.

În general operația de compunere a funcțiilor este necomutativă adică $fog \neq gof$.

Să se verifice următoarele:

a) $f = x^2$ *și* $g = \sin x$, *compunerea este necomutativă, adică* $fog \neq gof$.

b) $f = 2x^2 - 1$ *și* $g = x(4x^2 - 3)$, *compunerea este comutativă,* $fog = gof$.

c) $f = \frac{x(3 - x^2)}{1 - 3x^2}$ *și* $g = \frac{4x(1 - x^2)}{1 - 6x^2 + x^4}$, *compunerea este comutativă.*

d) Să se explice cazurile b) și c).

Corneliu N. Popescu, București.

Soluție. a) Avem $fog = (\sin x)^2$ și $gof = \sin(x^2)$, evident $(\sin x)^2 \neq \sin(x^2)$.

b) Avem $fog = gof = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$

c) Avem $fog = gof = \frac{12x - 220x^3 + 792x^5 - 792x^7 + 220x^9 - 12^4}{1 - 66x^2 + 495x^4 - 924x^6 + 495x^6 - 66x^{10} + x^{12}}$

d) Pentru *a)* dacă $-1 \leqslant x \leqslant$, atunci notăm $x = \cos t$; $f = \cos 2t$ și $g = \cos 3t$ și $fog = gof = \cos 6t$

Pentru c) notăm $x = \operatorname{tg} t$ și $f = \operatorname{tg} 3t$ și $g = \operatorname{tg} 4t$ iar $fog = gof = \operatorname{tg} 12t$.

Problema 7362

$f(x)$ este un polinom cu proprietățile :

(1) $f(0) = -4$; (2) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x+a} = 2$; (3) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x)}{x+a} = b$, *există și este diferită de 0 și* ∞ *(a este o constantă). Atunci gradul lui $f(x)$ este 1, coeficientul lui x în $f(x)$ este 2* $a = -2$ $b = 2$.

La admitere în Universitatea din Tokio, 1964

Soluție dată de *Eugen Popa*, elev Iași.

Din $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x+a} = 2$ rezultă în primul rînd că gradul lui $f(x)$ este 1, căci dacă gradul lui $f(x) > 1$ limita căutată ar fi $+\infty$, iar dacă gradul lui $f(x) < 1$ limita ar fi 0. Tot din limita dată reiese că coeficientul lui x în $f(x)$ este 2. Deci $f(x) = 2x + c$. Din $f(0) = -4$ rezultă : $c = -4$. Dar $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x-4}{x+a} = b$ *e* diferită de 0, de unde rezultă $2 + a = 0$, deci $a = -2$. În acest caz :

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x-4}{x-2} = 2,$$

deci $b = 2$.

Problema 7364

Fie a, b, c, numere diferite iar x, y, z rădăcinile sistemului :

$$x + ay + a^2z = a^3;\quad x + by + b^2z = b^3;\quad x + cy + c^2z = c^3.$$

Să se exprime $a^3+b^3+c^3$ în funcție de x, y, z.

La admitere în Universitatea din Tokio, 1964

Soluție dată de *Eugen Popa*, elev Iași.

Considerînd ecuația : $X^3 - X^2 \cdot z - X \cdot y - x = 0$,

ecuațiile sistemului arată că a, b, c sînt rădăcinile acestei ecuații. Dar : $a + b + c = z$; $ab + bc + ca = -y$; $abc = x$, de unde :

$$a^3 + b^3 + c^3 = z^3 + 3yz + 3x$$

Problema 7375

a) Să se determine unghiul α pentru care expresia

$$F = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$$

are valoare reală.

b) Să se arate că expresia:

$$E = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{(1 - \sin x)(1 - \cos x)}{\sin x \cos x}$$

nu depinde de x.

La admiterea în Universitatea din Tokio, 1964

Soluție dată de *E. Popa*, elev, Iași.

$$F = [\cos(2\pi - \alpha) + i\sin(2\pi - \alpha)](\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha) =$$
$$= \cos(2\pi + 4\alpha) + i\sin(2\pi + 4\alpha)$$

Trebuie deci ca: $\sin(2\pi + 4\alpha) = 0$, sau $\sin 4\alpha = 0$, de unde $\alpha = k\frac{\pi}{4}$, k întreg.

b) Expresia este definită pentru orice x care nu este de forma $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$, unde k este întreg. În acest caz putem scrie:

$$E = \frac{\cos x(1 - \sin x)}{1 - \sin^2 x} + \frac{\sin x(1 - \cos x)}{1 - \cos^2 x} + \frac{(1 - \sin x)(1 - \cos x)}{\sin x \cos x} =$$

$$= \frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{(1 - \sin x)(1 - \cos x)}{\sin x \cos x} =$$

$$= \frac{\sin x + \cos x - 1 + 1 - \sin x - \cos x + \sin x \cos x}{\sin x \cos x} = 1.$$

Problema 7378

Se consideră polinomul $P(x) = 2x^2 + 6x + 3 - \alpha(x^2 + 1)$, unde α este un parametru real. Se cere:

a) Să se determine α astfel ca $P(x)$ să fie un pătrat perfect.

b) Să se calculeze $E = x_1^2 + x_2^3$ unde x_1, x_2 sînt rădăcinile ecuației $P(x) = 0$, fără a rezolva ecuația.

c) Ce valori poate lua parametrul α pentru ca $E < 0$.

La admiterea în facultate, Iași, 1965

Soluție dată de *E. Popa*, elev Iași.

a) Trebuie ca $\Delta = 0$. Deci avem ecuația în α:

$$\Delta = 36 - 4(3 - \alpha)(2 - \alpha) = 4(-\alpha^2 + 5\alpha + 3) = 0$$

Deci $\alpha_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$.

b) Avem

$$E = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

și $x_1 + x_2 = \frac{3}{\alpha - 2}$; $\quad x_1x_2 = \frac{\alpha - 3}{\alpha - 2}$, deci:

$$E = \frac{27}{(\alpha-2)^3} - 3\frac{3(\alpha - 3)}{(\alpha - 2)^2} = \frac{9(\alpha^2 - 5\alpha + 3)}{(2 - \alpha)^3}.$$

c) Pentru ca $E < 0$ trebuie ca: $(\alpha^2 - 5\alpha + 3)(2 - \alpha) < 0$, de unde: $\alpha \in \left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, 2\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, +\infty\right)$.

Problema 7392

O urnă conține 2 bile albe, o bilă neagră, 7 bile roșii. Se scot succesiv două bile din urnă. Care este probabilitatea de a extrage o bilă neagră și o bilă albă oricare ar fi ordinea extragerii bilelor, prima bilă extrasă nefiind repusă în urnă înainte de scoaterea celei de-a doua.

Bacalaureat, Maroc, 1963

Soluție dată de *E. Popa*, Iași.

Avem două cazuri: I Dacă prima bilă extrasă este albă. Probabilitatea acestui eveniment este $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. A doua bilă trebuie să fie neagră; probabilitatea este: $\frac{1}{9}$. Deci în acest caz probabilitatea este: $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$. II. Dacă prima bilă este neagră. Probabilitatea acestui eveniment este: $\frac{1}{10}$. A doua bilă trebuie să fie albă. Probabilitatea este: $\frac{2}{9}$. Deci în acest caz probabilitatea este: $\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{45}$. Ambele cazuri fiind convenabile probabilitatea de a extrage o bilă albă și una neagră este: $\frac{1}{45} + \frac{1}{45} = \frac{2}{45}$.

Problema 7397

Numărul laturilor unui poligon convex este de 7 ori mai mic decît numărul tuturor diagonalelor sale. Un al doilea poligon are cu 15 diagonale mai puțin. Să se afle numărul laturilor și al tuturor diagonalelor la ambele poligoane convexe.

Bîrzan Romanel, Cluj

Soluție. Deoarece din fiecare vîrf al unui poligon convex cu n laturi pleacă $n - 3$ diagonale, în total vor fi: $\frac{n(n-3)}{2}$ diagonale. Ecuația problemei este $n(n - 3) = 14n$.
De unde, excluzînd soluția $n = 0$ găsim: $n = 17$. Poligonul dat are deci 17 laturi și 119 diagonale. Al doilea poligon va avea: $119 - 15 = 104$ diagonale. Notînd cu m numărul laturilor acestui poligon găsim ecuația: $\frac{m(m-3)}{2} = 104$ care dă ca soluție acceptabilă $m = 16$. Deci al doilea poligon are 16 laturi și 104 diagonale.

Problema E : 2429

În Directivele Congresului al IX-lea al P.C.R., se arată că G.A.S dețin în prezent 2 milioane hectare teren agricol. Datorită mijloacelor de producție cu care vor fi dotate în perioada 1966—1970, producția medie va deveni : la grîu 2200 kg la hectar iar la porumb 3300 kg la hectare. Să se afle cîte hectare se vor cultiva cu grîu și cîte cu porumb dacă se vor obține 5 720 000 tone grîu și porumb la un loc. (Soluție aritmetică).

D. Acu, student, Cluj

Soluție Presupunem că toată suprafața s-ar cultiva cu porumb. Atunci s-ar obține

$$2000000 \cdot 3300 = 6600000 \text{ tone porumb.}$$

Se obține mai mult decît în enunț cu

$$6600000 - 5720000 = 880000 \text{ tone.}$$

Acest plus provine din adăugarea la producția fiecărui hectar cu grîu a încă $3300 - 2200 = 1100$ kg.

Rezultă că se vor cultiva cu grîu

$$\frac{880000000 \text{ kg}}{1100} = 800000 \text{ ha,}$$

iar cu porumb $2000000 - 800000 = 1200000$ ha.

Problema E : 2479

O livadă de formă dreptunghiulară este împrejmuită și are dimensiunile de 230 m și 110 m. Ea trebuie plantată cu pomi fructiferi care să fie așezați în rînduri paralele cu laturile grădinii. Cîți pomi pot fi sădiți dacă distanța între ei este de 6 m, iar în interior și pe marginea ei se lasă pentru circulație un drum de jur împrejur lat de 4 m ?

I. Teodorescu, Galați

Soluție. Să ne reprezentăm livada prin dreptunghiul $ABCD$, unde am figurat prin puncte, pomii sădiți. Dacă din dimensiuni se scad intervalele de cîte 4m ne rămîne

$$230 - 2 \cdot 4 = 222 \text{ m}$$

$$110 - 2 \cdot 4 = 102 \text{ m.}$$

Împărțim aceste dimensiuni pe care sînt sădiți pomii, la 6 m și obținem numărul de intervale.

$$222 : 6 = 37 \text{ intervale în lungime}$$

$$102 : 6 = 17 \quad \text{" în lățime}$$

Numărul de pomi pe fiecare rînd este mai mare cu o unitate decît numărul intervalelor. Pe un rînd paralel cu lungimea se găsesc deci $37 + 1$ pomi, iar pe unul paralel cu lățimea se găsesc $17 + 1$ pomi. Numărul total de pomi sădiți va fi $38 \times 18 = 684$.

Problema E : 2480

La un magazin de stat s-au adus într-o zi mărfuri în valoare de lei 81280; 40 costume bărbătești, 150 uniforme școlare și 120 cămăși.

Știind că o uniformă școlară valorează 1/2 din prețul unui costum bărbătesc și e de 5 ori mai scumpă decît o cămașă, să se afle cîte costume s-au adus, cîte uniforme și cîte cămăși.

Nelu Dobre, Merei, Buzău

Soluție. Presupunem că toată cumpărătura este de cămăși. În acest caz ar fi trebuit să fie

$$120 + 150 \cdot 5 + 40 \cdot 2 \cdot 5 = 120 + 750 + 400 = 1270$$

cămăși.

Valoarea unei cămăși va fi : $81280 : 1270 = 64$ lei.

O uniformă va costa : $64 \cdot 5 = 320$ lei. Iar un costum : $320 \cdot 2 = 640$ lei.

Problema E :. 2482

Două brigăzi de muncitori de pe un șantier de construcții trebuia să facă o lucrare în 6 zile. Dar numai o brigadă s-a apucat de lucru și a lucrat 5 zile, după care a venit și brigada a doua și lucrînd împreună, au terminat lucrarea în 4 zile. Să se afle în cîte zile ar fi putut să execute lucrarea fiecare brigadă, lucrînd singură.

D. Mîrzan, Bujoreni

Soluție. Într-o zi ambele brigăzi execută $\frac{1}{6}$ din lucrare, iar $\frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ din lucrare a executat în 5 zile prima brigadă.

$\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{15}$ execută într-o zi prima brigadă ; de unde rezultă că întreaga lucrare ar putea să fie executată în 15 zile.

$\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ din lucrare execută într-o zi a doua brigadă ; deci întreaga lucrare ar putea s-o execute în 10 zile.

Problema E: 2483

O cooperativă agricolă de producţie are 4200 păsări. Numărul găinilor, cu dublul numărului raţelor întrece cu 280 numărul raţelor cu triplu numărului gîştelor. Cîte păsări de fiecare fel are cooperativa, dacă numărul găinilor este jumătate din numărul raţelor plus numărul gîştelor.

Ionel Atanasiu, prof. Odobeşti

Soluţie. Dacă numărul găinilor + dublul numărului raţelor întrece cu 280 numărul raţelor + triplul numărului gîştelor înseamnă că numărul găinilor + numărul raţelor întrece cu 280 triplul numărului gîştelor sau, de asemenea, că numărul găinilor + numărul raţelor + numărul gîştelor întrece cu 280 quadriplul numărului gîştelor. Deci putem scrie :

$$4\,200 - 280 = 3\,920.$$

$3\,920 : 4 = 980$ este numărul gîştelor.

Din enunţ mai reiese că : dublul numărului găinilor este egal cu numărul raţelor + numărul gîştelor ; aceasta înseamnă că, triplul numărului găinilor este egal cu numărul găinilor + numărul raţelor + numărul gîştelor la un loc adică cu 4200. Deci scriem :

$4200 : 3 = 1400$ este numărul găinilor,

$4200 - (1400 + 980) = 1820$ este numărul raţelor.

Cooperativa are deci : 1400 gîşte, 1820 raţe, şi 980 gîşte.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Din problemele date la concursul pentru elevi din Statele Unite 1965

8193. Se dă propoziţia adevărată : Reuniunea de duminică nu se va ţine numai dacă vremea nu este frumoasă. Care din propoziţiile ce urmează sînt juste :

a) Dacă reuniunea se ţine, timpul de duminică este fără îndoială frumos.
b) Dacă reuniunea nu se ţine, vremea de duminică este posibil urîtă.
c) Dacă nu este frumos duminică, reuniunea nu se va ţine.
d) Dacă este frumos duminică, reuniunea poate fi ţinută.
e) Dacă este frumos duminică, reuniunea trebuie ţinută.

8194. Dacă $1 - y$ este folosit ca o aproximaţie a lui $\dfrac{1}{1+y}$, $|y| < 1$, să se afle raportul dintre eroare şi valoarea reală.

8195. O scară rulantă cu n trepte identice se mişcă cu o viteză constantă. Doi băieţi A şi Z coboară scara mai repede decît se mişcă scara. A trece de două ori mai multe trepte pe minut decît Z. Cît este n dacă A ajunge jos după ce atinge 27 trepte, în timp ce Z ajunge jos după ce atinge 18 trepte.

8196. Din 28 studenţi alegînd un subiect, numărul celor care au ales matematica şi engleza este egal cu numărul celor care au ales doar matematica. Nici un student nu alege doar engleza sau istoria, iar şase studenţi aleg matematica şi istoria, dar nu şi engleza. Numărul celor care

au ales engleza și istoria doar, este de 5 ori mai mare decît numărul celor care au ales toate trei subiectele. Dacă numărul celor care au ales toate trei subiectele este par și nenul să se afle numărul celor care au ales doar engleza și matematica.

8197. Care este cea mai mică valoare a fracției

$$\frac{4x^2 + 8x + 3}{6(1 + x)}$$

pentru $x \geqslant 0$.

8198. Un dreptunghi are lungimea de 5 cm și lățimea mai mică decît 4 cm. Se știe că dacă dreptunghiul este îndoit astfel ca două vîrfuri diagonal opuse să coincidă, lungimea îndoiturii este $\sqrt{6}$ cm. Care este lățimea dreptunghiului?

8199. Punctul E este luat pe latura AB a unui triunghi ABC astfel că $AE : EB = 1 : 3$ și punctul D pe latura BC astfel că $CD : DB = 1 : 2$. Punctul de intersecție al lui AD și CE este F. Să se calculeze suma $\frac{EF}{FC} + \frac{AF}{FD}$.

8200. Lui A îi trebuie de m ori timpul necesar de a face o piesă cît lui B și C împreună, lui C îi trebuie de x ori timpul necesar lui A și B împreună. Lui B îi trebuie de n ori timpul necesar lui A și C împreună. Se cere x.

8201. Fie un cerc cu diametrul de 3 cm. În interiorul cercului pe un diametru sînt trasate două cercuri tangente între ele și tangente cercului dat avînd ca diametru respectiv 2 cm și 1 cm. Să se calculeze diametrele a două cercuri care să fie în interiorul cercului dat și tangent celor trei cercuri de diametru respectiv 1, 2 și 3 cm.

8202. Care este numărul valorilor întregi ale lui x astfel ca polinomul

$$x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 3x + 31$$

să fie patratul unui număr întreg?

Din problemele date la Olimpiada matematică din Statele Unite în 1964

8203. Știind că $\log_{b^2} x + \log_{x^2} b = 1$, $b > 0$, $b \neq 1$, $x \neq 1$, să se afle x.

8204. Care este mulțimea valorilor lui m pentru care $x^2 + 3xy + x + my - m$ are doi factori liniari în x și y, avînd coeficienții întregi.

8205. Să se afle valorile lui a astfel ca ecuația $|x - 4| + |x - 3| < a$, unde $a > 0$, să aibă rădăcini reale.

8206. Se dă ecuația $(7 + 4\sqrt{3})\, x^4 + (2 + \sqrt{3})\, x - 2 = 0$

Să se calculeze diferența între cea mai mare și cea mai mică rădăcină a ecuației date

8207. Fie $f(n) = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{10}\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{5 - 3\sqrt{5}}{10}\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)^n$

Să se calculeze $f(n + 1) - f(n - 1)$ în funcție de $f(n)$.

8208. Dacă n este un multiplu de 4 și $i^2 = -1$, să se calculeze suma

$$S = 1 + 2i + 3i^2 + \ldots + (n + 1)\, i^n$$

8209. Un ceas întîrzie cu $2\frac{1}{2}$ minute pe zi. Se pune exact la ora 13 în ziua de 15 martie. Cu cît arată în urmă ceasul la ora 9 în ziua de 21 martie?

Din problemele date la Olimpiada matematică din Statele Unite în 1966

3210. Care este numărul valorilor reale ale lui x care verifică ecuația

$$2^{6x+3} \cdot 4^{3x+6} = 8^{4x+5}$$

3211. Care este numărul de puncte cu coordonate raționale pozitive din planul xOy astfel ca $x + y \leqslant 5$.

3212. Știind că $\frac{4^x}{2^{x+y}} = 8$ și $\frac{9^{x+y}}{3^{5y}} = 243$, să se afle valoarea lui xy.

3213. Știind că $f(n+1) = \frac{2f(n)+1}{2}$ și $f(1) = 2$, să se calculeze f (101).

3214. Fie dreptele $13x + 11y = 700$ și $y = mx - 1$. Știind că intersecțiile celor două drepte au coordonatele numere întregi să se afle valorile întregi și pozitive ale lui m.

3215. Care este numărul de întregi pozitivi mai mici decît 1000 nedivizibili nici prin 5, nici prin 7.

3216. Fie identitatea în x:

$$(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{2n}x^{2n}.$$

Să se calculeze suma $S = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{2n}$.

3217. Trei lucrători A, B, C muncind împreună fac o lucrare cu 6 ore mai puțin decît A singur, cu o oră mai puțin decît B singur și în jumătate din timpul necesar lui C de a face singur lucrarea. În cîte ore vor face lucrarea A și B muncind împreună?

3218. În baza R_1 fracția F_1 se scrie 0,373737...., iar fracția F_2 se scrie 0,737373.... În baza R_2 fracția F_1 se scrie 0,252525.... iar fracția F_2 se scrie 0,525252.... Să se scrie în sistemul zecimal suma $R_1 + R_2$.

★

3219. Fie x un număr real. Să se discute, prin metoda grafică, după valorile parametrului m, numărul rădăcinilor ecuației

$$x - \sqrt{-3x^2 + 6x + 9} = m(m-3),$$

folosind graficul funcției $y = x - \sqrt{-3x^2 + 6x + 9}$.

Bacalaureat, Madagascar, 1965

3220. Să se afle ultimele 4 cifre ale numărului $N = 5^{1967}$

x x x

3221. Se consideră două mulțimi

$$A = \{x : x \in N \text{ cu } x \text{ multiplu de 4 și } x \leqslant 100\}$$

$$B = \{x : x \in N \text{ cu } x \text{ multiplu de 6 și } x \leqslant 100\}$$

a) Să se definească în acelaşi fel, mulţimea

$$I = A \cap B$$

b) Să se calculeze cît mai simplu posibil numărul de elemente din mulţimile A, B şi I. Să se deducă numărul elementelor mulţimii $R = A \cup B$.

Journal de mathématiques élémentaires

3222. O masă M de 1 kg este suspendată la extremitatea unui fir de lungime $OM = 1$ m O fiind fix.

Scoasă din poziţia sa de echilibru cu un unghi x masa M este lansată cu o viteză convenabilă V în aşa fel încît să descrie cu firul un con de rotaţie cu unghiul la vîrf x.

a) Să se explice această mişcare (pendul conic) şi să se calculeze V pentru ca $x = 60$ să rămînă constant.

b) Să se definească perioada de revoluţie T a acestei mişcări şi să se calculeze T.

c) Să se definească tensiunea F a firului şi să se calculeze F.

d) Să se arate pe acest exemplu formele de energie mecanică puse în joc. Să se calculeze lucrul efectuat pentru a pune masa M pe traiectoria sa circulară, plecînd de la poziţia de echilibru.

e) Se arde firul. Masa M descrie o traiectorie şi întîlneşte solul situat cu 1 m mai jos. Care este forma acestei traiectorii? Să se calculeze viteza lui M cînd întîlneşte solul.

Bacalaureat, Antile, iunie 1965.

3223. Două mase M şi M' pot să alunece fără frecare pe două plane de mare lungime AB şi AC înclinate respectiv cu 60° şi 30° pe un plan orizontal şi racordate în A.

Fiecare din ele este fixată la una din extremităţile unui fir flexibil ce trece prin şanţul unui scripete mobil fără frecare în jurul axei sale; acesta din urmă este fixat în A.

Partea firului de care este fixată fiecare masă este paralelă cu planul înclinat corespunzător.

Masele firului şi ale scripetelui sînt neglijabile.

a) Ce condiţie trebuie să îndeplinească masele M şi M' pentru ca sistemul să fie în echilibru?

b) Cele două mase sînt acum egale fiecare cu 5 kg. Ce mişcare va lua sistemul şi în ce sens? Să se calculeze acceleraţia mişcării şi tensiunea firului.

c) După o secundă firul se rupe. Să se studieze mişcarea ulterioară a maselor. Să se arate drumul efectuat de fiecare dintre ele în timpul celei de a doua secunde care urmează după ruperea firului. Se va lua $g = 9{,}8$ m/s^2.

Bacalaureat, Marsilia, 1965

3224. O locomotivă electrică are o masă de 125 tone şi trage o remorcă tot de 125 tone; diferitele rezistenţe în mişcări vor fi considerate constante şi egale cu 50 newtoni pe tonă; iar g se va considera 10 m s^{-2}.

a) Cele două vehicule se deplasează la început cu viteza uniformă de 60 km/h pe un drum rectiliniu şi orizontal.

Să se analizeze forţele care acţionează asupra remorcei şi asupra locomotivei.

b) Viteza trenului trece pe o distanţă de 2 km, de la 60 km/h la 90 km/h. Să se calculeze, presupunînd că mişcarea este uniform accelerată:

acceleraţia acestei mişcări, durata sa, forţa de tensiune a atelajului.

c) Pe plafonul remorcii este ataşat un fir purtînd o mică sferă grea. Care este poziţia de echilibru a ansamblului fir-sferă în timpul perioadei de acceleraţie studiate la punctul b)?

d) La viteza de 90 km/h trenul descrie o curbă cu raza de 1500 m. Care trebuie să fie denivelaţia dintre şine, distanţate cu 1,44 m, pentru ca efortul pe care îl suportă să fie normal?

Bacalaureat, Franţa, 1965

3225. Un ascensor suportă o cabină de masă $M = 350$ kg echilibrată de o contragreutate de masă $M' = 350$ kg.

Cabina este legată de contragreutate printr-un cablu flexibil de masă neglijabilă în raport cu M și M', rulîndu-se pe un scripete asimilabil cu un cilindru de masă $\mu = 200$ kg și cu raza $R = 1$ m. Cabina fiind în poziția sa cea mai joasă, în contact cu solul un pasager cu masa $m = 100$ kg ia loc în ea.

a) Să se calculeze luînd $g = 9{,}80$ m/s² tensiunea celor două capete ale cablului.

b) acțiunea solului asupra cabinei.

c) acțiunea axei scripetelui asupra acesteia.

În timpul perioadei de demaraj a mișcării ascendente acțiunea combinată a contragreutății și a motorului acționînd scripetele produce în capătul cablului, fixat pe cabină purtînd pasagerul, tensiunea $T = 5400$ newtoni. Să se determine :

d) accelerația cabinei și forța exercitată de pasager pe planșeul acesteia.

e) Caracteristicile vectorului accelerație al unui punct al circumferinței scripetelui la două secunde după plecare.

Bacalaureat, Paris, iunie 1966

PROBLEME PROPUSE*)

8226. Se dă expresia

$$E(x, y) = \frac{xy(a + x)(1 + a^2) + a^2(x^3 + y^3) + a^3(x^2 + y^2) + axy}{xy(x + y)(1 + a^2) + a^2(x^3 + y^3) - a^3(x^2 - y^2) - axy}$$

a fiind un parametru variabil. Se cere :

a) Să se aducă la forma ireductibilă $F(x, y)$,

b) Să se rezolve și să se discute sistemul :

$$F(x, y) = 3\,;\ ax - y = 2.$$

c) Să se calculeze $F(\sqrt{a}, \sqrt{a})$.

Martin Mettler, Vișeul de Sus

8227. Să se arate că dacă :

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n} = n\,;\ a_i \neq 1,$$

atunci :

$$\frac{1}{a_1(a_2 - 1)(a_3 - 1)\ldots(a_n - 1)} + \frac{1}{(a_1 - 1)a_2(a_3 - 1)\ldots(a_n - 1)} +$$

$$+ \frac{1}{(a_1 - 1)(a_2 - 1)a_3(a_4 - 1)\ldots(a_n - 1)} + \ldots + \frac{1}{(a_1 - 1)(a_2 - 1)(a_3 - 1)\ldots a_n} = 0$$

(Generalizarea problemei E : 2320)

I. Cojocaru, Orodel
și *I. Atanasiu*, Odobești

---

* IX (8226–8233); X (8234–8243); XI (8244–8349), S(8250–8259). Soluțiile se primesc pînă la 1 Septembrie 1967.

8228. Dacă

$$\frac{a_1b_1}{a_2+a_3+\ldots+a_n}+\frac{a_2b_2}{a_1+a_3+\ldots.+a_n}+\ldots+\frac{a_nb_n}{a_1+a_2+\ldots+a_{n-1}}=c,$$

atunci:

$$\frac{b_1}{a_2+a_3+\ldots+a_n}+\frac{b_2}{a_1+a_3+\ldots+a_n}+\ldots+\frac{b}{a_1+a_2+\ldots+a_{n-1}}=$$

$$=\frac{b_1+b_2+\ldots.+b_n+c}{a_1+a_2+\ldots a_n}$$

și reciproc, unde n este un număr natural și $n\geqslant 2$.
(În legătură cu problemele E : 1923 și E : 2592).

D. M. Bătineţu

8229. În triunghiul ABC raportul în care bisectoarea unghiului C împarte mediana BB' este de $\sqrt{3}:4$, iar raportul dintre laturile c și a este de $1:2$. Să se afle laturile triunghiului știind că raza cercului înscris este de $1:(3+\sqrt{3})$ m.

Iuliana Bal, Cluj

8230. Să se rezolve ecuația

$$|x^2-5|-2|x^2-10|=15-x^2$$

C. Ionescu-Ţiu

8231. Se dau două ecuații : $ax^2+bx+c=0$ și $a'x^2+b'x+c'=0$ cu rădăcinile x_1, x_2, respectiv x_1' și x_2'. Fără a le rezolva să se compună alte două ecuații de gradul al doilea ale căror rădăcini să fie $X_1=x_1+x_1'$, $X_2=x_2+x_2'$, respectiv $X_1'=x_1+x_2'$, $X_2'=x_2+x_1'$.

T. Gh. Mţşacova, Tiraspol, U.R.S.S.

8232. Dacă un unghi al unui patrulater inscriptibil este egal cu unul din unghiurile făcute de diagonale atunci două laturi consecutive ale patrulaterului sînt egale și reciproc.

E. Onofraş, Ploieşti

8233. Să se rezolve ecuația :

$$[-x^2+3x]=\left[x^2+\frac{1}{2}\right]$$

unde $[a]$ înseamnă partea întreagă a numărului a.

Din *Matematika v şcole*.

8234. Să se înscrie într-un cerc un triunghi de arie maximă, astfe ca una din laturile sale să treacă printr-un punct dat în interiorul cercului.

Din *Matematika v şcole.*

8235. Să se scrie sub formă trigonometrică numărul complex $z = \sqrt{i} + \sqrt[3]{i}$.

M. Ionescu, Roşiori de Vede

8236. a) Să se construiască grafic o dreaptă perpendiculară pe una din laturile unui triunghi, care să-l împartă în două părţi echivalente. b) Să se arate că cele două drepte construite astfel pe laturile cele mai mari ale triunghiului se taie într-un punct de pe bisectoarea celui mai mic unghi al triunghiului.

C. Băluţă, elev Filiaşi

8237. Să se arate că :

$$(C_2^2)^2 + (C_3^2)^2 + (C_4^2)^2 + \ldots + (C_n^2)^2 = \frac{n(n^2-1)(3n^2-2)}{60}$$

Gh. Jijie, Bucureşti

8238. Fie $OABC$ un tetraedru oarecare şi A_1, B_1, C_1 puncte situate pe OA, OB şi respectiv OC. Se consideră

$$G_a \equiv (BC_1,\ CB_1), \qquad G_b \equiv (CA_1,\ AC_1), \qquad G_c \equiv (AB_1,\ BA_1),$$

$$O_a \equiv (OG_a,\ BC), \qquad O_b \equiv (OG_b,\ CA), \qquad O_c \equiv (OG_c,\ AB).$$

Să se arate că :
a) dreptele AG_a, BG_b, CG_c sînt concurente
b) dreptele AO_a, BO_b, CO_c sînt concurente.

Leonte Alexandru, Craiova

8239. Să se arate că

$$(2n+1)! > 2^{2n}(n!)^2$$

n fiind un număr natural.

G. G. Niculescu, student Bucureşti

8240. Să se arate că, oricare ar fi a un număr real avem :

$$\prod_{k=1}^{n} (k!)^a \prod_{k=1}^{n} k^{a(k-1)} = (n!)^{an}$$

(În legătură cu problema 7700).

I. Ciolescu, elev Hunedoara

8241. Să se rezolve ecuația :

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

știind că $\left(\frac{b}{d}\right)^2 = \frac{a}{e}$.

Dan Ralescu, elev București

8242. Să se arate că pentru un număr natural impar n, avem :

$$\sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} C_n^k \cos \frac{(n-2k)\cdot 2\pi}{n} = 2^{n-1}\cos^n \frac{2\pi}{n}$$

Serban Bărcănescu, elev București

8243. Să se rezolve ecuația :

$$\sin\frac{x}{2} + \mu \cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2k},$$

cunoscînd că $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $k > 0$, $\mu > 0$ și apoi să se determine relația dintre μ și k, astfel încît ecuația să admită două soluții în condițiile arătate.

Sfichi Romulus, Suceava

8244. Să se arate că

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}} + i\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}}\right)^{\frac{192}{43}} =$$

$$= 2^{\frac{192}{43}}, \text{ unde } i^2 = -1.$$

Revista Pitagora, S. 211. *C.I.T.* 1938

8245. Să se afle limita șirului

$$a_n = \left(\frac{n^{\frac{3}{2}} - 8}{2n + 4n^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{3}{2}}}\right)^{n^{\frac{1}{2}}}$$

Butulescu Ion, Petroșeni

8246. Pe axa mare AA' a elipsei $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ se ia un punct oarecare P.

Prin P se duce o dreaptă variabilă care taie elipsa în punctele M și N. Fie R intersecția dreptelor AM și $A'N$, respectiv Q intersecția dreptelor AN și $A'M$.

a) Să se arate că RQ este perpendiculară pe AA'.

b) Să se arate că TP și $T'P$ sînt tangente la elipsă, unde T și T' sînt punctele de intersecție a dreptei RQ cu elipsa.

P. Toma, student Cluj

8247. Se dă elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$. Dintr-un punct variabil M de pe axa Oy se coboară perpendiculare MN pe o tangentă la elipsă. Dacă $MN = MF$ (unde F este unul din focare) să se afle locul geometric al punctului N.

Ilie Stănescu, profesor Sibiu

8248. În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră : hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3a^2} - 1 = 0$, vîrful $A\,(a,\ 0)$ și focarul $F\,(-c,\ 0)$. Fie B simetricul lui A față de F, și (Δ) perpendiculara ridicată din F pe axa AB. O secantă variabilă ce trece prin A taie hiperbola în I și pe (Δ) în C. Se cere locul geometric al intersecției dreptelor BC și FI.

C. Săndulache

8249. Fiind dată ecuația

$$x^4 - x^3 + (2m + 3)\,x^2 + mx + 30 = 0,$$

să se determine m și să se rezolve ecuația știind că suma a două rădăcini este egală cu produsul celorlalte două, adică $x_1 + x_2 = x_3 x_4$.

N. Ducaru, Cluj

8250. Numărul natural k fiind dat, există întotdeauna N astfel încît $k \geqslant N$ implică :

a) $(n + k - 1)^{2k+1} < n\,(n + 1)\,(n + 2)\,\ldots\,(n + 2k) < (n + k)^{2k+1}$

b) $(n + k)^{2k+2} < n\,(n + 1)\,(n + 2)\ldots(n + 2k + 1) < (n + k + 1)^{2k+2}$

c) Fie $A = 1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \ldots (n - 1)^{n-1}$; să se demonstreze inegalitățile :

$$\sqrt[4]{\frac{(n^2)!}{n^{2n}}} > A \text{ și } \sqrt[8]{\frac{(2n^2)!}{n^{4n-1} \cdot 2^{2n^2-1}}} > A$$

Dan Voiculescu, elev, București

8251. Să se arate că ecuația

$$E\,(x) = x^{2n+1} + a_1 x^{2n} + a_2 x^{2n-1} + m = 0$$

are cel mult trei rădăcini reale. Să se determine m astfel ca $E\,(x) = 0$ să aibă numai o rădăcină reală (a_1, a_2 constante, m parametru).

M. I. Focșeneanu

8252. Fie M un punct pe cercul (O) de ecuaţie

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y - 6 = 0$$

şi M' simetricul său faţă de prima bisectoare.

Să se afle locul geometric al intersecţiei polarei lui M' faţă de (O) cu tangenta în M la (O).

Iacob Hadîrcă, profesor Breaza

8253. Să se afle extremele expresiilor

$$E_1 = \cos A \sin B \sin C$$

$$E_2 = \cos A \cos B \sin C$$

$$E_3 = \cos A \cos B \cos C$$

$$E_4 = \sin A \sin B \sin C$$

ştiind că $A + B + C = 180°$.

C. Ionescu-Ţiu

8254. Să se afle cu cîte zeruri se termină produsul

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots N, \text{ unde } N = \frac{5^n - 1}{4}.$$

T. Gh. Mişacova-Oţel (U.R.S.S.)

8255. Să se arate că dacă a este un număr impar, ecuaţia

$$x^{n+1} + C_n^n x^n + C_n^{n-1} x^{n-1} + \ldots + C_n^1 x + a = 0$$

nu admite rădăcini întregi.

Mircea Rogalschi, elev Bucureşti

8256. Să se găsească o funcţie $f(x)$ care să satisfacă relaţia

$$\int \{f(x)\}^m \, dx = \{f(x)\}^n$$

Cazuri particulare $m = n$ sau $m = 1$

Revista Numerus. 9.3521 — 1937 *C. I. Ţ.*

8257 Fie A', B', C', simetricele punctelor de contact ale cercului înscris în triunghiul ABC, în raport cu un diametru arbitrar al cercului înscris. Să se arate că triunghiurile ABC şi $A'B'C'$ sînt omologice.

Adrian Chisăliţă, Cluj

8258. Să se demonstreze că pentru orice număr prim $p > 17$ expresia $p^{32} - 1$ se divide cu 16 320.

I. I. Tomescu, Bucureşti

8259. Să se determine limita şirului :

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{\alpha k + \beta}{\gamma^k}; \qquad (\gamma > 1)$$

(Generalizarea problemelor 5883, 7251)

N. C. Manolache, elev Bucureşti

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V-VIII*

E : **2709.** Trei fraţi au depus la *CEC* o sumă de bani. Primul a depus $\frac{1}{2}$ din sumă, al doilea $\frac{1}{5}$ din sumă, iar al treilea $\frac{3}{10}$ din sumă. La trebuinţă ei au scos din bani : prima dată $\frac{1}{3}$ din sumă, a doua oară $\frac{1}{5}$ din sumă şi a treia oară $\frac{1}{8}$ din suma depusă, ridicînd astfel suma de 790 lei. Să se afle :

a) Ce sumă de bani a depus fiecare din fraţi?

b) Cît mai are de primit fiecare?

B. Baeră, prof. Păuneşti

E : **2710.** Media aritmetică a şapte numere este 72,08, iar trei din numere sînt : 42,68 ; 39,84 ; 17,02. Se cer celelalte patru numere ştiind că fiecare dintre ele este mai mare decît precedentul cu 5.

Petrica Borş, prof. Brăila

E : **2711.** Asociaţia sportivă a unei şcoli a folosit fondurile rezultate din cotizaţii, astfel : a cumpărat 5 jocuri de şah, pe care a plătit cu 30 lei mai mult decît 0,4 din suma totală, 10 tricouri care au costat cu 40 lei mai puţin decît 0,75 din suma rămasă şi o plasă de volei pe care a dat 0,5 din noul rest şi încă 50 lei. Ştiind că pe libretul CEC al asociaţiei a mai rămas suma de 30 lei, să se afle cît a costat un joc de şah, un tricou şi plasa de volei?

Nelu Dobre, Merei, Buzău

E : **2712.** Să se scrie în sistemul de numeraţie cu baza 2, numărul 6701, care este scris în sistemul cu baza 8. Verificare.

---

*) *V* (E : 2709–2713) ; *VI* (2714–2717) ; *VII* (2718–2722) ; *VIII* (2723–2725). Soluţiile se primesc pînă la 1 septembrie 1967.

E : **2713**. Să se arate că :

$$888_9 - 777_8 + 666_7 - 555_6 + 444_5 - 333_4 + 222_3 - 111_2 = 1144_7$$

M. Stoica

E : **2714**. Să se afle x din proporția $\frac{36+x}{54+x} = \frac{21}{30}$

Petrica Borș, prof. Brăila

E : **2715**. Să se calculeze expresia

$$E = \frac{\frac{245}{4}\left[\left(12\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{37} - \frac{13}{5} : 13 + \sqrt{65{,}11} : \frac{9}{2}\right) - 1\right]}{\sqrt{\frac{2025}{1225}} : \frac{9}{7} - 0{,}25 + 4\frac{1}{3} : 1{,}3 \cdot \left(1\frac{1}{2} : \frac{1 + \frac{\sqrt{441}}{12}}{\sqrt{\frac{225}{256}} : \frac{5}{4}}\right)} \cdot \frac{1}{30}$$

Anca Ene, elevă Moreni

E : **2716**. Să se afle $x_{(5)}$ din proporția următoare :

$$\frac{x_{(5)}}{22240_{(6)}} = \frac{52416_{(7)}}{13560_{(8)}}$$

unde indicii indică bazele de numerație.

Marin Dumitru, elev București

E : **2717**. Pentru 5 grape și 3 mașini de însămînțat, o cooperativă agricolă de producție a plătit suma de 9500 lei. Scăzînd prețul de cost cu 12 % la grape și cu 10 % la mașinile de semănat, cooperativa a plătit pentru aceeași cumpărătură 8510 lei. Să se afle cît a costat o grapă și cît o mașină înainte și după reducerea prețului lor ?

D. Mîrzan, prof. Bujoreni

E : **2718**. Se dă polinomul $P(x, y) = by(x^2 + a^2) - ax(y^2 + b^2) + xy$ Să se arate că :

$$P(b,a) = P\left(-\frac{a}{4}, -4b\right) = P\left(\frac{b}{a^2-b^2}, \frac{a}{a^2-b^2}\right) = P\left(-\frac{5ab+1}{5b}, \frac{4-5ab}{5a}\right)$$

A. Coța, prof. Turda

E : **2719**. Fie ABC și $A_1B_1C_1$ două triunghiuri dreptunghice ($A = A_1 = 90°$). Să se calculeze perimetrele triunghiurilor, știind că AB este

egal cu 13 cm, $B_1C_1 = 89$ cm, raportul catetelor AB și A_1B_1 este egal cu $\frac{1}{3}$, iar raportul ariilor triunghiurilor ABC și $A_1B_1C_1$ este egal cu $\frac{7}{20}$.

P. Szilaghi, prof. Baraolt

E : **2720.** Un automobilist trebuie să ajungă într-o localitate într-un timp dat. După ce a mers o oră cu viteza de 80 km/oră și-a făcut socoteala că dacă va continua să meargă cu aceeași viteză va întîrzia $\frac{1}{3}$ ore.

De aceea, mărind viteza cu 10 km/oră, el ajunge la destinație cu $\frac{2}{3}$ ore mai devreme. Să se afle distanța parcursă.

D. Mîrzan, Bujoreni, R. Vîlcea.

E : **2721.** Un trapez are baza mare de 50 m, baza mică egală cu $\frac{4}{5}$ din lungimea bazei mari și înălțimea de 22, (2) m.

Un trapez isoscel, de arie egală cu cea a trapezului dat, are baza mare cît triplul înălțimii sale, iar baza mică egală cu $\frac{2}{3}$ din baza mare. Se cere perimetrul trapezului isoscel.

B. Baeră, Păunești.

E : **2722.** Două grupuri de pionieri, unul format din 5 băieți și celălalt din 7 fete, au plantat pe marginea unei șosele un număr de 100 pomi. Știind că toți pionierii aceluiași grup au plantat un număr egal de pomi și că numărul de pomi plantat de un băiat este mai mare decît cel plantat de o fată, să se afle cîți pomi a plantat un băiat și cîți a plantat o fată.

Dan Leu, prof. Brăila

E : **2723.** Se dă fracția

$$F = \frac{(ax^3 + ay^3)^2 - (bx^2 - bxy + by^2)^2}{(bx^3 + by^3)^3 - (ax^2 - axy + ay^2)^2} \quad \text{unde } x \neq -y$$

și a, b parametri dați.

a) Să se simplifice fracția

b) Să se stabilească condiția pentru care valoarea numerică a fracției date este egală cu unitatea întreagă.

c) Să se stabilească domeniul de definiție al fracției, variabila fiind $z = x + y$.

A. Coța, prof. Turda

E : **2724.** În două butoaie sînt 1188 litri de vin. Dacă din conținutul primului butoi se toarnă 20% în cel de-al doilea și apoi se toarnă $19\frac{27}{37}\%$

– c. 5166

OSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

din conținutul mărit al celui de-al doilea în primul, ambele butoaie au cantități de vin egale. Cîți litri de vin au fost inițial în fiecare butoi.

I. Munteanu, prof. Vaslui

E : 2725. Să se determine numărul de două cifre, diferite de zero, pentru care suma cifrelor este egală cu cubul primei cifre.

D. Acu, student Cluj

CĂRȚI NOI

1. *Gh. Vrănceanu, Th. Hangan, C. Teleman „Geometrie elementară din punct de vedere modern.* Biblioteca Societății de științe matematice din R. S. România nr. 75, Editura Tehnică 1967.

Lucrarea prezintă unele probleme de geometrie elementară privite din punct de vedere modern. Cuprinde următoarele capitole : Geometrie afină. Geometrie metrică euclidiană, Geometrie conformă euclidiană și Varietăți diferențiabile.

Materia expusă este tratată în parte axiomatic în parte cu metode sintetice și analitice. Cartea se adresează elevilor și absolvenților învățămîntului mediu, profesorilor de matematică din învățămînt și tuturor acelor care vor să-și întărească cunoștințele de geometrie.

2. *M. Stoka, M. Răianu, E. Mărgăritescu, „Culegere de probleme de trigonometrie"* Editura didactică și pedagogică, 1966. Lucrarea constituie un auxiliar în predarea trigonometriei în licee și a fost elaborată în conformitate cu programa analitică, împărțirea pe capitole corespunde în general, cursului de trigonometrie în vigoare.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

Pînă la 15 Ianuarie 1967 sau mai primit soluții bune de la:

GALAȚI. *Ș. g.* cl. VII Frumușanu Doina (2573, 4, 6, 7, 82, 4, 6, 8), cl. VIII Mirzescu Doina (2599, 601, 6, 8, 9, 13, 9, 22, 3, 7), *Ș. g. 16* cl. VII Brunștein Alfred (2577—80, 4, 606—8), Crăciun Ioana (2579, 80, 4, 602—4, 6—8), *Ș. g. 21* Iordăchescu Dan (2576, 8—88, 601, 3, 4, 6, 7), Neagu Delia (2580, 1, 4, 6, 7, 600, 1, 4, 7, 8), cl. VIII Beldie Carmen (2577, 8, 80, 2, 4, 6, 7, 95), Ciobotaru Viorica (2573, 4, 7—9, 82, 4, 6), *Ș. g. 22* cl. VII Argire Marcel (2573, 9—81, 4, 7, 94, 605, 7), Bezman Nicu (2573, 9, 80, 1, 4, 94, 605, 7, 8), Botescu Dorina (2573, 9, 80, 1, 4, 94, 605, 7, 8), Codreanu Cornelia (2573, 9—81, 7, 94, 605, 7, 8), Lupașcu Marian (2573, 9, 80, 1, 4, 7, 60, 7, 8), Zlate Elisabeta (2573, 9—81, 4, 94, 605, 7, 8), *Ș. g. 24* cl. VIII Costiniuc Florin (2575—87), Dobre Victor (2573—8, 82, 2, 6, 7, 94, 5), Gîță Gabriela (2573, 6, 8—82, 7, 8), Ion Alexandru (2573, 4, 9, 81, 2, 4, 8, 7, 97, 8), Savin Gabriela (2573, 4, 6, 8, 9, 80—8, 94, 5), Claude Cristian (2568, 70, 1, 6—8, 605, 6, 8), *Ș. g. 28*, Eftimie Ion (2580—2, 4—8), Mihalașcu Cornelia (2576, 6—9, 81, 2, 4, 5, 7, 94, 8, 600, 6), *L. 1* cl. IX Șerban Costin (2590, 1, 4, 5, 627—30, 7827—30), cl. X Lupu Silviu (7790, 827, 8, 30—2, 5, 6,(77, 5, 8, 9, 83), Teacă Gheorghiță (7827, 8, 30, 1, 34—6, 74, 5, 8, 9, 90), cl. XI Katz Carmi (74,73 82, 3, 90, 821, 3—5, 37, 42, 4, 5, 9), Geambașu Constantin (7820, 1, 3—5, 7, 35, 9, 45, 9, 51, 76, 93), Herșcovici Isaia (7770, 812, 20—5, 37—9, 42, 5, 9, 51, 3), Niculiță Petru (7782, 820—5, 37, 8, 49, 51, 64, 85, 92, 3), Oprea Vasile (7798, 9, 801, 7, 30, 2—5, 55, 64, 6, 74, 8, 9, 83—5, 93), Rizea Florian (7820, 1, 3—5, 7, 8, 30, 5, 9, 45, 7, 51, 76, 8—80, 5, 93), Rosenzweig Niky (7770, 812, 20—5, 37—9, 42, 5, 9, 51, 3), Trandafir Ionel (7770, 3, 82, 3, 812, 37—9, 42, 9, 51, 3, 83, 5), *L. 3* cl. IX Chiva Margareta (2591, 4, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 5, 73, 4, 6, 8, 9), *L. 4* cl. VIII Ariton Petrică (2575—8, 83, 5, 8, 94), Mohorea Ion (2573, 4, 8, 9, 82, 3, 6, 94, 6), *L. 5* cl. IX Diaconescu Lucia (2591, 4, 609, 11, 27—30, 7827, 44, 8, 9), Dinu Dumitru (2591, 4, 609, 11, 27—30, 7828, 30, 74, 5, 8, 9), Enescu Eugen (2609, 11, 27—30, 7829, 30, 75, 9, 91, 4, 5), Leca Romulus (2594, 5, 608, 611, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), Onu Costică

*Evidențiații ca rezolvitori sînt scriși cu litere cursive.

(2591, 3, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 74, 9), Podaru Angela (2591, 2, 4, 627, 8, 30, 7820, 7, 9, 35, 76, 8), Thiel Valeriu (2591, 4, 5, 609, 28, 9, 7827, 30, 74, 8, 9), L. 6 cl. XI Teodorașcu Magda (7820, 1, 3—5, 42, 5, 9, 51, 3, 83, 93).

GĂEȘTI. *L.* cl. IX Postelnicu Ion (2591, 3, 5, 609, 10, 1, 28, 30, 7785, 8, 828, 30, 1, 2, 4, 6), Sova Teofil (2590, 4, 609, 11, 27, 30, 7785, 827—30, 2—5, 76, 8, 9).

GĂTAIA (Banat). *L.* cl. VII Buta Augustin (2577—84, 8), Zaharan Mihai (2577—84, 8), cl. IX Nagy Iuliana (2591, 4, 5, 627, 8, 7788, 827, 9, 30, 74, 8, 9), Gal Eleonora (2592—5, 609, 12, 27—30, 85, 6, 8, 7827, 30, 1, 4, 7—9).

GHIMPAȚI (București). Marin Constantin (2573, 7, 8, 80, 4, 97, 8, 604, 6).

GHIRDOVENI (Ploiești). cl. VI. Vîlcereanu Cristian (2574—82, 6, 7), *Ș. g. 1* cl. VII Dedu Ioan (2584, 601, 3—6, 8, 9, 17, 8).

GHIZDAVEȘTI (Oltenia). *Ș. g.* cl. VI Giucă Magdalena (2573, 6—9, 97—600, 6), Marin Corina (2573, 4, 6, 7, 9, 96—600), cl. VIII Radu Ana (2580, 1, 4, 92, 606,8, 9, 23), Sandu Valica (2580, 1, 4, 92, 5, 606, 8, 9, 23).

GIURGIU *Ș. g. 4* cl. VII Banu Paul (2573—5, 80, 94, 600, 1, 4, 18, 39), State Viorel (2573—5, 80, 94, 600, 14, 29), *Ș. g. 7* cl. VII Mărăcineanu Victor (2573, 6—9, 600, 6, 14), Sîrbu Mihaela (2601, 5—8, 19, 20, 4), cl. VIII Dinu Alexandru (2573—5, 7—9, 82, 7, 96—601, 6—8, 13—5, 8, 20). Georgescu Iris (2574, 6—9, 81—6, 9, 91, 4), Ionescu Felicia (2597—9, 601, 3, 4, 6, 8, 78, 613, 5, 7830), Popescu Dragoș (2590, 1, 5, 609, 10, 7769, 85, 7, 808, 27, 9, 30), *L. 1* cl. X Tiu Ion (7827—9, 31, 5, 7, 74, 6, 8, 80, 5, 92), cl. XI Mărăcineanu Eugen (7770, 1, 3, 85, 6, 808, 12, 20, 1, 3—5, 9), *L. 2* cl. IX Suică Alex. (2594, 5, 609, 11, 27, 30, 7624, 7—9, 830), cl. X Isar Aurelian (7689, 92, 44, 69, 73, 85, 6, 820, 3, 4, 7—33, 78), Tulpan Dan (7821, 7, 8, 30, 5, 7, 73—6, 8—80, 4—6), Păturcă Georgeta (7768, 70, 3, 82, 96, 7, 8, 807, 12, 9).

GHIMBOCA (Banat) *L.* cl. IX Simeria Rusalin (2576, 81, 2, 6, 95, 7, 9, 601, 3, 4, 6, 8).

GLODENI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VIII Ene Cornelia (2573, 7—80, 4, 94, 5, 600), Ilie Maria (2573, 7—80, 4, 94, 5, 600), Onicescu Floarea (2573, 7—80, 4, 94, 5, 600). Tiseanu Elena (2573, 7, 80, 94, 5, 600).

GOHOR (Galați) *Ș. g.* cl. VI Mereuță Aneta (2513, 74—80).

GORANU (Argeș). *L.* cl. IX Andrei Gh. (2625, 7, 8, 30, 73, 4, 8, 9, 7827—31).

GORUNA (Ploiești) *Ș. g.* cl. VII Olaru Vasile (2581, 2, 4, 5, 7, 8, 605—8, 11, 23, 7, 9).

GOVORA (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Bucatoș Vasile (2580, 2, 4, 7, 92, 4, 5, 606, 10).

GOVORA — SAT *Ș. g.* cl. VIII Votuță Cornelia (2545, 6, 50—3, 8, 74, 6, 60, 4), Ghelmeș Gheorghe (2580, 2, 4, 7, 92—5, 606, 10). Zachia Gheorghe (2546, 50—3, 5, 8, 60, 76).

GRĂDIȘTEA (Oltenia) *Ș. g.* cl. VII Bolovan Valeria (2573, 8, 9, 84, 96, 8, 606, 14—6), Vlăduțoia Maria (2575, 6, 84, 96, 8, 614, 6, 23), Vechescu Constantin (2579, 84, 7, 98, 2603, 4, 9, 13, 4, 7, 8, 20), *L.* cl. IX Bolovan Gheorghe (2608, 9, 12, 27, 30, 1, 4, 5, 2827, 8, 9, 79, 7873, 78).

GURA HUMORULUI (Suceava) *Ș. g.* cl. VII Coroană Adriana 62560, 1, 4, 73, 7, 8, 96, 601, 7), Griul Vasile (2577, 80, 4, 99, 600, 4, 6, 18, 20), Onu Florin (2577, 8, 80, 4, 600, 4, 6, 18, 20), *L.* cl. IX Cotoranu Radu (2593—5, 627, 8, 30, 7789, 827, 9, 30—2, 8, 9.

HALEȘ (Pitești), *Ș. g.* cl. VII Dogaru Angel (2581, 3, 6—8, 97, 9, 604, 6, 7, 11, 5, 9), cl. VIII Marinescu Elena (2582, 7, 97—600, 18, 9), Matara Toma (2584, 6, 9, 600, 1, 4—8, 11, 3, 5, 8, 9).

HOREZU. Anonim (2573—5, 99, 604—6, 15, 8, 78).

HOREZU (Argeș). *Ș, g.* cl. VII Comănescu Cristian (2577, 8, 94, 6, 9, 605, 6, 8, 19).

HUNEDOARA. *Ș. g.* cl. VIII Retegan Maria (2573, 5, 7—9, 84, 7, 620, 3), *Ș. g. 4* cl. VII Ciortea Rodica (2573, 4, 6, 8, 9, 80, 1, 4, 6, 7), Negrilă Lucia (2577, 8, 84, 96, 7, 601, 6, 7), cl. VIII Boeriu Lia (2581, 7, 94, 5, 606, 16, 23, 7, 84). Dimitriu Alexandra (2581, 7, 95, 606, 16, 23, 7, 84), Mărculescu Nicolae (2581, 7, 95, 606, 16, 23, 7, 84), Mărculescu Nicola (2573, 4, 8, 9, 82, 4, 7, 606, 8, 9, 15, 8, 23, 6), Pitea Constantin (2573, 9, 80, 4, 615, 8, 23, 7, 7879), *L. 1* cl. VI Coceag Emil (2596—9, 601, 3—6), Rașcă Radu (2596, 604, 5, 8, 13—7, 20, 1), Rusu Traian (2596—600, 1, 3—5), cl. IX Fazakaș Elisabeta (2591, 7785, 8, 827, 8, 30, 4, 5, 74, 6, 8, 9). Pitea Mihai (2590, 1, 5, 609, 27, 8, 30, 827, 9, 30, 5, 78, 9), Poenaru Mihai (7827, 30, 5, 74, 8, 9, 91, 4, 5, 609, 11, 27, 9, 30), Tamas Andrei (2591, 4, 5, 609, 10, 27—30, 7827—30, 2, 5, 74, 8, 9), cl. X Cotoară Romulus (7737, 83, 8, 821, 7—31, 3, 42, 73, 8, 9), cl. XI Marinescu Alex. (7770, 82, 3, 9, 92, 6, 9, 807, 24, 7, 39, 49, 78, 85, 95), Lup Iosif (7770, 2, 96, 812, 20, 1, 4, 39—2, 5, 7, 9, 51, 67), Pop Radu (7785, 9, 96, 812, 20, 1, 4, 39, 44, 5, 7, 51, 64, 85).

IABLONIȚA (Banat). *Ș. g.* cl. VII Tăutu Anton (2573, 6—9, 81, 4, 7, 94, 7, 620).

IAȘI. *Ș. g. 7* c. V Morer Gertuda (2573, 9, 97—600, 13, 4), cl. VII Babiuc Georgeta (2573, 4, 7—9, 87, 8, 96, 7, 600, 6), Bucătea Despina (2573, 4, 8, 9, 87, 8, 600, 6), Goldștein Margit (2574, 81, 3, 96, 8, 600, 1, 4, 6, 11), Iordachi Natalia (2573, 4, 8, 9, 96, 600, 4, 6), Moldoveanu Rodica (2573, 4, 7—9, 87, 96, 8, 600, 6), Pîrlia Vasile (2573, 4, 8, 9, 87, 8, 98, 600, 6, 11), Roter Adrian (2573—5, 7—9, 87, 8, 98, 600, 6, 11), Sinmihai Rodica (2573, 4, 8, 9, 96, 8, 600, 6), cl. VIII Barbu Gelu (2573, 8—80, 7, 98, 600, 1, 15, 70, 20), Bratu Lucia (2573,

4, 8, 9, 87, 8, 9, 600, 6), Călugăreanu Lidia (2573, 82, 94, 7, 9, 601, 8, 11, 8), Constantin Costache (2573, 4, 6, 8, 77, 9, 82, 7, 96, 8, 600, 6), Fotea Paul (2573, 4, 7—9, 82, 8, 600, 20), Munteanu Adrian (2573, 5, 7—9, 88, 98, 600, 6, 15), Pandelescu Victor (2573, 4, 8, 9, 98, 600, 6, 7), Smochină Mihai (2573, 7, 9, 88, 98, 600, 6, 13), Veisa Gabriel (2573, 4, 6—9, 82, 7, 98, 9, 606), *Ş. g. 10* cl. VII Sfeclă Roxana (2579, 12, 4, 7. 606, 8, 18, 9), Glogoviceanu Gabriel (2579, 80—4, 6—9), *L. 1* cl. VI Colibaba Ştefan (2578, 600, 13—7, 9, 20, 7), Gheorghiă Adrian (2573, 4, 9, 96, 7, 601, 4, 6), cl. VII Cater Florin (2573, 7—80, 2, 4, 7, 8), RimerMatia (2576—80, 4, 9, 90, 1, 4), cl. IX Axel Herbert (2591, 3—5, 609—11, 27, 9, 7789, 827, 30, 1, 73, 8), Blidaru Viorel (2590, 2, 3, 610, 27, 9, 30, 7785, 811, 74, 5, 8—80), Bucăţea Jean (2591, 4, 5, 609—11, 27—30, 1, 74, 8, 9), Budiu Liviu (2598, 9, 601, 4, 8, 9, 2e, 7, 30, 7827, 76, 9 , Constantinescu Viorica (2590, 4, 5, 609, 28—31, 7827, 9, 35, 73, 68), Carniol Simona (2590, 4, 5, 609, 27—30, 7827, 9, 35, 73, 6, 8), Droahnă Elena (2609, 27, 8, 30, 94, 5, 7827, 9, 31, 3, 76, 8), Groapă Ioana (2594, 5, 609, 11, 27—30, 7827, 9, 31, 3, 76, 8), Irimescu Dan (2590, 4, 609, 11, 27, 9, 30, 811, 29, 31, 2, 75, 8—80), Nedeianu Adrian (2573—91), Petrăchiaoie Doina (2594, 627—30, 7827, 9, 30, 78, 9), Plăcintă Elena (2594, 609, 11, 27—30, 7827, 9, 31, 73, 4, 6, 8), Pleaşcă Nelu (2590, 4, 5, 609, 27—30, 7789, 827, 9, 30, 1, 73), Schvamm Hermina (2591, 3, 5, 627—9, 7827, 30, 2, 3, 74, 7), Simon Iosip (2590, 1, 5, 609, 10, 27, 8, 30, 811, 27, 2, 3, 40, 78), Tighineanu Zamfira (2590, 1, , 11, 2, 27, 8, 7827, 30, 4, 74, 5), Tiga Rada (2591, 4, 5, 609, 27—30, 7827, 9, 30, 1, 78), *L. 2* cl. VI Macovei Viorel (2573, 8, 9, 600, 4, 14, 20, 1), cl. VII Davideanu Cătălina (2580, 2—4, 7, 8, 94, 601, 4), *L. 3* cl. VI Iacob Georgică (2573, 4, 8, 9, 96, 7, 600, 6), Vălu Cornelia (2573, 7—9, 87, 611, 4, 20), cl. VII Avramoiu Silvia (2580—2, 4, 6—8, 604, 6, 8), Lulescu Silviu (2563, 4, 7—72, 6—89, 91, 4, 5), Rugină Florin (2576—80, 2, 4, 5), cl. VIII Mîrţu Mihai (2573—83, 5—9), Popescu Cornelia (2580, 4, 9, 95, 6—9), cl. IX Agavriloaie Leon (2590, 1, 4, 5, 609—11, 27, 8, 30, 7830, 74, 5, 8, 9), Cleju Ioan (2591, 4, 5, 609—11, 27—30, 7827—30, 78), Dimitriu Constantin (2609, 27—30, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9), Leibovici Eugen (2591, 2, 4, 5, 609, 27—30, 7811, 27, 9, 30, 3, 78), Vescan Robert (2590, 1, 4, 5, 609, 27—30, 7789, 827, 9, 30, 78), Zaharia Constantin (2590, 1, 4, 611, 2, 27—30, 4, 74, 5, 9), cl. X Angelescu Romulus (7827—31, 5, 7, 874—6, 8, 9, 85), Linde Radu (7770, 83, 5, 6, 8, 90, 6, 9, 820, 1, 3—5, 7—30, 3, 5—8, 40, 2, 3, 4, 67, 74—6, 8—80), Teodorescu Octavian (7782, 3, 8, 96, 9, 824, 8, 33, 6, 8, 42—4, 67, 74—6, 8—80), cl. XI Gălmeanu Vasile (7726—30, 3, 5, 9, 40, 4—6, 8—51), Grindei Iulian (7769, 70, 1, 3, 82, 3, 96, 8, 9, 802, 4, 17, 20, 21, 3—5, 42, 5, 51, 80, 3, 5, 7), *L. 4* cl. VII Pintilie Doina (2577, 2577, 8, 80, 4, 8, 606, 19, 23, 604), cl. IX Casetti Mariana (2591, 4, 607, 9, 28—30, 7827, 30, 78), Danaliuc Cristina (2591—3, 627, 8, 30, 7827, 30, 74, 5, 8, 9), Potec Monica (2591, 4, 609, 7827, 30, 74, 8, 9), Wecsler Paula (2590, 5, 609, 27, 8, 30, 7785, 90, 827, 30, 1, 4), L. 6 cl. VII Vaisman Julian (2573, 4, 6—91, 4, 5), cl. IX Cherbis Cornelia (2591, 2, 4, 5, 609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 73, 8, 9), *L. 7* cl. VII Ianciac Liviu (2577—80, 4, 606, 7, 8), Mocanu Gabriel (2573, 4, 8, 9, 81, 4, 6, 7, 94, 5), Olteanu Maria (2582, 600, 1, 6, 7, 18, 9, 20, 2), Pînzar Adriana (2577—80, 7, 8, 601, 6, 8), Trifan Doina (2582, 4, 7—9, 601, 6, 8), cl. VIII Crulicovski Ariadna (2573—91, 3—6, 9, 600, 1, 4—10, 2—5, 8—24, 7—30, 7827, 8, 30, 5, 78, 9), Dumitriu Laurenţiu (2573—91, 4, 5) Lazbă Tudor (2573—6, 78—82, 4, 7—91), Păduraru Gabriela (2573—91, 3—601, 3—10, 2—5, 7—23, 25, 30, 7827, 30, 5, 6, 78, 9) Prait Ecaterina (2577—81, 4, 7, 8, 91, 4), cl. IX Bulancea Ecaterina (2591, 4, 5, 609, 27, 30, 7827, 30, 3, 5, 7874, 8, 9). Pelin Dan (2590, 1, 4, 5, 609, 27, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 74, 8, 9), Popa Ioan (2590, 1, 4, 5, 627, 30, 7827, 33, 74, 8, 9), Cătuneanu Mihai (2578—6, 78—80, 3, 4, 6, 607, 821, 3, 7), *L. 8* cl. VI Ivan Dan (2560, 73, 8, 9, 87, 96, 8, 804, 15, 9), Teodorovici Irina (2583, 98, 603, 4, 13, 5, 6, 20), Weinstein Alexandru (2573, 7, 8, 96, 9, 600, 19, 20), Nemţişor Dan (2573—9, 81, 7, 98), Dobre Emil (2609, 10, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), cl. IX Gorlaţiu Maria (2591, 4, 5, 609, 29, 30, 7827, 8, 30, 74, 8, 9), Hogea Valentin (2609, 10, 27, 8, 30, 7874, 8, 9, 86), Guriuc Dan (2609, 10, 27—30, 7827, 8, 74, 8, 9), Lohăduş Elena (2609, 10, 27—30, 7827, 8, 30, 78, 9), Năstase Tamara (2610, 27—30, 7827—30, 2, 73, 8), Nechită Vasile (2609, 10, 27—30, 7827, 8, 30, 78, 9), Pralea Alex. (2594, 5, 2627, 8, 30, 7785, 827, 30, 78, 9), cl. X Builă Maria (7786, 827, 30, 40, 2, 4, 5, 7, 78, 5, 9, 85), Cijevski Mioara (7821, 7—30, 5, 67, 74, 8, 9, 82), *L. 9* cl. IX Purice Gabriel (2591, 4, 5, 609, 10, 2, 26, 8, 30, 7827, 9, 30, 5, 78), Stancu Viorel (2520, 1, 4, 5, 609, 10, 28, 7785, 827—30, 5, 78, 9), Stoian Ştefan (2594, 2627, 8, 30, 7785, 827, 9, 30, 1, 5, 78, 9), *L. muzică şi arte plastice* cl. VIII Grimberg Bianca (2596, 8, 600, 1, 4, 8, 9, 18, 20, 7, 8), cl. IX Fiterman Adrian (2591, 2, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7789, 811, 27, 23, 3).

ILIA (Hunedoara) *L.* cl. IX Vlad Victor (2597, 9, 601, 3, 4, 6, 8, 13—5, 17—9).

INEU (Crişana) *L.* cl. VIII Roxin Cecilia (2582, 4, 6—8, 90, 4, 5).

IZVORU (Craiova). *Ş. g.* cl. VI Milea Ana (2573, 7—9, 96, 7, 600, 6, 16), Melega Elena (2573, 4, 6, 9, 96—601).

IZVOARELE (Bacău) *Ş. g.* cl. VIII Mazilu Lenţa (2573, 7, 8, 606, 12, 23, 7).

JIBOU (Cluj). *Ş. g.* cl. VII Matyus Ildiko (2573, 4, 6—81, 4, 6, 7, 90).

LACULETE (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VIII Mihai Valentina (2573, 4, 6, 7—80, 4, 5).

LĂPUSATA (Argeş). *Ş. g.* cl. VIII Voincescu Radu (2579—82, 4, 5, 7, 8, 91, 4, 5, 7828).

LEHLIU — sat (Bucureşti). *Ş. g.* cl. VII Iorgu Marin (2573, 4, 9, 81, 601, 4, 16, 8), Ivan Gheorghe (2527, 97, 9, 601, 4, 6, 14, 5, 8), Nedelcu Tinca (2597, 9, 2601, 3, 6, 7, 15, 8), Sava Ion (2573, 4, 9, 81, 601, 4, 15, 8), Sibianu Stana (2597, 9, 601, 4, 6, 18, 20, 7), Zafiu Constanţa (2597, 9, 601, 4, 61, 14, 8, 20, 7), cl. VIII Ciornei Filofteia (2582, 8, 97, 9, 601, 4, 7, 7827, 9), Manole Gelu (2578, 82, 8, 97, 9, 601, 4, 6, 20, 7827, 9), Nedelcu Constanţa (2582, 8, 97, 9, 601, 4, 6, 7, 18, 20, 7, 7827, 9), Pascu Eugen Alexandru (2578, 97, 9, 601, 15, 20, 3, 7, 7827, 9), Prepeliţă Liviu (2573, 7—9, 601, 15, 23, 7, 7827, 9), Stan Anghelina (2582, 8, 97, 9, 601, 4, 7, 20, 7827, 9), Stănică Florica (2582, 8, 97, 9, 601, 4, 6, 7, 18, 27, 7827, 9).

LESPEZI (Bacău). *Ş. g.* cl. VI Oviţa Octavian (2573, 4, 7—9, 87, 98, 613, 6).

LIPOVA (Banat). *L.* cl. VIII Gong Hadmut (2573, 4, 8—80, 4, 90, 7, 604).

LITENI (Suceava) *Ş. g.* cl. VII Cojocaru Elena (2577—80, 4, 7, 606, 20), cl. IX Manole Floarea (2591, 4, 611, 2, 27, 8, 30, 7827, 9, 74, 8, 9).

LUDUŞ (Mureş) *Ş. g.* cl. VIII Bacinschi Petru (2581—4, 6—8, 94, 5), Gyarmati Gheorghe (2573, 4, 9, 80, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 4, 5), Gruber Gertrude (2573, 7—80, 4, 95), *L. 1* cl. VI Andreşan Dan (2573, 6—9, 98, 600, 1, 14, 5, 9, 20, 1).

LUGOJ. *L. 1* cl. IX Păcurariu Ioan (2591, 609, 27, 8, 30, 7823, 7, 9, 30, 3, 5, 73, 8, 9), Raşa Ioan (2594, 5, 609, 27, 1, 9, 30, 7785, 827, 30, 5, 78, 9), Sîrbu Ioan (2609, 27—30, 7827, 30, 1, 73, 5, 6, 8), Sampe Dorin (2590—5, 610, 1, 7827—30, 2—4), cl. X *Bloch Ivan* (7773, 4, 82, 3, 9, 90, 1, 3, 9, 808, 20, 1, 3—5, 7, 8, 30—7, 9, 40, 2, 3, 5, 7, 51), cl. XI Ghidirmic Lucian (7770, 2—4, 807, 8, 33, 42, 5, 51, 15, 7, 8, 85—7, 96), Murariu Dorin (7773, 4, 8, 9, 93, 6, 812, 20, 1, 3—5, 30, 2, 3, 5, 40, 2, 5, 7, 51, 3, 67, 73, 8, 80, 4, 5, 7), *L. 2* cl. VIII Andrea Flavia (2580, 4, 7, 91, 5, 607, 9, 24), Mayer Maria (2579, 94, 615, 8, 9, 29), cl. XI Borcănescu Florin (7770, 3, 4, 86, 9, 96, 808, 12, 27, 9, 30, 5, 42, 7).

LUNGANI *Ş. g.* cl. VIII Priscéaru Toader (2585, 8, 94, 5, 606—9, 23, 30).

LUPENI *L.* cl. XI Ban Tiberiu (7770, 8, 812, 24, 7, 9, 30, 5, 42, 73, 8).

MĂNEŞTI (Ploieşti). cl. VIII Stan Constantin (2577, 8, 96—8, 601, 4, 6).

MĂRĂŞEŞTI. *Ş. g.* cl. VI Năstase Petrică (2573, 7—9, 98—600, 6, 18—20), cl. VII Ciubotaru Ionica (2573, 8, 9, 97, 80, 600, 4, 14), Zaharia Ionula (2573, 8—80, 97, 600, 7, 14, 26), *L.* cl. XI Apostol Ovidiu (7770, 90, 808, 20, 4, 37, 42, 3, 51, 2, 4), Izvoreanu Silviu (7820, 3, 4, 37, 42, 3, 51, 4, 65, 7, 70, 1, 85).

MORĂREŞTI (Argeş) *Ş. g.* cl. VIII Popescu Marilena (2573, 4, 7, 85, 97, 8, 600, 3, 4 13, 17, 27).

MEDGIDIA. *L.* cl. VIII Borisov Vladimir (2577, 8, 82, 9, 606, 8, 20, 3, 7).

MEDIEŞU (Maramureş) *Ş. g.* cl. V Bota Virgil (2573—5, 98, 9, 613—5).

MEDIAŞ. *Ş. g.* 5 cl. VI Bostangiu Elena (2573—9, 97, 8, 600), cl. VIII Brădişteanu Sorin-Radu (2573, 4, 7—9, 81, 2, 4, 6, 96—8, 600, 5, 13, 4, 20, 7, 8, 30), *L. 2* cl. VIII Klein Brigite (2576—8, 86, 600, 6, 19, 20, cl. XI Brădişteanu Smarand (7820—5, 7, 30, 2, 5, 42, 6, 8, 9, 51, 67, 73, 6, 8, 93).

MÎNECIU — UNGURENI. *L.* cl. VIII Georgescu Pries (2573, 7—80, 4, 7, 91, 4), Piofirescu Alexandru (2573, 6, 7, 80, 4, 7, 94, 5), cl. IX *Preda Viorica* (2570, 2, 91, 4, 5, 609, 11, 27—30, 7726—9, 88, 827, 8, 30, 1, 4, 5, 73, 5, 8, 9), cl. X Neagu Ion (7726—9, 32, 3, 7—9, 44, 85, 9).

MIRGHIA (Argeş) *Ş. g.* cl. VII Constantinescu Cornel (2579, 82, 4, 7, 8, 94, 601, 6, 18).

MIERCUREA (Hunedoara) *L.* cl. X Ludoşan Ioan (7726—8, 33, 5, 9, 90, 827—9, 35—5).

MIZIL *Ş. g.* 1 cl. VI Cîrjan Genoveva (2577, 9, 81, 600, 6, 18, 9), cl. VII Drosu Elena (2573, 4, 7—81, 4, 8, 98, 615, 8—20), cl. VIII Cimpoieşu Adrian (2577, 8, 81—3, 94, 619), Drăgulin Elena (2574, 7, 8, 88, 98, 600, 6, 14, 8—20), Dumitru Ion (2582, 6, 8, 613—5, 9, 27), Necula Liliana (2581, 3, 7, 8, 601, 4, 5, 8), Popescu Nicolae (2581, 8, 2613, 5, 8, 9, 23, 7), Satohin Gh. (2577, 8, 81—3, 94, 619, 23), *L.* cl. IX Drosu Sonia (2591, 4, 609, 11, 27, 8, 30—2, 73, 5, 6), Vlădăreanu Doina (2594, 5, 827—31, 609, 7873—6, 8, 9), cl. X Ivan Benedict (7821, 4, 5, 7, 8, 30, 2, 5, 74, 5, 8, 9).

MOLDOVIŢA (Suceava). *L.* cl. X Darie Viorel (7770, 85, 6, 9, 90, 1, 808, 27, 9, 30, 2—4, 42).

MORENI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VI Ioniţă Fiore (2573, 4, 6, 8, 9, 81, 2, 7), Ioniţă Paul) 2573, 4, 6—9, 81, 2, 7), cl. VII Feldman Cristina (2573, 4, 6—80, 4), Saghin Dan (2580, 2, 8, 99, 600, 6—8), cl. VIII Gheorghiu Adrian (2573, 8—80, 2, 4, 7), Saghin Claudia (2573, 88, 94, 7, 9, 600, 6, 8, 9).

MOZĂCENI-DEAL (Argeş) *L.* cl. X Bălăşoiu Florian (7824, 7—30, 3, 5, 7, 73, 4, 8—80)

MURGENI (Iaşi). *L.* cl. IX Bulgaru Valerica (2591, 4, 5, 627, 30, 7785, 827, 30, 78,9).

MURFATLAR (Dobrogea). *L.* cl. VIII Grosu Viorel (2573, 4, 8, 82, 6, 8, 97, 604, 8, 13, 4, 7, 9, 27).

MUŞETEŞTI (Oltenia) *Ş. g.* cl. VIII Doiche Tătaru (2597, 8, 604—7, 11, 8, 22, 3, 30).

NEGRU-VODĂ (Dobrogea). *L.* cl. IX Buştiuc Adrian (7776, 7, 81, 5, 7, 8, 90, 1, 5, 7, 807, 8, 11—4, 27—31, 4—7, 40, 2, 4, 7, 62, 4, 5, 7, 9, 73—80, 2, 3, 5—9).

NICOREȘTI (Galați). *Ș. g. 1* cl. VII Neamțu Viorica (2578—80, 2, 4, 7, 18, 26).

NOVACI *L.* cl. VI Ciucă Ion (2598, 9, 601, 3, 4, 6, 8, 613), cl. VII Bădescu Elena (2573—80, 4, 6, 7), Cosar Ion (2573, 4, 6—80, 6—8, 94), Ivan Ionel (2573—80, 1, 6—8), Păsărică Petre (2573—80, 4, 6—8), Paraschivescu Elena (2573—9, 84, 6), Preoțescu Viorica (2573—9, 84, 6), Tomescu Elena (2573—80, 6—8), cl. VIII Caragel Mia (2573—80, 4, 6—8), Cosar Elena (2573, 4, 6—80, 6, 7, 94), Cosar Ofelia (2573, 4, 6, 8, 9, 82, 6, 8, 94), Pantelimon Marta (2573, 6—9, 86—8, 94).

OCNA MUREȘ (Cluj) *Ș. g.* cl. VII Mărginean Olimpia (2582, 600, 5, 19, 20—6).

OLARI (Crișana) *Ș. g.* cl. VIII Bătrîn Gheorghe (2597, 9, 601, 6, 8, 11, 3, 5, 8—20).

OLTENI (București). *Ș. g.* cl. VII Preda Stefan (2576—82, 601, 5, 6, 8).

ORAȘ DR. PETRU GROZA cl. VIII Oncean Ion (2580, 4, 90, 1, 4, 606—9).

ORAȘ GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ. *L. 1* cl. VIII Fenichi Mariana (2581, 5, 94, 606—8, 11, 23). cl. IX Popanicolau Maria (2590, 5, 609, 11, 27, 8, 30, 7827, 30, 2, 78, 9).

ORADEA. *Ș. g. 10* cl. VII Poenaru Maria (2573—88), cl. VIII Ciucin Maria (2573—5, 8—82, 4, 7), *L. 1* cl. X Burău Marieta (7726, 7, 9, 44, 85, 827, 9, 30, 1, 35, 74, 8, 9), Lipui Smaranda (7783, 5, 823, 4, 7, 9, 30, 1, 5, 74, 6, 8, 9), Negrău Mircea (7775, 83, 8, 90, 6,807, 30, 1, 5, 8, 35—7, 40, 2), *L. 2* cl. VII Bele Ioan (2573, 4, 7—9, 87, 94, 606, 8), Dunca Carmentina (2573, 4, 7—80, 606, 8), Muțiu Mircea (2577—82, 4, 618, 20), cl. VIII Matias Ervin (2596, 604, 6, 8, 13, 8, 20, 3, 4, 7), cl. IX Bondar Mircea (2590, 1, 5, 609, 11, 27, 8, 30, 7788, 827, 30, 74, 5, 8, 9), cl. XI Ardelean Aureș (7820, 1, 3—5, 7, 9, 45, 7, 9, 51, 3), Urdă Ioan (7770, 99, 809, 17, 8, 20—5, 37—40, 2—5, 7, 9, 51, 3, 6, 66—8, 71, 2, 3, 92—5, 900), *L. 4* cl. XI Boncsih B. (7726, 8, 32, 3, 7, 9, 44, 6, 50, 65, 820, 3), L. ped. cl. VIII Moțiu Diana (2580—9, 94).

ORLEȘTI (Argeș). *Ș. g.* cl. VI Dumitru Violeta (2573, 5—9, 99, 601, 5), cl. VIII Dumitru Etica (2581, 6—8, 605—8, 23, 7), Florescu Constantin (2580—91, 4, 5, 606, 7, 8, 10, 7827, 8, 32).

ORĂȘTIE (Hunedoara). *L.* cl. VI Cociorvă Rodica (2598—601, 6, 8, 8—21), cl. VIII Păcurariu Ileana (2580, 4, 8, 94, 606, 9, 11, 23).

ORȘOVA (Banat). *L.* cl. VII Bîldea Tatiana (2573, 9, 87, 94, 811, 96, 600, 6, 11), Wagner Ingeberg (2573, 9, 87, 94, 6, 600, 6, 11, 7811), Cristescu Răzvan cl. VIII (2573—6, 81—38), Ionescu Stana (2573, 8, 80, 4, 7, 94, 605, 6, 11, 6, 8, 20, 3), Moș Cornel (2577, 80, 9, 601, 6, 13, 8, 23). Moruzi N. (2573, 6, 80, 7, 94, 8, 9, 601, 6, 15, 8, 23), Novac Walter (2577, 80, 9 601, 6, 13, 8, 23), Schanich Victor (2579, 80, 4, 98, 601, 13, 8, 23), cl. IX Laub Eleonora (2593 6011, 7827—30, 2—5, 85), Miloș Tatiana (2593, 609, 10, 27, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 2, 78), Sperdea Rodica (2593, 609, 11, 27, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 78), Vasilescu Mariana (7539, 611, 27, 7785, 827—30, 2—5).

OȚELUL ROȘU. *Ș. g.* cl. VII Bolint Zoltan (2573—80, 2, 4, 7), cl. IX Neicu Victoria (2574, 6, 8—80, 7, 8, 623, 30, 7788, 878, 9), Tărcată Anghel (2590, 1, 3, 5, 609, 11, 30, 7788, 827, 30, 1, 5), cl. X Tărcată Gheorghe (7785, 8, 90, 2, 827—35).

PADEA (Oltenia). *Ș. g.* cl. VII Andrei Maria (2580—4, 6—8, 93), Jalea Sergiu (2581, 3, 4, 6, 7, 8, 93, 4), Popa Mariana (2580—6, 8, 93), Stoian Nicoliță (2580—4, 6—8, 93), Ștefan Nicoliță (2580—4, 6—8).

PĂDURENI (Ploiești). *Ș. g.* cl. VIII Vișan Ștefan (2581—3, 7, 94, 5, 600, 4—5).

PALANCA (București) *Ș. g.* cl. VIII Năchilă Petru (2575, 80, 5, 96—9, 601—4, 7785,

PANCIU. *L.* cl. VII Anghel Aritinca (2595—8, 604, 14, 5, 8, 20), Munteanu Georgeta (2596—8, 604, 6, 14, 5, 8, 23, 60), Petrea Alfred (2596—8, 604, 11, 3, 5, 6, 8, 22), cl. VIII Banu Bely (2573, 9, 87, 94, 6, 9, 604, 11, 6, 20), cl. IX Drăgan Diana (2590, 1, 4, 5, 609, 11, 27, 9, 30, 7827, 74, 8, 9).

PĂTÎRLAGELE (Ploiești). *L.* cl. VIII Iamandei Natalia (2582, 4, 7, 91, 4, 60, 8, 2), Popescu Cornel (2573—81, 4—9, 91, 4, 5), cl. X Podoreanu Aurel (7827, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 7, 74, 5, 8, 9, 82, 9).

PĂUNEȘTI (Bacău). *Ș. g.* cl. VII Angheș Zarafina (2561, 4, 6, 8—70, 7, 9, 81), Bîrlă Magdalena (2566, 8, 76, 81, 2, 97, 7739, 830), Chiriac Maria (2560, 1, 6, 73, 7—9, 96), Ilsan Georgeta (2560, 4, 73, 7, 9, 96, 604, 5), Nica Maricica (2564, 6, 75, 89, 73, 96, 604, 8), Novac Verginia (2563, 4, 6, 76, 80, 2, 4, 96, 7, 600, 5), Postolache Maria (2564, 6, 70, 81, 604, 5, 8), Roșu Ileana (2566, 8, 70, 81, 96, 600, 9, 7739), cl. VIII Neagu Viorica (2575, 7, 8, 82, 5—8, 94, 7—604, 6), Nica Lucica (2563, 47, 81, 2, 5, 6, 8, 98—600).

PĂUȘEȘTI (Argeș). *Ș. g.* cl. VIII Pițigoi Ion (2580, 4, 6—8, 91, 2, 5, 606, 8, 9), Tufeanu Dumitru (2580, 4, 6—9, 91, 5, 606, 91).

PERIEȚI (Argeș) *Ș. g.* cl. V Ciobanu Polixenia (2573, 9, 98, 900, 4, 13, 14, 6), cl. VI Luță Florea (2573, 6, 7, 97—9, 601, 4), cl. VII Luță Ion (2573, 6, 8, 9, 87, 2614, 5, 8).

PERIEŢI (Argeş) Pîrvu Virgil (2575, 8, 9, 83, 7, 95, 616, 8), cl. VIII Ghimiş Emilia (2573, 6, 8, 9, 83, 99, 601, 4), Popa Ion (2573, 7, 9, 83, 7, 614, 6, 8, 20), Tudorică Constantin (2573, 5, 6, 8, 9, 83, 7, 165, 6, 8, 20).

PETRILA (Hunedoara). *L.* cl. XI 7799—802, 12, 7, 8, 40, 3, 5, 9, 51, 3, 80, 5)—

PETROŞANI (Hunedoara) *S.g.* 1. cl. VI Siclovan Codruţa (2573, 4, 6—8, 88, 9, 92, 4, 5), *S.g. 4* cl. VIII Duda Iordan (2587—92, 4, 5, 6, 7827), cl. XI Stan Mihai (7770, 2, 5, 82, 3, 5—8, 90, 1, 5—8, 907, 8, 17, 20—7, 9, 40, 2—6, 49, 51).

PEŞTEANA JIU (Oltenia). *L. mixt* cl. XI Negrilă Ion (7317, 22, 5, 94—6, 536—8, 53—5, 7820, 1, 3, 824, 40, 2, 5, 1).

PIATRA NEAMŢ (Bacău). *S.g. 3* cl. VIII Pîrvu Ioan (2582, 4, 7, 94, 606, 9, 11, 30, 7830, 4).

PITEŞTI. *S.g. 2* cl. VI Vicşoreanu Adrian (2560, 4, 77—9, 96, 8), cl. VIII Burcea Adrian (2576, 80, 2, 7, 8, 98, 601, 6, 8, 11, 5), Popescu Viorel (2573, 6, 7, 9, 94, 7, 603, 18, 20, 3), S.g. 3 cl. V Ionescu Florin (2573—8, 9, 96, 8, 600, 4, 6, 14, 8, 20), S.g. cl. VIII Micutelu Mihaela (2577—80, 4, 98, 604, 14, 5), *S.g. 10* cl. VI Ionescu Radu (2573—9, 96, 7), Joiţa Mariana (2573, 7, 8, 600, 4, 6, 14, 20, 37), Gune Octavian (2573, 7, 8, 87, 98, 604, 13—5, 8, 20), Matei Vania (2587, 600, 4, 6, 11, 5, 5, 8, 20, 3, 6), *Minduţeanu Romana* (2674, 4, 6—82, 4—9, 91, 4—6, 97—601, 3—9, 11, 3—24, 7, 9, 30), Pavel Gelu (2573, 87, 98, 601, 6, 7, 14, 20), Tucă Dan (2573, 81, 2, 7, 94, 8, 9, 606, 7, 9, 614, 8), *L. 1* cl. IX Diaconu Radu (2590, 611, 27—32, 5, 74, 8, 9), Gheorghe Picol (2590—5, 7785—91, 9, 808), Iliescu Daniel (2591, 4, 609, 11, 28—30, 7827, 30, 2, 5, 74, 8, 9), Ionescu (2594, 5, 627—30, 7785, 827—30. 5), Iordan Maria (2573, 4, 6—85, 7, 94, 5), Mărgărit Ion (2594, 5, 627—30, 7827, 30, 1, 74, 8, 9). *Ruse Lilion* (2590—2, 5, 609, 10, 27—30, 7785, 9, 91, 823, 4, 7—97, 73—6, 8—80), Chifor Ion (7782, 3, 5, 88, 808, 27, 8, 30, 4, 5, 44, 76, 8, 9), cl. X Cosciug Alexandru (7785, 808, 27, 8, 30, 4, 5, 73—6, 8, 9), Dinu Maria (7808, 27, 30, 3—5, 73—6, 9, 85), cl. XI Lazăr Mircea (7638, 40, 2, 3, 59, 63, 8, 75—8, 87, 9, 90—3, 7, 9, 701), Petrescu Cornelia (2591, 4, 5, 609, 27—3, 7827—30, 3, 5, 74, 8), *L.3.* cl. X Dumitrache Virgil (7828, 9, 30, 2—5, 7, 40, 2, 73, 6, 8).

PLOIEŞTI. *S.g. 1* cl. VII Vasile Mariana (2573, 6, 9, 80, 7, 98—600, 19), *S.g. 3* cl. V Pavelescu Dan (2573, 5, 96—600, 13—5), S.g. cl. VII Grigore Alice (2577—80, 4, 8, 606, 7, 19), Leibovici Alfred (2573, 4, 7—82, 4, 7), cl. VIII Dumitru Mariana (2573, 94, 6, 8, 604, 5, 14, 25), *S.g. 5* cl. VI Mocanu Maria (2573, 84, 97—9, 601, 2, 4, 6), *S.g. 9* cl. VIII, Berciu Elena (2573, 6—81, 4, 7, 8, 91, 4), S,g. 10 cl. VIII Ştefan Ioan (2573, 6, 8, 9, 82, 7, 8, 9, 601, 5—8, 11, 4, 5, 8, 9, 23, 4), Torcătoru Iulian (2573, 8, 9, 82, 7, 94, 7, 9, 601, 4, 5, 11, 5, 8, 9), Vişan Liviu (2573, 4, 6—85, 7, 91, 4, 7—9, 601, 4—9, 11, 4, 5, 8, 20, 1, 7), S.g. 12 cl. VI Dumitrescu Virgil (2573, 6—80, 2, 6), cl. VIII Teodor Andrei (2573, 7—9, 603, 19, 23, 30), Tiprigon Carmen (2581, 91, 4—6, 9, 601, 2, 6, 7), *S.g. 13* cl. VIII Radu Viorica (2573, 4, 7—9, 86, 97—9), S.g. 21 cl. VI Teodorescu Maria (2597, 8, 601, 3, 13—5, 20), cl. VII Clauda Denis (2573, 6, 9—81, 606, 19, 20), Dumitrescu Cristian (2587, 94, 605, 11, 20, 3, 4, 6), Georgescu Marilena (2570, 87, 601, 6, 18—20, 0), cl. VIII Moisescu Dorima (2578, 600, 4, 6, 14, 9, 23, 9), Tătuc Ştefan (2576, 80, 1, 8, 95—602, 4—9, 7873), S.g. 23 cl. VI Sătunar Lucia (3573, 7—9, 97, 8, 7, 600, 20), cl. VII Rusu Ştefan (2573, 4, 6, 9, 824, 97—9, 601, 3, 4, 7), cl. VIII Stoica Valentin (2573—88, 94, 5), *L. 1* cl. V Vasilescu Obrejan Adriana (2573—5, 97—9, 613—5), cl. VI Narinescu Marena (2579, 81, 3, 5, 7, 90, 6, 603), Nedelea Nicolae (2573—9, 614, 5), Rednic Cristina (2575, 6, 9, 81—3, 5, 6, 90), Topoloneanu Gabriel (2573, 6, 7, 9, 96, 9, 604, 15, 6), Topoloeanu Lucia (2573, 6, 7, 9, 80, 96, 9, 604, 14, 5), cl. VIII Costache Dorin (2581—4, 6—8, 90, 4), Florescu Radu (2573—9, 81, 2, 6—8, 94, 5), Gheorghiu Mihai (2580, 2, 4, 6, 7, 91, 4, 5), Nicolescu Ruxandra (2573, 6—80, 4, 7, 94, 6, 6, 9, 601, 4, 6, 8, 14, 5, 8—80), 3, 6). Solomon Ernest (2580, 2, 4, 6, 7, 94, 606—9), cl. IX Avramescu Morcea (2609, 27, 8, 30, 7823, 7—35, 73, 4, 6,), Bilanca Radu (2591, 4, 5, 609, 11, 2, 7788, 828, 31, 78), 9), Olteanu Gheorghe (2586, 8, 90, 1, 4, 5, 609, 11, 7785, 827, 9, 30, 3), Stavrache Mioara (2594, 5, 627, 30, 7827, 30—2, 5, 74, 6, 8, 9), Vasile Marilena (2591, 5, 627, 30, 7787, 827, 9, 30, 1—3, 5), lc. X Ardeleanu Marta (7773, 82, 5, 6, 8, 9, 98, 827, 8, 30, 5, 78), Vîrleză Nicolae (7773, 82, 5, 6, 9, 98, 827, 9, 30—2, 7, 64, 6, 8, 9, 80, 5). Boaldă Nicolae (7773, 82, 5, 6, 98, 823, 7, 8, 30, 5, 42, 74, 6, 8—80, 3, 5), Căpătoiu Mariana (7773, 82, 5, 6, 9, 99, 827, 8, 30, 5, 78), Ciobotaru Sorin (7773, 82, 5, 6, 9, 98, 9, 827, 9—32, 74, 6, 8, 9, 85), Costache Marian (7773, 85, 99, 827, 9, 31, 5, 7, 45, 73, 4, 8), Dobrescu Laurenţiu (7783, 8, 91, 808, 84, 75, 30, 4, 5, 42, 67, 78, 9, 85), Dumitrescu Virgil (7769, 82, 9, 827, 9, 37, 74, 8, 9, 93, 5, 30), Dumitru Constantin (7770, 3, 85, 827, 9, 30, 1, 3, 5, 7, 45, 79, 85), Filiti Mihai (7769, 73, 82, 3, 5, 6, 9, 96, 824, 9—31, 5, 79, 8), Ilie Gheorghe (7773, 85, 8, 99, 827, 30, 1, 3, 5, 7, 45, 73, 8, 9, 85), Iordache Sorin (7782, 3, 820, 1, 4, 5, 7, 30, 1, 5, 67, 73, 8, 9, 85, 7), Marinescu Daniela (7773, 82, 5, 6, 8—90, 8, 827, 8, 30, 5). Mirescu Gabriel (7773, 82, 3, 821, 7, 73, 4, 8—80, 3, 5), Nicolescu Laurenţiu, (7773 m 72, 3m 5, 9, 98, 821, 7, 9, 30, 5, 78, 85), *Niţu Gabriel* (7770, 1, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 1, 8, 9, 820, 1, 3—5, 27—32, 4—8, 40, 2, 5, 73—6, 8, 9), Nuţescu Adrian (7773, 82, 3, 5, 9, 98, 821, 7, 9, 30, 78, 85), Păun Ion (7770, 3, 82, 5, 6, 9, 98, 9, 820, 3, 7, 9, 30,

1, 5, 74, 8—80), Pişcoci Constantin (7773, 82 m, 825, 27—30, 42, 55, 74, 8, 9), Popescu Mariana (7769, 70, 3, 82, 2, 5, 6, 9, 91, 6, 8, 9, 8201, 7—9, 35, 42), *Ristea Ilie* (7770, 1, 3, 382, 3, 5, 6, 9—91, 8, 9, 820, 1, 3—5, 7—32, 40—8, 40, 2, 5, 73—80, 3—5), Scirenco Elisei (7770, 3, 8, 5, 99, 827, 9, 30, 1, 4, 5, 7, 45, 78—80, 5), Teodorescu Valentin (7773, 99, 829—31, 3, 5, 45, 7,4 8, 9, 85), *Vasilache Dan* (7770, 1, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 1, 8, 9, 820, 1, 3—5, 7—32, 4—8, 40, 2, 5, 73—6, 8—80, 4), cl. XI Dragomirescu Cezar (7770, 1, 3, 82, 3, 98, 802, 8, 9, 19, 7, 20, 1, 3—5, 37, 40—2 m 5, 8, 9, 51—3), Dumitru Ion (7770, 1, 3, 82, 5, 802, 9, 20, 1, 3—5, 42, 5, 9, 41, 3), Gheorghe Marioara (7771, 802, 9, 11, 23, 4, 48, 9, 51, 3, 67, 93), Miu Vasile (7786, 820, 3, 4, 7, 35, 49, 51, 3, 73, 6, 8, 9, 83, 92, 3), *Neguţ Gh.* (7769—71, 3, 5, 82, 3, 96, 9, 800, 2, 8, 9, 11, 2, 7, 20, 5, 37, 46, 8, 9, 51, 5, 62, 3, 6, 7, 80—3, 5), Văcăroiu Ioana (7790, 817, 37, 42, 4, 5, 9, 51, 83, 6, 9, 91, 3), Văcăroiu Ioana (7790, 817, 37, 42, 4, 5, 9, 51, 83, 69, 91, 3), Zamfir Cristian (7769—71, 3, 82, 96, 9, 811, 2, 20, 4, 40, 5, 9), *L. 2* cl. VI Fică Mihai (2573, 4, 6—9, 99, 615, 20), Filipescu Florin (2573, 4, 6—9, 6013, 5, 20), Fulga Cristian (2576, 8, 85, 94, 6—600), Nicolae Dan (7598, 606, 8, 14, 5, 20, 7, 9), Rosenfeld Adriana (2578, 9, 96—8, 600, 4, 13—5, 9—21, 7), cl. VII Bucherea Raluca (2573, 6, 8, 88, 91, 4, 5, 600, 13, 20). Kluger Alexandru (2576—81, 4, 6, 8, 91), Dobrescu Sanda (2573, 7—80, 4, 91, 4, 5), Dumitriu Geo) 2573, 4, 7—9, 82, 94, 613, 4, 20), Gheorghiţă Dănuţ (2573, 5, 9, 96, 7, 600, 1, 4, 6). Mazăre Valentin (2573, 87, 603, 11, 8, 20, 7, 30), Miu Gabriela (2579—82, 4, 7, 9, 91, 5), Offner Mădălina (2573, 81, 4, 7, 9, 91, 4, 5), cl. VIII Grigore Elena (2573, 7—9, 83—5, 7, 94, 20, 5, 30), Ioan Virginia (2573, 8, 609, 11, 29, 33, 7827, 30), *Lupulenco Livia* (2573—89, 94, 5, 7—604, 4, 6—9, 13—5, 7—20, 2—5), Munteanu Dinu (6210—2, 25, 7, 8, 30, 7827, 8, 73, 6, 8), Pastia Alexandru (2580—4, 6—8, 94, 606), Roşcu Florian (2573, 6, 7, 9, 80, 4, 7, 94, 605, 6, 8), cl. IX Angheiovici Iolanda (2591, 4, 5, 609, 11, 27, 9, 30, 7827, 30, 5, 73, 4, 6, 8, 9), Angheluţ Ecaterina (2609, 27—30, 7827, 9—32, 73, 4, 8, 9), Cazan Georgeta (2594, 609, 10, 27—30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9), Chiriţescu Cristian (2609, 11, 27, 30, 7827, 9, 30, 73, 4, 5, 8, 9), Cristocea Viorel (2590, 45, 627, 9, 30, 7827, 30, 4, 78, 9), Dobre Doru (2609—11, 28—30 m 7827—30, 4, 5, 73, 4, 8), Duicu Venera (2594, 627—30, 7827, 9, 30, 4, 73, 4, 8, 9), Iancu Elena (2590, 609 m 95, 7721—3, 88, 827, 8, 30, 5, 74), Mateescu Elena (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 1, 73, 8, 9), Mîndrilă Elena (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 1, 5, 73, 4, 8, 9), Mirică Gh. (2627—30, 7827, 9, 30—3, 73, 8), Nedelcu Irina (2609, 27—30, 7827, 30, 2, 73, 4, 6, 8, 9), Nicolaescu Traian (2593, 4, 609, 11, 27, 9, 7785, 827, 30, 874, 5, 8, 9), Pietro Romaniţa (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 73, 4, 6, 8, 9), Radu Zamfira (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 1, 5, 73, 4, 8, 9), Răduţă Viorel (2590, 1, 5, 609, 27—30, 7827, 30, 67, 74, 89), Stătescu Vivian (2591, 3—5, 609—11, 27, 30, 7827—30, 74, 9), Tănase Eugen (2609, 27—30, 7827, 9, 31, 73, 4, 835, 76, 8), Vlad Valentina (2594, 627—30, 7827, 9, 30, 4, 73, 4, 8, 9), cl. X Brener Mircea (7821, 3—5, 7—34, 6), *Circioagă Teodora* (7730, 72, 3, 65, 8, 9, 821, 3, 4, 7—35, 7, 9, 40, 2, 4, 73—6, 8—80, 3, 5, 7), Pană Ion (7770, 5, 82, 3, 5, 91, 6, 812, 29, 33, 45, 51, 80, 4), *Niţă Petre Stelian* (7769—71, 3, 82, 3, 5, 7, 9—91, 8—21, 3—5, 7—38, 40, 2, 5, 73, 4—6, 8—80, 3——5), Piesa Ion (7821, 3, 4, 7—30, 33, 45, 67, 76, 8—80), Steriu Alexandru (7782, 3, 6,8——90, 808, 21, 3—5, 7—37, 45, 80), Teodorescu Nicolae (7786, 8, 9, 92, 6, 821, 3—5, 7—30, 3, 5, 45, 83), *L. 3* cl. VIII Iancu Marieta (2573, 7, 80, 4, 94, 7—9, 606, 8), Gheorghe Vasile (2573, 4, 6, 7, 95, 8, 9, 600—2), *L. 4* cl. VI Irimescu Dana (2573—9, 98, 606, 8, 15, 0), Eftimie Mihaela (2579, 81—3, 5—8, 90, 4, 6—603).

PLOPENI (Ploieşti), *L.* cl. VI Bulmeza Sorin (2573, 8, 87, 97—9, 601, 4, 5, 8), cl VII Ilie Doina (2576—84, 7, 8, 607), Nicolescu Rodica (2576, 8, 9—84, 8), Silaev Dan (2604——9, 11, 2, 27, 8, 30), Toma Raluca (2577, 91, 4—6, 606, 10, 11), cl. IX Cimpoiaşu Gh. (2595, 627, 8, 30, 77, 88, 832, 4, 3, 4—6, 8, 9), Petrescu Lucian (2594, 627, 8, 30, 7788, 832, 4, 73—6, 8, 9), Petrache Gheorghe (7799, 808, 11, 21, 3—5, 5, 52, 4, 70, 80, 2, 7).

POENARI (Bucureşti). cl. IX Stegărescu Alexandru) 2580, 2—8, 91, 4, 7827, 78, 9).

POIANA LACULUI (Piteşti). *S.g.* cl. VIII Stamate Veronica (2573, 7—80, 4, 7, 90).

POIANA MARE (Oltenia) *L.* cl. IX Neţoiu Oprea (2590, 1, 4, 627, 7780, 3, 8, 827, 75, 30, 79).

POPÎNZOLEŞTI (Oltenia). *S.g.* cl. VIII Dumitra Florea (2613—6, 8—20, 2, 3), Stan Maria (2597, 8, 9, 600, 4, 6, 8).

POTIGRAFU (Ploieşti). *S.g.* cl. VIII Andrei Georgeta (2581, 2, 4, 7, 89, 90, 4, 5), Dumitru Vasilica (2580, 1, 2, 4, 7, 8, 90, 4, 3), Ghinea Rosmarina (2580—2, 4, 7, 90, 4, 5), Podgireanu Elena (2580—2, 4, 7, 8, 90, 3—5), Vasile Gheorghina (2580—2, 4, 7, 8, 90, 1, 3, 4, 5).

PREDEŞTI (Oltenia) *S.g.* cl. VII Bică Marin (2576—9, 83, 94, 600, 4, 7, 8, 11, 8), Răducă Ionel (2577, 8, 81, 3, 7, 600, 4, 5) cl. VIII Bică Maria (2581, 2, 7—9, 94, 606—8).

PRIŞCANI (Iaşi). *S.g. 1* cl. VII Băileanu Elena (2573—86), Stanciu Petruţa (2573—88), cl. VIII Băceag Aurel (2573—90, 2, 4, 5), Buruiană Maria (2573—90, 2, 4).

PROBOTA (Iaşi). *S.g.* cl. VIII Postosache Adrian (2578, 9, 81, 4, 7, 601, 11, 8, 20), Simion Silvia (2578—81, 4, 606, 9, 11, 20, 9).

PRUNDUL BÎRGĂULUI (Cluj). *L.* cl. XI Vrîncean Andrei (7726, 7, 9, 35, 6, 44, 51, 72, 80, 820, 1, 4, 5, 7, 35, 7, 51, 74).

PUCHENII MARI (Ploiești). *S.g.* cl. VII Ioniță Gheorghe (2577—82, 4, 6—8), cl. VIII Nanole Vasile (2580—4, 6—8, 91, 4), Mihai Vasile (2580—2, 4, 7, 8, 91, 4, 5, 606, 7).

PUCHENII MOȘTENI (Ploiești). *S.g.* cl. VII Constantin Gheorgheni (2577—9, 84, 601, 6, 8, 18—20), Ducu Steliana (2577, 8, 601, 6, 7, 17—20), Paraschiv Marin (2576, 82—4, 7, 600, 6, 7, 19, 27), cl. VIII Gavrilă Vasilica) 25 0—2, 4, 7, 94, 606, 7, 22, 3).

RĂCARI (București). *L.* cl. XI Dincă Ion (7773, 7, 82, 3, 98, 820, 1, 3, 37).

RĂDĂUȚI. *L. 1* cl. X. Milici Nicolae (7783, 5, 821, 4, 5, 7, 8, 9, 30, 4, 5, 42, 74—6, 8, 9), *L. 1.* cl. VIII. Harand Ana (2577, 8, 34, 5, 8, 95, 607, 14, 9, 20, 3, 30), Weinstein Bertha (2573—80, 89, 91, 5—604, 7, 10, 13—6, 8, 9, 22—5, 7, 30), cl. X Gafencu Stelian (7827, 8, 30, 4—7, 72, 74, 5, 8, 85).

RĂUȘENI (Suceava). *S.g.* cl. VII Roșu Maria (2576—80, 4, 7, 606, 8, 18, 20, 1, 9).

REȘIȚA. S.g. cl. VII Potoceanu Mariana (2577—80, 4, 7, 606, 7—9, 20), Man Eugenia (2577—4, 7, 606, 7, 19, 20).

RÎMNICENI (Brăila). Dravomir Marin (2560, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 70, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 81—3, 5, 6, 8, 94).

R. SĂRAT. *L. 2* cl. IX Gongu Zamfira (2573, 4, 6, 8, 9, 86, 7, 601, 6, 8, 79), cl. XI Gheorghe Virginia (7726, 32, 5, 6, 51, 9, 96, 98, 800, 1, 9, 10, 2, 8, 44, 8, 51, 5). Mocanu Guță (7783, 96, 808, 12, 7, 23, 37, 67, 8, 78, 83, 5, 95), Apostol Ovidiu (7770, 1, 82, 3, 821, 5, 7, 42, 4, 5, 69. 76, 8, 70, 1).

R. VILCEA. *S.g. 1* cl. VII Fodor Adrian (2573—88, 91), *S.g. 4* cl. VI Trană Dan (2575, 7, 8, 85, 7, 600, 15, 20) 1), cl. VIII Petre Marian (2573, 7, 8, 9, 82, 4, 7, 91, 600, 6), Vasilescu Doina (2573—6, 9, 81—3, 6), *L. N. Bălcescu*, cl. IX Borza Florian (2594, 609, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 35, 74, 6, 8, 9), Cintescu Virgil (2593, 2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 30, 73, 4, 8, 9), Constantin Petre (2593, 68, 7827, 9, 30, 1, 5, 67, 74, 8, 9), Diaconu Gh. (2590, 4, 11, 27, 7827, 9—32, 74, 5, 8, 9), Dușcă Petru (2591, 5, 609, 21, 30, 7827, 9, 30, 73, 4, 8, 9), , Gheorghinescu Angela (7827, 2627, 8, 9, 30, 35, 607, 9, 73, 4, 8, 9), Giuga Gheorghe (2609, 11, 27, 8, 30, 827, 73, 4, 8, 9), Ileana Nina (2607, 9, 27, 8, 30, 7827, 9, 35, 73, 4, 8, 9) Isbășescu Georgel (2591, 4, 5, 9, 10, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 2, 5, 74, 8, 9). Lăcuștean Maria (2627, 8, 9, 30, 7867, 73), Neamțu Constantin (2609, 11, 27, 30, 7827, 30, 2, 67, 74, 6, 8, 9), Cristian O. (2593, 609, 11, 27, 8, 30, 7827, 30, 73, 8, 9, 74), Partenie Dan (2593, 2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 30, 73, 4, 8, 9), Popa Adriana (2591, 3—5, 609, 27—30, 7827, 9, 30, 5, 73, 4, 8, 9), Stancu Constantin (2590, 627, 8, 9, 30, 7827, 9, 30, 1, 4, 8, 9), Tache Adrian (2590, 4, 627, 8, 30, 7785, 829, 21, 73, 8, 9), Viju Marius (2593, 4, 627, 30, 7827, 9, 835, 73, 4, 6, 8), Vilciu Cristina (2593, 4, 5, 2627, 30, 7827, 9, 30, 73, 4, 8, 9). Vlad Rodica (2607, 9, 27, 30, 827, 9, 73, 4, 8, 9), Ancuța Horia (7770, 812, 24, 30, 42, 51, 64, 7, 74, 8, 9, 84, 5, 6), Andrei Nicolae (7782, 3, 8, 824, 7, 8, 9, 30, 2, 5, 45, 51, 874, 8, 9), Bărăscu Dumitru 7782, 3, 5, 8, 90, 808, 36, 36, 42, 5, 67, 74, 8, 9), Bobîlcă Aurel (7782, 3, 5, 8, 824, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 7, 845, 51), Brădeanu Florian (7782, 3, 5, 8, 98, 824, 7, 9, 30, 3, 5, 7, 42, 5, 51), Cernătescu Gh— (7782, 3, 5, 8, 824, 7, 9, 30, 2, 3, ,4 5, 7, 42, 5, 51), Diaconu Nicolae (7782, 3, 5, 90, 827, 8, 9, 30, 4, 5, 51, 74, 5, 8, 9), Iorgulescu Ion (7824, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 7, 45, 51, 82, 3, 5, 8),Marinescu Nicolae (7770, 2, 80, 2, 3, 5, 92, 824, 7, 9, 30, 4, 5), Nadolu Dorin (7770, 2, 80, 2, 3, 85, 92, 821, 7, 8, 9, 30—2, 4, 5, 7), Olteanu Dumitru (7782, 3, 5, 824, 7, 9, 30, 1, 5, 7, 42, 67, 71), Petre Laurențiu (7771, 82, 3, 5, 92, 821, 4, 7—30, 4, 5, 42, 51, 78, 9), Renner Werner (7782, 3, 5, 824, 7, 8, 9, 30, 4, 5, 51, 73—6, 8, 9, 85), Stănescu Comstantin (7782, 3, 5, 824, 7, 9, 30—3, 5, 7, 42, 5 51, 74, 8, 9), Fotescu Ovidiu (7782, 3, 824, 7, 8, 9, 30, 4, 5, 51, 74, 8, 9), Vladu Paul (7782, 3, 834, 7, 40, 5, 74, 5, 8, 9, 87, 93), cl. XI Morariu Liviu (7821, 4, 5, 9, 40, 40, 77, 8, 9, 87, 8, 93), *L. 2* cl. VI Zinelli Daniel (2596—602, 3, 6, 8), Avrămescu Emil (2573—6, 9, 80, 1, 98, 618), Berceanu Radu (2582—9), L. 2 Dinulescu Viorica (2573—88), Gina Doina (2573—84), Grigorescu Carmen (2580—2, 5, 6—8, 94). Ionescu Daniela (2596, 8—602, 4, 6, 7, 8), cl. VII Lazăr Valeriu (2573—6, 8—82, 4—6, 8), Nadolu Mircea (2583—5, 98, 9, 600, 4, 6), Pistol Cristina (2580—8), Popescu Silvestru (2573—6, 79, 80—1, 4), Rădulescu Nicolae (2573—6, 81, 4à6, 8), Tapolovici Daniela (2573—6, 98, 81, 2, 8), Ungureanu Victoria (2573—81, 4—8), Vochițu Elena (2573—5, 7—9, 85—8), Negoiță Doru (2570, 87, 8, 605, 8, 11, 23, 9). Stoica Marinela (2573, 4, 7, 8, 82, 8, 97, 601, 8, 3, 4, 5, 7, 27, 78), cl. IX Stoica Viorel (2590, 94, 5, 609, 10, 7782, 808, 27, 8, 30, 4, 6), cl. XI Tuca Marius (7770, 808, 12, 24, 42, 9, 51, 3, 64, 7, 84, 5, 6, 93).

RÎUL ALB (Tîrgoviște). *S.g.* cl. VIII Stoica Viorica (2577, 8, 9, 98, 604, 6, 8, 9, 23).

ROBĂNEȘTI (Craiova). *S.g.* cl. VI. Andronescu Florin (2597, 8, 9, 600, 1, 4, 15, 8, 20).

ROMAN. *S.g. 3* cl. V. Munteanu Nicușor (2573, 4, 5, 9, 96, 7, 8, 9, 601), cl. VII Munteanu Dorel (2570, 7, 8, 9, 10, 1, 4, 7, 601, 7), *L. 1* cl. IX Costăchescu Mihaela (2609, 13, 5, 8, 9, 21, 30, 7827, 32, 3, 5, 73, 4, 6, 8, 9). Gospodaru Rodica (2595, 609, 10, 27, 7827, 9, 30, 2, 5, 73, 4, 6, 8, 9). Sachter Suzana (2609, 10, 2, 28, 30, 7827, 9, 30, 2, 3, 73, 4, 8, 9), cl. X Lungu Mircea (7782, 3, 5, 7, 9, 808, 17, 23, 4, 6, 7, 8, 34). Paraschiv Ioan (7782,

3, 708, 23, 34, 5, 6, 7, 73, 6, 8, 9, 81), Radu Panaite (7820, 1, 3, 4, 30, 2, 5, 7, 44, 6, 8, 9), *L. 2* cl. IX Gutman Marcel (2598, 9, 601, 3, 4, 8, 9, 11, 7828, 32, 4, 5).

ROMÂNEȘTI cl. X. *Dincă Marian* (7770, 1, 81, 5, 9, 81, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 2, 7, 8, 10, 2, 20, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 830, 2, 35, 43, 4, 5, 7, 51, 9, 64, 7, 9, 70, 7, 8, 9, 80, 5).

ROȘCANI. *S.g.* cl. VIII Stanciu Andrei (2576, 7, 8, 96, 8, 600, 1, 2).

ROȘIA MONTANA (Cluj) cl. VIII. Ciura Carmen (2580, 2, 4, 7, 94, 605, 6, 8, 23, 9)

ROȘIORII DE VEDE — *S.g. 3* cl. VIII Truică Mihail (2573, 80, 4, 90, 1, 9, 611, 23), *L. 1* cl. VI Rădulescu Cornel (2576, 82, 8, 94, 6, 9, 613, 4), cl. IX Nedelea Stancu (2591, 4, 5, 20, 20, 3, 7, 30, 5, 78, 9, 80, 1), Titi Cîmpeanu (2527, 8, 30, 7827, 9, 30, 1, 5, 74, 7, 8), cl. XI Teodorescu Ovidiu (7820, 1, 3, 4, 7, 82, 7, 8, 30, 5, 51, 714 6, 8, 9, 80, 5), *L. 2* cl. IX Ciortan Marin (2591, 4, 609, 12, 7785, 790, 827, 8, 9, 830, 2, 4), Stănescu Marian (2609, 9, 10, 27, 30, 7827, 8, 9, 30, 4, 5, 74, 5, 8, 9), cl. X Golesteanu Dan (7770, 83, 58, 90, 9, 808, 21, 5, 7, 9, 30, 4, 5, 42, 4, 51, 64, 9, 78, 9, 80, 2, 3, 5), cl. XI Buzatu Mihai (7773, 82—3, 20—1, 3—4, 70, 35, 51, 67, 74, 68—80), Ciortan Ioana (7807, 23, 32, 40, 2, 51, 69, 70, 80, 2, 83, 5, 90, 9), Ciucă Gheorghe (7782, 83, 820, 1, 23, 8, 30, 42, 51, 74, 8, 9), Cotmeana Dan (7773, 82—3, 820, 1, 3—4, 27, 30, 5, 51, 67, 74, 76, 8, 9, 80), Mateescu Emilian (7770, 3, 85, 83, 799, 840, 2, 51, 70, 5, 93), Popescu Dan (7770, 82, 3, 820, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 35, 41, 2, 51, 64, 7, 76, 85, 93), Tudor Virgil (7820, 1, 3, 4, 7, 8, 830, 5, 51, 74, 6, 9, 80, 5).

SALCIA (Turnu Măgurele). c. X Neșu Ionel (7769, 82, 4, 98, 2, 827—32, 6, 7, 42, 4, 64, 7, 9, 70, 4, 5, 8, 9, 83, 5).

SATU MARE. *S.g. 1* cl. VIII Pișmiș Rodica (2580, 2, 7, 94, 600, 5, 8, 11, 23, 6), *L. Mihail Eminescu* cl. IX Bretan Dorin (2590, 1, 4, 609, 10, 2, 28, 7, 827, 9, 30, 3, 5, 61, 9), Kiss Tiberiu (2590, 1, 4, 5, 611, 7, 8, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 73, 4, 6, 8, 9), Maiorescu Dan (2571, 94, 609, 27, 30, 7827—30, 4, 64, 78, 9), Mica Ovidiu (2590, 1, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7827, 30, 5, 74, 8, 9), Mitaru Angela (2592, 3, 609, 10, 2, 28, 7827, 9, 30, 3, 15, 73, 4, 5, 6, 8), Preș Rodica (2590, 4, 611, 2, 27, 30, 7788, 827, 9, 30, 1, 2, 78), Silimon Cecilia (2591, 3, 609, 10, 28, 30, 7827, 9, 30, 2, 5, 827, 73, 8, 9), Tătaru Gheorghe (2590, 1, 5, 611, 28, 30, 7827, 30, 4, 5, 76, 8), cl. X Bathory Iosif (7770k %2, 3, 5, 91, 9, 817, 20, 1, 3, 4, 5, 7, 9, 30, 2, 4, 5, 7, 40, 5, 51). Cardaș Autora (7821, 5, 7, 9, 30, 21, 42, 72, 8, 9, 91, 9), Cîmpeanu Victoria (7744, 70, 82, 99, 827, 29, 32, 3, 5, 42, 5, 78), Iordan Andrei (7799, 812, 3, 7, 24, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 42), Lupșa Mircea (7785, 6, 823, 4, 5, 7, 9, 30, 1, 2, 5, 7, 40, 2, 74, 5, 68, 9), Rusu Mihai (7786, 91, 82, 5, 79, 30, 1, 2, 5, 42, 74, 8), Trufașu Viorica (7785, 6, 91, 823, 4, 5, 7, 9, 30, 1, 2, 5, 42, 74, 8, 9), cl. XI Rosenhek Agneta (7770, 82—3, 99, 7808, 20—1, 23—5, 27, 9, 30, 2, 5, 7, 9, 40, 2, 5, 7, 9, 51, 3—4). *L. 2.* cl. X Bozia (7782, 3, 827, 9, 30, 2, 3, 4, 5, 42, 4, 78), *L. 3* cl. IX Diaconu Nicolae (2593, 4, 627, 30, 7785, 827, 30, 1, 5, 67, 75, 8, 9).

SĂBOANI (Roman). *L. V. Alecsandri* cl. X Dămoc Ioan (7785, 90, 827—30, 4, 5, 42, 8, 83), Mirț Mihai (7827—32, 5, 7, 42, 74—6, 8, 9, 83, 5).

SĂCELE (Dobrogea) *S.g.* cl. VIII Vroitoru Magdalena (2573—80, 4, 7, 8, 94), Marcu Olimpia (2573—8, 40, 7, 8, 94).

SARMAȘ (R.A.M.) *S.g.* cl. VIII Florescu Mugurel (2594, 5, 606, 8, 9, 11, 23, 9, 7830, 1, 4, 74, 9).

SĂVENI (Suceava). *L.* cl. X Grădinaru Valentina (2396, 8, 7284, 792, 824, 7, 9, 30, 2, 5, 73, 8, 9, 83).

SEBEȘ ALBA. *S.g.* cl. VIII Comșulea Mihaela (2568, 9, 70, 82, 4, 7, 90, 4, 5, 608, 9), *L.* cl. IX Chișu Tania (2588, 95, 609, 27, 8, 827, 30, 3, 5, 7, 73, 4, 6, 8, 9), Radu Liana (2591, 4, 5, 609, 10, 11, 27, 8, 30, 7827, 35, 7, 73, 6, 8), Suciu Dumitru (2591, 3—5, 609 10, 27—30, 7827—30, 3), cl. X Fackner Renate (7820—5, 9, 30, 42, 73, 4, 5, 8, 9, 83).

SEBIȘ (Crișana) *L.* cl. VI Manolache Gabriela (2573, 6, 8, 604, 6, 20), cl. VII Bașchir Sorin (2574, 4, 8, 9, 80, 4, 7, 99, 601), Bortiș Elisabeta (2573, 4, 8, 9, 80, 1, 4, 6, 97, 607, 25), Florescu Stelian (2573, 9, 80, 4, 7, 8, 99, 601, 18), cl. IX Crișan Ioan (2595, 609, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 74, 6, 8, 9), Dărăban Sorin (2594, 609, 27.3 im 7827, 9, 30, 74, 81, 9), Marc Zeni (2609, 27, 8, 30, 7827, 9. 30, 1, 5, 74, 8, 9), Pădurean Carmen (2591, 5, 609—12, 27—30, 7833, 5, 6, 873, 4, 5)k Tudoran Viorel (2592, 4, 627, 8, 30, 7827, 9, 32, 5, 74, 7, 8, 9), cl. X Bădău Nicolae (7770, 82, 3, 5, 9, 820—30, 2—6, 9, 45), Bătrîna Lenuța (7782, 5, 6, 9, 820——4, 7—33, 5, 40, 5, 65, 78—80), Bejan Aurora (7770, 82, 821—5, 6, 8, 30, 3, 4, 9, 78——80), Bogdan Maria (77730, 3, 82, 3, 5, 821—7, 9, 33, 5, 40, 78), Ciupercea Dumitru (7770, 82, 3, 9, 820—4, 7, 9, 30, 2, 3, 78, 9), Cofan Nicolae (7770, 3, 82, 3, 5, 9, 820—5, 7—36, 8, 45, 73, 4, 6, 8, 9, 83, 5), Dragoș Gheorghe (7770, 82, 3, 5, 9, 820, 1, 4, 7, 9, 30, 3, 78), Dan Mircea (7770, 82, 3, 5, 6, 9, 920, 3—7, 9, 30, 2, 5), Donca Mircea (7770, 82, 3, 5, 9, 823, 4, 5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 45), Dronca Nelu (7782, 5, 9, 821, 3, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 40, 5), Druia Ion (7770, 82, 3, 5, 9, 823, 4, 5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 40, 5), Galea Sofica (7820—5, 6, 9, 30, 2, 5, 40, 5, 78, 9, 80), *Gurban Florin* (7770, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 820—5, 7—30, 2, 33—5, 9, 45, 7, 73, 4, 6, 9—85), Ioana Constantin (7770, 3, 82, 3, o, 820, 1—5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 45, 76, 8—80), Lascău Petru (7770, 2, 5, 821, 3—5, 7—31, 2, 3, 5, 40, 878), Moțica Ioan (7823, 5, 7, 9, 20, 3, 3—6, 74, 8, 9), Mureșan Nicolae (7770, 3, 82, 3, 5, 9, 820, 3, 5,

8—36, 8, 83, 6, 77—80), Rada Valeria (7821, 3—8i 30, 5, 6, 40, 78, 9, 80, 1), Resch Hilda (7782, 6, 9, 821, 5, 7, 9, 30, 5, 9, 74, 8, 80, 2), Şerb Elena E7789, 820—5, 7, 9—33, 5, 40, 5, 79), Şerb Florica (7782, 820—5, 7—30, 3, 5, 40, 78—80), cl XI *Bortiş Terentie* (7770, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 1, 6, 7, 808, 12k 19, 20—5, 7—30, 32—8, 40, 2, 4, 5, 7, 9, 51, 4, 73—6, 8—80, 3—6), Dronca Petru (7770, 82, 5, 824, 5, 7, 9, 30, 2, 45, 80, 4, 5), Elorenţiu Marius (7770, 82, 5, 824, 5, 7, 9, 30, 2, 45, 76, 8, 80, 4, 5), Jurcă Ştefan (7782, 3, 96, 8, 820, 1, 3—5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 40, 78—80, 5), *Pantazi Nicolae* (7820, 1, 3—5, 7—30, 32—40, 2—5, 7—9, 51—4, 65, 7, 8, 73, 81, 3—6, 92, 3), Tabuia Grigore (778.2 3, 821, 4, 5, 7, 9, 33, 40, 78, 80, 5), *Sft. Gheorghe S.g.* cl. VIII Szakacs Gizella (2569, 70, 80, 4, 6, 9, 95, 606, 7—9), *L. 2* cl. IX Kelemen Erzebet (2628, 9, 30, 7827—30, 5, 73, 4, 5, 8, 9), Stinghe Georgeta (2627, 8, 30, 7827, 30, 5, 73, 4, 5, 6, 8, 9).

SIBIU. *S.g. 1* cl. VI Stingescu Adriana (2573, 7, 8, 9, 96, 8, 601, 6, 14, cl. VII Staicovici Şerban (2573, 4, 600, 13—20), cl. VIII *Droc Mihai* (2573—9, 81, 2, 4, 6—9, 91, 4, 6—601, 3, 4, 6—8, 13, 19, 621, 7, 8, 7827, 8, 74, 9), Moldovan Mariana (2577, 82, 6, 609, 12, 3, 9, 21—5, 7827, 78), *S.g.* cl. VI Schmidt Eva (2573—7, 9, 96, 8, 600), Vasilescu Maria (2573—9, 96—601, 13—620), *S.g.* cl. VII Bîrăruţ Mihai (2573, 4, 6—80, 97), Fleancu Sorin (2596—609), Gîlea Mihai (2577, 9, 80, 4, 7, 605—7, 18), *S.g. 12* cl. VI Andronie Costel (2573, 4, 98, 9, 604, 13, 4, 20), Toma Viorica (2573, 4, 7—601, 16, 20), cl. VIII Constantinescu Nicolae (2573, 4, 6—9, 604, 14, 20), Gavrea Viorel (2573, 4, 6—9, 596, 9, 611), Ursa Cqrmen (2573, 5—9, 604, 14, 8), cl. VI Ilea Dorina (2573, 6, 8, 9, 84, 605, 6, 11, 22), Marcu Mariana (2573, 7—601, 4, 5, 13, 14, 8, 23), Moldovean Horea (2573, 4, 6—80, 604, 6), Orbian Olguţa (2573, 8, 9, 660, 4—7, 11, 22), Ursuleac Steluţa (2573, 4, 6—81, 600, 4), S.g. 15 cl. VI Enkelhardt Maria (2573—9, 606, 13, 4, 20), Fakaş Degenhardt (2573, 5, 7, 8, 604, 6, 13, 4, 20, 1), Martin Helda (2573, 5, 7—9, 604, 13, 20, 1), Roth Bernhard (2573, 5, 7, 8, 604, 6, 13, 4, 20, 1), cl. VII Ghehl Liane (2573—5, 7, 8, 80, 96—9, 601, 4, 6, 7, 13, 4, 8—20) Ionescu Laura (2575, 98, 9, 601, 13, 4, 5, 9, 20), Müller Suzana (2573—5, 7—9, 80, 96, 2597—9, 601, 4, 13, 4, 8, 9, 20), Pupa Mariana (2584, 601, 4, 8, 13, 4, 19, 20), Ursu Cristina (2580, 98, 9, 601, 4, 13—5, 19, 20), Wultschner Astrid (2572, 4, 8, 96, 8, 606, 7, 13), Wultschner Ingrid (2580, 96, 9, 601, 6, 13, 4, 8, 20), cl. VIII Chiclăuş Ion (2560, 2, 74, 8, 88, 621, 2, 3, 8), Maniu Delia (2512, 4, 5, 7, 9, 28, 9, 31, 3), Renate Fackeş (2574, 7, 8, 9, 604, 7, 13, 4, 9, 20), *S.g. 18* cl. X Ilcuş Daniel (2597—9, 601, 4, 13, 4, 6, 8, 26), cl. VI Bartoş Vilma (2596, 601, 6, 8, 13, 5, 21), Ciontea Cornelia (2598, 601, 6, 8, 9, 12—4, 9, 21—3, 9), Cojocaru Elena (2596, 8, 601, 3, 4, 8, 13, 4, 6, 9, 26), Graiu Marilema (2598, 601, 4, 6, 8, 9, 14, 5, 21, 2, 3, 5), Crişan Adrian (2596, 602—4, 13, 4, 6, 9, 21), Deac George (2598, 601, 2, 6, 8, 13, 4, 5, 21), Dragomir Paraschiva (2601, 4, 6, 8, 9, 14, 5, 9, 21, 2, 9, 96), Farcaşiu Dan (2598, 2601—4, 13, 4, 21), Haneş Carmen (2598, 601, 4, 6, 13, 4, 5, 21, 2, 9, Hqn3ş Tatiana (2596, 8, 601, 4, 6, 13—5, 21, 2, 9), Hila Angela (2598, 601, 6, 9, 13—6, 9, 21, 2). Iozan Mircea (2596, 7, 2599, 2611, 4, 5, 20, 3), Lengher Cristian (2596, 8, 601, 2, 8, 13, 5, 603, 4, 14, 9, 21, 9), Luca Viorel (2598, 601, 4, 4, 8, 13, 4, 5, 9, 21, 2, 9). Maior Dorina (2596, 601—4, 13—5, 19, 21) Maniţiu Maria (2598, 601, 4, 11, 3—7, 9, 21, 2, 6) Mocanu Tatiana (2596, 8, 601, 4, 11, 4, 6, 9, 21, 3), Mureşan G. (2596, 2602, 4, 13, 4, 6, 19, 21), Nan Virgil (2596—9, 601, 11, 5, 20, 3, 9), Paşcuţ Ioan (2598, 601, 2—4, 13—5, 9, 21), Roman Eugen (2574, 97, 8, 601, 13, 4, 22, 5), Rotăruş Delia (2598, 601, 3, 6, 8, 14—6, 19, 21, 2), Topîrcean Victor (2597—9, 601, 6, 13—5, 20, 6), Tatorcea Nicoleta (2598, 601, 3, 4, 6, 8, 13, 4, 6, 21—3, 9), Tutulan Carmen (2596, 8, 601, 4, 8, 13, 5, 6, 9, 21, 3, 6), Vlad Elena (2596—8, 606, 7, 11, 13—17, 9, 21, 9), dl. VIII Kabdebo Margareta (2606, 7, 11, 21—3, 5, 9, 7827, 8, 78, 9), Totu Ion (2578, 93—5, 607—9, 23, 5, 7—9, 7879) Turcu Marian (2596, 606, 11, 13, 20, 2, 3, 7878, 9), Duma Mioara (2598, 604, 13—7, 9, 22, 3), *S.g. 19* cl. VII Ochesel Elena (2573, 7—9, 82m 97, 600, 6, 8, 13—5, 8), cl. VIII Bucur Doina (2587—91, 3—5), Conţiu Doina (2606, 7, 11, 2, 21—5, 7827, 8, 78, 9), Dragomir Maria (2606, 7, 11, 2, 21, 3—5, 9, 7827, 8, 78, 9), Verza Olga (2606, 7, 11, 2, 20, 1, 3, 7878, 9), *L. Gh.—Lazăr* cl. IX Bălăşoiu Mircea (2573, 4, 6—88, 90, 1, 3—5), Diaconescu Constantin (2590, 1, 4, 5, 609, 27, 30, 7827, 30, 73, 4, 8, 9), Hustuc Marina (2591, 609, 27, 30, 7789, 827, 9, 30, 2, 4, 5, 87,7 8), Isailă Petre, (2591, 4, 5, 9, 10, 7827, 8, 30, 4, 5, 75, 8), Piloiu Liviu (2590, 1, 4, 5, 9, 27, 7827, 30, 5, 6, 8, 9), Revencu Alex. (2590, 1, 609, 27, 7789, 833, 5, 73—7), Schönthaler Mihaela (2591, 4, 609, 11, 627, 9, 30, 827, 30, 7873, 8, 9), Ialciu Mircea (2590, 1, 4, 5, 609, 627, 90, 7827 30, 873, 4, 8, 9). Uscatu Adriana (2591, 4, 609, 11, 27, 30, 92, 7827, 30, 74, 8, 9), Zaharia Nicolae (2594, 609, 27, 8, 30, 7785, 6, 8, 9, 829, 73, 6, 8, 85), cl. X Bucur Tudor (7820, 3—5, 7, 9, 30, 2, 74, 6, 8, 9, 84, 5). Făgăraşi Ioan (7825, 7—30, 64, 74, 6, 8, 9, 84, 5), Maniu Iuliana (7820, 4, 7, 8, 90, 30, 64, 73, 5—9, 85), Panga Marina (7823, 7, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 40k 71, 6, 8), Voiculescu Marian (7785, 823, 5, 7, 9, 30, 1, 73, 4, 6, 8, 9, 85), *L. 2* cl. IX Catsaros Constantin (2590, 1, 4, 5, 9, 11, 629, 30, 7827, 9, 30, 2), Stănilă Ana (2591, 5, 609, 27, 8, 30, 7827, 30, 5, 78), cl. X Trif Felicia (7787, 820, 7—9, 30, 64, 64—6, 8, 9, 81, 4, 5), *L. 3* cl. IX Gîlea Elena (2594, 5, 609, 27, 30, 827, 31, 73, 4, 78, 9), Marinuş Marin (2591, 4, 5, 609, 27, 8, 30, 7827, 30, 73, 78, 9), Perecieston Mirdea (2609, 10, 2, 27—30, 7827—30, 5, 73, 6, 8, 9), Velcu Rodica (2591, 4, 5, 627, 7827, 30, 1, 73, 45, 8, 9), cl. X Constanti-

nescu Radu (7770, 82—6, 820, 4, 7, 30, 1, 2, 42, 78, 9, 81, 3—5), Radu Ion (7770, 89, 90, 821, 8, 32, 42, 5, 64, 74, 8, 9, 80, 4, 5), Stancu Ana (7820, 1, 4, 7, 8, 30—3, 5, 78, 9, 81, 3—5, 7), *Lic. Economic* An. I, Bîrză Petre (2591, 4, 5, 604, 9, 11, 27, 8, 30, 7874, 5, 8). Dănilă Nicolae (2590, 1, 4, 5, 609, 27, 9, 30, 3, 4, 5, 8). Relea Maria (2591, 5, 13, 4, 7, 23, 8, 30, 666, 7874, 5, 8), Roman Ilie (2591, 4, 5, 609, 27, 9, 30, 7873—5), Vlad Paraschiva (2573, 91, 4, 5, 619, 23, 7, 8, 30, 7827, 30, 1), Valovei Mircea (2591, 4, 5, 11, 27, 8, 30, 7788, 827, 30, 74, 5, 8).

SIGHETUL MARMAŢIEI, *S.g. 2* cl. VI Cirea Diana (2573, 4—9, 83, 96—602, 13, 16), *L. 1* cl. X Bemeş Iom (7770, 82, 3, 5, 6, 9, 90, 812, 17, 23, 4, 7, 9, 30, 2, 3, 4, 6, 7, 40), cl. XI Marinca Ştefan (7770, 812, 21, 4, 7, 9, 35, 64, 7, 8, 9, 93).

SIGHIŞOARA. *S.g.* 4 cl. VIII Chifa Georgeta (2573, 6—9, 84, 94, 5), cl. IX Bucur Petru (2609, 10, 23, 7—30, 7789, 828, 73, 8, 9), Dîlbea Pavel (2591, 3, 4, 5, 609, 10, 27—30, 7827, 30, 78), Tcacenco Dqn (2590, 1, 3—5, 609, 10, 27—30, 7827, 30, 78, 9), cl. XI Chiriţescu Alexandru (7770, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 96, 9, 812, 27, 8, 9), Tenitchi Eugen (7770, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 96, 9, 820—5, 7, 30, 32, 5, 8, 51), Vlăduţiu Anca (2590, 1, 4, 5, 609, 10, 1, 2, 7785, 6, 827, 8, 9, 30.

SIMERIA *L.* cl. VIII Oprea Magdalena 2585, 7, 8, 90, 601, 4, 7, 8, 18, 21), Paramacu Vasile (2564, 6, 9, 79, 80, 606, 26, 9), cl. VIII Giura Stela (2582, 4, 6, 7, 605, 6, 8, 11, 23), Vernichescu Monica (2580, 1, 4, 607, 9, 11, 23, 34).

SINAIA. *L.* cl. IX Horceangă Mariana (2594, 609, 12, 7, 29, 30, 7827, 30, 5, 73, 9, 85), Pavel Elena (2594, 609, 27, 29, 30, 7827, 40, 5, 73, 4, 8, 9, 85), cl. XI Bucur Vasilica (7820, 1, 2, 3, 7, 9, 30, 5, 49, 51, 73, 8, 9, 85).

SINGERU (Ploieşti) *S.g.* cl. VIII Marin Dănuţ (2580, 1, 2, 5, 6, 8, 606, 8).

SÎNNICOLAUL MARE *L.* cl. VII Andreescu Gheorghe (2576, 7—82, 4, 7), Buşu Ildico (2576, 7—81, 4, 7), Linschi Grigore (2573, 7, 89, 80, 1, 2, 4, 5), Weisz Ioan (2574—80, 2, 6), L. 1. Packi Iosef (7785, 820, 1, 4, 5—30, 4—6, 51).

SLATINA *S.g.* cl. VI Buicescu Alexandru (2597—608), cl. VIII Oncescu Horia (2596, 7—606, 20, 2), Călin Marian (2573, 8, 9, 80, 4, 607, 14, 8), Ionescu Dan (2573. 6, 9, 600, 1, 6, 8, 18, 9, 21) *L. 2* cl. VII Marinescu Dan (2587, 98—604, 6, 13, 5), Săraru Rodica (2603, 7, 8, 14, 5, 7, 22, 5), cl. IX Efodie Paula (2573, 4, 6, 8, 9, 82, 3, 98, 614, 28, 30, 7830, 78).

SLĂNIC *L.* cl. IX Lepuş Constanţa (2595, 609, 27, 8, 9, 30, 7827, 9. 30, 3, 5, 78), Popescu Mihaela (2594, 5, 609, 27, 9, 30, 7827—9, 33, 74, 8, 9).

STOENEŞTI (Bucureşti) *S.g.* cl. VIII Bunica Petra (2573, 5, 8, 9, 82—5, 7), Cotorobai Elvira (2573, 5, 7—9, 82—4, 7).

STOICĂNEŞTI (Argeş). *S.g.* cl. VI (2573—9, 98, 600).

SUCEAVA — S.g. cl. VI Hojbotă Lenuţa (2573, 4, 6—9, 613, 8, 9). Maier Tania (2573, 4, 6—9, 61e, 8, 9, 20), Palievici Dorina (2573, 4, 6—9, 613, 18, 9), Poşteucă Romeo (2560, 2, 7—71, 78, 9, 81, 2, 4, 7), cl. VIII Palaghianu Vasile (2573, 4, 9, 82, 6, 7, 96, 601, 6, 11, 23), *L.* cl. VII Verlinschi Mara (2573, 4, 5, 7—80, 4, 7) Filipescu Iolanda (2573, 7—80, 6, 8, 99, 604), Tecuceanu Radu (2576, 81, 2, 6, 7, 96, 9, 602, i 6), cl. IX Bacalu Arnold (2590—5, 627, 30, 7785, 90, 830, 78), Cojocaru Sorina (2590—5, 7785—7, 9, 90, 827, 9, 30, 4), Iancovici Iosif (2590—2, 4, 5, 11, 27, 9, 30, 7800, 829, 35, 75), Iliescu Doru (2590, 1, 4, 5, 9, 10, 27, 7789, 827, 30, 78, 9). Popaveniuc Mircea (2591—5, 2627, 8, 30, 7785, 9, 874, 8, 9), *L. 2* cl. XI Tabarcea Petru (7769, 70, 85, 9, 96, 9, 812, 3, 7, 20, 3, 4, 7), 20, 3, 4, 7, 32, 5, 7, 40, 2, 8, 51, 2), *L. 3* cl. VI Calin Elena (2573, 98, 600, 16, 13, 16, 20), Condeanu Marilena (2564, 73, 4, 98, 600, 1, 6, 13, 6, 7).

SAGU (Banat). *S.g.* cl. VIII Banciu Mircea (2580, 1, 6, 7, 8, 9, 94, 623).

SERCAIA (Braşov). *L.* cl. IX Vişu Dorel (2591, 4, 5, 2609, 27, 8, 9, 30, 7827, 30, 78, 9),

SOMCUŢA (Maramureş) *L.* cl. VII Achim Valeria (2579, 80, 4, 96—8, 603, 4, 6), cl. VIII Lazăr Maria (2577, 9, 80, 4, 606, 20, 3, 9, 30), cl. IX Lazăr Nicolae (2573, 7, 8, 9, 80, 4, 606, 20, 3, 9, 30, 79).

SATRILE (Ploieşti) *S.g.* cl. VIII Stanciu Ion (2580—4; 7, 93, 4, 5).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). *S.g.* cl. VII Goe Gheorghiţă (2573—5, 7—9, 81, 98—601), *S.g. 2* cl. VI Florescu Mihaela (2573. 4, 7—9, 96, 7, 606), Panoni Violeta (2573—5, 7—9, 81, 98—601 6), Patriche Cornel (2596, 8—601, 3, 15, 6, 8, 20), Leana Ligia (2587, 96, 7, 601, 4—6, 8). cl. VII Ceapă Adrian (2577—9, 81, 2, 4—8, 94, 5, 600, 2, 6, 18, 9, 23), Dacios Antonis (2580, 2, 600, 1, 2, 6, 18, 9), Drqgomir Nina (2600, 1, 2, 4, 6, 19, 21, 9), Cociş Gabriel (2577—9, 81, 2, 4—8, 95, 600, 2, 6, 19, 23), Man Cornel (2577—82, 4, 6, 7, 8, 95), Portuzudis (2576—88, 94, 5, 600—8, 18, 9, 21, 7, 9), cl. VIII Patriche Dorinel (2580—9, 91, 4, 5), *L.* cl. IX Bichet Constantin (2591, 609, 27, 30, 7790, 2, 827, 8, 30, 34, 74, 8, 9), cl. X Axinte Aglaia (7770, 85, 827, 829, 3, 31, 5, 40, 78, 4, 8, 9, 85), *Gr. şcolar P.A.C.* An I, Nan Nicolae (573, 4, 6—8, 31, 7, 95).

TECUCI. *S.g. 6* cl. VII Enache Vasile (2575, 8, 80, 3, 8, 94, 7, 7, 9, 601, 6, 8, 13, 4, 5, 8, 9, 621), Timofte Ioan (2581, 90, 603, 7, 16, 91, 24, 7), *L. 1* cl. IX Budu Sorin (2594, 611, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 73, 4, 8, 9), Costache Ion (2594, 611, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 1, 5, 873, 4, 5), (Cotigă Cornelia (2594, 610, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 73, 4, 8, 9), Popovici Doina

(2611, 7827, 9, 30, 2, 3, 73, 4, 5, 8, 3, 82), Vizitiu Valentin (2611, 7827, 9, 30, 2, 3, 5, 73, 4, 5, 8, 9), *L. 2* cl. V Bogatu Adrian (2573, 96, 7, 8, 9, 613, 4, 5, 6), cl. VI Mîrza Mitică (2573, 5, 9, 82, 97, 8, 9, 604, 6, 8, 15, 22), cl. VII Doru Mustănică (2573, 9, 87k 98, 9, 601, 604, 6, 8), Seuleanu Morcea (2573, 6, 78, 9, 87, 98, 601, 4, 6), cl. VIII Bobaru Rodica (2573, 5, 82, 96, 7, 8, 9, 601, 5, 6), Hîncu Cecilia (2596, 7, 8, 9, 605, 6, 11, 3, 4, 5, 8, 20), Ionescu Viorel (2548, 73, 9, 97, 604, 5, 6, 18, 9, 20, 7, Velicu Dumitru (2573, 4, 9, 82, 98, 601, 2), cl. I Nicoară Liliana (2573, 4, 8, 81, 2, 3, 4, 95, 7, 8, 9, 600, 1k 4, 5, 6, 8, 13, 4, 5, 7, 21, 3, 7, 30, 7827, 78, 9), Taşcă Eugenia (2573, 4, 8, 81, 22, 8, 600, 1, 8, 11, 3, 23, 30, 7878).

TIMIŞOARA. *S.g. 10* cl. VI Ivănescu Marius (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 1, 2), *S.g. 12* cl. VII Pop Mariana (2573, 4, 6, 9, 80, 2—4, 6—8), *L. 1* cl. IX Wächter Gabriel (2613, 7, 20, 1, 3, 7, 30, 7874, 8, 9), cl. X Bach Iosif (7769, 72, 82, 3, 824, 7, 9, 69, 74, 5, 7, 8, 9, 85 Brînda Elena (7827, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 1, 3, 5), Caragea Constantin (7769, 827, 30, 45, 74, 5, 8, 9, 80, 1, 3, 5), Chati Magdalena (7837, 73, 87, 5, 7, 9, 81, 3, 4, 5, 826, 7), Cîmpurean Adrian (7827, 30, 1, 64, 5, 78, 9, 80, 1, 3, 4, 5), Colţoni Nicolae (7827, 8, 9, 30, 7, 73, 4, 5, 7, 8, 80, 1, 3, 5), Cosma Doru (7827, 8, 9, 30, 2, 6, 4, 63, 4, 7, 8, 9, 80, 1, 3, 4, 5, 7), Doina Popescu (7782, 3, 820, 1, 4, 5, 839, 42, 73, 4, 5, 6, 80, 1, 2, 4, 5, 7), Filip Lucian (7873—5, 7, 8, 80, 1, 3, 5), Froza Ghiocel (7820, 3, 5, 7, 8, 9, 30, 1—3, 5, 6, 9, 42, 73, 4, 5—8), Pleşca Cornelia (7831, 9, 73, 4, 5, 6, 7, 8, 80, 1, 2, 3), Roşu Alexandru (7827, 30, 5, 73, 4, 5—80, 4, 5), *L. 2* cl. VI *Raţiu Ion* (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 81, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 94, 6, 7, 8, 9, 2600, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 613, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1), cl. VII Dordea Doina (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 97, 8), Ploscariu Cornelia (2577, 8, 80, 4, 7, 90, 1, 5), cl. IX Dordea Toma (2590, 1, 3, 4, 609, 10, 1, 2, 27, 8, 7785, 27, 78), Gherman Maria (2590, 1, 3, 4, 5, 7785, 827, 8, 9, 30, 5, 6). *Marinca Vasile* (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 90, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 600, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 7827, 30, 5), cl. X *Raţiu Tudor* (773, 82, 3, 5, 6, 8, 9, 90, 3, 6, 808, 820, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 42, 3, 4, 5, 7, 51), *L. 7* cl. VI Hîncu Ioan (2573—9, 81, 6, 96, 8, 600).

TINCA. cl. IX Ianoş Ioan (2591, 4, 5, 609, 27, 9, 30, 7827, 30, 74, 8, 9).

TITEŞTI. cl. VII Bărăgan Doina (2605, 6, 11, 20, 6, 604, 8, 9, 14, 9).

TITU. cl. V Creţ Maria (2573, 9, 97, 8, 600, 1, 4, 6, 13, 4, 5, 6), Cristea Matilda (2597, 605, 11, 601, 4, 8, 5, 6), Dinică Spiridon (2573, 9, 87, 97, 8, 600, 1, 15), Dobrea Elena (2573, 97, 8, 601, 2, 4, 8, 15, 8, 26), Dobrică Cristea (2573, 97, 8, 9, 600, 1, 13, 4, 8), Gheorghe Costel (2587, 73, 9, 97, 8, 600, 1, 6, 13, 4, 6), Ilie Vasilica (2573, 8, 9, 87, 97, 8, 600, 6, 13, 4, ,5 6), Ilinca Marin (2597, 8, 9, 600, 1, 13, 4, 8), Ion Maria (2573, 8, 601, 4, 6, 13, 4, 5, 26), Iorga Floarea (2598, 601, 5, 6, 7, 8, 13, 7, 21, 6), Lixandru Virginia (2597, 8, 601, 2, 4, 5, 8, 615, 8, 26), Munteanu Maria (2573, 9, 87, 97, 8, 600, 1, 4, 5, 6, 14, 5, 6), Nicolae Maria (3601, 5, 6, 7, 8, 13, 6, 28, 7), Oprea Ioan (2573, 9, 87, 600, 1, 6, 13, 14, 6, 8), Oprea Ioana (2573, 73, 600, 1, 6, 4, 5, 6), Sandu Gheorghina (2613, 4, 5, 6, 23, 3, 4, 5), cl. VI Dumitru Aurelia (2597, 8, 9, 600, 1, 4, 6, 13, 4, 20), cl. VIII Dumitru Tatiana (2578, 80, 4, 94, 606, 9, 23, 7, 8, 9, 30), Gheorghe Nicolae (2573, 7, 8, 9, 80, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 97, 8, 606, 8, 9, 11), Ion Constantinescu (2577, 80, 4, 90, 4, 8, 60), 9, 11), Matei Viorel (2573, 7, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 94, 8, 9, 606, 8, 9, 11, 8, 20), Naftailă Marian (2573, 7, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 94, 8, 9, 606, 8, 9, 11, 8, 20).

TÎRGOVIŞTE. *Sc. experimentală* cl. VII Jipescu Liliana (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 90, 1, 2, 6, 7), Mihai Eugen (2573, 7, 8, 9, 80, 2, 97, 605, 14, 8, 9). *L. 1* cl. VIII Avasibichioaie Adrian (2573, 8, 9, 80, 4, 95, 6, 8, 9, 600, 1, 4, 8, 11, 7827, 9), cl. IX Dan Adrian (7827, 8, 9, 30, 5, 73, 4, 5, 8, 9, 85, 6, 7), Popa Cornel (2571, 90, 1, 3, 4, 5, 609, 10, 27, 8, 7729, 46, 78, 85, 9, 827, 73) Stan Traian (2590, 1, 3, 609, 10, 1, 27, 8, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 64(, cl. X Grigore Alexandrescu (7785, 89—91, 7821, 7, 9, 64, 7, 74, 8, 9, 83), Eotaru Gheorghe (7790, 1, 827, 8, 9, 30, 36, 74, 5, 8, 9, 85), Stan Nicolae (7770, 82, 96, 817, 20, 1, 3, 4, 5, 39, 40, 2, 5, 9, 51, 64, 85, 94), *L. 2* cl. IX Brunduşel Călin (2594, 5, 627, 30, 7827, 9, 30, 4, 5, 73, 4, 8), cl. XI Florea Ion (7770, 98, 823, 3, 4—30, 5, 40, 2, 5, 83), Soare Nicolae (7782, 6, 7, 9, 93, 803, 7, 8, 12, 7, 21, 3, 4, 7, 9, 32, 45, 9, 51, 78).

TÎRGU CĂRBUNEŞTI. *L. mixt* cl. IX Ciungu Stelian (2609, 27, 8, 9, 30, 7827, 8, 9, 30, 1, 2, 5, 74, 5, 8, 9), cl. X Catrinoiu Petre (7785, 827, 8, 9, 30, 5, 45, 5, 8, 9, 85).

TÎRGU—JIU. *S.g. 4* cl. VIII Pinţă Ion (2573—2576, 78, 80, 2, 4, 6—8, 94), *L. 1* cl. IX Davitoiu Mihai (2587, 8, 90, 1, 5, 6, 30, 7829, 30, 78), Sapojnie Mihai (2573, 4, 6, 8, 9, 81, 2, 6, 94, 8, 605, 9, 13, 20, 3), Udrică Mioara (2590, 1, 3, 4, 5, 609, 27, 30, 7830, 5, 78), Ularu Vasile (2590, 4, 5, 629, 30, 7785, 827, 9, 30, 5, 73, 79, 9) cl. X Rodeanu Ion (7821, 5, 7, 8, 32, 3, 5, 6, 7, 42, 5, 67, 74, 6, 8, 9, 83, 5), cl. XI Bardan Viorel (7770, 820, 1, 3, 4, 5, 40, 5, 9, 51, 80, 5), Mălăuş Ilie (7820, 1, 3, 4, 5, 7, 30, 40, 2, 5, 9, 51, 2, 3).

TÎRGU—LĂPUŞ. *L.* cl. X Giurgiu Timofzeo (7827, 8, 9, 30, 4, 5, 6, 74, 5, 6, 8, 9, 90).

TG. MUREŞ. *S.g. 2* cl. VIII Boldor Marie (2573, 6, 7, 8, 9, 80, 3, 6, 8), *L. Al. Papiu* cl. VI Nicolae Sălăgeanu (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 81, 3, 5, 6, 7, 8, 90, 6, 7, 8, 9, 60), cl. XII Mera Alexandra (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 87, 619, 30), Szekely Zoltan (2603, 4, 6, 8, 13, 4, 8, 9, 20, 3, 4, 7), cl. VIII Dragotă Adrian (2585, 94, 606, 7, 8, 27, 7874, 9), Poliac Marius (2573, 4, 6,

9, 80, 4, 7, 97, 9, 600, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11), cl. X Pop Horia (7770, 1, 3, 82, 3, 5, 9, 96, 9, 812, 33, 5, 42, 51).

TÎRNĂVENI. *S.g. 1* cl. VI. Verlinschi Luminița (2596, 7, 8, 9, 600, 1, 3, 8, 9, 20), *L. 1* cl. VI Laslo Magdalena (2573, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 81, 7), cl. X Popa Tiberiu (7785, 9, 824, 7, 30, 2, 4, 42, 73, 4, 8, 9, 83, 5).

TOHANUL VECHI *S.g. 2* cl. VIII Zamfir Nicolae (2573, 4—90, 2, 4, 5).

TOPLIȚA. *S.g.* cl. VI Csatlos Karoly (2573, 6, 8, 9, 602, 13, 5, 8). Jugaru Maria (2573, 6, 9, 98, 9, 601, 2$_5$ 15), Pop Sabina (2573, 6, 98, 9, 601, 2, 3, 5), cl. VIII Mucha Judit (2580, 2, 4, 6, 7, 606, 11, 22, 3), Suciu Cornelia (2580, 2, 4, 7, 606, 11, 22, 3), Zöld Ildiko (2580, 2, 4, 7, 606, 8, 9, 11, 23).

TRUSEȘTI *L. 1* cl. IX Andrei Victor (2590, 4, 5, 609, 27, 8, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 1, 74, 8), Bălan Rodica (7835, 31, 74, 5, 8, 30, 89, 80, 1, 2, 3, 4), Călin Constantin (2590, 1, 4, 5, 609, 27, 8, 9, 30, 7827, 9, 30, 1, 74, 6, 8, 9, 85), Isaincu Dumitru (7770—85, 827, 9, 30, 5, 40, 2, 73, 4, 5—8, 9—85), Michiu Doina (2591, 4, 5, 609, 27, 8, 9, 30, 7827, 9, 30, 5, 73, 4, 5, 8, 9), Zinc Liliana (2609, 27, 827, 8, 29, 7830, 1, 5, 74, 5, 8, 9). cl. X Muraru Valeria (7785, 86, 827, 9, 30, 4, 5, 40, 2, 73, 4, 8, 9), cl. XI *Andreiescu Mihai* (7770, 1, 3, 7, 82, 5, 90, 5, 6, 808, 12, 7, 20, 1, 3, 4, 7, 8, 9, 30, 3, 4, 5, 7, 40, 2, 4, 9, 51, 73, 4, 5, 6, 8, 9).

TULCEA. *L. 1* cl. VIII Stoina Maria (2580, 1, 4, 8, 6, 7, 8, 605, 6, 8, 23).

TULUCEȘTI cl. VIII Dobrea Victor (2580, 1, 4, 8, 9, 41, 606, 7, 9, 23), Dragomir Sandu (2580, 1, 2, 9, 91, 4, 606, 7, 8, 9, 23).

TURDA. *S. g. 1* cl. VIII Dragomir Dan (2580, 3, 4, 606, 9, 23, 7, 30), Turcovici Doina (2580, 4, 6, 7, 8, 94, 605, 6, 8, 23), Lenard Andrei (2594, 605, 6, 7, 8, 9, 10, 27, 30), Peculea Florina (2580, 2, 4, 7, 605, 6, 7, 8, 9), Vșass Sanda (2580, 2, 4, 7, 94, 5, 605, 6, 7, 8, 9, *S.g. 7* cl. VII Nicoară Ana (2677, 80, 2, 601, 4, 5, 6, 7, 8), *L. 1* cl. IX Covaci Ioan (2591, 4, 5), 609, 27, 30, 7827, 30, 5, 74, 8, 9), Hilohi Neculai (2591, 4, 5, 609, 11, 2, 7788, 82, 7, 8, 30, 4, 5), Rosenberg Emeric (2591, 5, 609, 29, 7827, 9, 30, 5, 74—5, 8—9, 85), *Solomon Francisc* (2590, 1, 2, 3—5, 9, 10, 2, 27—30, 7785, 6, 8, 9, 827—36, 74—9), Toma Adela (2570, 2, 93, 608, 826, 7726, 8, 9, 30, 2, 88, 9, 830), Vedimaș Mariana (2572, 91, 609, 7726, 30, 7, 88, 9, 827, 30, 1, 7). cl. X Olariu Octavian (7785, 821, 3, 5, 7, 8, 9, 30, 4, 76, 8, 9).

TURNU MĂGURELE. *L. Unirea* cl. X Mihăilescu Virginia (7770, 85, 9 , 821, 5, 7, 8, 9, 30, 2, 7, 42, 74, 6, 8, 9, 80, 4), Pușcaciu Laurențiu (7789, 99, 821, 5, 7, 8, 30, 2, 42, 78, 79, 80, 5, 7).

TURNU SEVERIN. *S.g. 1* cl. VI Hîrșovoiu Hermina (2574—5, 6, 7, 8, o, 80—8), cl. VIII Pănescu Florica (2573, 4, 7, 8, 9, 84, 91, 8, 600, 7, 9, 18, 9, 20, 1, 7), Stocker Marina (2580, 2, 3, 6, 606—11, 27, 30), Ilinca Ion (2573, 4, 8, 9, 80, 1, 4, 7, 600, 6, 9), Ionescu Valeria (2573, 4, 8, 9, 81, 4, 7, 600), Tescanu Elena (2573, 4, 8, 981, 7, 600, 9), *L. 1* cl. IX Dumitrașcu Nicolae (2591, 4, 609, 27, 30, 7785, 827, 30, 73, 4, 8, 9), *L. 2* cl. VII Gitan Rodica (2579, 80, 2, 7, 94, 606, 11, 8, 23, 4), cl. VIII Popescu Valentin (2573, 4, 6, 87, 604, 7, 13, 20, 30), cl. IX Iupceanu Ion (2595, 627, 8, 30, 7785, 7827, 9, 35, 73—9), *L. 3* cl. IX Bătescu Iulian (2590, 3, 4, 5, 9, 609, 7788, 827—30 m 2—5, 7), cl. X Bivolaru Simion (7785, 9, 90, 1, 708, 27, 9, 832, 34—6, 64—7, 74, 9), *Grădinaru Ștefan* (7769, 71, 3, 87, 9, 91, 6, 9, 811—3, 5, 20, 1, 3—5, 7—30, 2, 4, 5, 7—40, 2—4, 51, 71, 3—6, 8—80, 3—5, 7, 93), Popescu Anghel (7770, 85, 7, 91, 9, 812, 29, 32, 6, 40, 59, 67, 8. 82, 3, 6, 7).

ȚĂNDĂREI (București) *S.g.* cl. VIII Stanciu George (2573, 8, 96, 6, 600, 1, 5, 8, 13, 4, 6, 8, 9, 10, 3). *L.* cl. XI *Nedelcu Nicolae* (7685, 8, 90, 3, 5, 701, 5, 5, 8, 13, 26, 7, 9, 33, 5, 44, 6, 9, 51, 60, 820, 1, 3, 4, 7, 5, 35, 37, 9, 42, 51, 69, 76, 8, 83, 93).

URECHEȘTI (Galați). *S.g.* cl. VII Irina Vasilică (2578, 9, 98, 600, 4, 13, 4, 20).

URLAȚI (Ploiești). *L.* cl. XI Vasile Ion (7790, 8, 808, 17, 20, 1, 3, 4, 5, 7, 8,51, 64, 80, 5).

URSOAIA (Argeș) *S.g.* cl. VII Zamfirescu Veronica (2577—9, 82, 4, 9, 606, 8, 20).

URZICENI (București) cl. VI, Nunu Maria (2576—9, 81, 618, 20, 3), Rădulescu Liliana (2577, 9, 96—8, 613, 4, 6, 20), cl. VII Buga Mihai (2573, 4, 84, 96, 8, 9, 601, 2, 6, 16), Ghiță Petre (2577—9, 84, 604, 61, 13, 4, 5, 8). Matei aVleriu (2577—9, 84, 604, 6, 14, 5, 8, 20), cl. VIII Georgescu Adina (2578, 2580, 2, 4, 7, 8, 606, 8, 23).

VADUL CRIȘULUI (Crișana) *L.* cl. IX Găvriluț Ovidiu (2590, 4, 609, 10, 1, 2, 7788, 827, 8, 30, 1, 4, 74, 8, 9).

VALEA ROȘIE (Baia Mare) cl. VIII Gavrilescu Liviu (2574, 8, 80, 1, 2, 6, 8, 95, 61).

VASLUI. *S.g.* cl. VI, Radu Gabriela (2573, 4, 6—9, 81, 4, 20), *L. 1* cl. VIII Gold Iulian (2576, 9, 80, 1, 7—94, 8, 601, 5, 7, 8).

VADASTRIȚA (Oltenia). *S.g.* cl. VIII sstrate Elena 2596—601, 4—8).

VĂDENI (Iași). cl. VIII Zălinescu Constantin (2596—604, 7—30, 7824, 7, 9, 830, 2, 3, 74, 6, 8, 9, 85).

VĂLENI (Argeș) *L.* cl. VIII Iliescu Mihai (2573, 7, 8, 9, 87, 600, 11, 9, 20, 3).

VĂLENI DE MUNTE (Ploiești) *L.* cl. X Roșu Constantin (7824, 7—9, 32, 5—7, 42, 74, 6, 8, 9, 85), Turcu Maria (7791, 827—30, 5, 6, 7, 74, 6, 8, 9, 83).

VEREŞTI (Suceava) *S.g.* cl. VIII Huţan Gh. (2580—2, 4, 6—8, 94, 606—8, 611).

VERGULEASA (Argeş) *S.g.* cl. VII Vieru Ilie (2573, 77—81, 4, 7, 98, 6014 6, 7).

VICOVUL DE SUS (Suceava) *L.* cl. IX Comariţa Lidia (2628, 7785, 6, 7827, 8, 9, 30, 1, 2, 76, 79, 85), Enache Felicia (2591, 4, 609, 72, 8, 30, 7827, 8, 30, 75, 8), Pasculă Gh. (2628, 785, 6, 827—32, 74, 8, 80), cl. X Fusa Elisabeta (7785, 6, 790, 827, 9, 30, 1, 2, 35, 74, 5, 8, 88).

VÎLCELE (Argeş). *S.g.* cl. VIII Ciocănescu Nicolae (2577, 9, 94, 606, 15, 6, 8, 9i 23).

VULCAN (Hunedoara) *S.g.* cl. VII Csiki Elisabeta (2573, 4, 7—9, 81, 600, 1), Cigher Elisabeta (2573, 7, 8, 9, 81, 98, 600, 1). Deak Iuliana (2573, 4, 7, 8, 9, 81, 98, 600. 1).

ZALĂU (Cluj). *L. 1* cl. IX Szibaggi Agnes (2570, 2, 94, 5, 609, 11, 7721, 7, 9, 33, 85, 830, 5), cl. X Neufeld Petru (7796, 820, 1—5, 7, 9, 40, 5, 9, 51, 5), cl. IX Celinici Marius (2612, 27, 9, 30, 7785, 827, 9, 30, 32, 5, 74, 5, 7—9), cl. XI *Lungu Ion* (7770, 3, 5, 7, 83, 3, 90—2, 7—9, 803, 7, 8, 12, 3, 9, 20, 1, 3, 4, 7, 840—3, 7).

ZORLENŢU MARE (Banat). *S.g.* cl. VII Tripon Nicolae (2573—6, 9, 81—4, 88, 97—9, 601, 2, 6, 8, 13—19).

Pînă la 15 februarie 1967 s-au mai primit soluţii bune de la:

ABRUD. *L. 1* cl. X Jurca Dumitru (7821, 5, 7, 9—33, 5, 74, 6, 9, 85).

ADJUD (Bacău). *L. 1* cl. IX Dămoc Adriana (78i27, 9, 33, 73, 6, 8, 925, 33, 5, 6, 8, 57), Oriţă Maria (2627; 7827, 9, 33, 5, 73, 6, 8, 925, 5, 7, 8, 57), Vraciu Mihaela (2609, 12, 27, 9, 30; 7827, 30, 1, 5, 73, 6, 8, 9), cl. X Angheluţă Gelu (7890, 2, 824, 8—30, 4, 7, 4, 5, 9, 86), Jitaru Ortansa (7827, 8, 30, 1, 44, 5, 76, 83, 933—5, 41, 4), Miroslav Gh. (7821, 3, 5, 31, 3, 4, 8, 40, 59, 64, 9, 73, 81, 3, 4, 913, 20, 3, 8, 33, 4, 8, 41, 7, 60), Olaru Ion (7825, 8, 32, 3, 7, 8, 40, 2—5, 51, 73, 4, 6, 8, 9, 82, 5), Ovişă Constantin (7825, 33, 4, 6, 8—40, 2—5, 51, 9, 64, 9, 73—85, 913, 20, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 8, 40, 57, 60), Oţetea Constantin (7825, 33, 7, 8, 42, 51, 74—6, 80, 5, 920, 3, 33, 4), Sava Maricica (7824, 7, 9, 31, 2, 8, 51, 69, 72, 4, 5, 8—80, 2, 3, 5), Vasilache Emil (7821, 3, 40, 81, 98, 913, 20, 5, 8, 31, 3—5, 8—41, 57, 60), cl. XI Cauteş Gheorghe (7822, 8, 33, 41, 4, 7, 8, 52, 63, 6, 9—701, 83, 7, 92), Gurămultă Dan (7825, 9, 32, 3, 9, 44, 5, 7, 8, 52, 68, 71, 94), Ignat Ion (7821, 33, 7, 41, 4, 7, 64, 9, 78, 80, 3, 5, 93, 911, 20, 3, 5, 8, 32), Vasiloiu Nelu (7822, 39, 40, 2, 5, 40, 2, 5, 8, 52, 68, 71, 8, 953, 20, 5, 32).

AIUD (Cluj). *S.g.* cl. V Popa Alexandra (2596, 8, 600, 11, 3, 8, 33, 4), cl. VIII Maftei Doina (2596—601, 4, 6, 8, 9), L. 1 cl. IX Olevischi Cornel (2609—12, 27, 8, 30, 7827, 30, 5, 74, 5, 8, 9, 933, 5), Pojan Dan (2609—12, 27, 8, 30; 7827, 30, 5, 9).

ALEXANDRIA (Bucureşti). *L. 1* cl. X Beţu Nicolae (7827, 8, 30, 74, 6, 8, 83, 933, 4, 9, 41, 4), Marin Niculina (7827, 8, 30, 4, 5, 73—6, 8, 9, 85, 933, 4).

ARAD. *S.g. 1* cl. VI Petrilă Dan (2596, 8, 601, 13—5, 9—21), *S.g. 5* cl. VII Blider Marian (2596—601, 6—9), Bretoteanu Sorin (2596—601, 6, 7, 9), Husa Dana (2596, 9—601, 6—9), *L. 1* cl. VII Streza Dan (2600—2, 4, 6—9), cl. IX Iaşchievici Cornel (2609, 27, 9, 30, 7827, 8, 30, 5, 73, 4, 8, 9), Luştrea Vladimir (2609, 10, 27, 8, 30, 46; 7827, 8, 30, 74, 5, 8, 9, 933, 4, 40), Neamţu Gh. (2609, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9, 933, 5, 40), Pleş Iudita (2609, 27, 30, 7827—30, 3, 5, 74, 8, 9), Săcui Cornelia (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 74, 8, 9, 933, 4, 40), cl. X Boşcaiu Voicu (7828—5, 7—30, 2—5, 40, 2, 4, 5, 51) Dragomir Sorin (7827, 30, 3, 42, 5, 78, 907, 24, 5, 31, 3, 5), Iliescu Radu (7820, 3, 4, 7, 30, 2, 42, 5, 66, 76, 8, 9), Pătru Ionel (7821, 5; 39; 42, 73, 4, 6, 83, 5, 92, 37, 44), Pîrvulescu Constantin (7823, 7, 9, 30, 40, 2, 74, 6, 8, 9, 83, 910, 31—3, 5), cl. XI Adah Mircea (7822, 80, 918, 20, 1, 3, 5, 8, 30, 2, 44, 64), Petrovici Ionel (7820, 1, 4, 5, 9, 45, 9, 67, 920, 3, 5, 32), L. 2 cl. VII Greceanu Radu (2600, 1, 4—8, 19, 7927), Podea Delia (2600, 1, 4—8, 11, 7957), cl. IX Begu Viorel (2610 7827—32, 4, 5, 73, 4, 8, 9), cl. X Bindileu Constantin (7824, 7, 9, 30, 3, 73, 4, 8, 9, 83, 5. 933), Marcel Ban (7824, 7, 9, 30, 3, 73—5, 8, 9, 83, 933), Porcolean Irina (7827, 30, 1, 74, 8, 9, 923—5, 31, 41, 57), cl. XI Vamaşiu Radu (7853, 84, 900, 21, 4, 32, 8—40 5, 51, 63, 4), *L. 4* cl. IX Taras Cornelia (2609, 12, 27, 8, 20, 7827, 8, 30, 1, 78, 9, 933), cl. X Francez Adalbert (7820, 1, 3, 5, 8, 9, 30, 3—6, 42, 73, 4), Hischl Ladislau (7821, 3, 5, 8—30, 5, 42, 73, 4, 5, 78, 83, 5, 931, 3), Horboiu Titus (7827—30, 67, 74, 8, 9, 923, 5, 33, 41, 57), cl. XI Anghel Paul (7820, 1, 3, 4, 7, 9, 35, 40, 2, 5, 9, 51, 78, 93, 920, 1, 5, 32), *S. prof. ucenici* an I Pop Ioan (2580, 4, 91, 4, 608, 20, 3, 7, 7827, 74, 8, 9), S. teh. maiştri an I Pop Pompei (2596, 8, 9, 602, 4, 6—8, 11).

ARCANI (Oltenia) *S.g.* cl. VI Mălăiuş Vasile (2573, 5, 6, 8, 9, 96—9, 605).

ARDUD (Maramureş). *L. 1* cl. VIII Arman Ecaterina (2596—600, 4, 6—9), Keizer Elisabeta (2596—600, 2, 4, 7—9), Mayer Ecaterina (2596—60, 2, 6—8), Reier (Eisabeta (2596, 8—600, 2, 4, 6—9).

BACĂU. *S.g. 2* cl. VIII Feller Marian (2622, 3, 7, 9, 70, 43—6, 7878, 933—5, 57), *S.g. 5* cl. VI Cristea Dan (2613—5, 8, 32, 3, 6, 8, 9, 43), cl. VII Iliescu Dan (2600, 2, 4, 6, 8, 19, 20, 3), S.g. 8 cl. V Botez Mihai (2597—600, 14, 31—4), Creţu Mihaela (2596—9, 602, 32—4), Moroşanu Rodica (2597—600, 14, 31—4), Wenger Iosif (2596—600, 14, 31—4), cl. VI Soare Iuliana (2596—602, 7), cl. VIII Andarache Gabriela (2601, 8, 11, 3—5, 8—20k 3), Cîrlan Carmen (2597—9, 601, 3, 6, 8, 7873, 9), Cociorvei Victor (2597—601, 4, 6, 11), *L. 1* cl. VII Clain Adrian (2601, 6, 7, 19, 20, 3, 4, 43), Vmoriuţei Doina, Haim Bianca (2601, 6, 7, 19, 20, 2, 3, 37, 41), Popovici Ion (2607, 19, 22, 3, 36, 7, 41, 5), cl. VIII Vais Poliana (2596, 9, 604, 6, 8, 13, 6, 9, 23), Wenger David (2596—600, 4—8), cl. IX Abraham Mihai (26211, 27—30, 7827, 78, 9, 934—6), Apostu Viorel (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 5, 78, 9, 933—5), Ascînte Constantin (2609, 11, 27, 30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9, 933, 5), Cîrnu Augustin (2609—11, 27, 8, 30, 7827—30, 74, 8), Cîrnu Gheorghe (2609—12, 27—30, 7827—30, 74, 6, 9), Măzăreanu Ştefan (2609, 27——30, 7827, 9, 30, 74, 9, 935), Năstase Constantin (2609, 27, 9, 30, 7827, 9, 30, 73, 9, 933—5), Stanciu Ion (2609, 27, 9, 30, 7827, 74, 8, 9, 933—6), Tofan Uoan (2627, 9, 30, 46, 7874, 5, 8, 9, 933—5, 9141), Velescu Ioan (2609, 27, 30, 7827—30, 5, 74, 8, 9, 933. 5), cl. X Amarghioalei Gelui (7827—30, 5, 45, 67, 74, 5, 8, 9, 85, 925, 33, 57) Ionică Vasile (7827—30, 4—7, 45, 74—9, 85, 931, 3, 5, 9, 40, 4), Knoll Fredy (7821, 3, 5, 7—30, 5, 40 m, 5, 78, ♀), Knoll Raul (7821, 3, 5, 7—30, 3—6, 40, 5), Sasu Dan (7821, 5, 7—35, 40, 2, 5), *L. 1* cl. XI Paraschiv Alexandru (7821, 907, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 8, 30—2), Sava Ion (7820, 1, 3, 4, 7, 35, 49, 74, 9, 85, 918, 20, 1, 3), *L. 2* cl. XI Iurea Vasile 7820—5, 7—33, 5, 7—9, 42, 4, 5, 8, 9, 51—5, 67, 73, 4, 9, 80, 5, 7, 913, 9—21, 3, 32, 3), Popovici Magda (7823, 4, 49, 51, 3, 4, 918, 20—3, 5, 31, 2). *L. 3* Elisei Adriana (7821, 3, 5, 923, 5, 32, 3, 5, 9—41, 57).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. IX Despa Ion (2609, 17, 8, 7827, 8, 30, 74, 8, 9, 933—5, 41), cl. X Paulescu Victor (7827, 9, 32—4, 6, 42, 74—6, 8, 9, 85), Răduica Lucian Liviu (2596—600, 2, 4, 7, 9, 11), Iorza Gh. (2596—601, 4, 6, 9), Martin Alexandra (2596——604, 6, 7), Mureşan Aurelia (2596—602, 4, 7, 11), *S.g. 4* cl. V Pop Monica (2596—8, 600—2, 13—5, 34). *S.g. 8* cl. VI Papp Katalin (2596—601, 5, 6), S.g. 11 cl. VIII Medgyesi Elisabeta (2596—9, 603, 4, 7, 10), L. 3 cl. VIII Leiba Florin (2611, 28, 30, 7828, 9, 933—5), cl. IX Graur Călin (2609, 7824, 7—30, 4, 5, 73—5), cl. X Ambruş Horia (7820, 3, 7, 8, 30, 5, 7, 51, 78, 9, 83, 923, 5, 8, 31, 5), Palaghiţa Nicolae (7820, 1, 3—5, 7, 8, 30, 5, 42, 5, 51, 67, 78, 9, 85), Sabău Ştefan (7821, 3—5, 7, 30, 5, 51, 78, 923, 5, 8, 31, 5, 7).

BAIA SPRIE. *L. 1* cl. IX Brînzei Monica (2609, 11, 27, 30, 46, 7827, 30, 73, 4, 8, 9, 933).

BALS (Olteniaa. *S.g. 2* cl. VII Voiculescu Luminiţa (2618, 20, 3, 5, 36, 8—40, 4), cl. VIII Contea Steliana (2606—11, 22—4), Popescu Geta (2600, 2, 4, 6—11), *L. 1* cl. X Lăcraru Ion (7827, 8, 30—2, 4, 5, 7, 42, 3, 5, 78, 457), cl. XI Băduţ Gheorghe (7837, 44, 5, 7, 9, 53, 80, 3, 5, 93, 907, 13, 20, 5, 31, 59, 60), Brînaru Constantin (7827, 8, 30, 1, 4, 5, 8, 45, 73, 4, 8, 9, 933—5, 57), Chiriţa C-tin (7820, 1, 3—5, 40, 2, 9, 51, 83, 5, 93, 920, 3, 32, 59, 60).

BĂBENI (Argeş). *L. 1* cl. VII Muja Gelu (2617, 9—30, 5—41, 3, 4, 6, 7874, 8, 9, 913, 24, 30, 4, 6, 57), cl. XI Constantinescu Gh. (7820, 1, 5, 49, 51, 3, 83, 93, 913, 20, 3—5, 8, 30—2, 57), Dicu Constantin (7820, 1, 3, 4, 49, 51, 3, 93, 913, 20, 3, 5, 8, 30—2, 57), Paloiu Gh. (7820, 1, 4, 5, 49, 51, 3, 83, 93, 913, 20, 3, 4, 31, 57), Roşianu Gh. (7820, 1, 5, 49, 51, 3, 93, 913, 20, 3—5, 8, 30—2, 57).

BĂICOI (Ploieşti). *S.g. 1* cl. VII Croszea Elena (2600—2, 4—8), Sandu Elena (2600—4, 6—8), Staicu Elena (600—4, 6—8), cl. VIII Ciotoroiu Ion, (Muşat Gabriela, Panait Maria (2 605—12).

BĂILE GOVORA. *L. 1* cl. XI Hoarcă Vasile (7798, 9, 820, 1, 3—5, 42, 3, 51, 67, 93).

BELCEŞTI (Iaşi) *L.1* cl. XI Olaru Aurel (7820, 1, 3—5, 7—35, 7, 8, 40, 51, 5, 64 74, 7—9, 93).

BERCA (Ploieşti). *S.g.* cl. VI Răuţă Gabriela (2598, 600, 1, 13, 15, 32—4).

BICAZ (Bacău). *L. 1* cl. X Colceriu Alexandru (7827, 35, 40, 74—6, 8, 9, 925, 8, 33, 5), Gheorghiu Ştefan (7827, 30, 5, 40, 2, 5, 74, 5, 9, 925, 33, 8), Manolescu Decebal (7827—30, 2, 4, 5, 7, 42, 5, 74, 8, 9).

BISTRIŢA (Cluj). *L. 1* cl. X Pop Eugen (7820, 1, 3—5, 32, 4, 5, 42, 75, 6, 8, 9, 87), Scridon Lucia (7821, 7—31, 5, 74, 8, 9, 85), Timofte Corneliu (7873, 4, 6, 8, 9, 85, 923 5, 8, 31—5), cl. XI Cotoc Ion (7866, 7, 71, 80, 1, 3—7, 93, 6, 7), Gagea Alexandru (7839, 42, 5, 9, 51, 64, 7, 80, 1, 3, 5—7, 93), *L. 2* cl. VII Iliescu Florin (2597—9, 601, 3, 4, 6—8, 19), Pupeza Gh. (2597—9, 601, 6—8, 14, 8, 9). Absolvent Verveagă Titus (7820—2, 4—8, 34, 5, 45, 74, 8—9).

BIRGHI; (Braşov). *S.g.* cl. VI Porcea Anuţa (2604—8, 41, 3, 6), Turi Ana (2604—6, 8, 23, 41, 3, 6).

BÎRLAD. *L. 1* cl. IX Costache Anişoara (2601, 10, 2, 27, 9, 30, 7828, 30, 4, 73, 8, 9), *L. 2* cl. VIII Kissling Rodica (2597—9, 601, 3, 4, 6—9), *L. 3* cl. V Gheorghiu Gabriela (2597, 611, 31—4, 6, 8), Giurşca Elena (2613, 4, 31—4, 6, 8,) cl. VI Curteza Rodică (2598, 601, 18, 20, 32, 3, 6, 8), Minciună Dorin (Tihon Cezar, Dragomir Valentin (2613, 4, 31—4, 6—8).

OROSZLÁNOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1863

Olaru Liviu (2596, 602, 7, 8, 13, 4, 36—8), cl. VII Botez Octav (2597—9, 601, 13, 32—4, 6, 8), Năstase Ionel (2613, 23, 31—4, 6, 8), Pislaru Gica (2597, 613, 4, 8, 20, 31—3, 8), Puiu Laurenţiu (2597—9, 601, 13, 32, 3, 6).

BÎRLOGU (Argeş). *S.g.* cl. VIII Dumitrache Alexandru (2606—11, 39—41).

BLAJ. *L. 1* cl. X Păduraru Nicolae (7831, 4, 7, 81, 3, 5, 933, 5, 7, 41, 4).

BOCŞA (Banat), *S. g.* cl. VII Danciu Mihaela (2601, 4, 6—8, 18, 21, 38, 9, 43), cl. VIII Rohm Liane (2605, 6, 8, 27, 30, 9, 41, 7933, 44, 5), *L. 1* cl. X Rohn Inge (7831—7, 42, 73, 8—81, 5).

BOTOŞANI. *S. g. 3* cl. VI Bordeianu Valentin (2598, 9, 612, 4, 5, 42—4, 93), Iftimie Dumitru (2601, 15, 8, 20, 32, 3, 8, 9, 43), *S. g. 7* cl. VII Jercan Geta (2600, 1, 3, 4, 6—8, 18), Popescu Tamara (2598, 606, 7, 26, 39, 43, 6, 7957), Serediuc (2600, 1, 3, 4—8, 18), *S. g. 8* cl. VII Baras Angelica (2617—26, 35—41, 3, 4), cl. VIII Apostolescu Elena (2606—8, 27, 39, 46, 7827, 957), Casandra Alexandru (2606, 7, 9, 23, 7, 41, 3, 7874, 9), *L. 1* cl. VII Buzuosu Benonia, Butnaru Lidia (2596, 601, 3, 6, 8, 14, 8, 21), Ginga Mihai (2618—20, 32, 6, 8, 9, 41, 3), Ignătescu Justin (601, 4, 6, 18—21, 3, 4), Paşa Constantin (2604—7, 18, 38, 9, 43), Pavliuc Cornelia (2596, 601, 5, 6, 8, 14, 8, 21), Pintilie Eugen (2604, 6, 7, 9, 58, 35, 8, 43), cl. X Dale Ovidiu (7827, 30, 5, 7, 42, 8—80, 923, 5, 8, 33, 5, 40), *L. economic* an II Ivan Viorica (7837—33, 4, 5, 7, 45, 64, 7, 73—5, 7, 9, 80, 5, 91).

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. IX Lupu Nicolae (2609, 27—30, 7827, 31, 73, 8, 933—5).

BRAD (Hunedoara). *L. 1* cl. XI Rada C. (7820, 1, 3—5, 39, 44—53, 93).

BRAŞOV. *S. g. 2* cl. VIII Vlase Sorin (2596—602, 6, 8, 10, 7827, 8), *S. g. 3* cl. VI Cacoveanu Nicolae (2596, 8, 500, 1, 4, 13, 5, 8—20), cl. VII Ionescu Anca (2600—2, 4—9), *S. g. 6* cl. VII Zsido Eva (2596—604, 6—10, 13—9, 21, 2, 5), cl. VIII Ciumac Magda (2596—601, 3, 4, 6, 7), *S. g. 18* cl. VII Carp Nicolae (2596, 600, 2—4, 608), *L. 1* cl. IX Danilescu Florin (2609, 28, 30, 7820, 30, 4, 5, 78, 9, 933, 5, 9, 40), Viju Rodica (7820—6, 38, 40, 5, 6, 9), *L. 3* cl. IX Cocan Marcel (2609, 27—31, 7827, 30, 4, 74, 6, 8, 9, 924, 33, 41), Făgărăşanu Constantin (2609, 27, 30, 7827—30, 4, 5, 73—5, 9), cl. X Sluşaru Ileana (7823, 7, 8, 30, 1, 3—5, 73—6, 8, 9, 83, 5), cl. XI Purcărea Manuela (7820, 1, 3—5, 7, 37, 8, 40, 5, 6, 9), Bătătorescu Anton (7837—45, 8, 9, 51, 67, 70, 1, 85, 7, 93, 4), *L. 4* cl. VI Gîrbacea Sorin (2601, 15, 19, 32, 3, 6, 8, 43), Manea Georgeata (2601, 13—5, 9, 32, 6—8), cl. V VII Barbu Mihai (2599, 601, 6, 9, 54, 5, 20, 1), Bîrsan Biculae (2597—9, 601, 6, 8, 13—6, 9, 21), Grigorincu Cristea (2597—9, 606, 13, 4, 6, 8, 29)), Niculescu Marilena ((2597—9, 606, 13, 4, 6, 8, 29), Popa Mircea (2599, 601, 3, 9, 14, 5, 20, 1), Şerbănescu Gabriela (2597—600, 13—5, 9), cl. VIII Galea Maria (2601, 4, 6, 7, 9, 13, 5, 27), cl. IX Cotorcea Luminiţa (2611, 2, 45, 6, 7831, 933—7, 9—41), Delesega Laslo (2609, 10, 27—30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9), Donţu Alexandrina (2609, 27, 8, 30, 45, 7827, 81, 35, 79, 5, 8, 9, 933, 9). Olteanu Valentina (2609—11, 27, 30, 7827—30, 4, 5, 75, 8, 933), cl. X Pană Corneliu (7827, 8, 30, 4, 74, 8, 9, 85, 933, 4, 6, 41).

BRATIA DEAL (Argeş). *S. g.* cl. VI Orăşanu Viorel (2547, 8, 606, 19, 21, 32, 3, 8), cl. VII Gerea Nicolae (2600, 1, 6, 8, 11, 9, 21—4, 39, 42), cl. VIII Floroiu Elena (2604, 22, 3, 8, 30, 41, 4. 6, 7935, 5), Vlădulescu Valeria (2604, 7, 22—4, 7, 8, 30, 9, 40, 1, 4, 6, 7833, 5).

BRĂILA. *S. g. 1* cl. VIII Radu Vasile (2606—10, 24, 7, 9), *S. g. 2* cl. VIII Anghel Steluţa (2596—600, 3, 4, 6). *S. g. 3* cl. VII Radu Margareta (2600—2, 4, 6—8), *S. g. 7* cl. VI Clucă Viorica (2596—8—601, 13, 4, 6), Popa Dinităia, (2598—601, 13, 4, 6, 7, 21), cl. VII Copol Dan (2600—4, 6—9, 18) Ghiţă Sorin (2600—3, 8, 9, 8, 20), Minas Pericle (3605, 9, 14, 5, 8—21, 4, 7879). Plopeanu Mihaela (2600—6, 8), Savin Mircea (260—8, 10), Zamfir Mihaela (2600—10), cl. VIII Giurgiu Mirela (2605—10, 7827, 9), Porumb Ioana (2605—10, 7827, 9), Sgîrcitu Georgeta, Vasilescu Mariana (2605—10, 7827, 9), *S. g. 12* cl. VI Mocanu Florian (2597—9, 614, 5, 32—4, 6, 8), Ciocea Rodica (2599, 601, 4, 14, 9, 32, 3, 6), *S. g. 16* cl. VI Stoiu Dan (2599, 601, 14, 5, 8, 32, 3, 43), *S. g. 18* cl. VIII Vintilă Tiberiu (2598—606, 8, 11), *S. g. 22* cl. VI Săndulescu Jean (2595, 8, 600, 13—5, 20, 32, 3, 6), Săndulescu Marian (2596—8, 600, 6, 13—5, 32), cl. VII Mărgean Georgeta (2607, 8, 18—23, 6, 36, 7827), cl. VIII Duţu Iuliana (2606—11, 24, 7827, 78, 9), *L. 1* cl. IX Enache Marin (2630, 46, 7827, 33—5, 74, 8, 9, 933, 5, 40), cl. X Răileanu Vasilica (7837, 74—6, 8, 9, 83, 5, 931, 6, 41, 4), Sîrbu Cornelia (7827, 8, 30, 5, 73, 4, 6, 8, 9, 933—6, 41), *L. 2* cl. IX Crăciun Viorel (2609, 27, 9, 30, 46, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 933, 5), *L. 3* cl. IX Anghel Eugen (2609, 10, 27, 30, 7827—30, 2, 4, 5, 79, 935), Başturescu Dorin (2627, 8, 30, 7827—30, 2—5, 78, 9, 933, 5, 7), Zainea Neculai (2609—11, 7827—30, 2—6), cl. X Grigore Liliana (7821, 3, 5, 7—30, 2, 4, 5, 7, 42), cl. XI Călinescu Alexandrina (7820, 1, 42, 5, 9, 93, 920, 3, 5, 8, 31, 2, 64). *L. N. Bălcescu* cl. IX Achim Gh. (2609, 29, 45, 6, 7829, 30, 5, 933—6, 9, 40, 1).

BREAZA (Ploieşti). *S. g. 2* cl. VIII Muscalu Gh. (2606—8, 23, 7, 8, 30, 7827, 933, 5, 57), Pădure Constantin (2606, 8, 27, 43, 6, 7827, 933, 5), *L. 1* cl. VII David Gabriela (2999—601, 19—21, 31), cl. VII Oprea Ion (2596, 608, 16, 20, 3, 36, 7, 40), cl. X Apostol Ion (7827—30, 5, 73—5, 8, 9, 933, 40, 1), Cojocaru Cornel (7827, 30, 4, 9, 85, 933, 4, 40, 1), cl. XI *Tăleanu C.* (7820—5, 37—40, 2, 6, 8, 9, 51, 5, 64, 6—72, 80, 2—5, 7, 93) 911, 3,

1967 JUN. 9

4, 9, 20, 3, 4, 7, 8, 30—2, 4, 6—51, 6, 7, 60, 4, 8), *L. militar* cl. XI Enache Victor (7820, 1, 3—5, 8, 39, 40, 2—5, 7, 9, 51, 2, 4, 64, 7, 83—6, 9, 91, 4, 918, 20, 3, 5, 7, 31, 2, 43, 4, 8, 9, 57, 9, 60, 1), Gavriloaie Gh. (7820, 1, 4, 5, 40, 2, 5, 7, 9, 51, 68, 84, 5, 93).

BRĂBENI (Argeș). *S. g.* cl. VI Stancu Petre (2596—8, 600, 32—4, 6, 7), cl. VII Vlad Constantin (2600, 2—4, 8, 36, 7, 9).

BUCUREȘTI. *S. g. 4* cl. VII Udrea Bogdan (2600, 2, 3, 7, 9, 10, 13, 4, 20, 7, 31—4, 6—9, 41, 3, 6), *S. g. 5* cl. VII Bradl Silvian (2596—9, 601, 2, 4, 6), Chenzbraum Adrian (2597, 8, 600, 1, 4, 6, 8, 9, 11), Lazăr Anca (2596—604, 6—8, 11), Zăbavă Alin (2598—602, 4, 6—8), *S. g. 11* cl. VI Cicei Adriana (2596—9, 601, 2, 6, 13—5), cl. VII Greif Caludia (2600, 4—7, 37—9, 43), *S. g. 19* cl. VI Suciu Ștefan (2596, 600, 2—4, 6—9, 7835). cl. VIII Suciu Alexandru (2609, 10, 2, 27—30, 3, 5), *S. g. 23* cl. VI Pasan Virgil (2613—5, 20, 1, 32, 4, 6, 8, 43) Zămuș Emilia (2597, 8, 615, 20, 32, 4, 6, 8, 43), cl. VII Deciulescu Anca (2599, 605—7, 9, 19, 20, 32, 4), Dumitru Marius (2598, 9, 604, 6, 9, 15, 8, 20), Sîrbu. Mariana (2598, 9, 606, 7, 9, 15, 9, 23), cl. VIII Sitaru Dragoș (2598—600, 4, 6, 8, 13, 4, 20), *S. g. 50* cl. VIII Ianuș Gh. (2597, 606, 7, 9, 10, 2, 8, 9, 24, 8, 30)), *S. g. 77* cl. VII Grigoriu Florin (2613—9, 21, 2), *S. g. 9* cl. VI Gață Andrei (2596—604, 13, 4), cl. VIII Gâță Mihai (2606—10, 2, 27, 30, 7827—9), *S. g. 96* cl. V Costea Simona (2596, 8—60, 15—7, 31), Simion Rodica (2598—600, 14, 5, 31—4, 43), Slavu Traian (2596, 8—600, 13—6), cl. VI Neagu Rodica (2600, 13—5, 31—3, 6). *S. g. 111* cl. VI Ciubotaru Adrian (2596—602, 6, 8), cl. VIII Nădejde Gh. (2613—6, 9, 20—2, 4, 7). *S. g. 119* cl. VI Oncescu Mihnea (2598, 9, 601—3, 6, 13—5, 20), *S. g. 122* cl. VII Blitzstein Emilia (2601, 3, 4, 6—8, 18—21),

ERATĂ — La problema 8055 în loc de $+3 = 2^9$ se va scrie $= 3 + 2^9$.

— La problema 8057 în loc de — 3/3 se va scrie — 3/2, iar în loc de — 1/2 se va scrie — 1/3.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme pregătiți olimpiadele de matematică.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă la aceeași expediere cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluții și probleme propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeț semnate și în plic separat cu mențiunea probleme propuse. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiți și redactați de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V-VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit într-un plic cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme. Orice elev poate trimite soluții și la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.B. unui coleg care să devină un nou abonat.

★

Tirajul fiind limitat, G.M.B. se trimite mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze de îndată pentru numerele 7—12 (12 lei). Prețul este de 2 lei exemplarul.

Abonamentele se vor face prin oficiile poștale locale.

INDEX 14601

Lei 2

I. P. Informația — . 5166

MŰSZAKI EGYETEM

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — iunie 1967

6

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
1883

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
Anul XVIII, nr. 6 — iunie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Introducere în noţiunea de spaţiu geometric, spaţiul euclidian de Gh. Th. Gheorghiu	241
2. Despre mulţimi de puncte şi locuri geometrice de I. Teodorescu, profesor Galaţi	245
3. Note matematice de I. Teodorescu, Andrei Viorel, D. Costiniuc, Galaţi	250
4. Din istoricul cercurilor de matematică ale liceului V. Alecsandri din Galaţi de D. Costiniuc	255
5. Evidenţiaţii la Concursul de matematică 1967 la etapa finală, Premii şi menţiuni	256
6. Probleme rezolvate (7409, 7413, 7439, 7441, 7442, 7445, E : 2493)	257
7. Chestiuni de examen (8260—8273)	263
8. Probleme propuse (8274—8309)	265
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2826—2846)	270
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	273

ANUL XVIII 6 IUNIE

Cea mai mare parte din materialul publicat în acest număr a fost elaborat de Filiala Galaţi a Societăţii de Ştiinţe matematice din Republica Socialistă România.

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă, N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ, emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Păvăţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14—Tel., 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
SERIA B
Anul XVIII, nr. 6 iunie 1967

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1863

INTRODUCERE ÎN NOȚIUNEA DE SPAȚIU GEOMETRIC SPAȚIUL EUCLIDIAN

DE

Gh. Th. Gheorghiu

1. Noțiunea de spațiu geometric, a suferit în decursul vremurilor multe transformări pînă s-a ajuns astăzi la ideea unui spațiu, care după cîte se pare, satisface tuturor exigențelor stadiului actual al dezvoltării matematicii. Acest spațiu, este generalizarea cea mai naturală a *spațiului euclidian*, cu care omenirea s-a obișnuit să lucreze mai mult de douăzeci de secole, și se numește *spațiu topologic*. Definirea lui se face generalizînd proprietățile cele mai simple dar în același timp, cele mai intime ale spațiului euclidian. Pentru mulți geometri ai timpurilor trecute, asemenea proprietăți păreau așa de naturale, încît nici nu se gîndeau să vorbească de ele. Pentru descoperirea lor, a fost necesară concepția unei gîndiri noi, care a condus la o ramură a matematicii numită *topologie*.

În rîndurile ce urmează, mi-am propus să scriu cîte ceva despre felul cum se ajunge la noțiunea de spațiu euclidian cu mai multe dimensiuni, pentru că el formează noțiunea primară de spațiu și este mai ușor s-o înțelegem folosind puține cunoștințe de matematici.

2. Primele noțiuni geometrice se zice că ar fi fost găsite din timpul egiptenilor și a babilonienilor. Pe vremea aceea, cu cca. 2000 ani înaintea erei noastre, puținele cunoștințe geometrice care existau, se refereau la calculul lungimilor, ariilor și volumelor, adică aveau oarecum un caracter economic. Ele se refereau în special la anumite corpuri, din cele mai simple, pe care le întîlnește omul în viața de toate zilele.

A trebuit să treacă patrusprezece secole pînă în timpul lui *Pitagora* la greci, cînd filozofii timpului, care erau în același timp și matematicieni, să înceapă să se gîndească la un studiu deductiv al figurilor geometrice. Rezultatele lor, care se bazau pe puncte cu grosime și lungime, au fost repede abandonate. Cu cinci secole înaintea erei noastre, un alt grec *Parmenide*, predecesorul lui *Euclid*, și-a dat seama că definirea unei geometrii nu se poate face decît pe elemente geometrice ideale, puncte care nu au dimensiuni, linii care nu au decît lungime și suprafețe care au numai lungime și lățime. Cu ajutorul acestor noțiuni inițiale, și-a construit Euclid „Elementele" sale care sînt și astăzi la baza geometriei care se învață în liceu. Dar aceste elemente se bazau numai pe puncte și drepte, iar dintre curbe considera numai cercul. Mai tîrziu, tot înaintea erei noastre și tot la greci, s-a început studiul curbelor plane, numite conice, adică elipsa, hiperbola și parabola. Cel care a arătat originea lor comună ca secțiuni plane într-un con de rotație, a fost *Apolonius* și a trăit cu două secole înaintea erei noastre.

De atunci au trecut alte multe secole în care geometria a progresat puțin. Începuse să apară curbe, cum sînt *cisoida lui Diocles*, *spirala lui Arhimede*, *concoida lui Nicomede*, . . ., definite ca locuri geometrice care erau studiate mai mult pentru proprietățile lor frumoase! Construcția acestor curbe se făcea prin puncte și mai mult pe bază de intuiție.

3. Dar ceea ce n-a făcut omenirea în mai mult de un mileniu, a fost înfăptuit de doi matematicieni francezi *R. Descartes* (1596—1650) și *P. Fermat* (1601—1665) din secolul al XVII

lea, care au descoperit geometria analitică, adică reprezentarea figurilor şi proprietăţilor lor cu ajutorul numerelor. Nimeni nu bănuia pe atunci ce va însemna pentru geometrie această descoperire. Desigur că prin noua metodă, adică prin introducerea coordonatelor, calculul algebric a pus stăpînire şi s-a amestecat din ce în ce mai mult în tainele geometriei; dar nu-i mai puţin adevărat, cum vom vedea în cele ce urmează, că în felul acesta, geometria a primit o dezvoltare neînchipuită pînă atunci. Şi rezultatele au fost simţite rapid ne mai fiind nevoie de o aşteptare atît de îndelungată cît fusese pînă aci.

N-a întîrziat nici amestecul analizei în gometrie, care a condus la începutul secolului al XIX-lea la creearea unei ramuri noi, *geometria diferenţială*, prin care geometria a cîştigat mult în prestigiu făcîndu-se şi ea la rîndu-i necesară studiului altor ramuri ale matematicii, chiar a analizei însăşi. Începuturile geometriei diferenţiale pot fi considerate de prin secolul al XVII-lea odată cu primele elemente care au fost introduse în studiul curbelor şi suprafeţelor, cum a fost noţiunea de tangentă la o curbă, de plan tangent la o suprafaţă şi altele. Dar, crearea propriu zisă a acestei discipline şi considerarea ei ca corp de doctrină, s-a făcut prin lucrarea lui *G. Monge* (1746 — 1828) „L'application de l'analyse à la géometrie" publicată în 1807 precum şi prin lucrările lui *K. F. Gauss* (1777—1855) şi *B. Riemann* (1826—1866) care au urmat imediat după aceasta.

4. Nefiind un specialist în istoria matematicii, nu pot să-mi dau părerea cam în ce timp apărut termenul de *spaţiu* geometric. E de bănuit însă că el are o vechime destul de apreciabilă, dar bineînţeles că a fost folosit numai pentru a exprima distanţa parcursă de un mobil între două puncte, de spaţiul mărginit de îngrădirea unui teren dar mai ales pentru a exprima interiorul unei camere sau al unui alt obiect. Noţiunea de spaţiu geometric, aşa cum ne interesează pe noi, a apărut mult mai tîrziu şi a fost precizată cu ajutorul coordonatelor.

Să analizăm un moment metoda geometriei analitice. Să începem prin a considera o dreaptă orientată, sau axă, (fig. 1), adică o dreaptă înzestrată cu *o origine O*, *un sens Ox* şi *o unitate* de măsură *Ou*. Cu aceste date orice punct M al dreptei poate fi definit cu ajutorul raportului $OM : Ou = x$ care se numeşte coordonata punctului M pe dreaptă. Cu alte cuvinte, punctele dreptei pot fi reprezentate prin numerele reale şi reciproc. În felul acesta figura geometrică numită dreaptă este pusă în legătură cu mulţimea numerelor reale. Proprietăţile ei se vor exprima prin relaţii între aceste numere. De exemplu, dacă avem două puncte $M_1(x_1)$, $M_2(x_2)$, distanţa dintre ele va fi dată de expresia

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|. \qquad (1)$$

Să considerăm în al doilea loc un plan şi în el două axe Ox, Oy perpendiculare avînd aceeaşi origine, aceeaşi unitate de măsură şi sensurile indicate pe figură prin săgeţi, (fig. 2). Proiectînd orice punct M din

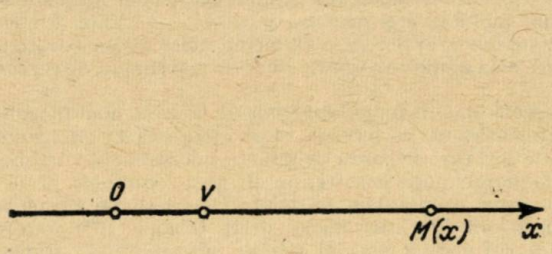


Fig. 1

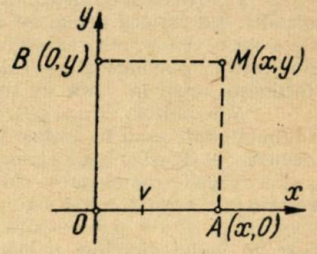


Fig. 2

plan pe aceste axe îi putem asocia două puncte A, B pe ele, care la rîndul lor, le vom defini prin coordonatele pe cele două axe şi le vom desemna prin: *x abscisa* şi *y ordonata* lui M. Aceste două numere le vom numi *coordonatele* punctului M şi ele îl vor caracteriza. Aşadar punctele planului sînt puse în legătură biunivocă [1]) cu o pereche ordonată [2]) de numere reale (x, y). În felul acesta, proprietăţilor figurilor le corespund relaţii între coordonatele punctelor care le caracterizează. Astfel, faptul că un punct este pe axa

x-ilor, se reprezintă prin relaţia $y = 0$, iar faptul că este pe axa Oy, prin $x = 0$. Distanţa între punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ se exprimă prin formula

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{2}$$

ş.a.m.d.

Metoda se poate extinde şi în spaţiu. Să considerăm trei axe Ox, Oy, Oz necoplanare care au aceeaşi origine, aceeaşi unitate de măsură iar sensurile indicate prin săgeţi (fig. 3). Ca şi în plan, construind un paralelipiped care să aibă muchiile paralele cu axele de coordonate, se poate ataşa punctului M trei puncte A, B, C pe axele de coordonate ale căror

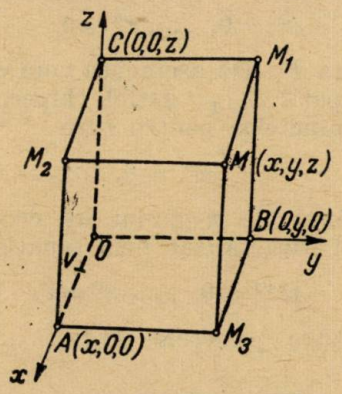


Fig. 3

coordonate pe axele respective le vom nota cu x, y, z şi le vom numi respectiv abscisa, ordonata şi cota punctului M; la un loc *coordonatele* punctului M. Reciproc, punctele A, B, C şi deci coordonatele lor, vor determina punctul M. Aşadar, spaţiul ambiant poate fi reprezentat prin tripletul ordonat (x, y, z); cu ajutorul acestor numere se pot studia proprietăţile spaţiului. Astfel, faptul că un punct se va găsi pe Ox îl vom reprezenta prin ecuaţiile $y = 0$, $z = 0$ şi analog pentru Oy şi Oz. Faptul că M se va găsi în planul xOy, numit plan de coordonate, va fi caracterizat prin ecuaţia $z = 0$, şi analog pentru planele de coordonate yOz şi zOx. Distanţa între punctele $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ va fi exprimată prin formula

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{3}$$

O sferă cu centrul în punctul $M_0(x_0, y_0, z_0)$ şi de rază R va avea ecuaţia

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2 \tag{3'}$$

5. Din studiul făcut mai sus se desprinde un fapt important. O dreaptă poate fi studiată cu o coordonată, un plan cu două coordonate iar spaţiul prin trei coordonate. Aceste numere care sînt caracteristice studiului acestor elemente geometrice, se numesc pe rînd dimensiunea figurei corespunzătoare. Ceva mai mult, vom numi toate aceste entităţi cu numele generic de *spaţiu*. Mai precis, vom spune că spaţiul ambiant este un spaţiu cu trei dimensiuni şi-l vom nota cu E_3, planul un spaţiu cu două dimensiuni şi-l vom nota cu E_2, iar dreapta un spaţiu cu o

dimensiune şi-l vom nota cu E_1. Dar omogeneitatea studiului de mai sus, impune generalizarea lor la spaţii cu mai multe dimensiuni. Imaginea geometrică dispare pentru că intuiţia noastră se opreşte aci; dar mintea poate merge mai departe chiar acolo unde intuiţia se opreşte, şi poate concepe lucruri mai abstracte.

Vom spune că o mulţime de obiecte, numite puncte formează un spaţiu cu n dimensiuni, şi-l vom nota cu E_n, dacă această mulţime poate fi pusă în corespondenţă biunivocă cu un ansamblu de n numere ordonate $(x^1, \ldots, x^n)$ numite coordonatele punctului M[3]). Ca o generalizare naturală, putem introduce în aceste spaţii noţiuni analoage cu cele din spaţiul E_3. Astfel, putem vorbi de axe de coordonate spunînd de exemplu că axa Ox^1 este totalitatea punctelor spaţiului pentru care

$$x^2 = 0, \ \ldots, \ x^n = 0. \tag{4}$$

ecuaţii care reprezintă un E_1. De asemenea vom vorbi de hiperplanele de coordonate, care sînt spaţii E_{n-1}; astfel, hiperplanul $Ox^1 \ldots x^{n-1}$ va fi format din totalitatea punctelor pentru care

$$x^n = 0. \tag{4'}$$

Putem vorbi de asemenea de p-planul de coordonate $Ox^1 \ldots x^p$, care este un E_p şi care va fi caracterizat prin ecuaţiile

$$x^{p+1} = 0, \ \ldots, \ x^n = 0. \tag{4''}$$

Vom numi distanţa între punctele $M_1(x_1^1, \ldots, x_1^n)$ şi $M_2(x_2^1, \ldots, x_2^n)$ expresia

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2^1 - x_1^1)^2 + \ldots + (x_2^n - x_1^n)^2} \tag{5}$$

În cazul că distanţa are această expresie, vom spune că axele de coordonate sînt perpendiculare două cîte două. Un asemenea sistem de coordonate îl vom numi *coordonaţe carteziene*.

Cu ajutorul acestor noţiuni, considerate ca iniţiale, se poate construi o geometrie a spaţiului E_n. De exemplu, se poate introduce noţiunea de hipersferă prin ecuaţia

$$(x^1 - x_0^1)^2 + \ldots + (x^n - x_0^n)^2 = R^2 \tag{6}$$

În general $E_1, E_2, \ldots, E_{n-1}$ se numesc subspaţii ale spaţiului E_n, după cum dreapta este un subspaţiu E_1 al planului, iar dreapta şi planul sînt subspaţii E_1 şi E_2 ale spaţiului ambiant.

Aceste spaţii au o caracteristică comună, şi anume, că distanţele în ele sînt calculate cu teorema lui Pitagora; pentru acest motiv se mai numesc şi *spaţii euclidiene*.

S-ar părea că această generalizare este pur şi simplu o speculaţie matematică, dar nu este adevărat, căci s-a dovedit că aceste spaţii folosesc la studiul multor fenomene fizice, cum ar fi teoria cinetică a gazelor. Ele uşurează exprimarea proprietăţilor funcţiilor de mai multe variabile, ş.a.m.d. *Ţiţeica* spune undeva: „studiem spaţiul cu mai multe dimensiuni pentru a obţine răspunsuri relative la spaţiul nostru".

6. Dar generalizarea noţiunii de spaţiu nu se opreşte aci.

Cei vechi considerau ca suprafaţă ceea ce mărgineşte un corp, iar curbele ca limite de suprafeţe. În fond, ca şi planul, care este un spaţiu cu două dimensiuni, dece n-am considera de exemplu suprafaţa unei sfere ca un spaţiu cu două dimensiuni? Primul care a avut această ideie, prin care a revoluţionat şi a dat o importanţă efectivă geometriei diferenţiale, a fost marele

Gauss. În lucrarea sa „Disquisitiones circa superficies" publicată în 1823, Gauss arată că oamenii erau obișnuiți să privească o suprafață, și deci s-o studieze, în ceea ce privește formele ei exterioare, adică s-o studieze în raport cu spațiul ei înconjurător; dar pe lîngă aceasta, arată Gauss, o suprafață poate avea și proprietăți ale ei interioare, adică poate fi ea, independent de ce o înconjoară, considerată ca un spațiu cu două dimensiuni. Același lucru se poate spune și despre curbe. Apolonius cînd a studiat conicele, nici un moment nu s-a gîndit să le considere ca spații cu o dimensiune ci numai din punct de vedere al formei lor, proprietățile lor față de mediul înconjurător, față de planul în care se găsesc. Însești definițiile lor sînt date cu ajutorul focarelor și directoarelor care nu aparțin curbelor. Tangenta la o curbă este o noțiune strîns legată de curbă, dar ea însăși nu aparține curbei. Planul tangent la o suprafață este una din noțiunile cele mai importante ale suprafeței dar nu aparține ei. O curbă de pe o suprafață, care ar da de exemplu drumul cel mai scurt între două puncte mergînd pe suprafață, exprimă de asemenea o proprietate a ei, dar se găsește în întregime pe ea. De aci se desprinde ideea de a clasifica proprietățile curbelor și suprafețelor (adică ale spațiilor cu una sau două dimensiuni) în două categorii : proprietăți care aparțin numai lor și nu folosesc spațiul înconjurător, numite proprietăți intrinseci, precum și proprietăți care folosesc spațiul ambiant și pe care le vom numi proprietăți rigide. Desigur că primele caracterizează structura intimă a spațiului și deci pot fi folosite pentru o nouă extindere a noțiunii de spațiu. Asemenea spații, spre a fi deosebite de spațiile euclidiene se mai numesc și spații curbe.

Spațiile curbe sînt mai greu de studiat cu cunoștințe elementare, pentru motivul că în interiorul lor nu putem introduce un sistem de coordonate carteziene așa cum am făcut în spațiile euclidiene.

[1]) Să presupunem că avem două mulțimi de obiecte A și B. Dacă toate obiectele lui A se pot legea (printr-o modalitate oarecare) cu cîte un obiect al mulțimei B, zicem că am făcut o legătură univocă. Dacă prin aceiași legătură, dar folosită în sens invers, putem lega fiecare obiect al mulțimei B cu cîte un obiect al mulțimei A, zicem că avem o legătură biunivocă.

[2]) Spunem ordonată, deoarece schimbîndu-le ordinea obținem alt punct al planului; în adevăr, A (1, 2) este simetricul lui A' (2, 1) față de prima bisectoare.

[3]) În spațiul cu n dimensiuni, se obișnuiește să se pună indicii care deosebesc coordonatele între ele, în partea de sus a literei, nefiind exponenți.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

DESPRE MULȚIMI DE PUNCTE ȘI LOCURI GEOMETRICE

I. Teodorescu, profesor Galați

Dacă luăm ca definiție generală propoziția : un loc geometric este „O mulțime de puncte care au o proprietate comună", proprietatea poate conveni unei mulțimi finite sau unei mulțimi cu un număr infinit de puncte. De exemplu punctele care împart un segment de dreaptă într-un raport dat aparțin unei mulțimi de puncte compuse numai din două elemente.

Cînd o proprietate este verificată de o mulțime infinită de elemente, locul geometric al punctelor corespunzătoare poate fi o linie sau o suprafață, adică o configurație geometrică continuă. Acest ultim caz este tocmai accepțiunea dată, în geometrie, noțiunii de loc geometric.

O problemă de loc geometric este rezolvată cînd s-a stabilit o corespondență între soluțiile ce satisfac o proprietate dată P, și punctele unei configurații geometrice.

Metoda sintetică — aplicată în geometria cu același nume, începe cu demonstrarea unei teoreme directe care stabilește că punctele care au proprietatea P, aparțin unei linii sau suprafețe anumite, și se încheie cu demonstrarea teoremei contrarii.

Metoda analitică, pornește de la ideea că un loc geometric se naște din mișcarea unui punct ale cărui poziții sînt determinate prin construirea ecuației locului, adică a unei funcții de coordonatele lui. În multe cazuri cele două metode au o bază comună. De exemplu în geometria sintetică printr-o proprietate dată sub forma unei relații metrice se fixează poziția unui punct al locului față de un sistem de repere oarecare, compus din puncte, drepte, plane, pe cînd metoda analitică face același lucru dar față de un sistem de axe carteziene.

Aplicații. Într-un plan se dau două puncte fixe A, B, distanța $AB = 2d$ și un punct mobil M fixat prin distanțele $MA = u$, $MB = v$, variabile.

Fie $f(u, v)$ o funcție de u și v, definită pe domeniul

$$u > 0, \quad v > 0, \quad u + v > 2d, \quad |u - v| < 2d$$

Din aceste condiții, ecuația

$$f(u, v) = k \tag{1}$$

unde k este o constantă, definește în planul AMB un loc geometric. Punctele locului se pun în corespondență cu soluțiile ecuației (1) în modul următor: Fie (u_0, v_0) o soluție care verifică această ecuație, atunci cercul A cu centrul în A și raza u_0, va intersecta cercul B cu raza v_0, în două puncte simetric așezate față de dreapta AB. Punctele M care aparțin locului se găsesc la intersecția mulțimilor de puncte ale cercurilor A, B:

$$M \in A \cap B$$

Cele două cercuri ne dau coordonatele curbilinii care determină punctele locului.

Tipurile de locuri geometrice simple pe care le întîlnim în geometria elementară, sînt forme ale ecuației (1). Iată un tabel al lor:

$$|u^2 - v^2| = k^2; \quad u^2 + v^2 = k^2; \quad \frac{u}{v} = \frac{m}{n}; \quad u + v = 2a; \quad |u - v| = 2a \quad (T)$$

locurile acestea sînt drepte, cercuri și conice.

Metoda aplicată în geometria analitică, constă în a traduce aceste ecuații în coordonatele carteziene și pentru aceasta se exprimă variabilele u, v în noul sistem. Luăm pe AB și mediatoarea acestui segment ca axe de coordonate.

Fie $ON = x$, $MN = y$ abscisa și ordonata lui M (fig. 1).

Din triunghiurile AMN, BMN, rezultă relațiile

$$u^2 = (d + x)^2 + y^2; \quad v^2 = (d - x)^2 + y^2. \tag{2}$$

Ecuația $|u^2 - v^2| = k^2$ dedublată în $u^2 - v^2 = k^2$, și $v^2 - u^2 = k^2$ reprezintă cîte o dreaptă perpendiculară pe AB. În coordonate carteziene, ecuația locului se obține scăzînd între ele relațiile (2).

Se găsește

$$\pm 4dx = k^2; \quad \text{deci } x = \pm \frac{k^2}{4d}.$$

Ecuația $u^2 + v^2 = k^2$ reprezintă un cerc, cu centrul în mijlocul segmentului AB. În coordonate carteziene ecuația locului se obține adunînd

relaţiile (2).

Avem $2x^2 + 2y^2 + 2d^2 = k^2$, sau $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}k^2 - d^2$.

Ecuaţia $\frac{u}{v} = \frac{m}{n}$, reprezintă în coordonatele (u, v) un cerc — cercul lui Apollonius. Pentru a trece la coordonate carteziene, ridicăm la patrat egalitatea dată şi înlocuim pe u^2 şi v^2 cu expresiile lor din (2). Avem

$$n^2(x^2 + y^2 + 2dx + d^2) = m^2(x^2 + y^2 - 2dx + d^2),$$

sau

$$x^2 + y^2 - 2d \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2} \cdot x + d^2 = 0.$$

Ecuaţia $u + v = 2a$ este proprietatea care defineşte elipsa, cu ajutorul distanţelor unui punct al ei la focarele A, B. De la ecuaţia în coordonatele u, v putem trece la ecuaţia în coordonatele carteziene. Astfel dacă scădem relaţiile (2), avem $u^2 - v^2 = 4dx$. Aceasta împreună cu $u + v = 2a$, dă

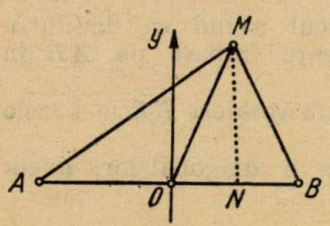


Fig. 1

$$u + v = \frac{2d \cdot x}{a},$$

după care deducem

$$u = a + \frac{d \cdot x}{a}, \quad v = a - \frac{d \cdot x}{a}$$

care ne arată că distanţele unui punct la focarele curbei se exprimă raţional în funcţie de abscisa lui. Ecuaţia elipsei se va obţine înlocuind aceste expresii în una din egalităţile (2).

Avem :

$$\left(a + \frac{d}{a}x\right)^2 = (d + x)^2 + y^2$$

sau dezvoltînd

$$(a^2 - d^2)\, x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - d^2).$$

Ţinem seama că în domeniul de definiţie al curbelor studiate aici, avem $u + v > 2d$, deci $a > d$; atunci putem pune $a^2 - d^2 = b^2$. Ecuaţia locului, adică a elipsei, în coordonate carteziene, este

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2.$$

Ecuaţia $|u - v| = 2a$, enunţă proprietatea ce defineşte hiperbola. Acest loc geometric există cînd $|u - v| < 2d$, deci $a < d$. Pornind de la ecuaţia curbei în coordonatele u, v şi de la relaţia $u^2 - v^2 = 4dx$, se găsesc expresiile

$$u = \frac{d}{a}x + a, \qquad v = \frac{d}{x}x - a.$$

Înlocuim într-una din relaţiile (2) şi după efectuarea calculelor, obţinem

$$(d^2 - a^2)\, x^2 - a^2 y^2 = a^2 (d^2 - a^2).$$

Punem $d^2 - a^2 = b^2$ şi găsim ecuaţia în coordonatele carteziene:

$$b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2.$$

Unele probleme de locuri geometrice se pot rezolva aducîndu-le la formele exprimate prin tabelul (T) şi rezolvate mai sus. Dăm mai jos cîteva probleme de acest fel.

I. Un trapez $ABCD$ are baza mare fixă şi de lungime constantă $AB = a$, iar baza mică mobilă dar de lungime constantă $CD = b$. Fie M punctul de întîlnire al laturilor neparalele şi P al diagonalelor trapezului. Se cere:

1°) Locul geometric al punctelor M şi P, cînd laturile neparalele sînt între ele într-un raport constant.

2°) Locul punctelor M şi P cînd laturile neparalele au suma sau diferenţa lor constantă.

1°). Dacă se dă $\frac{AD}{BC} = k$, atunci avem şi $\frac{MA}{MB} = k$.

Locul geometric al punctului M este cercul avînd ca diamntru segmentul determinat de cele două puncte care împart pe AB în raportul k.

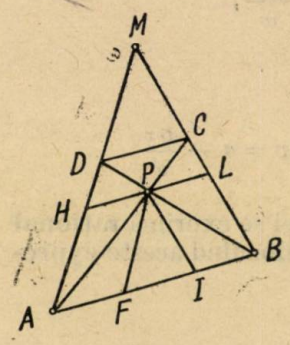


Fig. 2

Prin punctul P ducem apralela HL la bazele trapezului.

După o proprietate a diagonalelor, avem $HP = PL$ şi relaţia

$$HL = \frac{2ab}{a + b}.$$

Deducem

$$AF = BI = \frac{ab}{a + b}$$

unde F, I sînt picioarele paralelor PF, PI duse la laturile neparalele ale trapezului. Punctele F, I sînt fixe pe bază şi atunci avem:

$$FI = a - \frac{2ab}{a + b} = a\,\frac{a - b}{a + b}.$$

Din asemănarea triunghiurilor PFI, şi MAB, deducem apoi

$$\frac{PF}{PI} = \frac{MA}{MB} = \frac{AD}{BC} = k.$$

Locul lui P este deci un cerc *Apollonius* corespunzător segmentului FI. Ambele locuri sînt mulţimi de puncte care satisfac cîte o relaţie de forma $\frac{u}{v}$ constant.

2°). Avem de căutat locul punctelor M şi P cînd există una din relaţiile $AD + BC = k$, $AD - BC = k$.

Din asemănarea triunghiurilor AMB, DMC care sînt în raportul $\frac{AB}{DC} = \frac{a}{b}$, rezultă

$$\frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} = \frac{a}{a-b};$$

prin urmare

$$MA = AD \cdot \frac{a}{a-b}, \quad MB = BC \cdot \frac{a}{a-b}.$$

Adunăm, respectiv scădem, aceste egalități și obținem

$$MA + MB = k. \frac{a}{a-b}, \quad MA - MB = k. \frac{a}{a-b} \tag{3}$$

relații care ne arată că M descrie o elipsă, respectiv o iperbolă, cu focarele A și B și o axă egală cu $k. \frac{a}{a-b}$.

Dacă trecem la intersecția diagonalelor avem proporționalitatea dată de laturile triunghiurilor AMB, FPI:

$$\frac{PF}{MA} = \frac{PI}{MB} = \frac{FI}{AB},$$

unde $FI = a. \frac{a-b}{a+b}$: de aci deducem

$$PF = MA \frac{a-b}{a+b} \cdot PI = MB. \frac{a-b}{a+b}.$$

Adunăm (sau scădem) aceste expresii și ținem seama de relațiile (3) care dau suma $MA + MB$ și diferența $MA - MB$.

Avem :

$$PF + PI = k \frac{a}{a+b}, \text{ sau } PF - PI = k \frac{a}{a+b}.$$

Locul punctelor P, este o elipsă, respectiv o iperbolă, după cum avem $AD + BC = k$ sau $AD - BC = k$. Aceste probleme sînt posibile, cînd avem pentru k satisfăcute condițiile :

$k. \frac{a}{a+b} > FI$, deci $k > a - b$ în cazul elipsei,

$k. \frac{a}{a+b} < FI$, deci $k < a - b$ în cazul iperbolei.

II. *Un triunghi AMB are baza fixă și de lungime dată $AB = 2d$. Să se afle locul geometric al vîrfului M, astfel ca mediana dusă din M să fie medie proporțională între distanțele MA, MB.*

Dacă MO este mediana și $MA = u$, $MB = v$ coordonatele lui M, atunci avem relația $MO^2 = uv$. Ținînd seama de teorema medianei, ecua-

ţia locului se scrie

$$\frac{u^2 + v^2}{2} - d^2 = uv,$$

sau

$$|u - v| = d\sqrt{2}.$$

Locul punctului M este o iperbolă echilateră cu axa transversă AB.

NOTE MATEMATICE

24. Două teoreme despre perpendiculare şi oblice

Fie (d) o dreaptă şi I un punct exterior din care se coboară perpendiculara IO şi trei oblice la trei puncte situate pe această dreaptă, oblicele IA, IB, IC.

Dacă depărtările a trei puncte de piciorul unei perpendiculare îndeplinesc condiţia de a fi laturile unui triunghi, atunci şi oblicele corespunzătoare au aceeaşi proprietate.

Demonstraţie. După cum se ştie trei segmente pot fi laturile unui triunghi cînd fiecare din ele este mai mic ca suma celorlalte două. Să presupunem că depărtările OA, OB, OC de piciorul perpendicularei sînt

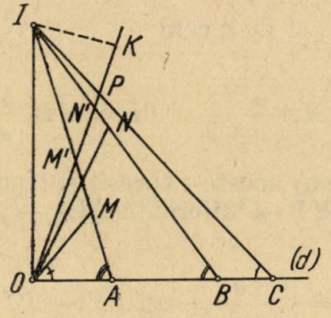


Fig. 1

astfel încît $OA<OB<OC$ şi că îndeplinesc condiţia de a fi laturile unui triunghi. În aceste condiţii trebuiesc demonstrate inegalităţile

$$IA<IB + IC, \quad IB<IA + IC, \quad IC<IA + IB$$

În virtutea relaţiilor $IA<IB<IC$, primele două inegalităţi sînt satisfăcute. Teorema enunţată se reduce la a demonstra inegalitatea

$$IC<IA + IB \text{ în ipoteza } OC<OA + OB.$$

Evident, putem presupune că A, B, C se găsesc toate de aceeaşi parte a lui O pe (d). Facem următoarea construcţie:

Pe oblicele IA, IB, IC luăm segmentele $AM = OA$, $BH = OB$, $CP = OC$, care formează cu dreapta (d) triunghiurile isoscele AOM, BON, COP, cu vîrfurile A, B, C. Cu ajutorul unghiurilor ascuţite A, B,

C pe care le fac oblicele cu dreapta (d) putem scrie

$$\sphericalangle AOM = 1 \text{ dr} - \frac{A}{2}, \sphericalangle BON = 1 \text{ dr} - \frac{B}{2}, \sphericalangle COP = 1 \text{ dr} - \frac{C}{2}$$

Deoarece $A > B > C$ rezultă că avem relațiile $\sphericalangle AOM < \sphericalangle NOB < \sphericalangle COP$ între unghiurile formate cu dreapta (d).

Fie apoi M' și N' punctele unde dreapta OP taie oblicele IA și IB.

Pentru că $\sphericalangle BON < \sphericalangle COP$, punctul N' cade pe prelungirea laturii BN, deci $IN < IN'$.

Pentru că $\sphericalangle AOM < \sphericalangle COP$, punctul M' cade și el pe prelungirea laturii AM, rezultă $IM < IM'$.

Să mai ținem seama că unghiul OPC este ascuțit $\left(\sphericalangle OPC = 1 \text{ dr} - \frac{C}{2}\right)$ și deci IP este oblică față de OP. Dreptele IN', IM' sînt mai depărtate de perpendiculara IK dusă pe dreapta OP. Putem deci scrie inegalitățile :

$$IP < IN', \; IP < IM'.$$

Dar s-a arătat că $IN > IN'$ și $IM > IM'$, rezultă că avem cu atît mai mult $IP < IN$, $IP < IM$ și cu atît mai mult inegalitatea

$$IP < IN + IM \tag{1}$$

Adunăm această inegalitate (1) cu aceea dată prin ipoteză : $OC < OA + OB$. Avem $IP + OC < (IM + OA) + (IN + OB)$. Dacă ținem seama că am luat prin construcție

$$OC = CP, \quad OA = AM, \quad OB = BN,$$

deducem $IC < IA + IB$, adică inegalitatea ce avem de demonstrat.

Altă demonstrație. Să notăm lungimile segmentelor OA, OB, OC, respectiv cu a, b, c, iar cea a perpendicularei IO cu h. Trebue să demonstrăm inegalitățile: $a < b + c$, $b < c + a$, $c < a + b$.

Primele două sînt satisfăcute deoarece $a < b < c$; rămîne să demonstrăm inegalitatea $c < a + b$. Ridicînd-o la pătrat, avem :

$$(1) \quad c^2 < a^2 + b^2 + 2ab$$

Să mai considerăm și inegalitățile evidente :

$$2ab < 2\sqrt{(a^2 + h^2)(b^2 + h^2)} \tag{2}$$

$$h^2 < 2h^2 \tag{3}$$

Adunăm, membru cu membru aceste trei inegalități (1), (2), (3) și găsim

$$c^2 + h^2 < a^2 + h^2 + b^2 + h^2 + 2\sqrt{(a^2 + h^2)(b^2 + h^2)}$$

sau

$$c^2 + h^2 < [\sqrt{a^2 + h^2} + \sqrt{b^2 + h^2}]^2$$

Extragem rădăcina patrată din ambii membrii și avem

$$\sqrt{c^2 + h^2} < \sqrt{a^2 + h^2} + \sqrt{b^2 + h^2} \quad \text{sau} \quad IC < IA + IB.$$

Operațiile de ridicare la patrat și extragerea rădăcinii sînt aci admise deoarece termenii inegalităților sînt pozitivi.

Aplicație. Pe o dreaptă (d) și de aceeași parte a unui punct O al ei, se iau trei puncte oarecare, A, B, C. Dacă A', B', C' sînt mijloacele segmentelor BC, AC, AB atunci cu oblicele IA', IB' IC' se poate construi un triunghi.

Avem :

$$OA' = \frac{OB + OC}{2}, \quad OB' = \frac{OA + OC}{2}, \quad OC' = \frac{OA + OB}{2}$$

Aceste segmente sînt laturile unui triunghi cînd fiecare din ele este mai mic ca suma celorlalte două.

Într-adevăr, avem de exemplu

$$\frac{OA + OC}{2} < \frac{OB + OC}{2} + \frac{OA + OB}{2},$$

care se reduce la $OA > 0$. În mod analog se verifică și celelalte două inegalități.

Aplicînd concluziile teoremei *I*, putem spune că oblicele *IA'*, *IB'*, *IC'* îndeplinesc condiția de a fi laturile unui triunghi.

Dacă depărtările a trei puncte A, B, C din planul P de piciorul O al perpendicularei SO, îndeplinesc condițiile de a fi laturile unui triunghi, atunci oblicele SA, SB, SC corespunzătoare acestor puncte au aceeași proprietate.

Demonstrația o facem cu ajutorul unei construcții plane :

Pe o dreaptă (*d*) se ridică o perpendiculară *OI* egală cu perpendiculara *OS*, ridicată pe planul *P*, și pe (*d*) se iau depărtările *OA*, *OB*, *OC*, egale cu cele din planul *P*. Triunghiurile *OIA*, *OIB*, *OIC* sînt egale cu triunghiurile *OSA*, *OSB*, *OSC*, din spațiu. Dacă segmentele *OA*, *OB*, *OC*, sînt laturile unui triunghi atunci conform teoremei I, oblicele respective, deci și oblicele *SA*, *SB*, *SC* duse la planul *P* din punctul *S*, au aceeași proprietate.

Altă aplicație. Un triunghi *ABC*, și un punct *S* luat în afara triunghiului determină un tetraedru cu acest triunghi ca bază și înălțimea *SO*. Aplicînd teorema de mai sus putem spune următoarele :

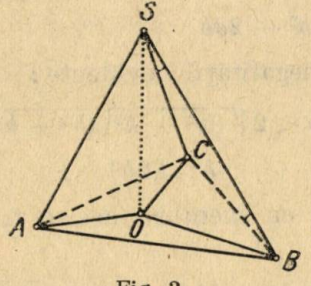


Fig. 2

1. Dacă în planul bazei unui tetraedru, distanțele de la piciorul înălțimii la vîrfurile bazei, sînt trei segmente ce formează un triunghi, atunci și muchiile laterale ale tetraedrului au aceeași proprietate.

2. Într-un tetraedru avînd un triunghi echilateral drept bază, cu muchiile laterale se poate construi un triunghi.

Proprietatea aceasta rezultă din proprietatea 1 de mai sus, și din teorema lui Pompeiu și constituie o generalizare în spațiu a acesteia din urmă.

I. Teodorescu, profesor Galați.

25. Generalizarea problemei 6805

Să se arate că pentru $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k$ numere strict pozitive și $k \geqslant 2$ natural, este satisfăcută inegalitatea:

$$C_n^k \cdot C_k^2 \cdot \sum \frac{1}{a_{\alpha_1} a_{\alpha_2} + a_{\alpha_1} a_{\alpha_3} + \cdots + a_{\alpha_k} a_{\alpha_{k-1}}} \geqslant k^2 \left(\sum \frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + a_{\alpha_3} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2$$

unde $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_k)$ este o combinație de k numere dintre $1, 2, 3, \ldots, n$, iar $(\alpha_1 \alpha_2, \alpha_1 \alpha_3, \ldots, \alpha_{k-1} \alpha_k)$ este una din combinațiile acelorași k numere luate cîte 2.

Folosim cunoscuta inegalitate:

$$n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \geqslant \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \tag{1}$$

Pe baza ei, putem deduce inegalitatea:

$$C_n^k \sum_{1}^{C_n^k} \frac{1^2}{(a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} \cdots + a_{\alpha_k})^2} \geqslant \left(\sum_{1}^{C_n^k} \frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2 \tag{1}$$

care înmulțită cu k^2 devine:

$$k^2 C_n^k \sum_{1}^{C_n^k} \left(\frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2 \geqslant k^2 \left(\sum_{1}^{C_n^k} \frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2 \tag{2'}$$

Vom arăta că primul membru al inegalității de mai sus este mai mic sau cel mult egal cu primul membru al inegalității din enunț, adică

$$C_k^2 \sum_{1}^{C_n^k} \frac{1}{a_{\alpha_1} a_{\alpha_2} + a_{\alpha_1} a_{\alpha_3} + \cdots + a_{\alpha_{k-1}} a_{\alpha_k}} \geqslant k^2 \sum_{1}^{C_n^k} \left(\frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2 \tag{3}$$

Însă inegalitatea:

$$C_k^2 \frac{1}{a_{\alpha_1} a_{\alpha_2} + a_{\alpha_1} a_{\alpha_3} + \cdots + a_{\alpha_{k-1}} a_{\alpha_k}} \geqslant k^2 \left(\frac{1}{a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} + \cdots + a_{\alpha_k}} \right)^2 \tag{4}$$

care este echivalentă cu:

$$2k \sum a_{\alpha_i} \cdot a_{\alpha_j} \leqslant (k-1) \left(\sum_{i=1}^{k} a_{\alpha_i} \right)^2 = (k-1) \sum_{i=1}^{k} a_{\alpha_i}^2 + 2(k-1) \sum a_{\alpha_i} a_{\alpha_j}$$

este adevărată întrucît

$$k \sum_{i=1}^{k} a^2{}_{\alpha_i} \geqslant \left(\sum_{i=1}^{k} a_{\alpha_i} \right)^2.$$

Adunînd încă $C_n^k - 1$ inegalități asemenea inegalității (4) se obține (3).

Observație. Pentru $k = 2$ obținem tocmai problema 6805.

Andrei Viorel, student Galați

26. Asupra divizibilității numerelor prin 10^n-1

Această temă este cunoscută și a mai format obiectul unor probleme propuse în G.M. seria B.

I. Vom considera numerelor scrise în baza 10 de forma generală:

$$1)\ N = \overline{a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0} \text{ unde } m>n.$$

Se știe că acest număr N se mai poate scrie:

2) $N = A.10^n + B$ în care B este un număr de n cifre, obținut din N, despărțindu-i de la dreapta spre stînga „n" cifre. „N" mai poate fi scris sub forma:

$$3)\ N = A(10^n \pm 1) \mp (A \mp B).$$

Condiția necesară și suficientă ca numărul N scris în baza „10" să se dividă cu (10^n+1) este ca $(A \mp B)$ să se dividă cu $10^n \pm 1$, în care A și B au semnificația de la punctul I_2.

a) *Condiția este necesară*:

Punînd ipoteza că $(10^n \pm 1)$ divide N, din I_3 deducem că $(10^n \pm 1) \mid : (A \mp B)$

b) *Condiția este suficientă*:

Dacă $(10^n \pm 1)$ divide pe $A \pm B$, punem pe N sub forma I_3, rezultă imediat că el se divide cu $10^n \pm 1$.

II. Regula divizibilității numărului N cu $10^n - 1$ se poate enunța astfel:

a) Un număr N se divide cu $(10^n - 1)$ dacă despărțindu-i numărului N „n cifre" de la dreapta spre stînga, suma dintre acest număr și numărul rămas se divide cu $(10^n - 1)$. Sau:

b) Un număr N se divide $(10^n - 1)$ dacă suma grupelor obținute din N, despărțindu-l de la dreapta spre stînga în grupe de cîte „n" cifre (ultima grupă putînd avea 1,2 sau cel mult n cifre) se divide cu $(10^n - 1)$.

III. Regula divizibilității numărului $(10^n - 1)$ se mai poate formula:

a) Un număr N se divide cu $(10^n + 1)$ dacă despărțindu-i „n" clfre de la dreapta spre stînga, diferența dintre acest număr obținut și numărul format din cifrele rămase, se divide cu $(10^n + 1)$ sau:

b) Se desparte numărul N în grupe de „n" cifre de la dreapta spre stînga (ultima grupă putînd avea 1,2 cel mult n cifre). Grupele ce ocupă locul par i se atribuie semnul (+) și grupele ce ocupă locul impar semnul (−). Dacă suma algebrică a acestor grupe se divide cu $(10^n + 1)$ sau este zero, atunci numărul N se divide cu $(10^n + 1)$.

Observare. Dacă numărul N nu se divide cu $(10^n - 1)$ suma de la II_b împărțită cu $(10^n - 1)$ ne va da restul împărțirii cu $(10^n - 1)$. Observarea analoagă se poate face și atunci cînd N nu se divide cu $(10^n + 1)$.

IV. a) Dacă numărul N este de forma $10^m - 1$, atunci deducem următoarele: $(m>n)$.

Din II_b rezultă că orice $N = (10^m - 1)$ se divide cu $(10^n - 1)$ dacă grupele lui N sînt toate de cîte „n" cifre adică $m = n \cdot k$.

b) Dacă $m = nk + r$, $0 \leqslant r < n$ atunci resturile împărțirii numărului $N = (10^m - 1)$ cu $(10^n - 1)$ sînt în număr de r, „r" fiind restul de mai sus (cel mult n resturi).

Aceste resturi sînt : 0 ; 9 ; 99 ; . . . 999 . . .9 de r ori

V. a) Numărul $N = (10^m + 1)$ se divide cu $(10^n + 1)$ $(m > n)$ dacă : $m = nk$ şi $k = 2p + 1$; prima grupă de n cifre şi ultima, care va fi de o cifră, vor fi de semne contrare în suma alternantă.

b) Numărul resturilor sînt în număr de r (cel mult n resturi) : $m = nq + r$, $0 < r < n$.

D. Costiniuc, profesor Galaţi

DIN ISTORICUL CERCURILOR DE MATEMATICI ALE LICEULUI „V. ALECSANDRI" DIN GALAŢI.

de *Dumitru Costiniuc*, profesor Galaţi

La 26 noiembrie 1967, liceul *V. Alecsandri* din Galaţi sărbătoreşte o sută de ani de existenţă, de muncă şi activitate neîntreruptă pe tărîmul însuşirii şi răspîndirii culturii. Liceu cu veche tradiţie, a fost multă vreme un puternic focar de cultură în sud-estul ţării.

Aici au predat matematica profesori renumiţi ca : *Alexandru Manicatide, Alexandru Myler, Nicolae Abramescu* ş.a.

Acest liceu a dat ţării zeci de serii de absolvenţi, profesori, ingineri, medici, magistraţi şi oameni ce au îmbrăţişat literele sau artele.

Rezultatele frumoase obţinute de seriile de elevi de la secţiile reale se datorează şi muncii independente ce o duceau elevii în afara clasei.

Încă din primele decade din viaţa liceului, elevii şcolii sub conducerea profesorilor *Dimitrie V. Cerchez* şi apoi a profesorului *Teodor Crivăţ*, se adunau cînd simţeau nevoie şi rezolvau împreună diferite probleme.

Anul 1895 aduce pentru viaţa matematică din întreaga ţară cît şi pentru elevii gălăţeni, apariţia primului număr al „Gazetei matematice". Acest eveniment găseşte la liceul gălăţean pe cunoscuţii profesori : Alexandru Manicatide, Alexandru Myller, mai apoi Nicolae Abramescu. Călăuziţi de aceşti talentaţi profesori elevii liceului se organizează în cercuri pe şcoală unde discută şi lucrează probleme din *Gazeta matematică*.

În anul 1902—1903 elevi din secţia reală a claselor V şi VI formaseră sub prezidenţa profesorului Al. Manicatide, o societate pur ştiinţifică, cu scopul de a rezolva împreună felurite probleme de matematici, ori de a se interesa de toate celelalte chestiuni în legătură cu matematicile. („Primii 60 ani de activitate" de A. Nicolescu pag. 111). Elevii se adună în fiecare sîmbătă, fac diferite comunicări, duc discuţii referitor la probleme mai dificile.

Activitatea în cercuri a elevilor de la liceul V. Alecsandri din Galaţi dusă sub conducerea profesorului *Nicolae Abramescu* este subliniată de *Petre Sergescu* în Gazeta matematică nr. 7 din 1947.

Numit profesor titular la liceul din Galaţi în 1906, el a creeat în Galaţi un centru înfloritor de studiu matematic, pentru elevii lui. Colecţia G. M. stă mărturie a vredniciei tînărului profesor.

În perioada 1920—1940 activitatea extraşcolară a elevilor liceului V. Alecsandri apare sub un aspect organizatoric mai închegat.

Profesorii de matematică *Nicolae Pivniceru, Constantin Nazarie, Emil Caraman* şi profesorul de fizică *Ioan Hanganu*, organizează pe elevi în cercuri ştiinţifice, ale căror şedinţe erau denumite „şezători ştiinţifice". Ele se organizau deobicei, sîmbătă după masă în amfiteatrul liceului. Programul unei şezători consta dintr-o conferinţă cu subiect ştiinţific ţinută de un elev, urmată de discuţii, la care lua parte întreaga asistenţă, după care urmau rezolvări de probleme mai interesante şi comunicări asupra noutăţilor ştiinţifice. Datorită iniţiativei profesorului *E. Caraman* şi unui comitet de elevi în fruntea căruia se găsea elevul *Gh. Th. Gheorghiu*, activitatea cercurilor de matematică din liceu se concretizează în paginile unei reviste de matematică intitulată *„Foaia ştiinţifică"* ai cărei prim număr apare la 15 februarie 1923. Rolul revistei se desprinde chiar din „Cuvîntul înainte" scris pe prima pagină a primului număr. „Mulţi dintre elevi la început sînt nevoiţi a studia matematica mai mult dintr-un spirit de datorie decît din dragoste. Vom căuta prin această foaie ca şi prin şedinţele cercurilor, să dezvoltăm, gustul elevilor pentru studiul cunoştinţelor pozitive".

În perioada 1923—1927 „Foaia ştiinţifică" a liceului V. Alecsandri reuşeşte să mobilizeze la o activitate ştiinţifică nu numai pe elevii liceului, ci şi pe elevii şi profesorii de la celelalte şcoli din oraş, care se abonează şi colaborează la ea cu pasiune. Începînd cu numărul 6 din 1927, gazeta îşi schimbă formatul şi titlul. Se numeşte acum *„Revista matematică din Galaţi"*.

Elevii claselor a VII-a și a VIII-a reală din acea vreme *Constantin Drîmbă*, *Călin Popovici*, *Gh. Th. Gheorghiu* și *O. Sacter*, astăzi cadre didactice universitare, și alți elevi se luau la întrecere în paginile gazetei alături de profesorii de matematică și inginerii orașului. Această activitate folositoare face ca numele „Revistei matematice din Galați" să se facă cunoscut în toată țara.

Elevi ai liceelor din Craiova, Caracal, Constanța, Curtea de Argeș, Botoșani și din alte orașe erau colaboratorii ei. Revista a ținut în permanență pe cititori la curent cu noutățile publicate în *„Gazeta Matematică"* din București și *„Revista matematică din Timișoara"*.

Cu numărul 1 al anului 1926 revista își precizează încă odată scopul și nivelul: „nu ne gîndim să facem concurență „Gazetei matematice" și revistei „Natura" și nici măcar „Revistei matematice din Timișoara" ci dimpotrivă, dorim ca prin modesta noastră publicație să pregătim și să îndemnăm pe elevii noștri de a colabora la aceste reviste.

Odată cu anul 1948 care aducea reforma învățămîntului și odată cu ea apariția *„Revistei matematice și fizice seria B*, activitatea extrașcolară a elevilor în cercuri se înviorează. Se fac cercuri pe clase și chiar pe oraș. Cercurile de matematici înființate de Societatea de matematică impune elevilor o pregătire din ce în ce mai temeinică în cadrul cercurilor pe școală. Liceul V. Alecsandri are cercuri pe grupe de clase, conduse de profesori încă din 1950.

Participarea în fiecare an a cîte 50—70 elevi la concursurile locale precum premiile și mențiunile luate la concursurile regionale și finale sînt rezultatul muncii în cercuri.

În ultimii ani munca în cercuri se încununează la sfîrșitul anului cu o ședință de închidere.

În anul școlar 1964 în cadrul unor ședințe s-au prezentat de către elevii claselor X, XI următoarele teme: *„Elemente introductive în studiul grupurilor"*, *„Rezolvarea ecuațiilor de grad superior prin metode elementare"*, *„Chestiuni elementare de calculul probabilităților și statistică matematică"*, *„Inversiunea"*.

La ședințele cercurilor din anul 1965 s-au prezentat temele *„Aplicații ale calculului diferențial în fizică, chimie și tehnică"*, *„Despre inegalități"*, *„Transformări geometrice în plan și spațiu"*.

Tematicile de la aceste ședințe au fost selecționate din cele mai bune teme din timpul anului.

Putem spune că de-alungul celor 100 de ani de existență ai liceului gălățean, s-a creeat o tradiție a cercurilor de matematică, s-a realizat o bogată experiență, care au constituit cadrul unei rodnice activități creatoare.

EVIDENȚIAȚII LA CONCURSUL DE MATEMATICĂ

Etapă finală, din 8 mai 1967

Premiul I

Berceanu Barbu, clasa IX L. Mihai Viteazu, București, *Popa Cornel*, clasa IX L. 1 Tîrgoviște, *Dincă Marian* clasa X L. Titu, *Popovici Radu* clasa X L. N. Bălcescu Cluj, *Lazăr Aurel* clasa XI L. N. Bălcescu, Cluj.

Premiul II

Galbură Gheorghe, clasa IX L. M. Viteazu, București, *Moț Nistor* clasa IX, L. 1 Caranesebeș, *Grădinaru Ștefan* clasa X L. 3 Tr Severin, *Coardoș Vasile* clasa X L. M. Eminescu, Satu Mare, *Apșan Dan* clasa L. M. Viteazu București, *Popa Eugen* clasa XI L. 3 Iași, *Ralescu Dan* clasa XI L. Spiru Haret București, *Lupșescu Nicolae* anul I grup școlar Electromotor Timișoara.

Premiul III

Picol Gheorghe clasa IX L. 1 Pitești, *Olteanu Gheorghe* clasa X L. Caragiale, Ploiești, *Popescu Claudiu* clasa IX L. 24 București, *Coman Silviu* clasa X L. Papiu Ilarian Tg . Mureș, *Ganea Marius* clasa X L. 3

Cîmpia Turzii, *Bărcănescu Șerban* clasa XI, L. Spiru Haret, Bucurşti, *Brătescu Matei* clasa XI L. 1 Tulcea, *Mărăcineanu Eugeniu* clasa XI L. Giurgiu, *Iakab Tibor* anul I liceu pedagogic Tg. Mureș, *Didicher Anton* anul III lic. ped. Sibiu, *Cocea Virgil* anul I grup şcolar profesional P. Neamț.

Menţiuni

Bustiuc Adrian clasa IX L. Negru Vodă, *Palada Bogdan* clasa IX L. 1 Cîmpina, *Volintiru Constantin* clasa IX L. 1 Suceava, *Chivă Laura* clasa IX L. 1. Tîrgoviște, *Mărculescu Doru* clasa IX L. N. Bălcescu, București, *Balomiri NMihai* clasa IX L. Laăzăr Sibiu, *Mihai Maria* clasa IX L. 1 Moreni, Calianu Rodica clasa IX L. M. Viteazu București, *Ivaneț Mircea* clasa IX L. 1 Constanța, *Ștefănescu Cătălin* clasa IX L. N. Bălcescu București, *Iordan Andrei* clasa X L. Eminescu, Satu Mare, *Negrău Mircea* clasa L. 1 Oradea, *Cinteză Mircea* clasa X L. Racoviță București, *Boșcaiu Voicu* clasa X L. 1 Arad, *Dumitrescu Liviu* clasa X L. 1 Tîrgoviște, *Roman Gruia Cătălin* cl X L. M. Viteazu București, *Pană Ion* clasa X L. 2 Ploiești, *Pop Horia* clasa X L. Papiu Ilarian Tg. Mureș, *Vișinescu Emilian* clasa X L. 1 Ploiești, *Atanasiu Dragu* clasa X L. Lazăr București, *Benchea Nicolae* clasa X L. 3 Iași, *Sergiescu Vlad*, clasa X L. Lazăr București, *Scheiber Ernest* clasa X L. 3 Brașov, *Fianu Anca* clasa X L. 10 București, *Morandini Nicolae* clasa X L. N. Bălcescu Craiova, *Pelin Alexandru* clasa X L. 3 Iași, *Smărăndache Ion* clasa X L. Frații Buzești Craiova, *Sevici Constantin* clasa X L. 1 Tr. Severin, *Mitaru Alexandru* clasa XI L. M. Eminescu Satu Mare, *Cartianu Dan* clasa XI L. Spiru Haret București, *Cernea Raul* clasa XI L. 2 Ploiești, *Agapie Ion* clasa XI L. Tg. Neamț, *Manolache Nicolae* clasa XI L. 5 București, *Pascaru Aurel* clasa XI L. N. Bălcescu Craiova, *Turcu Ilie* clasa XI L. N. Bălcescu Craiova, *Voiculescu Dan* Clasa XI L. 21 București, *Lungulescu Bogdan* clasa XI L. 1 Pitești, *Gavrilă Șerban* clasa XI L. 1 Buăzău, *Feraru Elena* clasa XI L. Aurel Vlaicu București, *Giurgiuțiu Victor* clasa XI L. Lazăr București, *Ștefăneanu Mircea* clasa XI L. 1 Caransebeș, *Dascălu Viorica* anul I lic. ped. Iași, *Illyeș Carol* an I șc. prof. St. Roșu, Brașov, *Smărăndoiu Nicolae* an I șc. prof. Electroputere Craiova.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7409

Se dă un cerc (C) *și o dreaptă* (D) *tangentă cercului.*

Se consideră familia de cercuri (Γ) *care au proprietatea că sînt tangente simultan atît cercului* (C) *cît și dreptei* (D).

Se cere locul geometric al centrelor cercurilor din familia (Γ).

M. Cistelecan, student Cluj

Soluția 1. (analitică), dată de *autor*.

Vom lua axa Ox tocmai dreapta (D), iar axa Oy perpendiculara din centrul cercului (C) pe Ox. Deci vom avea:

$$(C) \equiv x^2 + y^2 - 2ay = 0 \ (a \text{ fiind raza cercului})$$

$$(D) \equiv y = 0$$

Dacă un cerc $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2=0$ este tangent axei Ox atunci raza lui este egală cu ordonata centrului, deci ecuația este $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2-\beta^2=0$, sau $x^2+y^2-2\alpha x-2\beta y+\alpha^2=0$

Voi intersecta acest cerc cu cercul (C) și voi pune condiția ca ele să fie tangente; scad mai întîi cele două ecuații:

$$2\alpha x+2\beta y-\alpha^2-2ay=0$$

$y=\frac{\alpha^2-2\alpha x}{2(p-a)}$; Înlocuiesc pe y în ecuația lui (C), fiind mai simplă:

$$x^2+\frac{(\alpha^2-2\alpha x)^2}{4(\beta-a)^2}-\frac{2a(\alpha^2-2\alpha x)}{2(\beta-a)}=0$$

Eliminînd numitorii și făcînd calculele posibile, ecuația devine succesiv:

$$4(\beta-a)^2x^2+\alpha-4\alpha^3x+4\alpha^2x^2-4a(\beta-a)(\alpha^2-2\alpha x)=0;$$

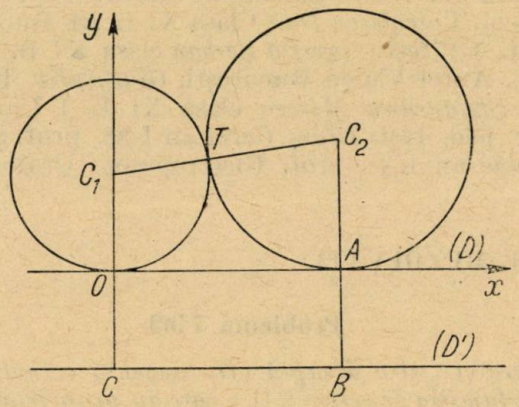
$$4[\alpha^2+(\beta-a)^2]x^2-4x[\alpha^2-2a(\beta-a)x+\alpha^2[\alpha^2-4a(\beta-a)]=0$$

Condiția de tangență:

$$4\alpha[\alpha^2-2a(\beta-a)]-4\alpha^2[\alpha^2+(\beta-a)^2][\alpha^2-4a(\beta-a)]=0$$

Împărțim cu $4\alpha^2$ și facem dezvoltările:

$$\alpha-4a\alpha^2(\alpha-a)+4a^2(\alpha-a)^2-\alpha+4a\alpha^2(\beta-a)-\alpha^2(\beta-a)^2+$$
$$+4a(\beta-a)^3=0$$



După reducerea termenilor asemenea ecuației devine:

$$4a^2(\beta-a)^2-\alpha^2(\beta-a)^2+4a(\beta-a)^3=0$$

Împart cu $(\beta-a)^2=0$, și ecuația devine τ $4a^2-\alpha^2+4a(\beta-a)=0$ sau $\alpha^2=4a\beta$, sau încă

$$\beta=\frac{1}{4a}\alpha^2$$

Deoarece (α, β) este punctul curent al locului cerut, ecuația lui se obține înlocuind în condiția de tangență dedusă $\alpha = x$; $\beta = y$, deci locul geometric este parabola

$$y = \frac{1}{4a} x^2$$

Soluția 2 (sintetică).

Se consideră cercul (C) cu centrul în C_1 și un cerc oarecare din (Γ) cu centrul în C_2.

De asemenea se consideră o dreaptă (D') paralelă cu (D) și la distanța a de (D) $(OC = OC_1 = a)$.

Se observă că $C_2C_1 = C_2B$ deoarece $C_2T = C_2A$ și $TC_1 = AB$; Rezultă că punctul C_2 este egal depărtat de un punct fix C_1 și de o dreaptă fixă (D'), deci el descrie o parabolă cu focarul în C_1 și de directoare (D').

Problema 7413

Să se rezolve inecuația

$$|x^2 - x - 2| \geqslant \left|\frac{1}{x+1}\right| + x^2 + 1$$

Ion Stoian, Cluj

Soluție dată de *E. Popa*, elev, Iași.

Dacă $x \leqslant -1$ avem : $|x^2 - x - 2| = x^2 - x - 2$; $\left|\frac{1}{x+1}\right| = -\frac{1}{x+1}$ și inegalitatea devine succesiv

$$x^2 - x - 2 \geqslant -\frac{1}{x+1} + x^2 + 1;\ x^3 - 3x - 2 \leqslant -1 - 1 + x_3 + x^2 + x + 1;$$

$$x^2 + 4x + 2 < 0.$$

Inegalitatea are loc pentru $x \in (-\infty, -2 - \sqrt{2})$. Dacă $-1 \leqslant x \leqslant 2$ avem :

$$|x^2 - x - 2| = -x^2 + x + 2;\ \left|\frac{1}{x+1}\right| = \frac{1}{x+1},\ \text{și deci}$$

$$-x + x + 2 \geqslant \frac{1}{x+1} + x^2 + 1;$$

$$x(2x^2 + x - 2) \leqslant 0.$$

Inegalitatea este satisfăcută pentru $x \in \left[0, \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]$.

Dacă $x \geqslant 2$ avem : $|x^2 - x - 2| = x^2 - x - 2$; $\left|\frac{1}{x+1}\right| = \frac{1}{x+1}$ și deci :

$$x^2 - x - 2 \geqslant \frac{1}{x+1} + x^2 + 1;$$

$x^2 + 4x + 4 < 0$, care nu are loc. Deci inegalitatea are loc pentru

$$x \in (-\infty, -2 - \sqrt{2}] \cup \left[0, \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right].$$

Problema 7439

Dacă $a + b + c = 0$, *atunci*

$$2(a^{12} + b^{12} + c^{12} + 69a^4b^4c^4) = (a^6 + b^6 + c^6 + 9a^2b^2c^2)^2$$

Dan Voiculescu, elev București

Soluția autorului. Din identitatea :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

deducem pentru $a + b + c = 0$ relația :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

Să notăm $a^3 = A$; $b^3 = B$; $c^3 = C$; $-3abc = D$

Vom avea :

$$A + B + C + D = 0$$

sau $A + B = -C - D$ care ridicată la pătrat ne dă :

$$A^2 + B^2 - C^2 - D^2 = 2CD - 2AB.$$

Ridicînd încă odată la pătrat obținem după reduceri :

$$A^4 + B^4 + C^4 + D^4 - (2A^2B^2 + 2A^2C^2 + 2A^2D^2 + 2B^2C^2 + 2B^2D^2 + 2C^2D^2) + 8ABCD = 0$$

Dar :

$$2A^2B^2 + 2A^2C^2 + 2A^2D^2 + 2B^2C^2 + 2C^2D^2 =$$
$$= (A^2 + B^2 + C^2 + D^2)^2 - (A^4 + B^4 + C^4 + D^4)$$

Obținem astfel relația

$$2(A + B + C + D) - (A^2 + B^2 + C^2 + D^2) + 8ABCD = 0$$

Introducînd valorile lui A, B, C, D găsim :

$$2(a^{12} + b^{12} + c^{12} + 81a^4b^4c^4)$$
$$- (a^6 + b^6 + c^6 + 9a^2b^2c^2)^2 - 24abc = 0$$

sau

$$2(a^{12} + b^{12} + c^{12} + 69\,a^4b^4c^4) = (a^6 + b^6 + c^6 + 9a^2b^2c^2)^2.$$

Problema 7441

Se dă expresia :

$$E = \frac{x^2(2x\sqrt{1-x^2} - 1) + x(2x^3 - \sqrt{1-x^2})}{(x - \sqrt{1-x^2})[1 - 2x^2 + \sqrt{1-x^2} + 2x(1 + \sqrt{1-x^2})]}$$

Se cere :

a) Să se ducă expresia la forma cea mai simplă

b) Să se afle valoarea lui E pentru $x = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$, *unde* $a > b > 0$

Al. Țigănoiu.

Soluție. a) Notăm $\sqrt{1-x^2} = u$, de unde $u^2 + x^2 = 1$ și avem :

$$E = \frac{x^2(2ux-1) + x(2x^3-u)}{(x-u)(1-2x^3+u+2x+2ux)} = \frac{2ux^3 - x^2 + 2x - ux}{(x-u)(u^2+x^2-2x^3+u+2x+2ux} =$$

$$= \frac{2x^3(x+u) - x(x+u)}{(x-u)[(x+u)^2+2x(1-x^2)+u]} = \frac{x(x+u)(2x^2-1)}{(x-u)[(x+u)^2+2u^2x+u]} =$$

$$= \frac{x(x+u)[x^2-(1-x^2)]}{(x-u)[((x+u)^2+u(2ux+1)]} = \frac{x(x+u)(x^2-u^2)}{(x-u)[(x+u)^2+u(x^2+u^2+2ux)]} =$$

$$= \frac{x(x+u)^2(x-u)}{(x-u)[(x+u)^2+u(x+u)^2]} = \frac{x(x+u)^2(x-u)}{(x-u)(x+u)^2(1+u)}.$$

Simplificînd, avem :

$$E = \frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$$

b) Cu $x = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$, avem :

$$1 - x^2 = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{(a+b)^2} = \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 \text{ deci}$$

$$\sqrt{1-x^2} = \frac{a-b}{a+b} \quad \text{Apoi}$$

$$1 + \sqrt{1-x^2} = 1 + \frac{a-b}{a+b} = \frac{2a}{a+b},$$

și de aici :

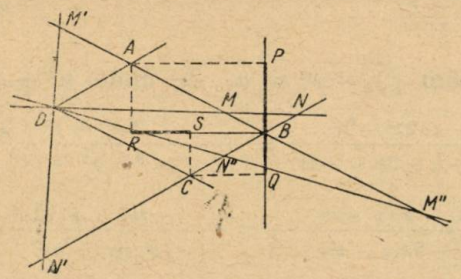
$$E = \frac{\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}}{\frac{2a}{a+b}} = \frac{\sqrt{ab}}{a} = \sqrt{\frac{ab}{a^2}} = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Problema 7442

Se dă paralelogramul ABCD. O dreaptă ce trece prin punctul D se rotește în jurul acestui punct și taie laturile AB și BC (sau prelungiri ale lor) respectiv în punctele M și N. Să se determine locul geometric al centrului cercului înscris în triunghiul BMN.

Băluță Constantin, elev, Filiași.

Soluție. În cazul cînd punctul M se găsește pe latura AB iar N pe prelungirea lui BC, în triunghiul BMN bisectoarea unghiului MBN este fixă. De aceea centrul cercului înscris în triunghiul MBN se deplasează pe bisectoarea unghiului din B. Aceasta are loc pînă cînd dreapta mobilă, în rotația ei, ia poziția DA, adică $M \equiv A$, iar N se găsește la



infinit, centrul cercului fiind în acest caz punctul P de intersecție al bisectoarelor unghiurilor (DA, AB) și ABN.

Considerînd cazul cînd dreapta mobilă taie prelungirile lui AB și BC respectiv în M' și N', bisectoarea unghiului $M'BN'$, în triunghiul $BM'N'$, este fixă.

Centrul cercului înscris în triunghiul mobil $BM'N'$ se deplasează pe bisectoarea unghiului ABC între punctele R și S, care corespund cazurilor cînd dreapta ia pozițiile laturilor AD și DC — Punctele R și S se găsesc la intersecția bisectoarei unghiului BAD, respectiv BCD cu bisectoarea unghiului ABC.

Cînd dreapta mobilă ce trece prin D taie latura BC în N'' iar prelungirea lui AB în M'', centrul cercului înscris în triunghiul $BM''N''$ se deplasează pe bisectoarea unghiului $M''BN''$, fixă. EW poate varia pe segmentul BQ, unde Q corespunde cazului cînd dreapta mobilă are poziția laturii DC.

Locul geometric căutat este așadar format de segmentele PQ și RS.

Problema 7445

Să se demonstreze că numărul

$$N = 3^{1966} + 5^{1966} - 34$$

este divizibil cu 1966.

F. Kasco, Tg. Mureș

Soluția autorului. Deoarece 983 este un număr prim, conform teoremei lui Fermat avem : $3^{982} = \mathfrak{M}\,983 + 1$.

Ridicînd la patrat avem $3^{1964} = \mathfrak{M}\,983 + 1$.

Înmulțind egalitatea cu 3^2, obținem $3^{1966} = \mathfrak{M}\,983 + 9$

În mod analog se obține că $5^{1966} = \mathfrak{M}\,983 + 25$

unde rezultă că, $3^{1966} + 5^{1966} = \mathfrak{M}\,983 + 34$,

Numărul N este par, deci N este divizibil cu 2.983 adică cu 1966.

Problema E : 2493

Să se demonstreze că expresia $E = (a + 2b - 3c)(b + 2a - 3c) + (a + 2c - 3b)(c + 2a - 3b) + (b + 2c - 3a)(c + 2b - 3a)$ *este întotdeauna pozitivă și divizibilă cu 13 dacă a, b, c sînt numere întregi.*

Dan I. Stănescu, elev Ploiești

Soluție. Fie produsul $(m + 2n - 3p)(n + 2m - 3p) = 9p^2 - 3p(m + 2n) - 3p(n + 2m) + (m + 2n)(n + 2m) - 9p^2 - 9p(m + n) + 2(m + n)^2 + mn$.

Prin permutări circulare obținem

$$E = 9a^2 - 9a(b + c) + 2(b + c)^2 + bc + 9b^2 - 9b(a + c) + 2(a + c)^2 + ac + 9c^2 - 9c(a + b) + 2(a + b)^2 + ab = 9(a^2 + b^2 + c^2) + 4(a^2 + b^2 + c^2) - 18(ab + ac + bc) + 5(ab + bc + ac) = 13(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

Deci E este divizibilă prin 13.

Dacă vom pune $a - b = M$. $a - c = P$, $c - b = N$ obținem evident

$$\frac{1}{2}(M^2 + N^2 + P^2) = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2] \geqslant 0.$$

$$\text{De unde } \frac{1}{2} \cdot 2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \geqslant 0.$$

Deci $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \geqslant 0$.

CHESTIUNI DE EXAMEN

3260. Să se arate că mișcarea rectilinie definită de legea $x = 3 + 2\sin^2 \frac{\pi}{2} t$ este o mișcare vibratorie simplă pentru care să se precizeze centrul oscilațiilor, perioada și amplitudinea.

Bacalaureat, Marsilia, 1966

3261. a) Să se reprezinte graficul funcției $y = f(x) = 2x \ln x - x$ în intervalul (e^{-1}, e)

b) Să se verifice că funcția $F(x) = x^2 \ln x - x^2$ este o primitivă a funcției $f(x)$ și să se calculeze primitiva care pentru $x = e^2$ ia valoarea $2e^4$.

3433. Să se calculeze derivata și diferențiala funcției

$$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 - x + 1}$$

și să se deducă o valoare aproximativă a lui y pentru $x = 1{,}001$.

3263. f) Într-o urnă sînt 6 bile albe și 4 bile negre. Se scot la întîmplare 3 bile și se cere probabilitatea ca cele 3 bile scoase să fie albe, dar ca să fie negre.

b) Dacă se scot 4 bile care este probabilitatea ca 3 bile să fie negre și una albă, dar pentru ca 3 bile să fie albe și una neagră?

c) Dacă se scot 3 bile care este probabilitatea de a avea cel puțin o bilă albă?

d) Se scot mai întîi 3 bile, care nu se mai pun în urnă, apoi se scot din nou 4 bile. Care este probabilitatea ca primele 3 scoase să fie albe și totodată următoarele 4 bile scoase să fie compuse din 3 negre și una albă?

Bacalaureat, Amiens (Franța), 1966

8264. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe, ecuația

$$z^4 - 2z^2 \cos 2a + 1 = 0.$$

8265. Să se reprezinte grafic

$$y = x\sqrt{\frac{x}{x-2}}.$$

8266. Fie n un număr întreg pozitiv descompus în factori primi

$$n = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots s^\sigma,$$

unde $a, b, c, \ldots s$ sînt numere prime două cîte două distincte și $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \sigma$ întregi pozitivi.

a) Să se demonstreze că numărul divizorilor lui n este

$$(\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \ldots (\sigma + 1).$$

b) Se presupune că numărul divizorilor lui n este 9. Să se arate numărul n este atunci de forma $n = a^8$ unde $n = a^2b^2$, $a = b$.

c) Să se determine n știind că are 9 divizori și că împărțit prin 39 se obține restul și citul un număr prim.

Bacalaureat, Lion, 1966

8267 Coordonatele unui punct mobil din planul axelor de coordonate $x0y$ sînt definite de relațiile

$$x = \sqrt{2}\cos\frac{t}{2} \text{ și } y = 2\sqrt{2}\sin\frac{t}{2}.$$

a) Să se exprime componentele scalare la momentul t ale vectorului vitezei $\vec{v}$ și ale vectorului accelerație $\vec{\Gamma}$. Ce relație este între vectorii $\overrightarrow{OM}$ și $\vec{\Gamma}$? După care interval de timp mobilul are aceeași poziție pe curbă ?

b) Între $t_1 = 0$ și $t_2 = 4\pi$, să se afle pozițiile mobilului și componentele scalare ale vitezei pentru ca accelerația să aibă ca mărime $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Bacalaureat, Rouen, Franța, 1966

8268. Să se aducă la forma $x = a\cos(\omega t + \varphi)$ ecuația mișcării definite prin ecuația

$$x = (7 + 3\sqrt{3})\cos(\omega t + 60°) + (1 - \sqrt{3})\cos(\omega t - 30°).$$

Se va determina unghiul φ cu ajutorul tabelelor funcțiilor trigonometrice și valoarea lui a cu trei zecimale exacte.

Bacalaureat, Clermont, Franța 1966

8269. Să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția

$$y = 2\sin 3x + 6\sin x - 3\cos 2x$$

Bacalaureat, Reims, Franța, 1966

8270. a) Să se studieze și să se construiască graficul funcției

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x - 1}$$

b) Să se deducă apoi, cînd parametrul m variază, semnul rădăcinilor reale ale ecuației

$$2mx^2 + 3(m - 1)x - 2m + 1 = 0.$$

c) Să se rezolve și să se discute ecuația

$$2m \sin^2 x + 3(m-1) \sin x - 2m + 1 = 0.$$

d) Să se afle primitivele funcției f și să se determine mai întîi constantele A, B, a, b astfel ca să avem

$$f(x) = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$$

Bacalaureat, Dakar, 1966

8271 Să se rezolve în corpul numerelor complexe ecuația

$$4z^2 + 8|z^2| - 3 = 0$$

Să se pună sub formă trigonometrică suma rădăcinilor.

8272. Să se rezolve și să se discute ecuația

$$\sqrt[3]{x^3 + x^2 + (m+3)x + 1} = x + 1$$

unde m este un parametru real.

8273. Se consideră funcția $y = \dfrac{mx^2 - 2x + m}{x^2 - 2mx + 1}$

a) Pentru care valori ale lui m avem $y^2 \leqslant 1$, oricare ar fi x?
b) Să se arate că oricare ar fi m curbele reprezentative ale funcției y trec prin două puncte fixe ale căror coordonate se cer.
c) Să se reprezinte grafic funcția cînd $m = 0$.

PROBLEME PROPUSE *

8274. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{x^2 + 4x}{x^3 - 2x^2 - x + 2} - \frac{2x^2 + 16x + 21}{x^4 - 5x^2 + 4} - \frac{2x + 3}{x^3 + x^2 - 4x - 4}.$$

I. Simionescu, profesor Galați

8275. Un triunghi dreptunghic are laturile exprimate prin cîte un număr întreg, iar numărul care exprimă aria lui este de trei ori mai mare ca acela care exprimă perimetrul.
Care este acel triunghi?

I. Teodorescu, Galați

8276. Se consideră polinomul:

$$P(x) = mnx^3 - mpx^2 + npx + mnp, \quad (m \neq 0,\ n \neq 0,\ p \neq 0).$$

---

*) IX(8274–8278); X(8279–8284); XI(8285–8289); S(8290–8299). Soluțiile se primesc pînă la 15 septembrie 1967. Fiecare elev poate trimite rezolvări și la problemele de clasa precedentă. Orice plic să conțină cel puțin 15 probleme bine rezolvate. Problemele de clasa IX și X sînt indicate și liceelor speciale.

Să se determine m, n și p știind că polinomul este divizibil prin $x^2 + x - 2$ și că între m, n și p există relația

$$-\frac{4}{m} + \frac{1}{n} - \frac{3}{p} = a .$$

Cum trebuie să fie a pentru ca problema să aibă soluție?

I. Simionescu, profesor Galați

3277. Se dă un trapez dreptunghic $ABCD$ cu unghiurile drepte în B și C având baza mare $AB=24$ cm, baza mică $CD=12$ cm și înălțimea de 9 cm. Din vîrful unghiului obtuz D se duce o perpendiculară pe AD care taie baza mare în E și prelungirea lui CB în F.

a) Să se afle raportul perimetrelor și ariilor triunghiurilor DEB și AEF.

b) Să se arate că patrulaterul $ADBF$ este înscris într-un semicerc avînd ca diametru pe AF.

Florin Costiniuc, elev Galați

3278. Se dă sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= \frac{1}{c} \\ x^2 + y^2 &= 1, \end{aligned}$$

a, b, c fiind numere reale diferite de zero. Să se determine condițiile în care sistemul are soluții și să se rezolve.

I. Teodorescu, Galați

3279. Se consideră expresia

$$E_n = \frac{\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}\ \ldots}{\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}\ \ldots}$$

unde a, b sînt numere pozitive, iar numărul radicalilor este n. Folosind exponenții raționali pozitivi și negativi să se pună expresia sub forma

$$E_n = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

Să se găsească limita acestei expresii cînd numărul radicalilor crește către infinit.

I. Teodorescu, Galați

3280. Să se demonstreze identitatea

$$\frac{\log_a n - \log_b n}{\log_{ab} n} = \log_a b - \log_b a.$$

Radu Scarlat, prof. Galați

3281. Dacă n este un număr natural,

$$\frac{(-1)+(-1)+1+5+11+19+\ldots+(n^2-3n+1)}{3+5+\ldots+(2n+1)}=\frac{n-2}{3}$$

C. Popovici, Galaţi

3282. Să se verifice identitatea

$$\frac{\prod_{k=1}^{4}\operatorname{tg}^4 x_k-\sum_{\substack{k,l,m=1\\k\neq l\neq m}}^{4}\operatorname{tg}^4 x_k\operatorname{tg}^4 x_l\operatorname{tg}^4 x_m+\sum_{\substack{k,l=1\\k\neq l}}^{4}\operatorname{tg}^4 x_k\operatorname{tg}^4 x_l-\sum_{k=1}^{4}\operatorname{tg}^4 x_k+1}{\prod_{k=1}^{4}\operatorname{tg}^2 x_k-\sum_{\substack{k,l,m=1\\k\neq l\neq m}}^{4}\operatorname{tg}^2 x_k\cdot\operatorname{tg}^2 x_l\cdot\operatorname{tg}^2 x_m+\sum_{\substack{k,l=1\\k\neq l}}^{4}\operatorname{tg}^2 x_k\cdot\operatorname{tg}^2 x_l-\sum_{k=1}^{4}\operatorname{tg}^2 x_k+1}=$$

$$=\left(\prod_{k=1}^{4}\cos x_k\right)^{-2}.$$

D. Stemer, Galaţi

3283. Se dă suma : $S_n=\frac{2}{3}+\frac{4}{21}+\frac{6}{91}+\ldots+\frac{2n}{n^4+n^2+1}$ Se cere :

a) Să se demonstreze că : $S_n\leqslant 2-\frac{2^{k+1}}{3^n}$, specificîndu-se cînd are loc egalitatea.

b) Să se calculeze : $\lim_{n\to\infty} S_n$.

V. Oprea, elev Galaţi

3412. Se înscrie cercul de centru O şi de rază r în triunghiul ABC şi fie A_1, B_1, C_1, punctele de contact ale cercului cu laturile BC, CA, AB. demonstreze că există relaţia

$$\sum AO\cdot B_1C_1=2r\rho,$$

ρ fiind semiperimetrul triunghiului ABC.

Radu Scarlat, profesor Galaţi

3285. Să se rezolve ecuaţia :

$$x^6-9x^5+33x^4-70x^3+85x^2-37x+5=0,$$

ştiind că suma a 2 rădăcini este egală cu 2.

Traian Ionescu, Brăila

3286. a) Să se arate că rădăcinile ecuaţiei

$$ax^3+x^2+bx+1=0$$

satisfac relaţia

$$\frac{1}{1+x_1^2}+\frac{1}{1+x_2^2}+\frac{1}{1+x_3^2}=1-2\sqrt{\left(1+\frac{b}{a-b}\right)^2}$$

b) Să se calculeze $\frac{1}{1+x_1^3}+\frac{1}{1+x_2^3}+\frac{1}{1+x_3^3}$.

C. Ionescu-Țiu

8287. Se consideră un sistem de axe de coordonate dreptunghiulare $x_1O_1y_1$, cercul $x^2+y^2=a^2$ raportat la acest sistem și unsistem xOy tot dreptunghiular cu axa Oy tangentă la cercul dat și cu originea pe axa O_1x_1. Notînd cu α unghiul axelor Ox și O_1x_1 se cere:

a. Coordonatele, în cele două sisteme, ale punctului P de intersecție al normalei la cerc în punctul de contact cu Oy cu perpendiculara în O pe O_1x_1.

b. Să se determine ecuațiile locului geometric al punctului P, în cele două sisteme de referință, considerînd punctul O mobil pe O_1x_1.

c. Să se reprezinte grafic, pe aceeași figură, cele două locuri geometrice pentru un unghi α arbitrar; $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

I. Simionescu, profesor Galați

8288. Se consideră funcția:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2a^2-x^2}-a}\ln\frac{\arcsin x}{\arcsin a}, x, a\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Se cere:

a) Să se determine domeniul de definiție al funcției,

b) Să se calculeze limita funcției în $x=a$,

c) În ce caz funcția dată este continuă în $x=a$,

d) Să se calculeze derivata funcției date.

I. Simionescu, profesor Galați

8289. Fie $x0y$ un sistem ortogonal de axe și A un punct fix pe Ox. O dreaptă mobilă Δ care trece prin A taie axa Oy în punctul O iar perpendiculara în P pe AP întîlnește pe Ox în Q.

a) R fiind un vîrful dreptunghiului $APQR$, să se găsească locul geometric descris de acesta și să i se precizeze elementele.

b. Să se arate că punctele în care cercul variabil de centru P și de rază PO se taie cu Δ descriu o curbă de ecuație

$$y=\pm x\sqrt{\frac{a-x}{a+x}},$$

unde a este abscisa punctului A, al cărei grafic să se reprezinte.

Radu Scarlat, profesor Galați

8290. Se consideră în mulțimea numerelor strict negative următoarea lege de compoziție:

$$a\star b=\frac{ab}{a+b}.$$

a) Să se arate că operația introdusă este definită pe întreaga mulțime.

b) Este comutativă și asociativă

c) Să se găsească expresia :

$$E_n = (a_1 \star a_2)_1 \star a_3)_2 \star \ldots \star a_{n-1})_{n-2} \star)a_n\ (_{n-1}) ; (n \geqslant 2).$$

Să se verifice relația găsită, prin metoda inducției matematice.

Andrei Viorel, student Galați

8291. Expresia $9^n - 8n - 1$ este divizibilă cu 64. Să se generalizeze

N. Pivniceru, (Foaia științifică, Galați)

8292. Să se verifice identitatea :

$$(x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots nx^n)(x-1)^2 = nx^{n+2} - (n+1)\,x^{n+1} + x$$

O. Sacter. elev (Foaia științifică, Galați, 1924)

8293. Să se arate că în orice triunghi avem relația

$$\frac{a}{b} = \frac{c + \cos A\,(a\cos C - \cos A)}{c\cos C + a\cos A}$$

Călin Popovici, elev (Foaia științifică, Galați, 1926)

8294. Se dă un cerc O de rază R și 3 cercuri O_1, O_2, O_3 de rază $R2$, tangente interioare cu O în A_1, A_2, A_3. Fie P și Qpunctele unde O_1 taie pe O_3și O_2. Să se demonstreze că PQ este paralelă și egală cu jumătate din A_2A_3.

C. N. Drîmbă, elev Foaia științifică, Galați, 1927).

8295. Să se demonstreze inegalitatea :

$$\frac{(a^2-1)(a^3-1)\ldots(a^n-1)}{(a-1)^{n-1}} > na^{\frac{n(n-1)}{4}}$$

Să se generalizeze.

Gh. Th. Gheorghiu, elev (Foaia științifică, Galați, 1927)

8296. Să se reprezinte grafic funcțiile

$$y_1 = x + 3 - \frac{3x+1}{x^2}$$

$$y_2 = \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3}.$$

8297. Să se rezolve ecuația

$$\frac{\cos x + 1}{\sin x - 1} + \frac{\cos x + 2}{\sin x - 2} + \frac{\cos x + 3}{\sin x - 3} + \cdots + \frac{\cos x + n}{\sin x - n} + 2n\cos^2 x = 0 .$$

V. Oprea elev cl. XI Galați

3298. Se cere variaţia şi graficul funcţiei

$$y = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$$

Să se calculeze aria cuprinsă între curbă, axa xx' şi dreptele $x = 0$ şi $x = \pi$.

Bacalaureat, Dakar, 1966

3299. a) Se cere variaţia şi graficul funcţiei

$$y = 1 + 2 \sin \left(2x - \frac{5\pi}{3}\right).$$

b) Punctele de intersecţie ale curbei cu axa xx' şi ecuaţiile tangentelor a curbă în fiecare din aceste puncte.

c) Axele şi centrele de simetrie ale curbei.

Bacalaureat, Algeria, 1966

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V-VIII*

E :2726. Brigada I-a a unei cooperative agricole de producţie are de 3 ori mai mulţi stupi decît brigada a II-a a aceleiaşi cooperative. După ce se iau 10 stupi de la brigada a II-a şi se dau la brigada I-a, aceasta are de 4 ori mai mulţi stupi decît brigada a II-a. Să se afle cîţi stupi avea la început fiecare brigadă.

Vasile, Horobeţ student Iaşi

E :2727. Fiind întrebat la ce şcoală învaţă, un elev a răspuns : Dacă ridici numărul şcolii mele la pătrat şi-l împarţi la 11 rezultatul este dublul numărului căutat. La ce şcoală învaţă elevul?

C. Sîrbu, profesor Brăila

E :2728. Se dă egalitatea :

$$(42 \cdot 13 + 11 \cdot 7 + 2) : 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

numerele fiind scrise în sistemul de numeraţie zecimal. Să se verifice această egalitate transformînd numerele din sistemul zecimal în sistemul binar.

Augustin Coţa, Turda

E :2729. Patru brigăzi, lucrînd separat, pot termina o anumită lucrare astfel : prima brigadă în 45 zile, a doua brigadă în 9 zile, a treia brigadă în 27 zile şi a patra brigadă în 36 zile.

Pentru a executa această lucrare se folosesc în acelaşi timp 2/5 din oamenii din prima brigadă, 3/4 din oamenii din cea de a doua, 1/2 din oamenii din cea de a treia şi 1/3 din oamenii din cea de a patra brigadă. În cîte zile se va termina lucrarea?

H. Finchelstein, profesor Galaţi

---

* V (E : 2726–2730); VI (2731–2736); VII (E : 2737–2741); VIII (2742–2746) Soluţiile se primesc numai pînă la 15 septembrie 1967. Elevii vor trimite soluţiile într-un singur plic odată cel puţin 10 probleme bine rezolvate, scrise cu îngrijire.

E : 2730. Un elev are la CEC o sumă de bani. Scoate prima dată 2/5 din sumă; a doua oară 2/3 din ce a scos prima dată și a treia oară 1/2 din ce a scos a doua oară și în felul acesta a scos cu 180 lei mai mult decît a rămas. Cîți bani a avut la CEC?

E. Tilici, profesor Cîrligele (Focșani)

E :2731. În primăvara unui an o cooperativă agricolă de producți a plantat caiși, pruni, meri și peri. Din totalul de pomi plantați s-au prins 9810. Știind că numărul merilor și al perilor luați la un loc întrece cu 50 pe cel al caișilor, că numărul prunilor este cu 80 mai mare decît 5/3 din numărul caișilor, iar numărul merilor este cu 230 mai mare ca al perilor, să se afle :

a) Cîți pomi s-au prins din fiecare fel;

b) Cîți pomi au fost plantați dacă procentajul de prindere este de 98,1%.

Corneliu, Cartaș student Iași

E : 2732. Să se calculeze

$$\frac{\left[\left(27{,}3-2\frac{1}{3}+7{,}9\right)\cdot\frac{5}{493}\cdot 3\right]:\frac{17}{21}}{\left[\left(15{,}75-8{,}10+\frac{5}{4}\right):8{,}9\right]\cdot\frac{84}{51}}-\frac{\left[\left(5{,}83+\frac{7}{25}\right):6{,}11\right]:4}{\left[\sqrt{46{,}24+7{,}8.\frac{5}{73}}\right]:3}$$

Valentin Dărăban, profesor Cîmpia-Sălaj

E :2733. Se dă un segment de dreaptă AD de 18 cm și se iau pe el punctele B și C. Să se afle măsurile segmentelor AB, BC și CD știind că :

a) BC este medie aritmetică între AB și CD;

b) AC este dublul lui BD.

E. Tilici, Cîrligele (Focșani)

E :2734. Trei echipe de muncitori pot executa o lucrare astfel : prima echipă în 12 zile, a doua în 24 zile și a treia în 8 zile.

Știind că normele sînt aceleași și că toate echipele la un loc au 60 muncitori, să se calculeze : a) Cîți muncitori are fiecare echipă.

b) În cît timp ar fi executat lucrarea, dacă cele trei echipe ar acționa în același timp.

V. Levărdă, profesor Galați

E :2735. Să se efectueze

$$\sqrt{3136.\left[\frac{5.(7)[3.(5):1.(7).[0.0(2)-0.008(3)]}{(0.(3)^3.\sqrt{6561}+50.(6)}-\frac{\sqrt{3\frac{2206}{2401}+\left(\frac{1}{7}\right)^2}}{133-(25{,}43(6).3+0{,}69)}\right]}$$

Gheorghiu Ciucă Elena, profesoară, Galați

E :2736. Să se demonstreze identitatea :

$$\sqrt{\left(-\frac{b^2}{a}\right)\left(a-\frac{c^2}{a}\right)}=h\ ,$$

a, b, c fiind laturile unui triunghi dreptunghic, iar h înălțimea corespunzătoare ipotenuzei.

Augustin Coța, Turda

E :2737. Să se rezolve ecuația :

$$\left[\frac{x:11_2+121_3}{211_3}\cdot 12_4-\frac{2x+22_5}{14_7}\right]41_8=86_9\cdot$$

unde indicii indică bazele de numerație în care sînt scrise numerele respective.

Elena Gheorghiu

E :2738. Se dă un paralelogram $ABCD$ cu unghiul ascuțit în vîrful A, unde se duce o perpendiculară pe latura AB și alta pe AD, pînă întîlnesc prelungirile laturilor BC și DC, respectiv în P; N; și L; M. Însemnînd cu $AB=b$, și $AD=a$ să se stabilească relațiile :

$$\frac{IP.IB.MD}{MN.ND.PB}=\frac{b}{a}\ ;\qquad \frac{CN.CM.MA.AL}{CL.AP.CP.AN}=1$$

Dumitru Costiniuc, profesor Galați

E :2739. Se dă un dreptunghi $ABCD$, cu laturile $AB=8$ cm și $BC=6$ cm. Din A și C se coboară cîte o perpendiculară pe BD, în punctele A' și C'. Să se arate că $AA'CC'$ este un paralelogram și să i se calculeze aria.

V. Levărdă, Galați

E :2740. Să dă un triunghi dreptunghic ABC ($A=90°$) și se duce înălțimea AD. Să se afle segmentul BE cu care trebuie prelungit segmentul DB pentru ca dreptunghiul $AFED$ (are ca laturi pe AD și DE) să aibă aria de 108 dm^2, știind că baza dreptunghiului e de 3 ori mai mare ca înălțimea lui, iar $CD=90$ cm.

Corneliu Cartaș student, Iași

E :2741. Să se descompună în factori expresia :

$$a+b-c)^2\ (a-b)+(b+c-a)^2\ (b-c)+(c+a-b)^2\ (c-a)$$

Elena Gheorghiu Ciucă, Galați

E :2742. Un triunghi ABC are laturile date : $BC=92$ cm, $AB=109$ cm, $AC=61$ cm. Să se calculeze înălțimile, suprafața și unghiurile triunghiului.

I. Teodorescu, Galați

E :2743. Într-un con circular drept, secțiunea făcută printr-un plan paralel cu baza are suprafața 9π cm^2, raportul razelor (a cercului de secțiune și a cercului bazei) este $\frac{2}{3}$, iar înălțimea conului media aritmetică a celor două raze. Să se calculeze volumul triunghiului de con și raportul volumelor celor două conuri.

V. Levărdă, profesor Galați

E :**2744.** Fie $ABCD$ un trapez și P,Q,R,S puncte situate pe laturile AB, BC, CD, DA respectiv, astfel încît triunghiurile APS, BPQ, CQR și DRS să aibă ariile egale. Să se arate că aria patrulaterului $PQRS$ este mai mare decît jumătatea ariei trapezului dat

Maria Iorga, Găiești

E :**2745.** Un cilindru și un con au aceeași bază, iar vîrful conului cade în centrul celeilalte baze a cilindrului. Știind că unghiul între generatoarele celor două corpuri este 30°, să se arate că : volumele cilindrului, conului și sferei înscrie în con sînt proporționale cu 3, 1, $\frac{4}{9}$

Constanța Bahrin, Gura Humorului

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

Soluții bune primite pînă la 15 februarie 1967.

BUCUREȘTI. *S.g. 128* cl. VI Angheluș Viorica (2596—600, 6, 8, 11), Miroiu Doina (2596—600, 6, 8, 11), *S.g. 128* cl. VI Rogobete Nicoleta (2596—600, 6, 8, 9, 11), cl. VII Matei Cornel (2596, 8, 600, 1, 4, 6—8), Popa Mihaela (2596, 600—2, 4, 6—8), cl. VIII Bolintineanu Theodora (2598—601, 4, 7, 9, 11), Dumozrescu Luminișa (2598, 9, 601, 4, 6—9), Găiculescu Smaranda (2599, 600, 3, 4, 6—9), cl. VIII Ghiciu Luminița (2599, 601—4, 7, 9, 11), Grigorescu Ioana (2598, 9, 601, 4, 6—9, 11), *S.g. 130* cl. VII Benea Mihai (2601, ,4 6—9, 19, 23)i *S.g. 135* cl. VI Pivniceru Viorel (2598, 9, 601, 4, 6, 13—5, 8), *S.g. 150* cl. VII Nicolescu Alexandra (2619, 20, 3, 7, 30, 9—42), *S.g. 156* cl. VIII Călin Adrian (2609, 22, 3, 5, 6, 8, 7827, 30, 78), *S.g. 163* cl. VII Florescu Rodica (2601, 3, 4, 6, 8, 18, 21, 3), *S.g. 164* cl. VIII Rizea Dan (2631—4, 6—9, 43), *S.g. 169* cl. VII Ivaniev Lucia (2596—604, 6—9, 11, 7827), Pamfil Virgil (2617, 9, 21, 7, 36, 8, 9, 43), cl. VIII Sbiera Cristina (2598, 9, 601, 4, 6—8, 12), Sîrbu Gh. (2596—604, 6—12, 7827—30, 3—6), *S.g. 172* cl. VII Serbeniuc Emil (2635—31, 3, 6, 7933, 4, 9, 41), *S.g. 173* cl. VI Danciu Grigore (2597—601, 6, 8, 32, 3, 5), cl. VII Andrievici Bogdan (2600, 2, 3, 8—10, 9, 23), *S.g. 189* cl. VI Vitescu Magdalena (2597—9, 632—4, 6, 8), *S.V. Alecsandri* cl. VII Croitoru Olga (2601, 4, 6, 18—20, 36, 8, 9, 43), cl. VIII Ionescu Daniel (2596—9, 60., 3, 4, 6—8, 11), *L. 1* cl. IX Georgescu Marius (2609, 27, 46, 7, 7827, 9, 30, 4, 6, 74, 8, 9, 82, 933, 4, 8, 40), Ștefaniu Călin (2609, 10, 27—30, 7827—30, 5, 7, 67, 73, 5, 8, 9), Zaharia Dan (2627, 8, 7829, 33, 5, 74, 8, 933—5),Vijelie Luminița (7785, 90, 808, 24, 5, 7—30, 3—7, 42, 5, 51, E : 2590—5, 609, 10, 2, 0), cl. XI Udrea Mircea (7861, 85, 918, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 49, 62—4), Hahn Radu (7770—3, 82, 3, 90, 5, 6, 8, 9, 808, 9, 12, 7, p), *L. 4* cl. X Burileanu Corneliu (7827—30, 3, 5, 7, 42, 74, 8, 9, 85, 925, 31, 3, 5, 7, 40), 1), *L. 5* cl. VII Nahrim Mihaela (2596, 8—601, 4, 6, 8), Dobrotescu Diana (2601, 7, 8, 20, 32, 4, 6, 8, 43), cl. X Haiduli Dumitru (7827—30, 2, 3, 5, 7—40, 2—5), *L. 6* cl. IX Mangu Viorel (2609, 27, 30, 7827, 30, 73, 8, 9, 933—5, 40, 1) Raica Adriana (2609—12, 27—30, 7834, 5, 75, 6, 8, 9), *L. 7* cl. VII Lustig Adriana (2596, 9—601, 4—8), Cutoiu Dan (2601—8), cl. X Mateescu Alexandru (7827—30, 4, 5, 7, 42, 74, 8, 9, 81, 5), *L. 10* cl. VIII Brateș Nanu (2597—9, 601—3, 5—12, 41, 7878), Gafiță Gabriel (2597—9, 503, 7, 13, 5, 8, 20, 8, 32—4, 41, 7873, 8, 9, 933, 57), Ileana Gheorghiță (2600, 4, 5, 12, 23, 46, 7827, 73, 933), Pătrîngeanu Victor (2596, 602, 7, 10—3, 30), cl. XI Apostolescu Anca (7821, 2, 9, 38—41, 5, 7, 9, 84, 5, 94), *L. 11* cl. X Claiman Mișu (7820, 1, 3—5, 31—5, 7, 8, 40, 2, 5, 6, 7, 9), Erscoi Mihai (7827, 30, 4, 5, 40, 78, 9, 925, 33—5, 7), Frangulea Ștefan (7821, 4, 7—30, 3, 5, 40, 2, 5, 74, 9), Georgescu Maria (7821, 3, 4, 7, 8, 30, 40, 2, 74, 6, 8, 9), Stana Emilia (7820, 1, 3—5, 7—31, 3—5, 7, 8, 40, 2, 5), Vladu Adrian (7820, 1, 3—5, 7—30, 3, 5, 7, 40, 2, 5), *L. 12* cl. VII Rizescu Marieta (E : 2640, 1, 57, 8, 61, 3, 6, 7), clasa IX-a. Balșin Bogdan (2609, 27, 30, 7827, 30, 4, 74, 8, 9, 433, 5), *L. 13* cl. IX Berceanu Barbu (2609, 7827—37), Calianu Rodica (2627, 8, 30, 7828, 32, 4—6, 74, 6, 8, 9), Eftimescu Ana (2611, 7933—5, 40, 79, 80, 2, 4, 93, 9, 80, 20), Mușat Eugenia (2597, 609, 27, 8, 7827—30, 3, 5, 9, 933), Pungan Ovidiu (2609, 27, 30, 2827, 30, 2, 75, 6, 8, 9, 85, 933, 5, 8, 40, 57, 78, 82, 6, 90, 3, 7, 9, 8020), Suca Darius (2667, 7885, 978, 80, 2, 90, 1, 3, 7, 9, 8001, 4, 1, 20. 7). Seremeta Dorin (2627,

* *Evidențiați sînt scriși cu litere cursive*

8, 30, 7827, 9, 30, 3, 4, 73—6, 8, 9), Ştefănoiu Călin (2609, 10, 27—9, 7827, 8, 30, 5, 7, 67, 73, 5, 8, 9), Zaharia Silviu (2609, 7827—30, 3, 5, 7, 78, 9, 933, 5, 41), cl. X Hromei Constantin (7821—3, 38, 41, 5, 84, 5, 928, 31, 44, 2021), Petrescu Andrei (7636—43, 59, 60, 2, 3, 5, 9—71, 4—8, 80—95, 701, 4, 26, 7, 91) Sădeanu Mihai (7791, 824, 7, 30, 1, 5, 74, 5, 8, 9, 81, 3, 933——5), *L. 15* cl. IX Georgescu Gabriel (2609, 10, 27, 45, 7827, 8, 30, 1, 73, 8, 9, 933—5, 40), *L. 16* cl. X Scarlat Cezar (7827—33, 5, 7, 9, 42, 5), Vasiliu Alexandru (7827—33, 5, 7, 74—6, 8, 9, 85), *L. 17* cl. XI Dobrică Arthur (7820—20, 37, 8, 45, 9, 51). Dragomir Daniel (7820—6, 37—9, 42, 5, 9, 51, 6), *Avrămoiu Valentin* (7837—40, 2—6, 51, 4, p). *Liceul 18.* cl. IX Berceanu Barbu (2609, 7827—37), Donescu Florin (7610, 27—30, 7828, 74—6, 8, 9, 933, 5), *L. 22* cl. X Atanasiu Dragu (7820, 1, 3—5, 30, 40, 2, 5, 9, 51, 9)) Gavrilescu Ionel (7823, 4, 7—32, 5, 7, 42, 73—5, 9), Kauffmann Miron (7827, 9, 35, 43, 64, 73—6, 8. 83, 95), Minea Gh. (7839, 47, 72, 83, 3, 907, 23, 5, 301, 1, 3, 4, 9—41, 3, 57, 60), Puiu Valentin (7820, 4, 40, 2, 3, 5, 4, 51, 3, 80, 93, 907, 18, 23, 5), *Sergiescu Vlad* 17768—71, 3, 6, 7, 81—8, 90, 1, 5, 7—9, 807, 8, 11, 2, 5, 17—21, 3—5, 27—37, 9, 40, 2—7, 51, 9, 64). *L. 24* cl. VII Alexandrescu Silvia (2596——9, 601, 3, 4, 6—9), Herescu Rodica (2597—601, 3, 4, 6, 7), cl. VIII Ilieş Victor (2596, 7, 9, 604, 13, 4, 7, 32), cl. IX Ilieş Andrei (2609—11, 27, 30, 46, 7827, 30, 5, 74, 8, 9, 933, 4), *L. 27* cl. VI Mighiu Simina (2601, 4, 14, 8, 31, 42, 5), cl. VIII Burcea Elena (2596, 8, 9, 601, 6, 27, 32, 3, 6, 7933), *L. 28* cl. IX Tudose Dan (2609, 10, 27, 8, 30, 7827—30, 3, 78, 9), *L. 30* cl. VII, Comănescu Aurelian (2597, 601, 4, 6, 13—6, 8, 20, 1), Rădulescu Iancu (2597, 601, 4, 6, 12—5,. 8, 32), *L. 32* cl. VI Milcoveanu Anton (2597—602, 13, 4), *L. 34* cl. VII Gonzacenco Constantin, (2599, 600, 6—8, 14, 8, 9, 21—3, 8, 7933), *L. 36* cl. VII Carabineanu Adrian (2600, 2, 9, 13 8, 21, 9, 32, 3, 43, 46), *L. 37* cl. X Bucur Gh. (7827—30, 3, 4, 74, 5, 8, 9, 933, 5), *L. 39* cl, VII Ioniţă Georgeta (2597—9, 601, 4, 6—8), cl. IX Guidea Cristian (2609—12, 27, 8, 7827. 9, 30, 5, 9), *L. pedagogic* an I Năstase Viorela (2598, 606, 23, 5, 7, 8, 30, 7827, 9, 35, 78, 933, 5), Tudor Niculina (2606, 23, 5, 7, 8, 30, 7827—9, 35, 78, 935). *Lic. G . Şincai* cl. X. *Herling M* (7861—3, 5—8, 61, 3—9, 83—6, 90, 1, 3, 6, 7, 9, 901, 2, 4, 7, 8, 9, 11—13, 8, 9, 20, 2—6 8, 9, 30—2, 8).

BUHUŞI. (Bacău). *S.g. 1* cl. VIII Pop Dan (2599, 607—9, 13, 4, 8, 9), *S.g.* cl. VII Vîrlan Elena (2600—2, 4, 6—9), *L. 1* cl. VI Rusu Niculina (2596—600, 5, 14—6), cl. VII Aciobăniţei Maria (2601, 4, 6—8, 19, 20, 3), Solomon Constantin (2600—2, 4, 6—9).

BUŞAG (Baia Mare). *S.g.* cl. VI Dragomir Vasile (2596—8, 13, 5, 32—4), cl. VII Goie Ana (2600, 5, 7, 9, 19, 20, 3, 43), Paşca Radu (2600, 6, 7, 9, 18—20, 3, 43), cl. VIII Dragomir Gh. (2606—9, 11, 23, 7, 30, 46).

BUZĂU. *S.g. 1* cl. VII Alion Georgeta (2604, 8, 17—20, 2—4), *S.g. 6* cl. VI Miroiu Adrian (2600, 1, 6, 8, 13—5, 34, 8), *L. 1* cl. X Daneţ Nicolae (7820, 1, 9, 30, 5, 43, 74, 81, 3, 925, 8, 32, 60), *Gavrilă Şerban* (7822, 6, 44, 7, 60, 2, 3, 5—72, 7, 81, 3, 9, 92, 7, 900, 1, 10, 2, 21, 3, 5, 8, 30, 1—3, 40, 64, p). *S.g. 2* cl. IX Bălănescu Cristina (2627, 30, 7830, 4, 73, 8, 9, 933—7).

BUZIAŞ (Banat). *L. 1* cl. VI Beinglas Claudia (2596—9, 601, 2, 6, 8, 9), Drăgănescu Ana (2596—9, 601, 4, 6, 8), cl. VII Antonescu Mirela (2596—9, 601, 4, 6, 11).

CALAFAT. *L. 1* cl. IX Dobrin Mielu (2609, 27, 30, 46 ; 7827, 9, 33, 5, 74, 5, 9, 9140).

CARACAL (Oltenia), *L. 1* cl. VIII Cocşor Gheorghe (2639, 47, 7933—7, 9—41, 57), *L. 1* cl. V Dalea Cornel (7825, 7, 8, 9, 64, 74, 9, 83, 5, 920, 3, 5, 8, 30, 1, 3, 5)), Păunică Mariana (2825, 7, 74, 9, 920, 3, 5, 30, 3), Stoica Gudorel (7821, 4, 5, 7—31, 5, 64, 7, 74, 9, 83, 5, 913, 4, 20, 3, 5, 8, 30—7, 40, 1, 5, 60, 4).

CARANSEBEŞ. *L. 1* cl. V Budrugeac Dorina (2597, 9, 613—5, 613—5, 61, 3, 4), Tinca Adrian (2596, 8, 613, 4, 6, 32—4), cl. VI Oprea Gabriela (2617, 9, 21, 32—4, 6, 8), cl. VII Poiană Dinu (2604, 6, 13, 7, 8, 20, 32, 43, 6), Rusu Mircea (2604, 7—9, 13, 5, 7, 8), cl. VIII Poaiana Zoe (2597—9, 601, 4, 6—8, 14, 5), Romanescu Adrian (2596—9, 601—9, 11), *L. 2* cl. VII Şendroiu Elvira (2598, 607, 23, 32, 3, 6, 7, 9, 41), Wermescher Liane (2598, 654, 8, 23, 32—4, 6).

CAREI. *L. 1* cl. IX Haller Izabella (7828, 33, 62. 9, 74, 5, 9, 913, 33—5, 9, 57).

CARTOJANI. *S.g.* Cîrstea Ion (2596—602, 13—6, 8—20, 31—3, 5—6).

CALAN (Hunedoara). *S.g.* cl. VIII Cosma Eugenia (2598, 600, 7, 13—5, 20, 1, 3, 32, 3), *L. 1* cl. IX Anghel Tamara (7820, 4, 7—30, 3—5, 7, 40, 2, 83), Oancă Marius (7820, 3, 4, 7, 9, 30, 3, 5, 7, 40, 2, 74, 9, 935).

CĂLĂRAŞI (Bucureşti). *L. 2* cl. X Ilie Nicolae (7827, 8, 30, 9, 42, 4, 74, 8, 9, 83—5), Munteanu Ion (7827, 9, 30, 4, 5, 42, 74, 6, 8, 9, 83, 5, 939, 40, 1), Miţu Marian (7877, 8, 30, 4, 5, 74, 6, 8, 9, 83, 5, 933, 9), Radu Gh. (7827, 8, 30, 5, 41, 74, 5, 8, 9, 83, 5, 933—6, 42).

CĂLDĂRARU (Argeş) *S.g.* cl. V Voica Tănţica (2596—9, 613—6, 32, 3), cl. VII Tănăsescu Marcel (2604, 6, 8, 19, 20, 2, 8, 39, 43).

CĂLIMĂNEŞTI (Argeş) *L. 1* cl. IX Fortună Maria (2609, 27, 30, 7827, 8, 30, 5, 74, 8, 9, 933, 5).

CEHU SILVANIEI (Maramureş). *L. 1* cl. X Pop Alexandru (7827, 30, 1, 5, 64, 7, 74, 8, 9, 85, 925, 33, 40, 4), Pop Nicolae (7823, 7, 30, 1, 4, 5, 64, 7, 74, 6, 8—80, 5, 925), 33, 44), Zoicaş Ioan (7827, 8, 30, 1, 4, 67, 74, 5, 8, 9, 85, 925).

CEICA (Crişana). *S.g.* cl. VIII Troie Valeriu (2613—9, 21, 5, 6, 8, 30, 2—5, 8, 9, 43, 4, 6, 8, 7846).

CELARU (Oltenia). *S.g.* cl. VI Fieraru Ioana, Ghinea Tudoriţa, Ilie Floarea, Oprişica Alexandru (2597—601, 6, 13, 20), Ciocîrlan Stelian (2597—601, 6, 13, 20), Preda Marian (2606, 8, 15, 8, 20, 32, 3, 8, 43), cl. VII Gînd Doru (2601, 2, 4, 18—20, 36, 9, 43), Leoveanu Constantina (2604, 18—20, 36, 8, 9, 43), Petcu Maria (2602, 7, 9, 11, 4, 8—20, 4, 37, 43), cl. VIII Dinu Floarea, Iliescu Elena, Tiţa Opîica (2609, 23, 43, 7827, 74, 9, 933, 4, 41).

CIACOVA (Banat). *L. 1* cl. V Koncz Ştefan (2596, 8, 613—5 31—4).

CISNĂDIE. *L. 1* cl. XI Ciocanu Marian (7893, 913, 20, 3—5, 7, 8, 30—2, 44, 9).

CÎMPENI (Cluj). *L. 1* cl. X Mircea Ion (7821, 3—5, 32, 3, 5, 7, 9, 42, 73—5, 8, 9, 83, 5, 933—5, 7—41), Pleşa Ioan (7821, 3—5, 7—30, 2—7, 9, 42, 3, 73—5, 8, 9, 83, 5, 913, 23, 5, 8, 33—5, 7—41).

CÎMPIA TURZII. *S.g. 14 cl. V* Suciu Gh. (2596—9, 614—6, 3q—4), cl. VII Prazu Ioan (2600, 4—6, 8, 11, 4, 20, 3, 7, 40), cl. VIII Popa Maria (2614—6, 9, 20, 3, 4, 32—4, 6), *L.* cl. IX Adi Octavian (2610, 30, 46, 7829, 33, 64, 75, 87, 916, 33, 5, 9—41, 57), Barbu Ştefan (2610, 27—30, 7827, 9, 31, 3, 6, 73—5, 8, 9), Bogdan Octavian (2609, 10, 27—30, 46, 7827—30, 2—6, 73, 4, 7—9, 85, 933, 6, 8, 40, 1, 4, 7, 57), Bretoiu Sorin (2609, 10, 27, 8, 30, 7827—3, 6), Copîndean Angela (2609, 27—30, 7827, 9, 30, 74, 8, 9, 933, 5, 6, 57). Devian Iosif (2609, 10, 30, 45, 7827, 9, 30, 5, 78, 9, 934, 9), Ignat Gh. (2600, 29, 46, 7827—9, 33, 5, 74, 5, 933, 9—41, 57), Parduţiu Mircea (2609, 27, 30, 46, 7827, 30, 73, 4, 8, 9, 134—6, 41, 57), Romaşcanu Emil (2611, 27, 30, 46, 7829, 4, 6, 7, 67, 9, 70, 3—6, 8, 85, 7, 910, 16, 32—41, 64), cl. X Ciucurean Marius (7820, 1, 4, 5, 7—30, 2, 5, 42, 4, 5, 73, 4, 8, 9, 83, 5, 7 913, 20, 8, 31—6, 41, 60, 4), Coţa Ana (7820, 3—5, 7, 30, 2, 5, 73, 4, 6, 8—80, 5), Ganea Marius (7820, 1, 4,5, 7—30, 2, 3, 5, 42, 4, 5, 73, 5, 8, 9, 83, 5, 7, 913, 20, 8, 31—6, 41, 57, 60, 4), Giurgiu Ilie (7820, 4, 5, 7, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 85, 925, 31, 3—5), Gogot Tiberiu (7825, 7, 8, 30, 4, 5, 74—9, 85, 932, 3, 5), Ionescu Mugur (7824, 4, 7—31, 5, 73, 4, 6, 8, 9, 85, 933), Pop Ilie (7820, 1, 4, 5, 7—30, 3—5, 45, 78, 9), Romaşcanu Cornel (7825, 7, 8, 30—2, 5, 8, 73, 6, 8, 9, 81), Tulai Ion (7827, 8, 30, 73—5, 8, 9, 923, 5, 33, 4, 6, 41).

CÎMPINA. *S.g. 1* cl. VII Brăteanu Victoria (2599, 601—8), Cernat Adriana (2599, 601, 2, 4—8), Cucu Elvira (2601—8), Nanu Adrian (2599, 601, 2, 4—8), Stelian Valeriu (2599, 601—8), Spătaru Florică (2598, 601, 2, 4—8, 33, 8), Stoican Aurel (2598, 602, 4, 7, 8, 33, 6, 8), cl. IX Simaciu Ion (2609, 10, 27, 9, 30, 46, 7830, 74, 8, 9, 933—5, 40, 1), *L. 1* cl. X Bogdanovici Adrian (7829, 33, 4, 74, 923, 5, 8, 31, 3, 5—7), Ciucă Gh. (7827, 8, 30, 64, 73, 6, 8, 8, 9, 923, 5, 8, 933—6), Grădinescu Victor (7824, 36, 7, 84, 913, 23—5, 8, 30—4, 9, 40, 4), Harapu Adrian (7866, 74—6, 8, 9, 83, 5, 923, 5, 8, 33—6), Iorga Candia (7827, 9, 30, 2, 3, 5, 74—7, 9, 80), Lepădatu Lorena (7827—31, 3, 5, 73, 4, 6, 9, 85), Tănăsescu Aurel (7827—30, 2, 3, 5, 73, 5, 8, 9, 83, 5), Vasile Ion (7827—30, 74, 9, 85, 914, 23, 5, 33, 5, 41), Văcaru Nicolae (7827—30, 74, 5, 8, 9, 85, 925, 33, 5, 41, 57), Vlad Lucian (7827—80, 2—5, 73—6, 83, 5), cl. XI Marin Ion (7825, 37, 48, 9, 52, 3, 918, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 42, 44, 64), *L. 2.* cl. VI Ştefănescu Magdalena (2596, 7, 9, 601, 2, 13—6), cl. X Căpraru Marian (7821, 4, 7—31, 4—6, 40, 73, 4, 6, 8, 9, 85, 911, 25, 33—5, 7, 9—41), Vişa Florin (7821, 5, 7—31, 5, 40, 2, 73—5, 9, 83, 5, 925. 31, 3, 5, 9—41, 4, 6, 57), cl. XI Rădulescu Maria (7820, 1, 3—5, 9, 46, 918, 20, 1, 5, 8, 31).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *L. 1* cl. IX Didei Ioan (2608, 11, 27, 9, 30, 7827, 31, 74, 8, 9, 933—5), Scurtu Viorel (2609, 11, 27, 9, 30, 46, 78227, 30, 1, 74, 5, 8, 7), cl. X Sestac Ana (7821, 5, 7, 9—31, 64, 75, 6, 85, 923, 3).

CÎMPULUNG MUSCEL *L. 2* cl. IX Măgureanu Elena (2609, 27, 7827, 30, 5, 74, 6, 8, 9, 933, 5, 9), Stănescu Elena (2609, 27, 30, 7827, 30, 5, 74, 8, 9, 933—5).

CLUJ. *S.g. 3* cl. VII Murariu Mihaela (2597—604, 6—9, 7827), *G.g. 4* cl. VII Goşea Lidia (2600, 1, 4, 6—9, 11, 2), S.g. 5 cl. VIII Horvath Vasile (2606—11,—2—4, 7), *L. G. Bariţiu* cl. VI Popa Mihaela (2598, 601, 5, 6, 8, 13, 5, 8), cl. VII Gavriş Sorin (2601, 4—8, 17, 8), *L. Em. Racoviţă* cl. VI Cîmpean Căşin (2596, 9, 601, 2, 13—5, 8, 20, 32—4), Dragoş Fulviu (2596—9, 601—3, 6, 8, 14), Fodor Gabriel (2596, 9, 601, 2, 13—5, 8, 20, 32—4), cl. VII Popa Adriana (2601, 3, 4, 6, 7, 14, 32, 4, 43), Tecşa Ileana (2613, 4, 7, 8, 21—4, 32, 4), *L. G. Coşbuc* cl. VIII Andrei Cornel (2604—10, 22, 3), Mărgineanu Mircea (2605—10, 22, 3, 7), cl. IX Barbul Monica (2609—12, 30, 7827—35), *L. 8* cl. VI Popescu Mircea (2598, 600, 8, 13—5, 9), cl. VII Boboc Elena (2597—9, 601, 4, 6, 14, 32), Grigore Liana (2597—9, 602, 4, 6, 7, 9), Zamfir Felicia (2597—601, 4, 6, 8), Stamate Mircea (2601, 4—10, 30), cl. VIII Pop Lavinia (2604—10, 22), cl. IX Antonescu Domnica (2609, 10, 27—30, 7827, 30, 73, 4, 8, 9), Chintoanu Radu (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 73, 4, 8, 9), Comănescu Sorin (2609, 10, 27, 30, 7827, 8, 30, 75, 8, 9), Cristian Flaviu (2609, 10, 12, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9), Damian Alex. (2609, 27—30, 7827, 9, 30, 74, 7—9), Ghiurfălean Ioan (2609, 12, 27, 30, 7827, 9, 30, 1, 74, 6, 8, 9)i Mihălceanu Dan (2609, 10, 27—30, 7827, 30, 74, 8, 9, 957), Nedevschi Sergiu (2609, 12, 27, 30, 7827—33, 5), Oraş Mariana (2609, 10, 27, 8, 30, 7827, 30, 4, 74, 6, 9, 933), Serforinia Filipoi (2609, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 3, 5, 77—9), Vasiliu (2609, 10, 27—30, 8727, 30, 73, 4, 8, 9), cl. X Cîmpian Gh. (7825, 8, 30, 2, 3, 5—7, 40, 5, 80, 1), Favrea Ioan (7820, 1, 4, 5, 7, 9, 30, 2, 3, 7, 40, 5),

Klein Iuliana (7820, 33, 5, 42, 5, 74—6, 8, 9, 81, 5), Matcaboji Horia (7820, 1, 4, 5, 8, 30 4, 6, 7, 2, 79, 83), Pop Luca (7821, 4, 5, 9, 30, 2, 40, 2, 80, 4, 5, 7), Tudoran Tudor (7820, 1, 3—5, 7—30, 2, 3, 6, 7, 40, 2), *L. 10* cl. VII Mişan Ioan (2596, 600, 1, 4, 6, 8, 13, 4, 9, 32—4, 6, 43), *L. 11* cl. VIII Csomas Peter (2596, 7, 9, 600—2, 4, 6—8), Csehi Vera (2596—602, 4, 6, 8), cl. VIII Gyorgy Eva (2596—601, 6, 8), Szilagyi Akas (2597—601, 4, 7, 8), *L. 14* cl. X Costea Remus (7827—30, 3, 5, 8, 42, 74, 8, 9, 83), *L. 15* cl. VI Călina Dăncuş (2596, 7, 9——602, 6, 8, 13—6, 8, 20), Dăscălescu Lucian (2596—601, 4 , 6, 8, 11), Dragomir Radu (2597——601, 4, 6, 8, 14), Horvat Viorica (2596, 7, 9, 600, 4, 9, 13, 4, 32), Neamţu Marin (2596, 7, 600—2, 16, 32—4), Ţigăreanu Sorin (2596, 7, 600, 6, 11, 20, 32—4), cl. VII Cîmpian Dorin (2596, 8, 600, 7, 8, 13, 6, 20, 34), Hudrea Marilena (2596, 7, 600, 6, 13, 6, 9, 20, 4), Maniu Dorina (2600, 6, 13, 6, 9, 20, 4, 34), Pantea Claudiu (2596, 8, 600, 7, 813, 6, 20, 34), Săplăcan Constantin (2598, 607, 18, 24, 9, 32—4, 6), Vartolomei Elena (2600, 6, 7, 13, 6, 8, 20, 34), cl. VIII Astalaş Cristian (2596, 7, 9—601, 6, 7, 10, 1), Cosma Angelia (2695, 7, 9, 601, 6, 17, 20, 2, 3, 31—4), Fechete Sorin (2596—601, 4, 6, 7, 9, 11), Florica Emilia (2596, 7, 9—601 6, 7, 9, 11), Moldovan Cornel (2596, 604, 12, 33, 3, 31, 2, 4, 6, 7924), Olteanu Doina (2597 9, 600 m 6—10).

CODLEA (Braşov). *L. 1* cl. VIII Georgescu Lucia (2639—41, 3, 5—7, 7934, 57).

CONSTANŢA. *S.g. 2* cl. VI Popescu Mircea 2597—601, 6, 8, 13—5 m 8, 20, 1, 32—4, 7957), *S.g. 12* cl. VI Brucker Marian (2598, 600, 1, 14, 5, 8, 20, 1), Ciocu Rodica (2598—601, 5, 6, 8, 14), Ciugureanu Adina (2598—601, 4—6, 8, 14, 8), *S.g. 18* cl. VII Culeţu Mihai (2597 ——9, 604, 7, 23, 31—8), cl. VIII Avesalon Eugen (2604, 5, 7, 18, 9, 23, 7827, 30), Culeţu Cristu (2600, 1, 4, 7, 13, 4, 7, 22, 7, 30—5, ,7, 8, 7827, 79), *S.g. 24* cl. VIII Busuioc Romeo (2596 ——601, 6, 32—4, 6), Custura Gabriel (2505—12), Dropol Mircea (2598, 600—2, 7—9, 11, 23, 5) Sarica Tinca (2600, 4, 6—10, 2), Vîlcu Alexandru (2600, 15, 7, 8, 23, 9, 31—9, 43, 6), Zamfir Doina (2605—12), Nazaria Cristian (2597—600, 13—6, 23), *L. 1* cl. IX Apolozan Adrian, (2622—4, 6—30, 7874, 5, 8, 9), Dagla Ion (2609, 27—30, 7827, 8, 30, 4, 74, 8, 9, 933), Dorneanu Mihail (2622—4, 6—30, 7827, 32, 74, 5, 8), Ivaneş Mircea (2627—30, 7874—6, 8, 9, 933, 4, 9, 1), Munteanu Constantin (2609, 10, 28, 30, 7827—30, 4, 5, 74, 5, 8, 9), cl. X Persoi, Radu (7864, 5, 7, 9, 70, 3, 4, 6, 8—80, 6, 7), cl. XI Ine Sanda (7821, 4, 40, 2, 3, 5, 7—50, 3, 62, 5—7, 81, 4, 6, 9, 91, 3, 900, 18, 28—30, 2, 49, 51, 8—60, 4), Mîndruţa Rodica (7847 8, 52, 3, 918, 20, 1, 3, 9—32, 44, 9, 57, 9, 64), Ştefănescu Radu (7820, 3—5, 7, 42, 5, 7, 53, 5, 60, 72), L. 2 cl. IX Mihailovici Dragoş (7827, 30, 5, 78, 9, 933—6, 9, 40, 4), Niţulescu Liliana (7827, 30, 5, 78, 9, 933—6, 9—41), Pintea Georgeta 2609, 27, 7827, 30, 4, 78, 9, 933—6, 42), Răileanu Dorina (7823, 7, 30, 4, 5, 933—6, 8, 41, 4), Voica Luminiţa (7827, 30, 5, 78, 9, 933—6, 9—41), Voinescu Eleonora (7873—5, 8, 9, 933—5, 8—41), cl. X Neguţ Eugen (7827, 9, 35, 7, 42, 3. 5. 78, 80, 5, 7, 993), *L. 3* cl. VI Văru Rodica (2597, 600, 13, 4, 8, 32, 4, 6, 7957), Besnea Ileana (2613—5, 8, 20, 32—4, 6, 43, 7957), Drăghilă Angela (2597—9, 6, 13, 5, 30, 32, 4, 7157), cl. VIII Avramescu Mircea (2607, 8, 13—5, 8, 23, 32—4, 6, 7, 9, 43, 6), Caitaş Aurelian (2609, 10, 13, 21, 3, 41, 6, 7933, 5, 57), cl. IX Safta Elena (7829—34—8, 48, 52, 4, 67, 74, 87, 910, 39, 40, 9, 50, 64), cl. X Bădescu Mihai (7825, 7, 9, 3p, 5, 40, 4, 5, 78, 80, 933, 5), Drăgjici Mioara (7824, 42—5, 83, 4, 7, 908, 10, 3, 49, 57, 60), Encica Stelian (7820, 1, 4, 5, 7, 8, 30—2, 42, 4, 5), Oprescu Mariana (7824, 42, 3, 5, 73, 4, 7, 908, 10, 13, 23, 5, 31, 49, 57, 60), Poenaru Paraschiv 7820—5, 7—8, 30—2, 4, 40, 2—6, 83—5), Popescu Rodica (7821, 7, 30, 42, 4, 83, 4, 908, 10, 3, 60), Safta Nicolae (7821, 3, 5, 7, 9, 30, 4, 5, 7, 8, 9, 78, 83, 925, 31), cl. XI Atanasiu Adina (7825, 9, 45, 7, 8, 53, 910, 3, 8, 20, 3, 5, 31, 49), *L. 4* cl. X Mircea Maria (7820, 3—5, 7—30, 4, 5, 7, 67, 73, 4, 6, 8, 9, 83—5, 7), cl. X Niculescu Dumitru (7821, 5, 42, 67, 77, 9, 80, 3, 8, 925, 31, 4, 5, 49, 94), Petre Vasile (7825, 7, 9, 30, 5, 42, 67, 73, 4, 6, 8, 9, 84, 5, 7), Popa Virgil (7812, 5, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 73, 4, 7—8, 5, 935), Stamatescu Laurenţiu (7821, 5, 7, 9, 30, 5, 7, 42, 67, 67, 73, 7, 8, 80), Udrescu Viorel (7821, 4, 5, 7, 9, 32, 5, 8, 76, 8, 80, 5, 9, 931, 3, 5, 7), cl. XI Niţu Nicolae (7820, 1, 4, 5, 7—9, 35, 7, 42, 5, 7, ,9 51, 3).

CORABIA (Oltenia). *L. 1* cl. X Cristea Marin (7827, 8, 30, 6, 45, 74—6, 9, 80, 5, 931, 40).

CORBU (Argeş). *S.g.* cl. VI Gina Georgel (2597, 8, 601, 4, 8, 15, 32, 8).

CORLĂŢEŞTI (Ploieşti). *S.g. 33* cl. VII Neacşu Ion (2599, 606, 8, 14, 5, 8, 9, 20, 9).

CORNU (Ploieşti). *S.g.* cl. VII Burlacu Gh. (2618, 35—9, 41, 3).

COSTEŞTI (Argeş). *L. 1* cl. X Constantinescu George (7821, 5, 7—33, 74, 6, 8, 9, 925, 33). cl. XI Bădiţă Anghel (7820, 25, 49, 85, 93, 918, 20, 5, 7, 31, 2), Ionescu Florin (7820—5, 42, 9, 51, 85, 93, 918, 20, 3, 5, 7, 30—2, 57).

COSTEŞTI (Ploieşti). *S.g. 6* cl. Fotea Teodor (2596, 600, 1, 14—6, 9, 27, 32, 3), Scarlat Nicolae (2600, 1, 14, 6, 9, 27, 33, 4, 6).

COSTICA (Bacău). *S.g.* cl. VI Archip Valerian (2597—9, 14, 6, 32—4, 43), Năsiescu Viorel (2608, 9, 13—5, 9, 21, 43), cl. VII Mocanu Elena (2597—9, 606, 8, 9, 14, 8, 34), cl. VIII Cosma Elisabeta (2607, 14, 5, 9, 22, 7878, 9, 933).

CRACLIA (Suceava). *S.g.* cl. VIII Livianu Maria (2597—9, 601, 4, 6—8, 13—5, 7, 8, 22, 3, 5, 8, 30).

CRAIOVA. Absolvent Bătrînca Ion (7832, 6, 65, 73, 6, 85, 9, 91, 916, 20, 3, 5, 70—3, 41, 3, 64), *S.g. 7* cl. VIII Posoiu Paul (2609, 13, 5, 8, 9, 23, 7, 32—4, 6, 8, 43), *Sg.. 23* cl. VII Spineanu Florin (2604, 6—9, 18, 21, 3), *L. 1* cl. VII Gorunescu Florin (2597—601, 3, 4, 6—8), cl. VIII Pogonam Florin (2596—604, 6, 8, 9, 11, 27), cl. XI Bălan Virgil (7820, 1, 3, 4, 37, 45, 7, 9, 51—4, 85, 918, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 31, 2, 43, 64), Diamandescu Aurel (7820, 1, 3—5, 7, 9, 40, 2, 5, 9, 51, 3), *L. 2* cl. V Tuțescu Suzana (2596, 8, 600, 13, 4, 6, 31, 3, 4), cl. IX Belu Silvia (2627, 8, 30, 45, 7827—30, 3, 5, 74, 5, 8, 9), Constantinescu Cornel (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, *P*, 78,9, 933—5, 41), Iovna Marcel (2609, 10, 11, 27, 8, 30, 7827—30, 2, 4, 78, 9), Răduț Silvia (2609, 29, 30, 7827—30, 5, 74, 8, 9, 933), cl. X Barna Emil (7824, 27—9, 35, 7, 74, 9, 8, 933), Iănuț Ștefan (7827, 9, 30, 2, 5, 74, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 33, 5), Cergă Viorel (8827—30, 5, 73, 4, 6, 7, 9, 85, 933, 41) Cosma Otonel (7827—32, 5, 74—6, 9, 85, 907, 11, 23, 5, 33—5, 41, 57), Dragomir Ion (7827, 9, 30, 2, 5, 74, 6, 8, 9, 85, 923, 5, 33, 5). Florescu Ion (78,7—230, 5, 67, 74, 6, 7, 9, 80, 5, 933, 5, 57), Golumbeanu Virgil (7827, 8, 30, 4, 5, 74 5, 9, 933—6, 51), Neamțu Lucian (7823—5, 7—30, 3—5, 74, 7, 8, 85), Predescu Virgil (7827, 9—31, 5, 73, 4, 9, 908, 11, 23, 5, 33, 5, 41, 57), *L. 3* cl. VI Ionescu Daniela (2597—9, 601—4, 14), cl. VII Căşinescu Lila (2596, 9, 600, 6, 9, 23, 32, 4, 40), Juga Violeta (2596, 7, 9—601, 4, 6, 8, 9), Marinescu Florentina (2599, 600, 6, 9, 23, 32, 4, 40), Vlăduț Valeriu (600, 1, 3—8, 19), *L. 4* cl. XI Dicu Nicolae (7821, 3—5, 7—9, 35, 67, 77—9, 85). *L. pedagogic* cl. VII Nita Viorel (2597——601, 4, 6, 7), *S. muzică* cl. VI Ivan Florentina (2596, 8, 9, 601, 6, 8, 13, 5). *L. ind. const.* an I Marian Mihai (2627, 9, 30, 7827, 30, 7827, 30, 1, 5, 73, 4, 6, 8, 9, 933), Popa Paul (2627, 9, 30, 7827, 30, 1, 5, 78, 9, 933—5), Velcea Veronica (2595, 611, 7785, 827, 30, 5, 73, 8, 9, 933, 5). *L. ind. energetic* an I Mitroi Ion (2627, 9, 30, 73, 4, 8, 9, 933, 4), Pîncu Eugen (2609, 27—30, 7829, 30, 2, 4, 74, 8, 9), Preoteasa Ion (2627, 9, 30, 7830, 1, 4, 5, 7,4 6, 9, 933—5), Privantu Dumitru (2627—9, 91, 3, 7830, 1, 4, 5, 74, 6, 8, 9).

CUGIR (Hunedoara). *L. 1* cl. IX Stănică Ioan (2609, 20, 7827—33, 5, 68, 73, 9), Chiriţoiu Rodica (2609, 10, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 3—5, 79), Haneş Maria (2571, 91, 5, 609, 7727, 33, 7, 9, 30, 5, 73, 8).

CURTICI (Banat). *L. 1* cl. V Doha Francisc (2596—602, 6).

CREŢEŞTI — SUS. *S.g.* 11 cl. VII Bazgan Gh., Drahna Marcel, Organ Valerou, Păsăreanu Liliana (2600—4, 6—8).

CUCUIEŢI (Bucureşti). *S.g.* cl. VIII Dorobanţu Ştefan (2608, 23, 7, 39—41, 3, 4, 7934).

CUDALBI (Galaţi). *S.g.* cl. VII Caşu Paraschiva (2599—602, 8, 13—6, 8, 23), Pricope Marghioala (2601, 2, 7, 8, 13—6, 8, 23).

COMARNIC (Ploieşti). *L. 1* cl. XI Aldasoro Augustin (7820, 1, 3—5, 41, 2, 4, 5, 9, 64, 7, 84, 6, 93, 6).

COMĂNEŞTI (Bacău). *L. 1* cl. IX Ardeleanu Alexandrina (2609, 10, 27, 9, 27—30, 7874, 5, 8, 9, 933—6, 9, 41), Insurăţelu Dumitru (2609, 27, 8, 30, 46, 7827, 9, 30, 74, 5, 8, 9, 933—6, 9, 41), cl. X Anăstăsoaie Viorel (7827—30, 4, 5, 42, 5, 9, 933, 4, 41, 47). Creţu Vasile (7827—30, 4—6, 42, 74, 9, 83, 4).

DAIA (Bucureşti). *S.g.* cl. VII Cristian Ioana (2617—21, 4—6), Slavu Marioara (258, 600—2, 4, 6—8).

DARABANI (Suceava). *L. 1* cl. X Aionese Mihai (7820, 1, 3—5, 7—30, 2—5, 7, 40, 2, 5).

DĂBULENI (Oltenia). *L. 1* cl. X Negriţoiu Mişu (7820, 4, 7, 30, 4, 40, 2, 74, 5, 8, 9, 923, 5).

DEJ (Cluj). *L. 1* cl. VIII Guia Smaranda (2580—9, 91, 4, 5, 606—12, 7827, 9), Gruia Lucian (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 9, 74, 6, 8, 9, 83, 5, 25, 31, 3, 5), *L. 2* cl. VIII Costin Carmen (2598, 615, 8, 9, 23, 7, 30, 7), Leiţoiu Sorin (2576, 9, 81—4, 7—9, 7—601, 3—9, 14, 5, 7—9, 21, 7, 32—4, 7827, 8). Marin Inocenţiu (2596, 606, 8, 11, 3—5, 8—20, 3, 7), Rusu Marius (2597, 8, 615, 18, 34, 6, 8, 41, 7878, 933), cl. IX Ciobotaru Gabriela (2594, 609, 11, 27, 8, 30, 7830, 1, 4, 64, 74, 5, 8, 9), Mund Tiberiu (2594, 609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9—32, 74), Somcutean Cornel (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 3, 5, 74—6, 8, 9, 933, 4), cl. X Băle Gavril (7821, 4, 7, 9, 30, 5, 42, 74, 8, 923, 5, 31, 3), Glodean Vasile (7824. 7, 30, 4, 7, 67, 74, 9, 920, 3, 5, 31, 3), Peter Călin (7821, 3—5, 7—30, 3, 9, 74, 6, 8, 83, 5), Precup Romulus (7821, 9, 31, 4, 42, 67, 76, 85, 923, 5, 8, 33, 4), cl. XI Barth Ferenc (7820, 1, 3—5, 37—9, 42, 5, 6, 9, 51, 3, 4), Baroldi Adrian (2602, 613—5, 8. 9, 27, 9, 7827, 30, 74, 9).

DETA (Banat). *L. 1* cl. VII Ciurea Mioara (2573, 4, 6, 9, 80, 3, 5, 8, 46, 7, 9, 602, 7, 11), Mocofan Cornelia (2596, 7, 600, 2, 6, 8, 9—16, 8—22, 4, 5, 7, 32—5, 7827, 76, 8), Nicoli Tiberiu (2596, 7, 9—602, 4, 7, 8), cl. X Cnejovici Camensco (7821, 3, 7, 30, 1, 78, 9, 83, 923, 5, 8, 31, 3, 4, 41, 57), Cristoi Mircea (7821, 7, 30, 1, 78, 9, 83, 5, 923, 5, 31, 41, 67), König Hedwig (7821, 4, 4, 30, 1, 78, 9, 83, 5, 923, 5, 31, 5, 31, 3, 5, 41, 57), Sorcoi Rozalia (7821, 7, 30, 78, 9, 83, 923, 5, 31, 5, 41, 57).

DEVA (Hunedoara). *S.g.* cl. VI Petringenaru Rodica (2573, 4, 8, 9, 98, 9, 601, 3, 4),

DOBROTEASA (Argeş). *S.g.* cl. VIII Ivănuş Niculae (2573, 4, 7, 86, 600, 4, 6, 13. 4, 7, 23, 7, 7827, 74, 9).

DOROHOI. *S.g. 1* cl. V Beleşică Felicia (2596, 7, 9—602, 13—5), cl. VI Creţu Valerica 62594, 8, 600, 1, 2, 6, 13, 4), Repciuc Mariana (2594, 8, 9, 600, 2, 6, 13, 4), Vladimirescu condica (2596, 7, 9—602, 6, 13), cl. VII Chelineagră Gabriela (2596—602, 6), Macuc Veronica (5596—602, 6, 7), Roşca Constantin (2573, 9, 80, 98—600, 6, 8), cl. VIII Grigor Dorina (2598, „1601, 20, 32—4, 6, 7873, 4, 9, 933—5), *S.g. 2* cl. VII Burlacu Veronica (2596—8, 600, 4, —28), L. 1 cl. IX Corniciuc Dimitrie (2609, 12, 27, 8, 30, 7827—30, 5, 74, 8, 933, 5), Isac Dan (0297, 9, 607, 8, 13, 4, 7, 9, 20, 3, 7, 30, 7830, 1, 78), cl. XI Armaşu Virginia (7820, 3—5, 51, 67, 83, 5, 920, 3, 8), Ciopec Daniela (7820, **3—5, 40, 51, 83, 5, 923, 5, 31, 2, 64), Chon** Felicia (7820, 1, 3—5, 42, 5, 51, 64, 7, 85, 914, 20, 3, 5).

DRAGALIN (Bucureşti). *S.g.* cl. VII Catrina Ion, Constantinescu Lucica, Dobre Florica, Dumitru Georgeta, Preda Tudora (2600—4, 6—8), cl. VIII Belivacă Nicolae (2660—4, 6—8, 10, 1, 3).

DRĂCŞANI (Bucureşti), *S.g. 1* cl. VIII Georgescu Anton (2597, 605—9, 13, 5, 9, 23), Patraşcu Ion (2584, 6, 94, 606, 7, 23, 8, 30).

DRĂGĂNEŞTI -Olt. *L. 1* cl. XI Durigu Mircea (7820, 2, 3, 6, 38, 9, 42, 4, 6, 8, 52, 3, 924, 6).

DRĂGĂŞANI (Argeş). *S.g.* cl. V Cuculici Traian (2596—9, 11, 3, 5, 6), cl. VI Cuculici Corneliu) 2596—9, 613, 5, 6, 32, 3), Sterie Mitula (2596, 600, 1, 3, 4, 15, 6, 20), *S.g. 2* cl. VII Bălan Dumitru (2596, 8, 600, 1, 4, 6—8, 14, 5, 9), Căzănescu Luminiţa (2596—8, 601, 4, 6—8, 11), *L. 1* cl. VII Cretan Miron (2573.81, 3, 6—8), cl. VIII Brănescu Valentin (2596—9, 601, 4, 6—8), cl. X Ciungu Nicolae (7821, 3, 7, 30, 5, 74, 9, 83, 98, 51, 31, 3, 5), Lungu Ion (7820, 1, 7, 9—31, 3, 5, 42, 64, 74, 6, 8, 9, 83, 5), Popa Nicolae (7821, 3, 4, 7, 30, 1, 5, 42, 74—6, 8, 9, 83, 5, 6), Popescu Mircea (7821, 8, 30, 5, 67, 74, 6, 83, 914, 23, 5, 8, 31, 3, 4), cl. XI Pesa Ion (7820—5, 37, 8, 42, 5, 9, 51—3, 64, 7, 80, 3—5, 7, 93, 913, 20, 3, 5, 31, 2, 43, 4, 57, 74), Spiridon Gabriel (7821, 4, 5, 47, 9, 52, 64, 7, 84, 5, 920, 3, 5, 8, 31, 49, 64).

DUMBRĂVENI (Suceava). *L. 1* cl. XI Savanciuc Ion (7820, 1, 3—5, 40, 5, 52, 84, 918, 20, 1, 3, 5—7, 30—2, 53, 7, 60)

FĂGĂRAŞ. *S.g. 5* cl. VIII Gherasimov Adrian (2586—8, 94, 622, 3, 7, 9), *L. 1* cl. X Comşa Dorina (7827, 30, 1, 3—5, 42, 4, 73—5, 8, 9, 93, 5), *L. 2* cl. VIII Gheorghian Maria (2573—89, 94—9, 601—4, 6—9, 13, 5, 21, 3).

FĂGETU (Ploieşti). *S.g.* cl. VII Rădulescu Tudor (2597, 8, 600, 6, 7, 5, 8—20, 3).

FĂLTICENI (Suceava). *S.g. 3* cl. VII Herbedan Evi (2600—4, 6—8), *L. 1* cl. X Pescaru Gabriel (7827—30, 74, 5, 9, 923, 33—5, 41), cl. XI Nicolau Fănică (7845, 9, 51, 80, 90, 7, 20, 1, 3, 5, 8, 31, 2, 44, 9), *L. 2* cl. IX Eizicovits Simonel (2609, 27, 8, 30, 7827, 8, 30, 1, 73—6, 8, 9), fără profesie Gorovei Sorin (2573—6, 9, 81—3, 5—8, 95, 7785, 6, 802, 9).

FĂUREI (Galaţi). *S.g.* cl. VIII Panait Angheluţa (2604, 13—5, 8, 9, 23, 9), *L. 1* cl. IX Chiriţa Marian (2591, 5, 609, 27, 8. 30, 7830, 74, 5, 8, 9, 85).

FETEŞTI (Bucureşti). *L. 1* cl. X Zaharia Ion (7835, 7, 74, 5, 7—80, 2, 5, 933, 5, 9, 40, 9), cl. XI Pîrvulescu Roman (7830, 9, 73, 4, 9, 80, 3, 907, 13, 20, 1, 3, 5, 6, 30, 2, 59), Vasiliu Constantin (7830, 9, 73, 4, 9, 90, 3, 907, 13, 20, 1, 3, 5, 6, 30, 2, 59).

FETEŞTI GARĂ. *S.g.* cl. VI Sava Mariana (2573, 6—9, 96, 600, 18), cl. VII Pop Ioana (2573, 5, 6, 7, 9, 87, 96, 616).

FILIAŞI (Oltenia). *S.g.* cl. VIII Popescu Irinel (2597—9, 601, 3, 4, 7, 9, 13, 4, 6, 8—20, 2—4, 7874, 8, 9). cl *XI. Băluţă Constantin* (N, P)

FOCŞANI. *S.g. 7* cl. VII Iacob Dan (2576—9, 84, 7, 94, 600, 1, 5, 6, 8, 18, 9), *L. 1* cl. VII Iancu Adrian (2596, 7—9, 604, 6, 7, 10).

FRINCEŞTI DEZROBIŢI (Argeş). *S.g.* cl. VIII Paraschiv Dumitru (2579—81, 4, 8, 91, 4, 5).

FRUNTISENI (Iaşi). *S.g. 16* cl. VIII Onel Alexandru (2573—6, 8—84, 7, 94).

FURCENI (Tecuci). *S.g.* cl. VIII Breahna Emil (2596—601, 4, 6, 8, 11).

GĂEŞTI (Argeş). *L.* cl. IX Badea Gheorghe (2609, 27—30, 7827—31, 4, 5, 73, 4, 8, 9), Boinciuc Violeta (2609, 12, 28, 30, 7827, 30, 4, 74, 80, 912, 33, 40, 1), Grigore Eugen (2611, 27, 9, 30, 46, 7827, 30, 2, 4, 5, 78, 9, 911, 3, 6, 33, 4, 5, 40), Vişinescu Florin 2629, 30, 46, 7873, 4, 4, 8, 9, 911, 3, 6, 33, 4, 5, 40).

GĂIEŞTI (Iaşi). cl. VII Iacob Constantin (2606, 9, 23, 5, 7, 8, 30, 41, 3—5), cl. VIII Pintilie Ioan (2605, 8, 23, 5, 7, 8, 30, 9, 41, 3, 6), Prisăcaru Toader (2606, 23, 5, 7, 8, 41, 3, 4).

GALAŢI. *S.g. 21* cl. VI Petruc Iulian (2600, 1, 3, 32—4, 6, 7) cl. VII Crăciun Ioana (2617, 20, 3, 30, 5, 6, 9, 41, 9), Cringan Viorel (2601, 3, 4, 6—10, 9), cl. VIII Vîrlan Mariana (2604, 6, 43, 7827, 73, 8, 933, 5), *S.g. 24* cl. VII Goldman Georgeta (2599, 601, 2, 4, 6—9, 18—20), Lascu Marcela (2597, 9, 602, 6, 7, 18—20), Neguţ Mariana (2599, 601, 2, 6, 7, 8, 18—20), cl. VIII Costinicu Florin (2596—601, 3, 4, 9), Panait Virginia (2597.9, 601, 6, 8, 9, 18), Trandafir Hrisia (2599, 604—7, 9, 18, 23), S.g. 26 cl. VIII Buiucaş Monica (2602—21), *L. 1* cl. X Katz Marian (7824, 5, 7, 30, 5, 7, 42, 5), 67, 73, 4, 8, 9, 85), Sară Ion (7827, 8, 30 4, 5, 42, 74, 8, 9, 83, 6, 933), cl. XI *Oprea Vasile* (7822, 46, 8, 52, 81, 918, 20, 1, 3—6, 8,

30—3, 43, 59), 81, 9, 8001, 7, 42, 3, 53, 4, 79, 83 6, 94, 103, 7, 9, 11, 6, 30, 1, 2, 425, 7, 8, 9, *L. 3* cl. IX Neagu Dana (2609, 27, 8, 30, 7829, 30, 2, 3, 5, 73, 5, 8), Olaru Ana (2627, 8, 30, 45, 7830, 74, 8, 9, 933, 4, 9, 31), *L. 4* cl. VIII Ariton Petrică (2596—601, 5, 6—8), Mohorea Ion (2517—601, 4, 6—8), L. 6 cl. IX Burluc Ionel (2627, 30, 827, 8, 30, 3, 5, 74, 5, 8, 9, 934, 5, 41). Frățilă Eugenia (2613—5, 7—9, 20, 2—4, 8, 30), Grimberg Anton (2609, 27, 30, 7827—9, 33, 74, 5, 8, 9), cl. Mitrică Marinel (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 40, 5, 73, 4, 8, 9, 85), *L. ind. metalurgic* an I Marinescu Petre (2627, 8, 7827, 8, 30—2, 45, 74, 8, 9, 85, 934).

GĂLĂȚENI (București) *S.g.* cl. VIII Cernea Ioana (2596, 7, 600, 7, 8, 31—4, 9, 40, 1).

GENUNANI (Argeș) *S.g.* cl. VIII Lebădă Maria (2632—9, 43, 5, 6, 7934).

GHEORGHIENI (M.A.M.) *L.* cl. IX 7827—32, 4, 5, 74—6, 8, 9, 85, 6, 933—5, 7, 8, 40, 1, 3).

GHERLA (Cluj). *L. 1* cl. IX Costea Dragomir (2598, 601, 4—6, 8, 13—5, 7, 8, 20, 3, 7, 30, 2, 3, 8, 7828, 5, 74—9, 33, 4).

GHIRDOVENI (Ploiești). *S.g. 1* cl. VI Vilcereanu Cristian (2596—601, 3—9), cl. VII Dedu Ioan (2601, 4, 5, 7, 8, 17—21), Diaconu Ion (2631—8, 43—5).

GIRIȘUL DE CRIȘ (Crișana) *S.g.* cl. VII Pop Sultănica (2597—606), cl. VIII Miculița Ioan (2596—6012).

GHIZOTAVEȘTI (Oltenia) *S.g.* cl. VI Giucă Magdalena (2596, 601, 2, 4, 13—5, 20, 7957), Marin Corina (2601, 2, 4, 6, 13—5, 20, 57), cl. VIII Sandu Valica (2605, 7, 30, 7827, 73—5, 8, 9, 957), Radu Ana (2605, 7, 30, 7827, 73—5, 8, 9).

GANDIȚI (Bacău). *S.g.* cl. VI Colonescu Elena (2597—601, 14, 5, 8—20), cl. VII Bordea Maria (2604, 6, 7, 18, 20, 32, 3, 8), Guguianu Constantin (2573, 4, 6, 9, 80, 4, 96, 8, 604, 11).

GIURGIU *S.g. 3* -l. VI Marin Adriana (2597, 8, 600, 6, 14, 5, 8, 21). Pitulice Liliana (2598, 600, 6, 8, 14, 5, 8—21), *S.g. 4* cl. VI Radu Lucian (2613—5, 7, 8, 21, 32, 3, 5, 6), cl. VII Beianu Paul (2597—9, 602, 6, 13, 6, 9, 20, 36). Măcăneață Cristian (2597, 8, 600, 14, 5, 8, 20, 32), State Viorel (2597—9, 602, 6, 13, 9, 20, 36), *S.g. 6* cl. VII Prisăcaru Paul (2598, 260 11, 27, 32, 4, 6, 43), *L. 1* cl. IX Cășin Elena (2609, 27, 30, 7874, 9, 827—30, 2, 933, 41), cl. X Călinescu Mihail (7867, 76, 78, 9, 85, 923, 5, 33, 5, 7, 8—41, 4), Mijescu Victor (7823, 4, 32—4, 64, 75, 6, 85, 925, 33, 5, 40, 1, 57), Pîrcălăbescu Ștefan (7827—9, 30, 2, 3, 5, 42, 67, 73—6, 8, 9), Popescu Ionel (7821, 5, 67, 76, 6, 8, 9, 85, 923, 5, 31, 3, 5, 7, 8, 41, 4, 57), Radu Cezar (7821, 7—30, 2, 3, 5—7, 42, 5, 73—6, 8, 9, 85), cl. XI Angelescu Manuel (7918—21, 3—6, 28, 30—2, 43, 4, 51, 7, 62—4), *L. 2* cl. IX Geța Nicoleta (2609, 27, 30, 7827—31, 5, 78, 925, 35), cl. X Isar Aurelian (7770, 2, 8, 30, 3, 9, 825, 5, 33, 4, 5, 7, 40, 2, 3, 73—6, 9, 85, 913, 31, 3), Tena Ion (7770, 825, 60, 5, 71, 83, 4, 91, 913, 8, 9, 21—6, 8, 30—4, 8—41, 53, 7), cl. XI Păsărică Rodica (7907, 10, 8, 9, 23—6, 8, 31, 9, 40, 53, 50, 3, 4).

GLODENI (Ploiești). *S.g. 1* cl. VI Angelescu Maria (2596, 7, 9, 600, 1, 13, 20, 5), Ene Lucreția (2596, 7, 9, 600, 1, 13, 6, 20, 5), Gîrlă Violeta (2596, 9, 600, . 13, 6, 20, 5), Stănescu Mihail (2596, 7, 9, 600, 1, 13, 5, 6, 20, 5, 32, 3, 4), cl. VII Stoica Maria (2596, 600, 7, 15, 9, 20, 5, 32, 4, 7). Vîrjoghe Elena (2596, 600, 7, 15, 9, 20, 5, 32, 4, 7), cl. VIII Ene Camelia (2596, 9, 605, 7, 13, 23, 5, 34, 7, 7827), Onicescu Florea (2598, 9, 607, 13, 9, 23, 34, 7, 7829, 35, 33).

GOGOȘU (Oltenia). *S.g.* cl. VI Mihai Dan (2596—601, 5, 6, 8, 13—21).

GOVORA (Argeș). *L.* cl. IX Pureca Ion (2611, 29, 46), 7827, 30, 1, 4, 5, 74, 8, 9, 33, 5

GORUNA (Ploiești). *S.g. 2* cl. VI Calotă Gheorghe (2597—9, 601, 6, 8, 15, 8, 32, 3, 8).

GORGOTA (Ploiești). *S.g.* cl. VIII Ghinea Rosmarina (2606—8, 22, 3, 7, 7827, 8, 78, 9).

HALEȘ (Buzău). *S.g.* cl. VIII Marinescu Elena (2610, 4, 14, 8, 23, 7, 32—4). Panait Elisabeta (2597—601, 4, 19, 23, 7, 4), Pinnoi Dumitru (2599, 600, 1, 4—9, 11, 5, 8—20, 3, 7, 32—4).

HOMARICIU (Ploiești). *S.g.* cl. VI Costea Gabriela (2597, 8, 613, 4, 31—34).

HÎRLĂU (Iași). *L.* cl. X Cibotoru Dan (7827—30, 5, 42, 74, 5, 8, 9, 84, 5, 923, 5).

HOISEȘTI (Bacău). *S.g.* cl. VI Mitrea Petru (2596—601, 6, 8).

HUNEDOARA *S.g. 1* cl. VII Bică Marius (2606, 8, 23, 9, 40, 3, 5, 6, *S.g. 3* cl. VIII Gîrbea Melania (2614, 8, 20, 3, 32, 3, 6, 43, 6), *S.g. 3* cl. VIII Gîrbea Melania (2614, 8, 20, 3, 32, 3, 6, 43, 6), Forko Lucia (2620, 3, 36, 7, 45, 6, 7, 878, 934), Puftir Dumitru (2606, 8, 9, 23, 7, 9, 34, 43), Retegan Qarinela (2601, 4, 6, 18, 20, 3, 9, 33, 7874, 8, 9), *S.g. 4* cl. VI Comșa Lucia (2631—9, 43, 4), cl. VII Ciortea Rodica (2596, 7, 9, 600, 1, 5—8), Zamfirescu Constantin (2606, 8, 9, 22, 7, 7827, 9, 79), S.g. 6 cl. VII Igna Elena (2601, 2, 5, 7, 8, 17—21, 3, 6, 39. 40), *L. 1* cl. VI Coceag Emil (2609, 13, 4, 6, 20, 32—4, 6), Enășel Petru (2600, 13, 4, 6, 20, 3, 4, 6, 8), Istrati Carmen (2603, 5, 6, 13—5, 8, 20), Roșca Radu (2618, 9, 31—5, 7, 8), cl. VII Micu Ioan (2598—601, 4—8), Rusanovski Gheorghe (25999, 600, 1, 4—8), cl. IX Bereczki Iosif (2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9. 30, 2, 3, 5, 73, 8, 9), Gheorghina Marius (2597—9, 601, 3, 4, 6, 7, 8, 7827, 30, 5), cl. X Ionescu Petru (7821, 3, 5, 7, 9, 30, 3, 5, 42, 5, 6, 73, 4, 8, 9, 83, 5, 925, 33). *Ciotescu Ion* 7833, 8, 45, 7, 9, 52, 4, 9, 64, 7, 72—81, 3, 5,7, 8, 93, 6, 908—13, 8—21, 3—40, 3, 4, 8, 9, 57—60, 4), Drăghici George Emilian (7377, 424, 5, 30, 94—7, 527, 704,

821—4, 45, 9, 888, 918, 20, 3, 5, 6, 32, 43), Lup Iosif (7825, 39, 907, 10—3, 920, 5, 6, 8, 31, 2, 7, 64), Mogoşan Valeriu (7840, 2, 4, 9, 51, 2, 918, 20, 1, 3—6, 8, 30—2, 43, 4, 8, 40, 4), *Oprişa Doru* (7820, 1, 4, 5, 7, 33, 40, 2, 5, 6, 9, 51, 2, 4, 5, 73, 4, 7—9, 85, 918, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 30—3, 43, 8, 60, 2, 4), Popescu Mihail (7821—5, 49, 911, 4, 20, 1, 5, 32, 43), Sunda Vame (7821—4, 45, 9, 918, 23, 32, 43, 44), Georgescu Costică (2597—9, 601—4, 6—8, 14, 5, 8, 24, 6).

HUŞI. *L.* cl. X Bursuc Dumitru (7827—30, 3—6, 74, 8, 9, 85), Merloi Pavel (7827, 9, 30, 3, 5, 6, 74, 8, 9, 85, 933, 5, 9, 41).

IAŞI. *S.g. 7* cl. VI Roşca Nicu (2596—8, 600, 1, 6, 16, 8—20), cl. VII Bercovici Zina (2594, 6—8, 600, 1, 4, 8, 20), cl. VIII Timofte Radu (2597, 8, 601, 8, 15, 6, 8—20, 3, 32, 3), *S.g. 20* cl. VIII Ignat Veronica (2606, 8, 9, 23, 38, 9, 43, 6, 7878), *L. 1* cl. VI Deleanu Dan (2596, 7, 9, 600—2, 5, 6, 8), cl. VII Coter Florin (2599, 605—9, 15, 8, 22), Rimer Matia (2600, 1, 4, 6—9, 19, 23), cl. IX Axel Herbert (2630, 46, 7, 783, 4, 79, 33—6, 8, 9, 41), Nistor Elena (2619, 11, 2, 28—30, 7827—9, 31, 2, 5, 6), Păsulescu Mihai (2627—30, 7827, 9, 31, 5, 933, 6, 9, 41), Simon Iosip (7824, 9, 35, 64, 73, 4, 932, 3, 5, 6, 8, 40, 1, 6, 57), *L. 2* cl. VII Davideanu Cătălina (2603, 6—8, 17—21, 3), cl. VIII Tănase Iuliana (2597, 8, 601, 6, 8, 18—20, 3, 6), *L. 3* cl. VI Butureanu Stefan (2598, 9, 601, 13, 4, 6, 8, 20, 1) cl. VII Lupescu Silviu (2600—4, 6—01, 7827), Bonand Peretz (2361—8, 43), cl. IX Armeanu Neculai (2609, 27, 30, 7827.30, 2, 3, 78, 9), Asaftei Constantin (2628—30, 7827, 30, 78, 9, 933—5, 9, 40, 1), Bădărău Corneliu (2609, 27, 30, 7827—30, 2, 3, 78, 9, 933), Drişcu Radu (2610, 2, 27, 30, 7827—9, 32, 4, 5, 73—5, 8, 9), cl. X Angelescu Romulus (7823, 4, 36, 42, 3, 83, 921, 5, 31, 3—5, 41), Caufman C. (7821, 4, 5, 7, 9, 30, 1, 4, 5, 7, 8, 43, 4, 73, 8, 80, 5, 7), Livadaru Iosif (7874, 5, 8—80, 931, 3, 5, 9, 41, 9, 57), *Molocea Ana* (7820, 5, 7—40, 2—5, 51, 73—6, 8—80), Paraschiv Alex. (7827, 9, 30, 4, 5, 74, 8—80, 5, 925, 31, 33—5, 9, 41, 57), Săveanu Sanda (7823, 4, 8, 30—2, 8, 40, 3, 4, 78, 84, 5), Văideanu Dan (7820, 1, 4, 7—30, 4—6, 42, 3, 67, 74, 6, 8, 9, 85), Wechsler Nadia (2597—9, 601, 3, 4, 13—5, 7, 9, 21, 32, 3), *L. 4* cl. VIII Porcescu Liliana (2567, 73—80, 7), cl. IX Berneagă Adina (2609, 27—30, 7827, 36, 74—6, 8, 9, 35), Pavelescu Angelica (2627—30, 45, 7830, 73, 4, 8, 9, 933, 5, 41), Ştirbu Cornelia (2609, 27—0, 7829, 30, 73—6, 8, 933, 4). Ungureanu Dana (2609, 11, 27—30, 7827, 30, 73—5, 8, 9, 933, 5), *L. 6* cl. VII Radu Silion (2597—601, 4, 6—9), Vaisman Iulian (2596, 7, 9, 600 m, 2, 4—9, 11), *L. 7* cl. VII Pîngan Adriana (2604, 9, 20, 3, 35, 7, 7827, 35, 73, 8), cl. VIII Antoniescu Carmen (2607, 9, 7827, 9, 30, 78, 9, 133), Butuşneac Florin (2606—8, 23, 9, 30, 9, 41, 3, 6), Dumitru Laurenţiu (2608, 13, 5, 6, 8, 27, 7878), Jurea Octavian (2604, 6, 8, 15, 16, 8, 9, 27), Lazbă Tudor (2605—11, 24, 7, 9, 30), Sireteanu Georgel (2605, 6, 8, 9, 23, 7, 7827, 78), cl. IC Bîrleanu Dorel (2610, 27—30, 3, 5, 73—6, 8, 9), cl. X Adomnicăi Minodora (7820, 7, 9, 30, 3, 5, 8, 42, 3, 78, 83, 5, 60), Barbă Georgeta (7827—30, 4, 5, 7, 42, 5, 73—5, 8, 9, 83, 5), *L. 8* cl. VI Băcăoanu Constantin (2596, 613—5, 20, 32, 3, 8), Constantin Viorel (2596, 6013—5, 8, 20 32, 3, 8), Gogoncea Gabriel (2596—606, 8), cl. VII Gogoncea Lilian (2596—611) cl. X Iacxb Lavinia (7821, 3, 4, 7—31, 5, 67, 74, 8, 83), Petrescu Anca) 7827—31, 5, 67, 74, 5, 8, 9, 83, 935), *L. 9* cl. VI Avesalon Doina (2596, 7, 604, 6, 13, 8, 20, 38), cl. VIII Buchholtzer Loreleay (2606, 8, 10, 1, 26—8, 30).

IABLONIŢA (Banat). *S.g.* cl. VII Tăutu Anton (2598, 601, 4, 6, 7, 13, 4, 8).

ILEANDA (Cluj). *L.* cl. IX Serban Ioan (2609—11, 27—30, 7827—32, 4, 74, 8, 9).

INEU (Crişana) *L.* cl. X Ivănuş George (7827—31, 73, 4, 8, 9, 933—6, 57), Popa Alex (7827, 8, 30, 3, 74, 6, 8, 9, 925, 33—6, 57), Stan Ilie (7825 m 7, 8, 30, 3, 74, 6, 8, 9, 33—6, 57).

IZVOR (Oltenia). *S.g.* cl. VI Dincă Liana (2600, 1, 6, 13—5, 32—4), cl. VII Băcanu Florica (2600, 1, 4, 7, 18—20, 3, 7, 41), Dorobanţu Mioara (2601, 4, 7, 8, 18—20, 2, 3, 38, 41), Milea Mioara (2597—601, 4, 8, 18).

JILAVA (Bucureşti). *L. 1* cl. XI Teodorescu Sorin (7820—6, 40, 2, 3, 51, 83, 93, 900).

JUGURENI (Argeş). *L.* cl. IX Ghiţă Constantin (6211, 27, 9, 30, 46, 7916, 27, 30, 2, 73—5, 8, 9, 911, 13, 33—5).

JIMBOLIA (Banat). *S.g.* cl. VIII Scheidt Egon (2596—601, 6, 7, 9, 11).

LĂPUŞATA (Argeş). *S.g.* cl. VIII Voinescu Radu (2597, 9, 604—9, 11, 7829).

LEHLIU—SAT (Bucureşti). *S.g.* cl. VI Atanasiu Marian (2590, 605, 8, 11, 5, 8, 32—4). Caracaş Ion (2597—9, 601, 5—8, 18), Ignat Alexandrina (2573, 4, 6, 9,9 81, 96, 604, 18, 20 Nedelcu Vornel (2599, 605, 8, 11, 5, 8, 32—4), Radu Marin (2598, 9, 601, 4—6, 19, 33), Tudor Irinel (2598, 9, 601, 8, 14, 32, 36), Tudor Mugur (2598, 9, 601, 14, 32, 6). cl. VII Epure Elena (2599, 601, 5, 6, 8, 19, 27, 34), Gavrilă Nicolae (2598, 9, 601, 4, 5, 8, 11, 5, 8, 32—5,) Nedelcu Tinca (2598, 9, 605, 8, 19, 20, 32—4), Savu Ion) 2598, 9, 605, 8, 11, 8, 32—4,) Sibiceanu Stana (2598, 9, 605, 8, 19, 32—4), Stan Constanţa (2599, 601, 5, 6, 8, 14, 27, 34,) Tudor Victor (2598, 9, 601, 4, 5, 8, 33—5), Tafiu Constanţa (2598, 9, 605, 8, 19, 32—4), cl. VIII Ciornei Filofteia (2598, 60, 5, 6, 8, 10, 2, 9, 30, 3, 7876, 8), Manole Gelu (2598, 605, 8, 12, 9, 30, 6, 7827), Nedelcu Constanţa (2598, 605, 8, 10, 2, 9, 30, 2, 3, 6, 7823), Stan Angelica (2598, 6p5, 6, 8, 10, .2 9, 30, 3, 7876), Stănilă Florica (2598, 605, 8, 10, 2, 9, 20, 30, 3, 6).

LIPOVA (Banat). *S.g.* cl. VIII Graug Hertmut (2598, 603, 6, 13—5, 7, 8, 21, 3).

LUCĂCEȘTI (Bacău). *S.g.* cl. VIII *Andrei Ludmila* (2590, 13—5, 7—21, 3, 5, 7, 8, 31—8, 42, 3, 7, 7873—5, 8, 9, 933, 6),

LUDUȘ (Mureș Aut. Maghiară). *L. 2* cl. VIII Becinski Petru (2600, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 7874, 9).

LUGOJ. *S.g. 2* cl. VII Sulea Ana (2596, 8, 9, 600, 4, 7, 8, 32)i cl. VIII Gruler Bertude (2596, 8, 600, 2, 4, 6, 7, 7828). L. 1 cl. IX Bîrzava Cornelia (2609, 27, 30, 7827—30, 2, 74, 8, 9), Borchescu Elena (2609, 11, 4, 28, 2, 3, 7827, 30—3, 73, 8), Colojoară Carmen (2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30—3, 77, 8, 933, 5, 6, 41), Cristea Rodica (2609, 28—30. 7827, 30, 2—5, 74, 6—8, 933), Drăgan Gheorghe (2609, 11, 27—9, 7827, 30, 2, 74, 7, 9, 33, 8), Făgăraș Rodica (2611, 27, 8, 30, 7827, 9, 30—2, 7878, 9, 33—5), Florea Maria (2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30—3, 78, 936), Maliţa Aurica (2609, 27, 8, 30, 7827—35, ,5 6, 74), Melinte Mihaela (2609, 11, 28, 7827—33, 5, 73, 8, 9, 933), Mezinca Elena (2609, 27, 8, 30, 7827—9, 30—3, 5, 6, 7874, 9), Milea Livius (2609, 10, 28 7827, 9, 30, 2, 5, 74—6, 98, 9), Serva Mihai (2609, 10, 28, 9, 30, 2, 5, 74—6, 8, 9), *L. 2* cl. V Damebianu Dragoș (2596—602, 4, 6, 8), cl. VII Badea Constantin (2597—9, 6014 7, 13—3, 7, 9, 23, 7).

LUPENI. *L.* cl. X Bon Tiberiu (7820, 1, 5, 8, 31, 3, 4, 7, 9, 43—6, 67, 74). Crainic Marioara (7821, 4, 5, 7, 9, 30, 3, 5, 9, 42, 73, 6, 8, 85), Loziun Vasile (7820, 1, 4, 5, 7—30, 3, 5), 67, 73—6, 81, 3—5, 923, 6, 8, 33—6).

MĂCIN (Dobrogea). *L.* cl. XI Dorobanţu Inn (7839, 41, 2, , 9, 50—4).

MĂGURA (Ploiești). *S.g.* cl. VI Podoreanu Mariana (2578, 96, 600, 16, 8—20, 32, 4).

MĂLĂEȘTI (Iași). *S.g.* cl. VIII Timofte Dumitru (2632, 3, 6, 8, 41, 3, 5, 7934, 57).

MĂNEȘTI *S.g.* cl. VII Nicolae Ion (2596, 600, 6, 7, 9, 11, 33, 4, 6, 7, 43). Stan Constantin (2600, 13, 6, 20, 32—4, 6, 7). cl. VIII Raicu Elena (2597, 9, 600, 6, 11, 8, 32—4, 8, 455).

MĂRĂȘEȘTI. *L.* cl. X Popa Vasile (2721, 5, 7, 9, 30, 4, 5, 7, 9, 42, 83, 5). cl. XI Cazacu Mihai (7770, 42, 3, 5, 9, 51, 67, 84, 5, 92, 3, 907, 23, 4).

MARGHITA. *L.* cl. IX Bădi Andre (7827, 9, 30, 3—5, 74, 6—8, 393, 5). cl. X Vereș Etelka (7823, 7, 30, 5, 40, 4, 67, 74, 8, 9), 33—5, 9, 41).

MEHADIA (Banat). *L.* cl. X Bocicariu Livia (7907, 11, 9, 23, 5, 33, 4, 7, 9—41, 3). Ronci Ana (7907, 11, 6, 23, 5, 33, 4, 7, 9, 40, 3, 60), Vrăjitoru Dumitru (7876, 8, 907, 11, 6, 23, 5, 33, 4, 9, 40, 1, 3).

MIERCUREA SIBIU (Hunedoara). *L.* cl. X Dietrich Michael (7878, 922, 5, 31—5, 9, 40, 4, 7, 57), Ludoșan Ioan (7830, 74, 6, 8, 9, 85, 925, 32—5, 9, 40, 1, 4, 57).

MIHĂEȘTI (Argeș). *S.g.* cl. VIII Zafiu Dorina (2631—4, 6, 8, 9, 43, 5).

MIHAIL KOGĂLNICEANU (Dobrogea). *L.* cl. X Iosif Timiţiu (7827, 8, 30, 4, 7, 74, 5, 8, 9, 33—5, 7, 9, 40, 1).

MINDRULAC (Banat). *S.g.* cl. VIII Bodrogeanu Florica (2573, ,3 9, 84, 605, 6, 8, 18, 20, 3, 62—4, 6, 8, 9, 43, 56).

MINECIU — UNGURENI (Ploiești). *S.g.* cl. VIII Profirescu Alex. (2596, 7, 600, 1, 5, 6, 8, 11).

MIZIL (Ploiești). *S.g. 1* cl. VII Necula Elena (2599, 600, 1, 8, 13, 4, 8, 9, 32, 3, 6, 8, 43), cl. VIII Oprișan Teodora (2600, 4—6, 14, 8, 1, 23, 7, 30), Popescu Nicolae (2600, 5, 14, 32—4, 6, 9, 43), cl. IX Vasilescu Stelian (2609, 28, 8, 30, 7827, 30, 5, 73—6, 9, 933, 6).

MOINEȘTI (Bacău). *L.* cl. IX Agachi Petroni (2573, 4, 83, 4, 613, 7827, 8, 3p, 2, 4, 78, 1), Tănase Anișoara (2821, 3, 7, 74, 8, 9, 83, 925, 33—6).

MOLDOVIŢA (Suceava). *L.* cl. X Darie Viorel (7828, 31, 4, 6—9, 40, 3, 5, 73, 5).

MORENI (Ploiești). *L.* cl. VI Ioniţă Fiore (2596—602, 5, 6), Ioniţă Paul (2596—602, 5, 6), cl. VII Buzilă Cristina (2596, 8, 600, 6, 7, 9, 11, 3, 20), Feldman Cristina (2590—601, 4—6, 8, 9), Ilie Daniela (2596—6001, 7, 9, 11, 13, 20), cl. X Andreescu Adrian (7827, 9—31, 5, 78, 9, 925, 31, 3, 4, 44, 57), Dinu Aurel (7821, 3, 7, 37, 78, 9, 85, 924, 31, 3, 44, 57). Dobreanu Mircea (7821, 3, 5, 7, 9, 30, 2, 5, 7, 74, 8, 9, 80), Enciu Mihai (7820, 1, 7, 9, 30, 5, 78, 9, 923, 5, 33, 44, 57, 60, 4), Matei Gh. (7820, 1, 3, 5, 7, 30, 1, 3, 5, 78, 85, 923, 5, 31, 3, 5, 57), Vasilescu Elena (7821, 3, 7, 5, 6), cl. VII Buzilă Cristina (2596, 8, 600, 6, 7, 9, 11, 3, 20), Feldman Cristina (2590—601, 4—6, 8, 9), Ilie Daniela (2596—600, 7, 9, 11, 13, 20), cl. X Andreescu Adrian (7827, 9—31, 5, 78, 9, 925, 31, 3, 4, 44, 57), Dinu Aurel (7821, 3, 7, 37, 78, 9, 85, 924, 31, 3, 44, 57). Dobreanu Mircea (7821, 3, 5, 7, 9, 30, 2, 5, 7, 74, 8, 9, 80), Enciu Mihai (7820, 1, 7, 9, 30, 5, 78, 9, 923, 5, 33, 44, 57, 60, 4), Matei Gh. (7820, 1, 3, 5, 7, 30, 1, 3, 5, 78, 85, 923, 5, 31, 3, 5, 57), Vasilescu Elena (7821, 3, 7, 30, 7, 73, 4, 7, 9, 85, 925, 6, 31, 57).

MINECIU — UNGURENI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VII Tuturică Neagu (2654—6, 63—7), cl. VIII Baciu Emilia (2613—5, 8, 9, 7873, 4, 8, 9), Georgescu Constantin (2614, 9, 20, 2, 3, 7, 7873, 4, 8, 9), Rătescu Magdalena (2614, 8, 9, 20, 3, 4, 7874, 8), Pîrva Sorin (2614, 5, 8, 22, 3, 7874, 8, 9), Profirescu Alexandru (2613—5, 8—20, 7, 73, 4, 8, 9).

MITRENI (București) *Ș. g.* cl. VII Giurgea Aurelian (2619, 23, 32—4, 6, 40, 1, 3).

MIZIL (Ploiești) *Ș. g. 1* cl. VII Baciu Olga (2632, 3, 6, 40, 1, 3, 70, 1, 5), Drosu Elena (2632—4, 8—41, 3, 5), cl. VIII Popescu Nicolae (2640, 1, 4, 51, 4, 5, 8, 63, 7933, 5), cl. IX Vlădăreanu Doina (7933—7, 40, 1, 5, 6, 8019—21).

MORENI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VI Andrei Horia (2613—5, 7—21, 35, 6, 8, 9. 55), cl. VII Feldman Cristina (2613—24, 7, 9), cl. X Păsătoiu Vasile (7821, 5, 7, 9, 49, 78, 83, 5, 93, 918, 20, 1, 3, 5, 31—326, 43), Vlaicu Petrică (7867, 74, 9, 84, 5, 913, 20, 8, 30—2, 4, 6, 9—41, 4, 64).

NĂDLAC (Banat) *S. g.* cl. VIII Bătărău Ştefan (2580—6, 7, 91, 4, 5, 606, 8, 627, 9), cl. X Iovanov Miodrag (7835, 42, 64, 7, 73, 923, 5, 32, 3, 7, 41, 4, 57).

NĂDRAG (Banat). *S. g.* cl. VII Gavrilă Anişoara (2604, 7, 8, 19, 20, 34, 6, 7, 8), Marchis Dorel (2604, 7, 13, 4, 9, 36—8), Nicoară Constantin (2604, 7,13, 4, 9, 36—8), Rusz Geza (2604, 6, 7, 9, 13, 4, 9, 38), cl. VIII Balescu Gheorghe (7782, 820, 3, 4, 7, 8, 74, 8, 9, 913, 8, 921, 30, 2, 41, 57, 63, 4), NAIPU (Bucureşti *S. g.* cl. VI Nan Silvia (2613—21), Petcu Milona (2613—21), Raportaru Georgeta (2613—21).

NĂSĂUD (Cluj), *L.* cl. IX Rusu Gheorghe (2627, 9, 30, 45, 7827, 35, 74, 8, 9, 933, 5, 6).

NEGREŞTI (Bacău). *S. g.* cl. VIII Ailincăi Dan (2632—4, 6, 8, 43, 5, 6).

NEGREŞTI (Maramureş) *L.* cl. X Ciocan Gheorghe (7837, 40, 5, 67, 73—6, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 31, 3—7, 9, 40, 1).

NICOREŞTI (Galaţi). *S. g.* cl. VII Durbacea George (2598, 600, 1, 6, 18, 20, 3, 9), Păvălache El. (2613—6, 8, 32, 3, 6), cl. VIII Oprea Dorin (2597—601, 6—8).

NITCHIDORF (Banat). *S. g.* cl. VIII Tiutui Susana (2632—4, 6—9, 4, 6, 7934, 5).

NOVACI (Oltenia). *L.* cl. V Bărăgan Dumitru (2596—601, 7, 8, 14), Ciorogaru Maria (2597—601, 14, 6, 8), Ciorogaru Despina (2596, 8, 9, 600, 1, 8, 18, 9). Giurea Elena (2597, 8, 600, 3, 6, 8, 11, 6, 8), Oţăt Victor (2596—8, 601, 8, 13, 4, 6, 8), Păpurică Ion (2596, 8, 9—601, 7, 8, 14, 6, 8). Preoţescu Elena (2596, 8—601, 13,4, 8), cl. VI Andreoiu Elena (2596—601, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 3—5, 8, 20), Berbecel Ilie (2597, 9, 600, 1, 3, 4, 6, 8, 11, 3—5, 9), Ciocoiu Viorica 2596—601, 3—6, 8, 11, 3, 4, 8, 9), Ciorogaru Elena (2596—604, 6, 11, 3, 8, 26), Ciorogaru Ionică (2596—9, 601—3, 6, 13, 4, 6, 8), Dafinescu Elena (2596—603, 6, 13, 6, 8, 26), Dofinescu Ion (2597—601, 6, 8, 11, 4, 5), Drăgan Angela (2596—9, 601—3, 6, 8, 11, 3, 4, 8, 26), Jega ollarn (2596—601, 3, 4, 6, 8, 11, 3—6, 8, 9), Mustaţă Elena (2597—601, 6, 8, 11, 4, 5, 9), *L.* cl. X *Popescu Pavel* (7867, 9, 73—9, 81, 5, 923—5, 8, 33—6, 41, 3, 4, 6, 56, 7, 77, 8, 8004, 18, 20, 5).

NĂSĂUD (Cluj). *L.* cl. X Marinescu Oltea (7874, 8, 9, 85, 925, 33—5, 41, 77—80, 7, 8019, 20).

NEGREŞTI-OAŞ. *L.* cl. X Ciocan Gheorghe (7865, 80, 1, 3, 4, 9, 24, 32, 44, 74, 8, 82, 5, 6, 8, 93, 7, 8801, 4, 6, 10, 9, 20, 1, 6).

NICOREŞTI (Galaţi). *Ş. g.* cl. VIII Oprea Dorin (2618—20, 3, 9, 39, 41, 3).

NOVACI (Oltenia) *Ş. g.* cl. VI Berbecel Ilie (2632—7, 9, 41, 3, 6).

NOVODARI (Dobrogea) *L.* cl. XI Kiss Eugen (7918, 20, 1, 3, 5, 31, 2, 62, 4, 73, 5, 7—86).

OLTENI (Bucureşti) *Ş. g.* cl. VII Preda Ştefan (2617—20, 2, 3, 7, 36, 8—41).

OLTENIŢA *L.* cl. IX Ghioldiş Niculina (2632, 3, 6, 8, 9, 49, 51, 5, 8, 60), Grădilă Traian (2618, 36, 9, 42, 3, 6, 51—3, 57—60, 2, 7) cl. X Roman Marin (7874, 8—80, 5, 925, 33. 5, 82, 6, 8020, 2), cl. XI Vasilian Mihai (7861, 3, 8, 71, 2, 93, 4, 900, 1, 7, 9, 11—4).

ORADEA. *Ş. g. 14* cl. VII Crişan Petru (2618, 20, 3, 6, 7, 9, 40, 3, 5, 57, 63), cl. VIII Baciu Victor (2613, 24), Mierluţiu Mircea (7874, 8, 9, 933, 5, 8020, 62—4), *L. 1* cl. X Negrău Mircea (7867, 74, 80, 1, 4, 6, 902, 8, 10, 3, 4, 6, 25, 32—5, 9, 40, 57), cl. XI Timiş Horia (7920, 1, 3, 8, 31, 2, 44, 58—60, 4, 71, 2, 6), Vasile Nicolae (7885, 907, 20, 1, 3, 5, 8, 30—2, 44, 9, 58, 9, 64, 71, 6) *L. 2* cl. VII Muţiu Mircea (2623, 7, 30, 6, 43, 57, 63, 4, 933, 57), cl. IX Lucaciu Dan (2628, 30, 46, 66, 7, 74, 5, 8, 9, 933, 5, 8—40), cl. X Manole George (7879, 81, 913, 23, 5, 8, 30, 2, 7, 8, 44 9, 8020, 6, 9), cl. XI Ardelean Aurel (7918—22, 4, 43, 7, 9), Cora Dorin (7907, 18—21, 3, 5, 7, 8, 30—2, 64, 70—2, 4—6), *L. 4* cl. IX Breiner Bela (2627, 8, 30, 67, 7873—5, 8, 9, 933, 4, 9, 8019, 20), *L. ped.* cl. VIII Muţiu Diana (2623, 7, 63, 4, 7878, 933, 5, 8020).

ORAŞ GHEORGHE GHEORGHIU DEJ *L. 2* cl. VIII Butu Jenica (2623, 61, 3, 4, Negroiu Constantin (2596—9, 601—4, 6, 13—6, 8, 20), Popescu Salin (2596—601, 4, 6, 8, 11, 3—6, 9, 20), Preoţescu Viorica (2596—601, 4—7, 9, 11), cl. VII Bădescu Elena (2596—601, 3—9, 11), Giurca Maria (2597—601, 1, 3, 4, 6—9, 11), Ivan Ionel (2596—601, 3—9), Hianu Maria (2597—601, 6, 8, 13—5). Opriţescu Maria (2597—601, 6, 8, 13—5), Paraschivescu Elena (2596—601, 3—9), Popescu Dorel (2600, 1, 4, 6, 8, 14, 5, 20, 9), Tomescu Elena (2596—601, 3, 4, 6—9, 11), cll. VIII Fojică Petre (2596, 9, 601, 3, 4, 6, 8, 11, 2), Manta Pantelimon (2596, 9, 601, 3, 4, 6—8, 11), cl. IX Porumbel Ion (2609, 11, 27, 9, 30, 46, 7827, 9, 34, 78, 9, 33, 4, 9), cl. X Popa Emilia (7827), 8, 30, 4, 5, 40, 2, 74—9, 85, 933—5).

ONA MUREŞ (Cluj) *L.* cl. VI Liţeanu Mariana (2596—600, 13, 5, 20, 33—5), Moag Cristina (2596—8, 600, 13, 5, 20, 31—5), cl. X Fülop Ana (7823, 7, 9, 42, 78, 9, 81, 3, 92,1 5, 33, 5).

ODORHEI (Mureş Aut. Maghiară)*L.* cl. X Andras Margit (7827, 9, 30, 2, 7, 42, 73 73—6, 8, 80, 3, 7), Veresstoy Elemér (7820, 1, 3, 4, 5, 7—30, 2, 4, 5, 7, 40, 2, 5).

OGRADENA (Banat) *S.g.* cl. VIII Creţu Adriana (2598, 9, 601, 4, 6—8, 11).

OLARI (Crişana) *S. g.* cl. VIII Kalmar Zoltan (2597—9, 601—3, 5, 6, 8, 14, 58).

OLTENIŢA (Bucureşti) *L. 1* cl. IX Grădilă Traian (2597, 9, 604, 11, 34, 8, 3 2,3, 7827 78, 9, 933). *L. 2* cl. XI Vasilion Mihai (7820, 1, 3, 4, 6, 37, 45—7, 9, 51, 2, 5).

ORADEA. *S. g.* 10 cl. VII Poenaru Maria (2597, 9, 601, 3—9), S. g. 14 cl. VIII Mierluţiu Mircea (2606—8, 23, 5, 7, 39, 41, 3). *L. 1* cl. X Bîrău Marieta (7823, 4, 83—5, 923, 5, 8, 30, 1, 3, 5, 9), *L. 2* cl. VII Chiriţă Alex. (2600, 4—6, 8, 9, 20, 3, 36, 7), Floruţiu Mihai (2600, 1, 4—6, 8, 36, 7, 40). cl. X Külüs Elisabeta (7827, 30, 5, 42, 73, 6, 8, 80, 3, 5, 933—5, 41), Manole George (7821, 4, 5, 9, 33, 7, 9, 42—4, 78, 80, 80, 3, 5, 933, 5), Neuman Marta (7827, 8, 30, 1, 5, 42, 74, 8, 9, 933, 4, 5), Onaca Mariana (7834, 76, 9, 83—5, 923, 5, 8, 31, 3, 5, 64). *L. 1* cl. XI Brădău Florian (7820, 3—5, 40, 5, 9, 51, 64, 920, 30—2, 49, 57), Negruţiu Radu (7820, 1, 4, 5, 7, 32, 5, 40, 5, 8, 9, 51).

ORAŞ GH. GHEORGHIU-DEJ. *L.* 1 cl. X Köpecsiri Andrei (7820, 1, 4, 5, 7, 30, 1, 74, 5, 8—80, 5), cl. XI Robu Vasile (7820, 1, 3—5, 7, 9, 30, 5, 45, 51, 80, 920, 32), *L. 2* cl. IX Căşineanu Domnica (2591, 5, 627—30, 74, 8, 9, 934—6, 40, 1).

ORAŞ DR. PETRU GROZA *L.* cl. IX Moldovan Viorica (7827, 8, 30, 4, 5, 74—6, 8, 9, 933, 4), cl. X Tîrlă Ursu (7821, 4, 5, 7, 9, 30, 2, 42, 75, 6, 8, 9, 83, 5).

ORAŞ VICTORIA (Braşov) *L.* cl. XI Moisin Augustin (7820, 1, 4, 5, 42—5, 9, 51, 3, 66, 7, 83, 5, 93).

ORĂŞTIE (Hunedoara). *L.* cl. VI Bartha Victoria (2598—600, 2, 4, 6, 8, 14), Gura Elisabeta (2598—601, 4, 6, 8, 14, 8), Munteanu Ioan (2598, 601, 13—6, 9, 20, 36). Stener Adriana (2598—602, 4, 6, 78, 14, 8), cl. X Meza Dan (7827—30, 2—5, 7, 42, 3, 5, 6).

ORAVIŢA (Banat). *S. g.* 2 cl. VII Gian Ionel (2601, 8, 13, 5, 8—21, 3, 4).

ORLEŞTI (Argeş). *S. g.* cl. VIII Florescu Constantin (2609, 22, 4, 5, 7, 9, 30, 7829, 73, 4, 8, 9), Preoteasa Valentin (2606—19, 24, 5, 7—30).

ORŞOVA. *L.* cl. VII Păunescu Ion (2596, 600, 6, 11, 5, 8, 32—6),Sperdea Mircea (2596, 7, 605, 6, 14, 30, 2—6), cl. VIII Cristescu Răzvan (2597, 9, 601, 3, 4, 11, 2), cl. IX Glova Victor (2609, 27, 30, 7827, 30, 5, 78. 9, 33, 4, 5, 41), Miloş Tatiana (2609, 28, 45, 6, 7828, 34, 5, 935, 4, 40, 1), Vasilescu Mariana (2627, 8, 30, 45, 6, 7828, 35, 933—5, 40, 1), cl. XI Stricker Iosif (7820, 1, 4, 40—3, 5, 9, 51, 2, 65, 7, 9, 82, 5—8, 94, 9205, 8, 30—2, 9, 48, 57),

OŢELUL ROŞU *S. g. 1* cl. VI Pop Sandu (2573, 4, 7, 8, 600, 13, 5, 6) cl. VII Balint Zoltan (2596, 7, 9, 601, 4—6, 11) cl. XI Ţuican Floare (7821, 3—5, 7, 9, 30, 3—5, 42, 9, 54, 5. 920, 1, 3—6).

OVSELU (Oltenia) *L.* cl. X Chivu Nicolae (7829, 30, 78, 9, 931, 3—5, 9—41, 57), Tonislav Teodor (7829, 30, 78, 9, 31, 3—5, 7, 9, 40, 1, 4, 57).

PADEA (Oltenia). *S. g.* cl. VII Andrei Maria (2599, 601, 4, 6, 7, 9, 18), Dincă Maria (2587, 99, 601, 4, 6, 7, 15, 8), Geantă Constantin (2600, 1, 3, 4, 6—8, 19—21), Hondor Daniela (2699, 601, 1, 4, 6, 7, 9, 18, 9). Popa Marilena (2599, 600, 1, 4, 6, 7, 9, 18, 9), Stoian Nicoliţa (2600, 1, 4, 6, 8, 9, 18).

PANCIU *L.* cl. VI Hărăbar Ecaterina (2612, 13, 7, 20, 1, 6, 9, 32, 3), cl. VII Gerca Rodica (2613, 4, 8, 20, 2—6, 9), Hangu Dan (2597, 604, 18, 20, 31—3, 6, 41, 5), Petrea Alfred (2598, 601, 5, 6, 20, 32—4, 8, 9), Seciu Romeo (2597—9, 60, 4—6, 8), Surdilă Mihula (2599, 601, 4, 6, 13—5, 9, 20), cl. VIII Banu Dumitru (2596, 604, 6, 11, 5, 6, 8, 20), Cucoli Iulian (2618, 20, 7, 32—4, 6, 8, 43), Manolache Ion (2573, 4, 7—9, 613, 4, 18, 23), Roman Virginia (2596—8, 604, 6, 8, 13—6, 8, 20, 3, 6, 7, 9, 32, 3), Soroiu Doina (2596—8, 604—6, 13—6, 8, 20, 3, 6, 7, 30, 2, 3).

PĂTÎRLAGELE (Ploieşti). *L.* cl. VIII Georgescu Constantin (2597—9, 601, 4, 6, 7, 14, 8), Popescu Cornel (2596—600, 1, 3, 4, 6—8), cl. IX Costea Constantin (2609, 27, 30, 45, 7827, 9, 74, 8, 9, 933, 5—7), Ionescu Claudia (2627, 30, 7827, 9, 74, 9, 33, 5, 6, 9, 40), Posea Ion (2627, 30, 7824, 7, 8, 30, 1, 74, 8, 9, 33, 5, 6, 57), cl. X Sibiescu Florin (7827—35, 74—6, 8, 9, 85, 933), Tighel Dumitru (7827, 30, 4, 64, 7, 74, 5, 8, 9, 11, 34, 6, 40, 1, 57), cl. XI Posea Dumitru (7821, 4, 7, 40, 2, 4, 9, 74, 85, 93, 913, 23, 5, 31, 57).

PĂUNEŞTI (Bacău). *S. g.* cl. VII Mircea Sorin 2613—5, 9, 21, 32, 4, 6, 7), cl. VII Angheş Zarafina (2599, 606, 14, 6, 8—20, 7867, 9), Fisam Georgeta (2599, 600, 6, 14, 8,20, 7, 33), Bîrlă Magdalena (2598, 613—5, 9, 23, 6, 9, 7829, 82), Chiriac Maria (2581, 97, 9, 600, 5, 6, 18, 20, 7), Dodu Valentina (2577—9, 96, 600, 4, 5, 7830), Neagu Victoria (2580, 6, 97, 600, 2, 4, 5,20, 7885), Nica Maricica (2596, 7, 602—5, 15, 6, 23, 7), Novac Verginica (2585, 8, 94, 601, 3, 6, 8, 14, 20, 4, 7), Pintilie Traian (2573, 6, 96, 7, 9, 606, 14, 26, 34, 9, 45), Postolache T. (2573, 6, 85, 8, 97, 602, 6, 13—6, 8—20, 32, 3, 8), Rogozan Ioana (2600, 4—6, 13, 8, 20, 32), Tomiţa Maria (2596, 7, 9, 600, 4, 5, 7830, 6, 85), Răuţă Anica (2577—9, 96, 7, 600, 5, 6, 18, 20, 4), Roşu Iliama (2582, 86, 604—6, 14—20, 6, 7882), cl. VIII Gheorghiu Mihai (2573—81, 94, 7—9, 601, 5, 6, 8, 7941), Nica Lucica (2597, 601, 3—6, 8, 13—5), Novac Maria (2596, 601, 3, 6, 13—7, 20, 1, 3, 5, 6, 30, 7827, 69), Novac Verginica (2598, 613, 6, 8, 9, 23, 5, 32, 57), Pavel Rodica (2573, 4, 7—9, 81, 8, 613, 4, 20), Zaharia Toma (2601, 4, 5, 14, 8, 20, 3, 7, 32).

PETREŞTI (Hunedoara). *L.* cl. IX Thut Roland (2627, 8, 30, 45, 6, 7874, 5, 8, 9, 33—6 44, 4, 57).

PETRILA (Hunedoara) *L.* c.. XI Coţan Nicolae (7842, 4, 71, 2, 84, 92,4, 920, 1, 5,8, 31, 49, 57).

PETROŞENI (Hunedoara. *S. g. 1* cl. VI Siclovan Codruţa (2597—9, 601, 2, 6—10, 7827, 30), cl. VIII Duda Iordan (2607—10, 2, 7827, 30, 3—5), Peşteanu Jiu (Oltenia), *L.* cl. XI Tudorescu Aurel (7820, 1, 3, 4, 7, 40, 1—3, 5, 9, 51, 67, 83, 5, 93, 925, 7, 31, 2).

PIATRA NEAMŢ *S. g. 4* cl. VIII Itiuş Gheorghe (2606—8, 22—5, 7, 30), Apetrei Irina (2607, 10, 22, 4, 5, 7, 30), Fodor Gh. (2606—10, 23, 5, 7, 30), Solovăstru Florentina (2606—8, 10, 23, 4, 6, 7, 9).

PITEŞTI. *S. g. 3* cl. V Ionescu Florin (2597, 601—3, 15, 6, 33, 6), *S. g. 5* cl. VIII Poligrad Sorin (2513—5, 17, 9, 20, 1, 4, 6, 7), Sgro Matei Vania (2597—9, 601, 3, 9, 32, 3, 6), *L. 1* cl. IX Anghel Sorin (2601, 11, 27, 8, 30, 46, 7827, 8, 30, 1, 78, 9, 933, 5, 41), Curteanu Laurenţiu (2609—12, 28, 30, 7827, 9, 30, 2, 78, 933), Diaconu Radu (2615, 45, 6, 7837, 75, 6, 933—5, 7, 41, 9), Gheorghe Picol (2609—12, 20, 3, 4, 7—37), Iliescu Daniel (7827, 30, 2, 3, 5, 74, 8, 9, 933, 5, 7, 9), Rizea Livia (2609, 11, 27, 30, 7827, 8, 30, 3, 5, 74, 8, 9, 933—5), Tomescu Alexandru (2627, 8, 30, 7827, 32, 3, 5, 933, 5, 7), cl. X Chirca Teodor (7827, 8, 30, 5, 74, 5, 8, 9, 931, 33, 41), Cotta Emil (7820, 1, 4, 5, 7, 8, 30—2, 4—6, 49, 64, 7, 73—6, 8, 9, 85, 93, 907, 13, 23, 5, 8, 31—3, 5), Georgescu Corneliu (7820, 1, 7, 30, 5, 74, 8, 9, 923, 5, 33, 5, 7, 44), cl. Pişcoci Constantin (7920, 1, 3—5, 9, 33, 45, 73, 85, 923, 5, 8, 31, 3—5, 44, 57). Popa Gheorghe (7825, 9—33, 76, 8, 9, 85, 925), Popescu Mariana (7824, 5, 30—4, 7—40, 3—5, 51, 64, 87, 92, 3, 920, 1, 5), Ristea Ilie (7833, 9, 41, 43, 51, 64, 81, 925, 33—5, 41, 9, 57), Spiridon Dumitru (7825, 7, 9, 33, 9, 85, 923, 5, 8, 31—3), Stere Alexandru (7820, 1, 3, 5, 7, 9, 35, 73, 4, 8, 83, 5, 923, 4, 8, 31, 3), Vasilache Dan (7833, 9, 41, 3, 51, 64 81, 925, 33—5, 41, 9, 57), cl. XI Coman Constantin (7820, 1, 3—5, 37, 40, 2, 4, 5, 8, 9, 52, 3), *L. 2* cl. VI Comanicia Horia (2598, 9, 613, 4, 8, 31—3, 6—8), Creangă Larisa (2597—9, 601—4, 13, 4), Fulga Cristian (2601—3, 5, 6, 8, 11, 3, 4), Georgescu Mihaela (2598, 600—4, 14, 5), cl. VII Bucheru Raluca (2597, 9, 601, 4, 6, 8, 19, 23, 7), Ciucu Radu (2597, 600, 1, 8, 18, 23, 36, 8, 9), Kluger Alex. (2600, 1, 3—8), Solomon Silvia (2600, 4, 12, 4, 20, 2, 3, 34, 6), cl. VIII Grigore Elena (2573, 7—9, 83—5, 96, 7, 601, 6, 20, 5, 30, 2—4), Rudolf Sorin (2597—9, 601, 4, 6—9, 14), cl. IX *Anton Petre* (2609—11, 27—30, 7827—31, 3—6, 74, 5, 8, 9, 85, 933—7, 9, 41, 9, 57, 76), *Beffa Mihai* (209—11, 27—30, 7827—31, 3, 5, 73—6, 8, 9, 85, 924, 32—7, 40, 1, 9), Bucur Daniel (2627, 8, 30, 46, 7827, 30, 2—5, 73, 8, 933, 5, 6), Butnaru Cornelia (2609—11, 27—30, 45, 6, 7827, 9, 30, 1, 4, 5, 73, 4, 9, 933—6, 9, 57), Chiriţescu Cristian (2628, 7831——5, 85, 933, 5, 6, 9, 49, 57), Constantinescu Dumitru (2609, 27, 8, 30, 7827, 31, 78, 9, 85, 933—6, 40), Dincă Eduard (2645, 6, 7829, 31, 4, 85, 933—6, 9, 41, 9, 57), Dragomir Cezar (2610 28, 29, 30, 1, 4, 45, 6, 7885, 933—6, 9, 41, 9, 57), Dumitru Adrian (2609, 11, 27—30, 46, 7827, 9, 35, 74, 6, 8, 9, 85, 933. 5, 6, 41, 57), Eibenschutz Hannelore (2609, 27, 8, 30, 7827, 9, 35, 74, 8,9, 935, 6), Florea Elena (2627, 8, 30, 46, 7829, 33, 5, 926, 35, 41, 4, 9), *Grünberg Saşa* (2609—11, 27—30, 7827—31, 3—6, 74—6, 8, 9, 85, 933—9, 41, 9), Ioan Octavian (2609—11, 27—30, cl. XI Caracostea Florin (7820—4, 7, 30, 51, 73, 4, 8, 85, 918—21, 3, 5, 30—2), *L. 2* Zimnicaru Victoria (7820, 1, 3—5, 42, 5, 93, 918—21, 5), *L. 3* cl. IX Ulceanu Vasile (2611, 27, 8, 30, 45, 7830, 2, 3, 5, 933, 5), Stănciulescu Cornelia (2627—30, 827, 9, 30, 2, 3, 5, 73, 6, 8), cl. X Manea Alexandrina (7827, 9, 30, 2—5, 7, 42, 73, 6, 8, 944), Szekely Karoly (7827, 9, 30, 2, 3, 5, 7, 40, 2, 73, 6, 8), *Sc. tehnică construcţii*, Opran Ştefan (7820—7, 35, 40, 9, 51, 73, 8' 900, 18, 20, 1, 5, 32, 3).

PLOIEŞTI *S. g. 5* cl. VI Mocanu Maria (2596, 613, 9, 20, 32—4, 6), *S. g.* cl. VI Dinescu Costin (2596—604, 6), cl. VII Alexa Marian (2600—2, 4—8), *Ş. g. 8* cl. VII Bizinichi Gheorghe (260—2, 4—8), Geantă Gabriela (2600—2, 4, 8, 19, 28, 36), cl. VIII Cîmpeanu Luminiţa (2609, 23,41, 7835, 874, 9, 934, 5, 57), *Ş. g.* cl. XI Işoiu Petre (2600, 1, 6, 13, 5, 32—4, 43), cl. VIII Berciu Elena (2597, 600, 1, 4, 6—9, 7827), *Şc. g. 12* cl. VII Breahnă Silvia (2598, 601, 15, 32—4, 6), Dumitrescu Virgil (2596—9, 601, 4, 5, 8), cl. VIII Tiprigan Carmen (2597, 8, 608, 9, 13, 7873, 4, 7—9), Vulcan Teodor (2605—9, 11, 22, 7, 46), *Ş. g. 21* cl. VII Niculescu Dan (2603, 8,23, 4, 36—8, 43), Ouatu Mircea (2601, 3,4, 6, 9, 18, 23, 43), cl. VIII Moisescu Dorina (2632, 3, 7829, 30, 78, 80, 933, 57). *Ş. g. 23* cl. VII Rusu Stelian (2602, 6, 17—23, 7—30), cl. VIII Stoica Valentin (2596—605, 7—11), *S. g.* cl. VIII Ion Adrian (2606, 7, 9, 11, 23, 7878, 933, 5, 57), *L. 1* cl. VI Marinescu Morena (2604, 6—8, 13—5, 8, 20), Popescu Laurenţiu (2598, 9, 601, 31—3, 4, 6), Rednic Cristina (2596,604, 6—8), Topoleanu Gabriel (2615, 6, 631—4, 6, 8), cl. VII Anastasiade Iordan (2597—600, 4, 6, 11, 14, 5, 8, 9, 23), Breazu Valeriu (2598—600, 4, 6, 11, 14, 5, 8, 23), Ionescu Mihai (2604 —7, 18—20, 3, 4), cl. IX Simion Iftimie (2600, 2, 4—9, 7827, 9, 40, 2, 3, 5), cl. X Ardeleanu Ion (7821, 3—5, 7—31, 3—5, 73—6, 8, 9, 85, 923), Enescu Adrian (7827, 30—2, 4, 5, 7, 73, 4, 6, 8, 9, 933—6, 9—41, 4), Panaitescu Teodor (7821, 5, 7, 9—33, 5, 7, 9—33, 5, 73, 8, 85, 925, 31, 3, 5), Pană Ştefan (7821, 3—5, 9—33, 5, 73, 6—9, 931—3, 5), 7827—31, 3—6, 74 —6, 8, 9, 85, 933—9, 41, 9), Ioniţă Iulian (2609—11, 27—30, 7827—31, 3—6, 74, 7—9, 85, 933, 5—7, 57), Leibovici Marcu (2609—11, 27, 8, 30, 7827, 30, 4, 5, 74, 8, 9), Lăzărescu Costin (2609, 11, 27, 9, 30, 7, 827, 9, 30, 74, 8, 9, 933, 5, 6), Mănică Luciana (2627, 8, 30, 46, 7829, 74, 9, 933—7, 41, 9), Nicolae Ligia (2611, 28, 30, 7827, 9, 30, 74,

8, 9, 936, 5, 57), Păun Gheorghe (2609, 27, 30, 7827, 9—32, 5, 78, 9, 85, 933, 5, 6, 40, 9, 57), Petrişanu Grigore (7828, 9, 31, 3, 5, 6, 85, 933, 5—7, 57), Popescu Dan (2611, 27, 7827, 9, 30, 5, 73, 4, 8, 9, 85, 935, 49, 57), Stoica Mihai (2609, 27, 8, 30, 46, 7827, 30, 4, 73, 4, 8, 933, 5, 6, 9), Tănăsescu Doina (2610, 27, 8, 30, 45, 6, 7827, 9, 30, 1, 5, 73, 8, 9, 85, 933, 4, 6, 49, 57), Teodorescu Lucian (2609, 10, 27—30, 7827—31, 3—6, 74, 8, 85, 933, 5, 6), *Turţădău Florian* (2609, 11, 27—30, 45—7, 7827, 30, 1, 4, 9, 73—6, 78—80, 5, 924, 32—4, 6, 8——41), cl. X Brenner Mircea (7827, 9, 73—6, 8, 80, 3—7, 90, 808, 11, 5, 8, 20, 35, 7, 9—42, 93, 5, 40), *Bucur Teofil* (7820, 1, 3—5, 7—39, 42, 5, 67, 73—80, 3—5, 910, 21, 3—5, 8, 30 ——42, 9—41, 67, 60), Căruţaşu Raymond (7821, 3, 4, 7, 9—31, 5, 78—80, 925, 33, 41, 64), Dinu Dumitru (7820, 1, 3—5, 7, 9, 33, 5, 7, 73, 4, 6—8, 83), Duţescu Conszantin (7821, 3—5, 7, 8, 30, 5, 42, 74, 8, 9, 83, 5), Furda Ruxandra (7873, 8, 85, 913, 25, 7, 9—31, 57, 45, 64), Iancu Filofteia (7820, 1, 3, 4, 7, 9, 30, 42, 76, 8, 83, 5, 928, 33, 5, 44, 57), Marinescu Mihaela (7820, 3, 4, 7, 8, 30, 1, 4, 5, 74—6, 8, 9, 83), Mircea Eugen (7821, 3, 4, 7, 9—31, 3, 5, 76, 8, 933—5), Moisescu Valeria (7821, 3, 4, 7—30, 3, 7, 8, 80, 925, 33, 41, 57), Pană Ion (7820, 1, 3—5, 7, 30, 5, 6, 8—40, 2, 3), Popovici Elena (7827, 9, 30, 42, 73, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 33, 4, 5), Rotescu Mihai (7821, 3—5, 7—30, 2, 3, 5, 7, 45), Sorescu Gabriela (7827—30, 4, 5, 7, 42, 74, 6, 8, 9, 87), Stoicescu Ileana (7821, 3, 4, 7—30, 78, 80, 925, 33, 41, 57), Teodorescu N. Nicolae (7869, 74, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 31, 3, 6, 9, 40, 41, 57, 60), Vişinescu Vasile (7821, 4, 7, 8, 30, 6, 42, 73, 8, 9, 83, 925, 35, 60), Vişan Marian (7820, 1, 3—5, 7—30, 2—5, 7, 8, 41, 2, 4, 73), Zotta Ştefan (7827—30, 2, 4—7, 45, 73—6, 8, 9), *L. 3* cl. V Becheanu Dorina (2597——9, 613, 4, 32—4), Iancovescu Catinca (2597, 8, 600, 14, 31—4), cl. VII Constantin Adriana (2615, 32—4, 6—9, 41, 3), Gheorghe Daniela (2597, 8, 614, 5, 32—4, 6, 9, 43), Popescu Ruxandra (2631—6, 8, 9, 43), cl. IX Burduja Elena (2574, 7, 81, 2, 5, 6, 88, 97, 8, 601, 3, 7827, 31), cl. X Mihai Mihail (7827, 8, 30, 5, 74, 5, 8—80, 3, 7, 933—5, 41), Filipescu Florin (2599, 601, 14, 8, 9, 32—4), *L. 4* cl. IX Dinu Tănase (2609, 27, 8, 30, 46, 7, 7827, 2, 4, 73, 4, 8, 9, 933, 4), *L. 5* cl. VI Eftimie Mihaela (2604, 6, 8, 13, 16, 8—20). *L. 6* cl. XI Mihăilescu Florin (7822, 6, 37, 42, 3, 9, 52, 3, 83—5, 900, 20, 30, 1, 2), *L. economic* anul II Cărăbaşu Gheorghe (7820, 1, 3, 5, 7, 9, 34, 73, 8, 9, 83, 5, 7, 923, 5, 31—3, 57).

PLOPENI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. V Lozin Zoltan (2613—6, 31—4), cl. VIII Dan Silaev (2639—41, 3, 4, 6, 7, 933—5, 41).

POPEŞTI (Crişana) *L.* cl. VI Molnor Marioara (2598, 614, 5, 29, 32—4, 6, 7), cl. IX Farcaş Nistor (2611, 27—30, 7827, 9, 30, 2, 5, 75, 8, 933, 5), Helristean Dorina (2609, 11, 27——30, 7827, 9, 30, 2, 75, 8, 933, 5), Lupuţ Nicolae (2609, 27—30, 7827, 9, 30, 2, 75, 8, 933, 4, 41), Pop Viorica (2611, 27—30, 7827, 9, 30, 78, 80, 933, 4, 41), cl. X Ferche Gavril (7821, 5, 7—30, 2, 4, 5, 67, 74—6, 8, 80, 5, 925, 33), Isa Valeria (7825, 7, 9, 30—2, 5, 77—80, 933, 4), Pop Dorel (7825, 9, 30, 2, 3, 5, 67, 74, 5, 8—80, 957), cl. XI Colţea Lucian (7827, 9, 35, 49, 51, 78, 80, 923, 30—3, 5, 44, 9).

POTIGRAFU (Ploieşti). cl. VIII Ghicuţă Maria (2606, 7, 10, 22, 3, 7, 7827, 8, 78, 9), Podgoreanu Elena (2606—8, 10, 11, 7827, 78, 9, 622, 3), Vasile Gherghina (2606—8, 10, 7827, 8, 74, 8, 9).

PUCHENII MARI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VII Ioniţă Gheorghe (2600—2, 4, 6, 7, 8, 18—20, 3), Raţă Iulian (2600—2, 4, 6—8, 18—21,), cl. VIII Alecu Nicolae (2607, 8, 10, 23, 6, 7, 7827, 9, 79), Iprga Eugen (2606—8, 10, 1, 23, 7, 7827, 8, 74, 9), Manole Elvirel (2606—11, 23, 7, 7827, 8, 74, 9), Mihai Vasile (2623, 4, 7, 30, 7827, 8, 73, 4, 9).

POCHENII MOSNENI *Ş. g.* cl. VIII Petre Maria (2609, 10, 22, 3, 39, 40, 1, 3, 5, 6), Stan Vasile (2639—41, 3, 5, 7827—9, 73, 4, 9, 933—5), Vasilescu Veronica (2069, 10, 22, 3, 39—41, 3, 6, 7).

PUCIOASA (Ploieşti). cl. VII Benu Aurelian (2615, 6, 9, 23, 7, 32—4, 6), Călin Mardi (2601—4, 6—8, 18, 9), Căprăruş Simina (2600—10), Jutaru Adrian (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Lăzărescu Ion (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Moraru Mariana (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Opreşcu Radu (2601—4, 6—8, 8, 9, 23), Păduraru Stelian (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Poll Dan (2600, 1, 4—9, 11), Sprînceană Ileana (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Stăncioiu Cristina (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Stănescu Constantin (2601—4, 6—8, 18, 9, 23), Vasilescu Alina (2598, 604, 6, 18, 20, 3, 4, 8, 30, 2—4, 6, 40, 1), cl. IX Rotaru Sorin (2609, 27, 8, 30, 45, 6, 7827, 30, 78, 9, 33, 5, 6, 9, 40), Stănescu Cristian (2600, 11, 27—30, 7827, 9, 35, 3, 4, 8, 9), cl. X Popescu Cornel (7834, 74, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 31—3, 5—7, 41, 4, 57), *Sencovici Gabriela* (7820, 1, 3—5, 7—31, 4—8, 40, 2, 4, 5, 67, 73—6, 8—80, 5, 7, 8, 918, 23, 5, 8, 30, 1, 4—6), Teodoroiu Valeriu (7821, 3, 7—30, 4—7, 42, 4, 5)

REŞIŢA. *Ş. g. 1* cl. VI Huschitt Hedwig (2596, 8, 9, 601, 2, 31—4, 6), *Ş. g. 2* cl. VI Hervat Andrei (2613, 4, 8, 9, 32, 3, 5, 8), cl. VII Potoceanu Mariana (2600—5, 18, 19, 21, 4), *L. 1* cl. IX Horvat Monica (7827—30, 3—5, 78, 933, 35, 40, 4), *L. 2* cl. X Ionescu Cristian (7823, 4, 7, 9, 30—4, 73, 7—9).

RÎMNICU SĂRAT. *L. 1* cl. VIII Rogozeanu Dragoş (2597, 9, 613—5, 7, 8, 20, 2636, 2645), cl. IX Tapangea George (2609, 29, 30, 46, 7827, 30, 74, 8, 9, 933. 4, 9), *L. 2* cl. XI Anghel Vasile (7820, 5, 39, 40. 2. 5. 8, 9, 51—4), Calcan Ivan (7820—5, 7, 45, 9, 51, 68,

73, 4, 8, 9, 883, 5, 93, 920, 3, 5, 8), Mocanu Guţă (7847, 53, 907, 13, 23, 5, 8, 30, 2, 40, 4, 9, 50, 64), absolvent Apostol Ovidiu (7830, 5, 73, 908, 13, 8, 23, 5, 8, 32, 5, 56, 7, 9, 60).

RÎMNICU VÎLCEA *Ş. g. 1* cl. V Rădulescu Vasile (2596—600, 1, 2, 13—15), *S. g. 4* cl. VIII Vasilescu Doina (2596—9, 600—4), *Ş. g. 5* cl. VI Mihalcea Emilian (2597, 9, 601, 4—6, 14, 20, 1), cl. VIII Stochiţă Constantin (2620, 2—4, 7, 30, 40, 1, 7933, 4, 941, 57), Tănase Vasile (2613—5, 7, 9, 20, 3, 7, 8, 30), *L. 1* cl. IX Pistol Gheorghe (2627—30, 46, 7832, 5, 73, 4, 9, 933—5), cl. X Alecu Vasile (7824, 5, 7, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 80, 21, 911, 913, 23, 33, 5, 9, 41, 57), Bărăscu Dumitru (7837, 85, 920, 3, 5, 8, 33—6, 8, 40, 1, 4, 57), Butucea Ovidiu (7827—30, 3—5, 74, 6, 8, 9, 913, 25, 8, 31, 3, 5), Lăzărescu Traian (7920, 3, 5, 8, 32—5, 6, 7, 40, 1, 4, 57), Lotca Bujor (7824, 7, 8—30, 5, 51, 74, 8, 9, 33, 5, 44, 57), Maiorescu Gheorghe (7874, 8, 9, 85, 913, 23, 5, 32—5, 7, 9, 40), Popian Crişan (7820, 1, 3—5, 7—9, 302, 4, 5, 42, 67, 74—6, 8, 9, 83, 5, 911, 3, 6, 23, 5, 8,31, 5, 7, 9, 41, 4, 57), Popovici Pavel (7824, 7, 8—9, 30, 34—5, 42, 51, 74, 8, 9, 933), Tilivea Mihai (7831, 2, 7, 73, 4, 5, 6, 9, 85, 7, 933, 4, 5), Vintilescu Mihail (7827, 8, 9, 30, 3, 5, 74, 8, 9, 933, 5, 7, 41, 57), cl. XI-a Duţă Grigoriţă (7821, 4, 9, 30, 9, 42, 9, 51, 78, 83, 4, 5, 93, 920, 3, 5, 31, 2, 50), Ionescu Constantin (7821, 4, 5, 49, 51, 83, 4, 5, 920, 3, 5, 31, 2, 44, 57, 60), Preda Elena (7824, 7, 41, 51, 78, 83—5, 93, 920, 3, 5, 7931, 2, 60), *L. 2* cl. VI Grigorescu Mihaela (2596, 9, 600, 1, 13, 8, 20), cl. VII Alexandridis Ioana (2599, 601, 6, 13, 5, 8, 9, 20), Dinulescu Călin (2599, 606, 7, 13, 5, 7, 8, 21, 32, 3, 46). Iliescu Olt (2596, 7, 8, 9, 600, 1, 4, 6, 7, 9), Grigorescu Carmen (2598, 9, 607, 9, 13, 8, 22), Lazăr Valeriu (2596, 7, 9, 601, 2, 4, 6, 7, 8), Demenyi Laurenţiu (2597, 8, 9, 600, 1, 4, 6, 8, 9), Ochescu Mihai (2599, 605, 6, 7, 9, 33, 6, 41), Pistol Cristiana (2596, 7, 9, 600, 1, 6, 7, 8, 9), Rădulescu Rodica (2596, 600, 1, 4, 6, 14, 8, 9), Tintorescu Rodica (2596, 600, 1, 4, 6, 14, 8, 9), Ungureanu Victoria (2599, 601, 2,3, 5, 6, 7, 9), cl. XI, Marinescu Silvian (7820, 1, 2, 3, 4, 5, 918, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 30, 2, 64).

ROMAN. *S. g. 3* cl. VII Munteanu Dorel (2600, 3, 4, 5, 19, 20, 7, 36, 8), *L. 1* cl. IX Podiuc Vladimir (7827, 8, 9, 30, 74, 5, 8, 9, 933, 5, 9, 41), Soldea Adrian (2609, 10, 27, 8, 30, 7827, 9, 31, 2, 4, 74, 5, 6, 8, 9, 935), cl. X Patriche Elena (7821, 7, 30, 2, 5, 74, 5, 6, 8, 9, 933, 4)., Postăvaru Valentina (7823, 42, 67, 74, 6, 8, 85, 925, 31, 3, 5, 6), Radu Panaite (7825, 8, 9, 42, 4, 5, 83, 5, 920, 3, 5, 33, 4, 5, 6), Rusu Dorică (7827, 8, 30, 4, 74, 8, 9, 83, 5, 933, 5, 9, 40), cl. XI Apostol Ioan (7820, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 35, 7, 42, 8, 51, 918, 20, 32),

ROŞIA MONTANĂ *Ş. g.* cl. VIII Ionuţ Octavian (2573, 4, 7—9, 82, 6—8, 97—601, 4, 6, 8).

ROŞIORII DE VEDE. *Ş. g. 3* cl. VI Surpăţeanu Adrian (2598, 609, 1, 13, 5, 9, 31, 2, 4), cl. VII Truică Nelu (2597, 8, 9, 600, 1, 6, 9, 11, 4, 5, 32, 3), *L. 1* cl. VII Alexa Anne (2597, 9, 613, 4, 5, 8, 32, 3), *L. 2* cl. X Pereanu Elefterie (7827, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 7, 42, 4, 74, 6, 8, 9, 33, 46), Popescu Aurelian (7827—30, 4, 5, 9, 74, 6, 8, 9, 85), cl. XI Mărgărit Iulian (7820, 1, 3—5, 7—9, 35, 51, 73, 4, 8, 9, 85), 920, 3, 5, 31—5).

SACU (Caransebeş). *Ş. g.* cl. VIII (2581, 2, 7, 8, 97, 604—6, 8, 9, 18, 9, 20, 3, 9).

SALONTA (Crişana) *Ş. g.* cl. VIII Lungu Dan (2606—10, 24, 7, 30, 43, 6, 78, 9), 81 923, 5, 8, 23, 3—5), Haş Ion (7878, 9, 81, 5, 923, 5, 8, 31—3, 41, 4), Hire Ion (7878, 9,81 5, 911, 23, 5, 8, 3—14), Lerint Gh. (7821, 7, 30, 1, 5, 78, 9, 923, 5, 32, 3, 40, 4), Maite Floare 7827, 30, 73, 8, 81, 5, 923, 5, 8, 32, 3, 5, 44), Oroş Gh. (7827, 30, 5, 74, 8, 9, 923, 5, 32, 3, 4, 41, 4), Pop Gh. (7827, 30, 5, 40, 2, 74, 8, 9, 923, 5, 8, 32, 3), Sav Liviu (7827, 30, 1, 5, 74, 8, 9, 923, 5, 32, 3, 4, 44), Todinca Teodor (7823, 8, 81, 5, 923, 5, 8, 31, 2, 3, 5, 44) Vereş Ioan (7827, 30, 5, 42, 74, 8, 9, 923, 5, 8, 32—4), cl. XI Cherecher Livia (7821, 3, 4, 42, 9, 84, 5, 920, 3, 5, 8, 32), Danciu Mihai (7820, 1, 3, 4, 81, 5, 918, 20, 3, 5, 7, 32), Forţiu Floare (7820, 1, 31, 81, 3, 5, 93, 920, 3, 5, 8, 32), Moţoc Floarea (7820, 1, 3, 4, 5, 83, 5, 920, 3, 5, 31, 2), Tamba Maria (7821, 3, 4, 85, 918, 20, 1, 3, 5, 8, 31, 2).

SATU MARE. *L. 1* col. IX Ovidiu Mihai (7827, 2627-30, 30, 5, 74, 6, 8, 9, 933, 4, 6)., Török Ştefan (2609, 11, 27, 8, 9, 30, 1, 4, 7878, 9), cl. X Andreică Marin (7821, 4, 6, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 45, 77, 8, 9, 83, 4), Blideran Ioan (7821, 3, 4, 7, 9, 30, 2, 3, 4, 5, 7, 51, 67, 74, 5, 8, 9, 933), Donca Mihai (7821, 4, 5, 7, 9, 30, 3, 3, 5, 42, 5, 77, 8, 9, 85), Koos Francisc (7821, 3—5, 7, 35, 76, 8, 80, 923, 5, 8, 31, 3, 5), Elefant Gavril (7821, 3, 4, 7, 9, 30, 3, 5, 9,-74, 5, 8, 9, 85, 933, 39), Iordam Andrei (7820, 1, 3, 5, 8, 31, 4, 6, 7, 9, 40, 43, 5, 6, 51), Mureşan Rodica (7821, 3, 5, 8, 32, 7, 72, 5, 64, 78, 83, 5, 957), cl. XI Merck Iosif (7824, 42 5, 9, 51, 65, 7, 84, 5, 93, 920, 3, 8), Vida Ion (7821, 4, 5, 30, 43, 5, 9, 51, 83, 4, 5, 93), (*Ciarnău Dan*, 7920, 1, 3, 5, 31, 2, 44, 9, 59, 6070—2, 6, 8021, 2, 6, 8, 9, 30—2, 45, 8 51, 8, 60—2, 59, 71, 3, 5, 8, 90, 4, 103, 11, 6, 24, 4, 39) *L. 3* cl. IX Andreica Dorel (2630,, 77, 8, 9, 84) 7821, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 925, 33, 5, 41), *Ş. g.* cl. V Görbe Victor (2598, 9, 600, 15, 6, 31, 2, 3, 4), cl. VII Bogza Laura (2601, 4, 6—8, 19, 22, F) 5,ăină Angela (2601, 4, 6—9, 19, 20, 2—5), Moldovan Clara (260,,29 19, 44,) 2—1. Sandor Maria (2601, 4, 7—9, 19, 22, 4, 5), *Ş. g.* cl. VII Mureşan Daniela (2601, 3, 6, 8, 18, 35, 8, 9, 43).

SĂBOANI (Bacău) . *L.* cl. IX Călugăru Francisc (2609, 27—30, 7827—30, 2, 5, 74, 8 9), Frînghiu Virgil (2609, 27 —30, 7827—30, 2, 4, 5, 74, 8, 9), cl. X Dumea Frant (7827—30 2, 5, 42, 73, 6, 8, 9, 83, 93 3—5).

SARMAŞ (Mureşu Aut. Maghiară). *L.* cl. IX Chioreanu Dinu (2611, 27, 9, 30, 45, 6, 7827, 35, 73, 4, 5, 8, 9, 933, 4, 7, 40), Cubleşan Istafie (2611, 27, 9, 30, 46, 7827, 35, 73—5, 8, 9, 927, 40).

SEBEŞ (Hunedoara) cl. VIII Marcu D. (2598, 601, 8—10, 22—5, 7—8, 30), cl. IX Fabriţius Kert (2609, 10, 11, 27, 30, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9), cl. X Bera Nicolae (7823, 8, 9, 83, 923, 5, 8, 933, 4, 5, 47, 57), Keutser Roland (7873, 4, 8, 9, 83, 923, 5, 8, 33, 4, 5, 6, 57), Leutschaft Ute (7820, 1, 3—5, 7, 37, 78, 83, 933, 5), Romcea Emilian (7827—31, 4, 5, 74, 8, 9, 933, 5, 9, 40), Schumann Robert (7821, 3, 4, 5, 7, 9, 30, 5, 7, 42, 73, 4, 8, 9, 923, 5, 8, 31, 3—6, 44).

SEBIŞ (Crişana). *L.* cl. VII Toma Ion (2573, 80, 1, 4, 97, 614, 8), Verebeş Iosif (2573, 4, 89, 9, 80, 4, 7, 99, 601, 18), cl. IX Cîndea Ioan (2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 957 Millig Franis (7827, 9, 30, 33—5, 73, 4, 8, 9, 933, 5, 41), 2609, 27, 8, 9, 30, 47), To, muţa Ana (2609, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 5, 64, 74, 8, 9), Ursu Rodica (2609, 11, 27—30, 7874, 67, 78, 9), cl. X *Anamaria Pricha* (7820, 1, 3—5, 7, 30, 2, 3, 4—6, 40, 5, 74, 6, 8, 9, 80, 5, 913, 4, 20, 5, 31, 3, 4, 9, 40), Barna Aurel (7820, 13—15, 7—30, 2, 4, 5, 40, 5, 78-9, 85), Codrean Nicolae (7770, 82, 5, 820, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 30, 2, 3, 5), *Vraşgyak Petru Pantazi Nicolae* (7907—13, 8—21, 3, 5, 6, 8—33, 5, 7—41, 3—6, 8, 9, 53, 7—60, 3, 4, 70—94, 7, 9—8001, 4—7, 9—11, 5, 21—3, 5, 6, 8, 30, 1). *Vrasgyak Petru* (7821, 3—5, 7—30, 832 3, 5, 40, 5, 74, 7—80, 5, 911, 13, 4, 20, 51, 31, 3, 4, 9—41, 57). Zapota Nicolae (7770, 3 82, 3, 5, 6, 9, 820, 1, 3—5, 7—30, 2—6, 8, 9, 45, 74—6, 8, 79, 83, 5), cl. XI Faur Vasile (7820, 1, 3, 4, 5, 7, 9, 30, 5, 45, 9, 67, 78, 9, 80, 933, 5, 44).

SIBIU. *Ş. g. 1* cl. VIII Stîngescu Petre (2580—91, 4, 5, 606—9, 23, 4, 7, 9, 7873, 4, 8, 9), *Ş. g. 15* cl. VI Schmidt Erika (2573, 7, 98, 600, 6, 13, 4, 20), Binder Karin (2604, 7, 14, 5, 20, 3, 7, 30), cl. VIII Ciobanu Adrian (2599, 600, 5, 6, 8, 11, 15, 8, 21, 2), Czillech Ingeborg (2575, 604, 6, 7, 14, 9, 20, 3, 7, 30), Graef Hamelore (2584, 604, 6, 7, 14, 5, 20, 3), Ingried Binder (2614, 9, 20, 2, 3, 7, 30), Ingried Gubwirth (2581, 604, 6, 14, 9, 20, 2, 7, 30), Klohner Gudrun (2611, 4, 9, 20, 2, 3, 4, 7, 9), Maior Carmen (2580, 607, 11, 3, 4, 9, 20), Popescu Marga (2605, 8, 9, 11, 22, 4, 7, 3, 9), Schrinder Elke (2577, 80, 600, 6, 7, 13, 4, 9, 20), Schuster Jurgen (2584, 604, 6, 14, 9, 20, 2, 3, 30)), Schütz Werner (2605, 8, 9, 11, 2622—4, 7, 9), Ursula Marhes (2604, 7, 14, 9, 20, 3, 27, 30, 75), *Ş g. 16* cl. V Mavrodin Ştefan (2596—600, 13—6), *Ş. g. 19* cl. VIII Lomnăşan Octavian (2605—10, 2, 27, 30, 7874, 8, 933' 5), Patraşcu Miahela (2605, 7, 23, 5, 7, 8, 9, 30, 40), *L. 1* cl. X Bozdoghină Şerban (7827, 30, 1, 74, 8, 9, 85, 933, 5, 9, 40, 1, 57), cl. XI Dancu Mircea (7820, 1, 3—5, 42—6, 51, 4, 64, 6), Radu Biţu (7820, 1, 3—5, 8, 42—6, 9, 51, 4, 864, 6), cl. IX Ioan Alin (2609—12, 27, 9, 30, 7827, 8, 30—3, 5, 74—9), cl. X Drăgan Florin (7827, 9, 30, 5, 7, 42, 5, 74, 6, 8, 9, 83, 5, 933, 5, 7, 57). Lup Pavel (2827—30, 4—7, 42, 7873, 4, 8, 9, 933), Tudor Hariana (7821, 5, 33, 4, 6, 7, 840, 2, 4, 873—6, 8, 83, 5), *L. 3* cl. IX Maniu Dan (7820, 1, 3—5, 7, 830, 2,40, 2, 3, 9, 51, 3, 4, 67, 71, 8), Pătraşcu Gh. (2609, 10, 27, 9, 30, 47, 7827, 30, 2, 78), 933, 4, 7), Raţiu Tudor (2627, 8, 9, 7827, 30, 1, 2, 5, 73, 8, 9), cl. X Bucur Ion (7820, 1, 3, 4, 7, 9, 30, 3, 6, 42, 5, 75—81, 3—7, 913, 23, 5, 31, 4, 8—41, 9, 51), cl. XI Coşa Emilian (7820, 1, 3—5, 7, 31, 8, 41, 51, 925, 7, 30), Turcu Octavian (7820, 1, 3—5, 7, 30, 2, 40, 2, 3, 5, 49, 51, 3, 4, 67, 71, 8).

SIGHETUL MARMAŢIEI (Maramureş). *L. 1* cl. VI Terza Gabriela (2596—9, 601—4), cl. XI Fornvald Gh. (7822, 7—9, 30, 1, 3—5, 8, 40, 2, 4—5, 9, 51, 67, 74, 5, 8, 9, 85, 914, 25, 33, 5, 41), Katona Nicolae (7827, 9, 30, 3, 5, 8, 40, 2, 4, 5, 9, 51, 84, 5).

SIGHIŞOARA. Ş. g. cl. VIII Chifa Georgeta (2606—8, 23, 7, 7827, 73, 9), *L. 1* cl IX Bucur Petru 612, 40, 1—3, 7829, 32, 3, 5, 933, 4—6), Căzănoiu Delia (2627, 8, 30, 45, 7827, 30, 74, 933, 5, 41), Dobrescu Florin 2609, 10, 27—30, 45, 7830, 3, 4, 78, 9), Fruntitze Doina (2609, 27, 8, 30, 7827, 30, 78, 9, 933—6), Turjan Dante (2609, 10, 11, 27—30, 46, 7827, 9, 30, 78, 9, 933), cl. X Serachitopol Dan (7821, 7, 32, 5, 73, 8—80, 5, 933, 5, 6), cl. XI Antal Zsigmund (7820, 1, 3—5, 20, 3, 5, 8, 30, 1, 2, 4), Chiriţescu Alexandru (7820, 1, 3—5, 30, 2, 3, 5, 7, 9, 40—3, 5, 6, 9, 50, 3). Iakab Elek (7820, 1, 3—5, 920, 3, 5, 8, 30—2), Teniţchii Eugen (7833, 7, 9, 40—3, 5, 6, 9, 53, 67, 76, 8, 9, 85).

SIMERIA. *Ş. g.* cl. VII Cocoveanu Marius (2600, 1, 6, 8, 18, 9, 20, 3). *L.* cl. X Cioran Felicia (7783, 825, 7, 8, 30, 73, 8, 9, 85, 928, 33, 5, 44), cl. XI Lemac Sorin (7820, 1, 4, 42, 900, 7, 18, 20, 1, 3, 5, 32, 59).

SINAIA. cl. IX Cucu Artemiza (2609, 12, 27, 9, 45, 7827, 30, 2, 5, 73, 89, 833, 4, 6), Gheorghe Maria (2609, 12, 27, 9, 30, 45, 827, 30, 5, 73, 4, 8, 9, 933—6, 941), Ghindea Elena (2609, 12, 27, 9, 30, 45, 827, 8, 30, 2, 3, 5, 873, 4, 8, 9, 933, 4, 6), Gulie Niculina (2609, 12, 27, 9, 45, 7827, 30—3, 73, 8, 9, 933, 4, 6, 41), Muşat Olimpia (2627, 30, 45, 7832, 5, 73, 4, 8, 9, 933, 4, 6, 4), Negroiu Crisita (2609, 12, 27, 30, 2, 5, 73, 4, 8, 9, 933, 4, 6, 41). Schmiedigen Petru (2609, 10—2, 27—30, 46, 7827, 8, 30, 2—5, 7, 73—6, 8, 9, 934, 8—41), Stoica Emil (2609, 27—30, 827—30, 5, 73—4, 8, 9), Zidaru Dumitra 2609, 12, 27, 9, 45, 7827, 30,2 5, 73, 8, 9, 933, 4, 6), cl. X Aninaru Mihail (7821, 24, 5, 7, 9, 30, 1, 5, 45, 78—80, 923, 33, 4, 5) (4) Bunea Cornelia (7824, 7, 9, 74, 8—80, 4, 123, 5, 33, Burbacu Vasilica

(7823, 4, 7, 35, 73, 6, 8, 80, 4, 923, 5, 33) Cîmpeanu Ion (7824, 7, 30, 5, 73,, 4, 8—80, 4, 933, 4, 5, 6, 41), Cosma Radu (7821, 3—5, 7, 29—31, 5, 45, 79, 80, 923, 34), Donovan Fl. Popescu (7821, 4, 5, 7, 9, 30, 45, 78, 9, 80, 923, 33), Gheorghiu Emil (7821, 4, 7, 30, 5, 73, 8, 80, 4, 923, 33, 4), Heroiu Octavian (7825, 7, 8, 30, 5, 7, 73, 8, 9, 80, 4, 933, 4, 5), Halpe Hermiona (7821, 7, 9, 35, 42, 5, 73, 4, 8, 9, 80, 3, 4), Mateescu Monica (7821, 4, 5, 7, 30, 5, 79, 9, 80, 4, 23, 5, 33, 5), Nagy Eduard (7821, 7, 74, 6, 8, 9, 80, 4, 923, 5, 31, 33, 5), Scarlat Vasile (7821, 5, 7, 8, 30, 5, 7, 73, 6, 8, 9, 80, 4), Sîrbu Maria (7824, 7, 35, 73, 4, 6, 8, 9, 80, 4, 923, 5), Stanciu Elena (7821, 24, 5, 7, 9, 30, 5, 45, 73, 8, 9, 80, 4, 923, 5 33, 5), Stănescu Ion (7821, 4, 5, 7, 30, 4, 74, 8, 80, 4, 923, 5, 31, 5), Stroescu Dan (7821, 4, 5, 7, 9, 80, 45, 78, 9, 80, 923, 33), Stroică Petre (7820, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 30, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 40, 2, 5, 6), Voicu Viorel (7824, 7, 30, 73, 4, 8, 80, 923, 5, 33, 6, 41).

SIRET (Suceava). *L.* cl. X Condriuc Nicoleta (7827, 30, 1, 5, 42, 78, 9, 85, 933, 5, 7, 40), Patraş Niculina (7827—31, 3—7, 9, 42, 4, 5).

SÎNGEROZ BĂI (Cluj) *L.* cl. X Moisil Emanoil (7824, 7, 8, 30, 2, 3, 78, 9, 923, 5, 34, 41).

SINNICOLAUL MARE (Banat). *L.* cl. VI Cecan Lidia (2613, 5, 8, 9, 20, 32—4, 6, 7), cl. VII Bonafetec Rodica (2600—4, 6, 19, 20, 3), Rusu Ildico (2600—5, 20, 3), Erdelian Slagiana (2576—9, 80, 1, 4, 7, 600—3, 6, 8, 23), cl. XI Packi Iosef (7832, 7, 8, 30, 9, 74, 6, 8, 9, 83—5, 92, 920).

SÎNTANA (Crişana) *Ş. g.* cl. VII Stan Cristian (2573, 4, 7, 9, 8, 4, 7, 9).

SLATINA *Ş. g.* cl. VI Buicescu Alexandru (2528, 32, 613—7, 20, 32, 4, 7, 609), cl. VIII Grigore Maria (2586, 91, 4, 5, 600, 6—10) *L. 1* cl. IX Leulescu Lucian (2627, 30, 467, 827, 9, 30, 4, 5, 74, 8, 9, 933, 4, 5, 9, 40), cl. X *Voinea Vasile* (7825, 40, 2, 5, 7, 67, 9, 71, 900, 9, 10, 3, 4, 8, 9, 20, 1, 3—6, 9, 30—7, 9, 40, 1, 3, 6, 7, 9, 57, 60, 4), cl. XI *Drăghici Samy* (7820, 1, 3—5, 7—31, 5, 7, 8, 45, 8, 9, 51, 3, 67, 71, 4—9, 85, 93, 913, 20, 3—6, 8, 31—5, 7), *L. 2* cl. VI Diaconescu Nicolae (2597—601, 6, 15—8), cl. VII Diaconu Tatiana (2596, 600, 4, 8, 13, 15, 23, 6), Liciu Victoria (2599, 2600, 3, 4, 6, 8, 13, 18), Preda Adriana (2596, 8, 9, 600, 3, 4, 6, 8, 13, 5, 8, 23, 6), Spoitu Constantin (2596, 9, 600, 4, 13, 4, 8, 43), Trăistaru Maria (2600, 4, 6, 8, 13, 5, 23, 6), Vlaicu Mariana (2599, 600, 3, 4, 6, 8, 13, 23), cl. IX Liceică Mihai (2609, 11, 2, 27, 8, 30, 7827, 30, 2, 3, 74, 6, 8, 9, 933—6, 9, 41), cl. X Mateescu Aurel (7824, 7, 9, 33, 5, 7, 9, 40, 2, 5, 933, 4, 9, 40).

SLĂNIC *L.* cl. X Cososchi Mariana (7827, 8, 30, 1, 5, 74, 8, 9, 85, 923, 5, 33, 4, 41, 4, 57), Mustaţea Veronica (7825, 7, 9, 30, 5, 42, 5, 74, 8, 9, 925, 33, 5, 44, 57), cl. XI Bădulescu Aurelia (7821, 2, 4, 5, 49, 51, 918, 20, 3, 5, 30, 31).

SUCEAVA. *Ş. g. 2* cl. VII Pasteucă Romeo (2601, 3—9), *Ş. g. 3* cl. VIII Axinte Gheorghe (2596—601, 4, 6, 13, 18, 9, 20), Toşu Paul (2596—601, 7, 18, 32, 6), *L. 1* cl. VII Delciu Constantin (2607, 18, 23, 7, 30, 8, 41, 3, 7957), Ianovici Sandu (2607, 9, 35—9, 41, 3, 7957) Lenny Ştefan (2618, 9, 27, 30, 3, 41, 3, 6, 7), Tecuceanu Radu (2608, 17, 8, 9, 21, 3, 7, 30, 5—9, 41, 3, 6, 7878, 7933, 57), cl. VIII Mocanu Mircea (261, 2, 6, 7, 43, 5, 7934, 41), cl. IX Ghiuţă Gheorghe (2609—11, 27—30, 46, 7827, 8, 33, 74, 8, 9, 7934, 8, 40, 1, 57), Iaconiu Mircea (2609, 10, 7827, 9, 30, 2, 3, 5, 74—8), Movileanu Gelu (2609, 627—30, 7827—30, 3, 5, 74—9, 935), cl. X Airoaie Doina (7825, 7—9, 32, 5, 7, 42, 5, 74, 5, 8), Amariei Sonia (7828, 9, 32, 7, 45, 7885, 925, 33, 4, 41, 7, 8), Armeanu Alexandru (4821, 7, 9, 30, 3, 5, 73, 8, 9, 923, 5, 33, 5), Chiru Radu (7821, 7, 30, 43, 5, 833, 74, 5—9, 83). Sutie Constantin (7827, 8, 30, 3, 5, 7, 45, 74, 5, 8, 9, 80), Tudor Elena (7825, 7, 8, 9, 30, 45, 74, 7, 85, 923, 5, 33), cl. XI *Filipescu Gheorghe* (7820, 4, 5, 37, 42, 4, 5, 6, 51, 3, 72, 86, 91, 3, 904, 11—3, 18, 20, 3—32, 44—6, 57, 60, 64), *L. 2.* cl. X Tipa Vasile (7827—30, 5, 7, 73, 4, 8, 9, 85, 925, 33, 5), cl. XI Nice Sorin (7873, 8, 80, 3, 5, 912, 20, 5, 31, 2, 3, 5, 57, 8), *L. 3* cl. VII Dutuc Veronica (2600, 1, 4, 6, 7, 15, 22, 4, 5), Ilaş Rodica (2600, 4, 6, 7, 19, 20, 2, 4, 5), Nedelcu Ion (2600, 4, 6, 7, 19, 20, 2, 4, 5), Ovadiuc Angela (2600, 4, 6, 7, 19, 20, 2, 4, 5), Scocan Nicolae (2600, 4, 6, 7, 8, 19, 22, 4, 5), Zelinschi Maria (2600, 4, 6, 7, 8, 19, 22, 4, 5), Timoftei Valeria (2600, 4, 6—9, 19, 22, 4, 5), cl. VIII Bîrsan Lidia (2606, 7—9, 7827, 30, 5, 935), Doroftei Magda (2606, 7—9, 7827, 30, 5, 935), Dură Marinela (2606—9, 23, 7827, 8, 30, 5), Gulinaş Gabriela (2606, 7—9, 23, 7827—30, 5), Leonte Victor (2600, 4, 6, 7, 19, 22, 4, 7827—30, 5), Milcek Gabriela (2606—9, 23, 7827, 8, 30, 5), Stoian Vilhelmina (2606—9, 23, 7827, 8, 3,0 5).

SĂVENI *Ş. g.* cl. VIII Părăscuţă Dănuţ (9615, 8, 9, 32—4, 6, 8, 43, 5).

SIRNA (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VI Mihăilă Maria (2613, 4, 8, 19, 20, 2632—4, 6—8).

TECUCI. *Ş. g.* cl. VIII Timofte Ion (25744, 5, 8, 80, 2—5, 95—8, 600, 2, 9, 13, 5, 8, 21, 3, 5, 31, 2—4, 6—8, 43, 7879, 934, 5), *L. 1* cl. IX Avram Gabriela (2628, 30, 7827, 9, 30, 3—5, 73, 4, 8, 9), Cristea Emil (2627, 42, 4, 7827—30, 74, 8, 9, 933—5, 9, 41), Mihail R. Liliana (2594, 610, 27—30, 7827, 9, 33, 73, 4, 8, 9), *L. 2* cl. VI Diaconescu Mihaela (2598—601, 14, 5, 632, 3, 6, 8), cl. VII Popescu Dorel (2600, 1—5, 11, 7, 9, 24, 30, 7879), cl. VIII Meiu Petrica (2599, 601, 6, 8, 632—4, 6, 9, 43), Mină Corneliu (2596, 9, 607, 10, 11, 3, 6, 22, 3, 4), cl. X Păunescu L. Doru (7821, 3—5, 9, 30, 2—5, 42, 51, 67, 73), Radovici D. Constantin (2528, 31—6, 57, 7827, 30, 78, 913, 21, 3).

TELEAJEN (Ploieşti). cl. VII Preda Marieta (2601, 6, 8, 18, 20, 4).

TELEGA (Ploiești) cl. VIII Gurbet Ecaterina (2580 — 4, 7, 8, 91, 4, 2605, 6, 8, 9, 22, 3, 7, 30, 7827, 85, 78,9).

TIMIȘOARA. Ș. g. cl. VII Kötö Agneta (2601, 2, 4, 6, 7, 8, 9), Ș. g. *4* cl. VI Crisincov Paula (2596 — 9, 601, 4, 13, 4, 6, 8, 20), L, *4* cl. XI Cremianu Doina (7820, 1, 5, 35, 75 — 9, 85, 913, 5, 31, 12), Ș. g. *5* cl. VI Dumitras Sanda (2599, 601, 13 — 5, 20, 6, 7882), Borca Eleonora (2598, 9, 601, 613, 5, 26, 82), Trod Monica (2598, 9, 601, 13 — 5, 8, 9), Micu Georgeta (2696 — 9, 613, 6, 8, 20, Neagu Livia (2597 — 9, 601, 2, 4, 13 — 5), *Ș.g. 10* cl. VI Ivănescu Marius (2596 — 602, 4 — 8), *Ș.g. 13* cl. VII Hirth Walter (2604, 6 — 9, 97 — 22, 7, 9), *Ș.g. 15* cl. VIII Gheorghieș Eugenia (2623, 5 — 30), *Ș.g. 16* cl. V Țică Virgil (2601, 4, 6, 8, 13, 4, 32, 40, cl. VI Saps Donuț (2596 — 601, 4, 32, 3, 5, 6), *L. 5* cl. VIII Dumitru Lavinia (2609, 12, 27, 7827, 8, 30, 78, 933, 4, 5), Ianovici Carmen (2609, 12, 76, 7827, 8, 30, 78, 933, 4, 5), Vaipon Virginica (2609, 12, 26, 7827, 8, 30, 78, 933, 4, 5), Suta Marcel (2596, 8, 614, 6,3 01, 2 — 4), *L. 7* Hîncu Ionuț (2598, 9, 601, 3 — 8), *L. 10* cl. X Perindeanu Radu (7827 — 35, 9, 40, 2, 5, 67, 73 — 80, 3, 5, 920, 3, 5, 8, 30 — 5, 43), *L.* cl. X Diaconescu Raluca (2127, 9, 73 — 81, 3 — 5), Frănkel Ana (7820, 7, 9, 30, 42, 5, 77, 8, 80, 1, 3, 923, 5), Goian Elena (7821, 4, 5, 9, 30, 2, 9, 73, 74 — 81, 3, 4, 7, 933, 8, 9), Kortye Henriette (7830, 3, 5, 9, 45, 73, 4, 5, 8, 9, 84 — 6), Mioc Maria (7820, 4, 32, 9, 75 — 81, 3, 5, 7, 933, 9, 44), Petcov Agata (7820, 4, 32, 6, 75, 7, 80, 1, 3 — 7, 933), 44), Radoslav Todica (7784, 812, 21, 5, 7, 40, 73, 4 — 80, 3, 5), cl. XI Boldea Elena (7821, 3, 4 — 7, 37, 42, 5, 9, 51, 64, 80, 3, 5), *L., 2* cl. X Iacob Breitenbach (7824, 7 — 30, 5, 69, 73 — 80, 3, 4), Köhl Iosif (7827 — 30, 74, 7 — 9, 925, 8, 33, 4, 7), Zaigner Alfred (7821, 8, 9, 30, 2 — 7, 44 — 5, 68, 9, 75, 8, 9, 80), Laszlo Gabriela (7827, 9,30 5, 9, 45, 77, 8 — 81, 3 — 5), Mager Iakob (7824, 7 — 30, 5, 67, 73 — 8, 8,0, 1,), Scheer Iosi, (7874, 5, 8, 9, 83, 5, 925, 8, 31, 3 — 5, 9, 30, 41), *L. 3* cl. VI Dancău Marin (2597, 8, 9, 601, 21, 32, 3, 7), cl. VII Buțiu Iulia (2598, 601, 6, 8, 14, 8, 23), cl. IX Borza Mihai (2597, 609, 14, 9, 20, 7, 30, 7827, 34, 74, 8, 9), Glonț Florentin (2609, 27, 30, 46, 7827 — 30, 74 — 8, 9, 933, 41), Grün Margareta (2609, 11, 27, 30, 45, 7827, 30, 2, 74, 5, 8, 9), Popovici Radu (2609, 27, 30, 46, 7827, 9, 30, 2, 4, 78, 9, 933), Ramis Mircea (2609, 11, 27, 0, 46, 7827, 30, 2, 74, 5, 8, 9). Severineanu Mariana (2609, 11, 9, 20, 7, 30, 46, 7827, 30, 2, 4, 74, 5, 6, 8).

TG. LĂPUȘ. *L.* cl. X Puț Ioam (7824, 7, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 933, 4 — 6, 41).

TÎRGU MUREȘ. *Ș. g.* cl. VI Cîmpeanu Cecilia (2596, 7, 8, 9, 600, 1, 3, 4, 6), Moga, Mariana (2596, 7, 8, 9, 600, 1, 3, 4, 6), *Ș. g. 11* cl. VII Szatman Csabe (2601, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 7827), *L.* 1 cl. VII Almășan Rodica (2601, 4, 20, 30, 2, 3, 9, 43, 4), Gross Margareta (2604, 6, 20, 30, 2, 3, 8, 43), Ionescu Sanda (2604, 6, 20, 30, 2, 3, 8, 43), Mera Alexandra (2600, 1, 4, 30, 2, 3, 6, 43), Micu Adriana (2598, 604, 20, 30, 3, 4, 42, 7933), Tapilă Doina (2598, 601, 4, 30, 6, 7, 8, 9, 41, 3), Uțurel Septimiu (2599, 604, 18, 20, 3, 30, 2, 3, 4, 7933),

ÎN „BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.S.R." AU APĂRUT URMĂTOARELE CĂRȚI DE MATEMATICĂ, MECANICĂ ȘI DE ASTRONOMIE

1. E. RUSU: Bazele teoriei numerelor, 2. A.. I. MARKUȘEVICI: Șiruri recurente, 3. 3. N. N. VOROBIEV: Numerele lui Fibonacci, 4. P. S. ALEXANDROV: Introducerea în teoria grupurilor, 5. I. S. SOMINSKI: Metoda inducției matematice, 6. GH. MIHOC: Elemente de calculul probabilităților, 7. H. IONESCU: Calcule numerice, 8. A. I. MARKUȘEVICI: Arii și logaritmi, 9. A. I. GHELFOND: Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi, 10. O. SACTER: Despre conice și alte curbe, 11. ION IONESCU: Maxime și minime geometrice, 12. F. I. ZIGHEL: Cometele, 12. S. SKLOWSKI: Radioastronomia, 15. V. V. ȘARONOV: Soarele și observarea lui, 16. O. KREINDLER: Elemente de calcul vectorial, 18. M. V. PENTKOVSKI: Nomograme, 19. A. KAHANE: Elemente de teoria congruențelor de drepte, 20. GH. ȚIȚEICA: Culegere de probleme de geometrie ed. IV (revăzută și completată de G. D. Simionescu), 2. A. HALANAY: Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, 24. C. N. BERMAN: Cicloida, 25. C. BORȘ: Noțiuni de geometrie proiectivă, 29, 1. S. DUBNOV: Erori în demonstrațiile geometrice, 30. H. STEINHAUS: Caleidoscop matematic, 31. C. POPOVICI: Stelele, date fizice, originea și evoluția lor, 32. C. DRIMBA: Elemente de mecanică cerească, 33. C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (I), 35. GH. A. CHIȚEI: Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică, 37. C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (II), 38. O. SACTER: Olimpiade matematice, 39. A. I. MARKUȘEVICI: Numere complexe și reprezentări conforme, 40. I. S. Gradstein: Teorema directă și reciprocă, 41, A. I. HINCIN: Fracții continue, 42. V. A. USPENSKI: Unele aplicații ale mecanicii în matematică, 43. V. G. BOLTEANSKI: Ce este derivarea?, 44. G. N. BERMAN: Despre numere și studiul numerelor, 45. A. IAGLOM și I. IAGLOM: Probleme neelementare tratate elementar, 46. G. CIUCU și G. SIMBOAN: Probleme de calculul probabilităților și statistică matematică, 47. Feodorov: Cicloida, 48. O. SACTER:

1967 JUL 20

*Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente, 50. C. Borș și D. Borș: Numere complexe, 52. D. RIMER: Noțiuni de teoria mulțimilor, 53. * * *: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț), 54. M. GHERMANESCU: Aplicații ale trigonometriei, 55. * * *: Ipotezele care stau la baza geometriei de B. Riemann: (studii și comentarii de E. Gergely), 57. A. HAIMOVICI: Grupuri de transformări, 58. A. TOTH: Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice, 60. T. ROMAN: Simetria, 61. L. I. GOLOVINA, I. M. IAGLOM: Inducția în geometrie, 62. C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (partea a treia), 63. E. NICOLAU: Introducere în cibernetică, 64. * * *: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Săcele-Brașov 1962), 65. N. MIHAILA: Introducere în programarea liniară, 66. GH. D. SIMIONESCU: Trigonometrie sferică, 67. AGNETA VESCAN: Sumabilitatea seriilor; 68. * * *: Jocuri și probleme distractive de matematici, 69. * * *: Probleme actuale de matematici III, 70. N. MIHAILA: Teoria probabilităților și statistică matematică, 71. G. CIUCU, M. IOSIFESCU, R. TEODORESCU: Introducere în teoria jocurilor, 72. I. MUȘAT și C. IONESCU-ȚIU: Exerciții și probleme de matematică pentru admiterea în clasa a IX-a, 73. C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (partea a IV-a), 74. RADU MIRON: Geometria configurațiilor Myller, 75. GH. VRANCEANU, TH. HANGAN, C. TELEMAN: Geometrie elementară din punct de vedere modern 76. GH. MIHOC, G. CIUCU: Introducere în teoria așteptării.*

ERATĂ — La pag. 157 rîndul 14 de jos în loc de Aiud, Bacău, se va scrie Adjud, Bacău. — La problema 8150 rîndul 7 în loc de negative se va scrie nenegative. — La problema 8163 în loc de „celor" se va scrie „a".

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele două numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea, școala și clasa pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—45 de soluții bune.

Probleme care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune problemele numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. **Solicităm probleme interesante, legate de practică.**

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise, pentru ca redactarea lor să fie cît mai clară și concisă. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Trecerea de la un calcul la altul să fie explicată, pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

Probleme rezolvate vor fi însoțite de un borderou cu numerele problemelor în ordine crescîndă. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate și semnate.

Elevii claselor VI—VIII vor fi fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 10 probleme bine rezolvate,

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută această publicație și altor colegi pentru a face abonamente din vreme în vederea planificării tirajului lunar. (5 numere, 10 lei).

I.P. „Informația" — c. 5304.

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMANIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — iulie 1967

7

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B

Anul XVIII, nr. 7, iulie — 1967

SUMARUL

	pag.
1. Asupra calculului sumelor S_k de Petre Liviu, Tîrgovişte . .	289
2. Activitatea extraşcolară la matematică de I. Grigore, profesor emerit, Ploieşti	290
3. Note matematice de Iacob Hadîrcă, Breaza, B. Săvulescu, Buzău, Tache Ştefan, Cîmpina, Ştefan Niculescu, Tîrgovişte . . .	292
4. Caleidoscop matematic de Tudose Tănase şi Benone Săvulescu.	298
5. Probleme rezolvate (7770 7771, 7773, 7777, 7782, 7787, 7799, 7809, 7817, E : 2578)	301
6. Chestiuni de examen (8300—8337)	308
7. Probleme propuse (8338—8378)	312
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2747—2764)	319
9. Cărţi noi	322
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	322

Anul XVIII 7 iulie

Cea mai mare parte din materialul publicat în acest număr a fost elaborat de Filiala din Reg. Ploieşti a Societăţii de Ştiinţe matematice din Republica Socialistă România.

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă, N., profesor; *Grosu A., profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea, R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei. 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII nr. 7 — iulie 1967

ASUPRA CALCULULUI NUMERELOR S_k

de *Petre Liviu*, profesor Tîrgoviște

În cele ce urmează prezentăm o metodă de calcul direct al numerelor $S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k$, k și n fiind numere naturale oarecare.

Se determină mai întîi polinomul

$$P_{k+1}(x) = a_{k+1}\, x^{k+1} + a_k\, x^k + a_{k-1}\, x^{k-1} + \ldots + a_1 x$$

astfel ca

$$P_{k+1}(m) - P_{k+1}(m-1) = m^k \quad (1)$$

oricare ar fi numărul natural m.

Vom avea deci :

$$m^k = a_{k+1}\, m^{k+1} + a_k\, m^k + a_{k-1}\, m^{k-1} + \ldots + a_2 m^2 + a_1 m -$$
$$- [a_{k+1}(m-1)^{k+1} + a_k (m-1)^k + a_{k-1}(m-1)^{k-1} + \ldots +$$
$$+ a_2 (m-1)^2 + a_1 (m-1)],$$

sau

$$m^k = a_{k+1}\, [C_{k+1}^1\, m^k - C_{k+1}^2\, m^{k-1} + C_{k+1}^3\, m^{k-2} + \ldots +$$
$$+ (-1)^{k+1}\, C_{k+1}^k\, m + (-1)^{k+2}] + a_k\, [C_k^1\, m^{k-1} - C_k^2\, m^{k-2} +$$
$$+ \ldots + (-1)^k\, C_k^{k-1} \cdot m + (-1)^{k+1}] +$$
$$+ a_{k-1}\, [C_{k-1}^1\, m^{k-2} + \ldots + (-1)^{k-1}\, C_{k-1}^{k-2}\, m + (-1)^k] +$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ a_3 (C_3^1\, m^2 - C_3^2\, m + 1) + a_2 (C_2^1\, m - 1) + a_1 \cdot 1$$

Identificăm coeficienții puterilor asemenea ale lui m :

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \ldots + (-1)^{k+2}\, a_{k+1} = 0$$
$$a_2\, C_2^1 - a_3\, C_3^2 + a_4\, C_4^3 + \ldots + (-1)^{k+1}\, C_{k+1}^k\, a_{k+1} = 0$$
$$a_3\, C_3^1 - a_4 C_4^2 + \ldots + (-1)^k\, C_{k+1}^{k-1}\, a_{k+1} = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{k-1}\, C_{k-1}^1 - a_k\, C_k^2 + a_{k+1}\, C_{k+1}^3 = 0, \quad a_k\, C_k^1 - a_{k+1}\, C_{k+1}^2 = 0, \quad a_{k+1}\, C_{k+1}^1 = 1,$$

de unde obținem, începînd cu ultima ecuație:

$$a_{k+1} = \frac{1}{C_{k+1}^1}, \qquad a_k = \frac{1}{C_k^1} \cdot a_{k+1} C_{k+1}^2, \qquad a_{k-1} = \frac{1}{C_{k-1}^1}(a_k C_k^2 - a_{k+1} C_k^3),$$

$$a_{k-2} = \frac{1}{C_{k-2}^1}(a_{k-1} C_{k-1}^2 - a_k C_k^3 + a_{k+1} C_{k+1}^4)$$

. . . . . .

$$a_2 = \frac{1}{C_2^1}[a_3 C_3^2 - a_4 C_4^3 + \ldots + (-1)^k a_{k+1} C_{k+1}^k]$$

$$a_1 = a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \ldots + (-1)^{k+1} a_{k+1}$$

Odată determinat polinomul $P_{k+1}(m)$, dăm lui m valori naturale de la 1 la n în relația (1) și adunînd egalitățile obținute membru cu membru obținem

$$1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k = P_{k+1}(n) - P_{k+1}(0) = P_{k+1}(n),$$

c.c.t.d.

Aplicație. Să calculăm valoarea sumei S_5. Pentru a determina polinomul $P(n)$, folosim relațiile (2) în care luăm $k = 5$;

$$a_6 = \frac{1}{C_6^1} = \frac{1}{6}, \qquad a_5 = \frac{1}{C_5^1} a_6 C_6^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2},$$

$$a_4 = \frac{1}{C_4^1}(a_5 C_5^2 - a_6 C_6^3) = \frac{5}{12}, \qquad a_3 = \frac{1}{C_3^1}(a_4 C_4^2 - a_5 C_5^3 + a_6 C_6^4) = 0,$$

$$a_2 = \frac{1}{C_2^1}(a_3 C_3^2 - a_4 C_4^3 + a_5 C_5^4 - a_6 C_6^5) = -\frac{1}{12}, \qquad a_1 = a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 0.$$

Rezultă că

$$P_6(n) = a_6 n^6 + a_5 n^5 + a_4 n^4 + a_3 n^3 + a_2 n^2 + a_1 n =$$

$$= \frac{1}{6} n^6 + \frac{1}{2} n^5 + \frac{5}{12} n^4 - \frac{1}{12} n^2 = \frac{n^2 (n+1)^2 (2n^2 + 2n - 1)}{12},$$

deci

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + \ldots + n^5 = \frac{n^2 (n+1)^2 (2n^2 + 2n - 1)}{12}.$$

ACTIVITATEA EXTRAȘCOLARĂ LA MATEMATICĂ

I. Grigore, profesor emerit Ploiești

Gazeta matematică seria B a publicat în numărul 4 din aprilie rezultatul întrecerii pe 1966 între liceele din țară. Este bine să se știe că întrecerea pe 1966 este a 12-a ediție, prima fiind pe anul 1955. Inițiativa ei aparține cercurilor de elevi din orașul Brașov. În G.M. (B) din decembrie 1954 apărea „Chemarea la întrecere", lansată de cercurile brașovene, precum și regulamentul întrecerii, întocmit de S.S.M. În primii ani, numărul școlilor angajate a fost

foarte redus. Abia din 1961, acest număr trece de 40, iar din 1963, de 50. Majoritatea şcolilor înscrise au fost răsplătite în fiecare an cu premii şi menţiuni, în ordinea clasificării, pe baza punctajului total, raportat la numărul de clase al fiecărui liceu. Numărul record de 46 licee evidenţiate în 1963 este depăşit abia în 1966 cu 31 licee premiate şi 36 menţionate.

Am urmărit, an de an, creşterea rapidă a mişcării matematice a tineretului, mai ales acolo unde s-au înţeles avantagiile participării la această întrecere. Angajînd un număr mare de elevi într-o activitate pozitivă, obiectivele se apropie mult de obiectivele învăţămîntului matematic : cît mai bune rezultate — numeric şi calitativ — la examenele de bacalaureat şi admiterea în facultăţi.

Se poate arăta însă, că întrecerea între cercuri, deşi legată de o muncă de masă, masa elevilor buni din şcolile noastre, constituie o bază puternică şi pentru rezultatele de performanţă. Vom face pentru aceasta o confruntare între rezultatele la etapa finală a olimpiadei — obţinute în general de individualităţi remarcabile — şi rezultatele întrecerii între cercuri. Confruntarea este posibilă pentru o etapă de 12 ani (1955—1966), căci actualul regulament al întrecerii are aceeaşi vechime — 12 ani — ca întrecerea. În primul rînd este interesantă însăşi apropierea de cifre între numărul şcolilor premiate la cele două întreceri în această perioadă. În adevăr, cele 478 evidenţieri (premii şi menţiuni) acordate elevilor de liceu la etapa republicană a olimpiadei sînt împărţite între 118 licee distincte din ţară. În aceeaşi perioadă, la întrecerea între cercuri au fost evidenţiate 120 licee distincte, iar jumătate din cele premiate la întrecere figurează şi pe lista celor premiate la olimpiadă. Şcoli, care prin activitatea şi rezultatele lor sînt, apreciate ca fruntaşe, se află, de regulă, pe ambele liste de premii. Dintre cele 15 licee din ţară care în aceşti 12 ani au obţinut cel puţin 7 premii la olimpiada finală, niciunul nu a rămas în afara întrecerii. Menţionăm faptul înbucurător că la ultima întrecere avem cel mai mare număr de licee (23) premiate prima oară : în frunte, regiunea Oltenia, cu 5 şcoli noi premiate. Remarcăm în fine şi prezenţa unei şcoli din Dumbrăveni. Este oare o întîmplare că, dintre liceele din Bucureşti, nr. 1, 10, 11, 12, 13, care au obţinut rezultate la olimpiada finală, participă şi la întrecerea între cercuri? Acelaşi lucru pentru liceele nr. 1 din Ploieşti, Giurgiu, Buzău, Constanţa, Piteşti, Rădăuţi, nr. 2 din Ploieşti, nr. 3 din Iaşi. Nu este de mirare că în 1963 liceele din Sibiu, luînd ofensiva pe ambele fronturi, au obţinut succese remarcabile. Alături de şcoli cu vechime, din fiecare regiune, pe care nu le mai citărm, se află pe ambele liste de premii şi licee mai noi : Oţelul Roşu, Rupea, Bolintin, Moreni, Sinaia.

Trebuie să spunem însă că, aşa cum arată statisticile, unele şcoli nu se înscriu la întrecere an de an, ci numai atunci cînd au cîţiva elevi foarte buni. Se uită că întrecerea nu este un scop în sine, ci un mijloc de antrenare, care se impune şi mai mult, cînd în lipsa unor individualităţi deosebite, este necesar să se ridice din masa clasei un număr cît mai mare de elevi, care să obţină cel puţin la prima etapă a olimpiadei, rezultate onorabile. La întrecere, punctajul obţinut de premianţii la olimpiadă este apreciabil, dar nu este hotărîtor. La întrecerea din 1965, de exemplu, liceul 1 din Ploieşti, a obţinut pentru olimpiadă numai 794 puncte din totalul de 10106. Liceele care sînt premiate la ultimele întreceri : Orşova, nr. 2 Bîrlad, Truşeşti (Suceava), Fieni (Ploieşti), nu sînt oare în creştere datorită acestei antrenări? Iată, Truşeşti în 1963 locul 31, în 1964 locul 6, iar în 1965 şi 1966 locul 2 pe ţară.

Am reţinut numai cîteva cifre concludente din datele publicate de Gazeta matematică (B) din 1955 pînă astăzi, pentru ambele întreceri. Socotesc indicat ca material ilustrativ al ideii călăuzitoare să arătăm comportarea elevilor din regiunea Ploieşti şi din liceul nr. 1 din Ploieşti în particular, la întrecerile considerate.

La Olimpiada republicană, elevii a 10 licee din regiunea Ploieşti au obţinut 94 evidenţieri din cele 478 acordate pe ţară în 12 ani. Se mai adaugă faptul că la cele 8 ediţii ale olimpiadei internaţionale, elevii au obţinut 9 evidenţieri, din care două premii I.

La întrecerea între cercuri, regiunea a avut de asemenea o importantă participare. Din, cele 298 evidenţieri acordate în cele 12 ediţii, regiunea Ploieşti a obţinut 49. Dar cu o precizare : anul 1964, locul I la întrecerea pe ţară a fost ocupat de şcoli din această regiune ; locul II de 6 ori O importantă parte din evidenţieri sînt realizate de liceele care au dat cîte 2 premiaţi la olimpiada internaţională (lic. 1 din Ploieşti şi Buzău, lic. 2 Ploieşti, liceul Pucioasa şi lic. Cantemir Breaza). (Liceul din Moreni a participat numai în 1958—1960 cînd avea o serie bună de elevi). Pucioasa are o şcoală tînără care totuşi a ocupat de două ori locul I la întrecere, afară de alte 5 evidenţieri. Opt din cele 10 licee premiate la olimpiada finală sînt premiate şi la întrecere. Alături de liceele centenare nr. 1 din Ploieşti şi Buzău, printre şcolile menţionate în 1965 apărea : Fieni (cu două clase), iar în 1966, premiul VI : Fieni (cu 3 clase), care pînă de curînd ţinea de liceul din Pucioasa, este abia în al 4-lea an de existenţă. Ca să încheiem cu regiunea Ploieşti, adăugăm că la prima întrecere între şcolile generale de 8 ani — ediţia 1966 — printre cele 7 şcoli evidenţiate se numără două din regiunea Ploieşti.

La olimpiada finală liceul I. L. Caragiale din Ploieşti a obţinut 46 evidenţieri, avînd privilegiul unic de a nu lipsi niciodată nici în anii mai grei din ultima vreme, de pe lista premiilor. În plus, două evidenţieri la olimpada internaţională. Numărul redus de premii în ultimii ani are multe explicaţii. În orice caz, nu-l socotim un eşec şi nu socotim nerăsplătită munca noastră, a elevilor şi profesorilor. În 1966 dintre cei 48 participanţi la etapa regională 35 au fost evidenţiaţi,

iar 8 finaliști. N-avem individualități, cu care să putem trece peste valorile deosebite, care apar la etapa finală din întreaga țară, dar eforturile elevilor noștri de astăzi sînt tot atît de meritorii ca în anii cînd liceul obținea 8 premii pe țară (1958), sau jumătate din premiile acordate la clasa X-a reală (1959).

La întrecerea între cercuri, liceul nr. 1 din Ploiești a participat de 11 ori — cea mai bună participare — obținînd de 7 ori locul I (1955—1958, 1963, 1965—66), de cîte 2 ori locurile II și III. Noi am folosit din plin întrecerea pentru stimularea muncii. Ne-am înscris în 1955 la întrecere la cererea elevilor, dornici să se reabiliteze după un insucces la olimpiada finală din 1954. Reabilitarea a început din primul an. Ne-am abținut de la întrecere un singur an, în 1960, deși aveam și atunci perspective de succes. Semnalul de alarmă dat a fost util. Deci nu ne-am abținut din comoditate, ci tocmai pentru a lichida lipsurile în activitatea în afară de clasă.

Socotim că extinderea întrecerii la un număr cît mai mare de școli, ca și continuitatea antrenării școlilor deja angajate, vor duce la creșterea puterii de influență pozitivă a acestei întreceri asupra întregii mișcări matematice a tineretului nostru și obținerea unor rezultate de înaltă calitate.

NOTE MATEMATICE

27. Generalizarea problemei 7780

Dintre toate patrulaterele convexe $ABCD$, cu laturile $AB = a$, $BC = b$ $CD = c$, să se determine cele cu aria maximă (enunț generalizat).

Dăm unele calcule comune unor probleme tratate în unele publicații (a se vedea de exemplu problema 7 pag. 433 din *S. I. Novoselov* „Curs special de trigonometrie").

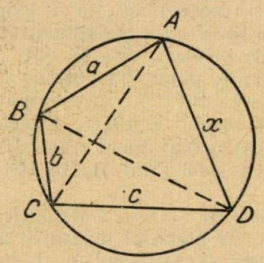


Fig. 1

Fie $DA = x$ și $S =$ aria $ABCD$; avem

$$ax \sin A + bc \sin C = 2S \qquad (1)$$

și

$$ax \cos A - bc \cos C = \frac{1}{2}(a^2 + x^2 - b^2 - c^2) \qquad (2)$$

(relația (2) este obținută din relația lui Pitagora generalizată scrisă în triunghiurile ABC și BCD).

Din (1) și (2), prin ridicare la pătrat și însumare, după transformări uzuale, se obține relația

$$16\,S^2 = 4\,(a^2\,x^2 + b^2\,c^2) - 8\,abcx \cos(A + C) - (a^2 + x^2 - b^2 - c^2).$$

$$S^2 = (p - x)(p - a)(p - b)(p - c) - abcx \cos^2 \frac{A + C}{2} \qquad (3)$$

($2p = a + b + c + x$) relația (3) arată că aria S este maximă cînd avem $\cos^2 \frac{A+C}{2} = 0$ adică $A + C = \pi$. Așa dar o condiție esențială este ca patrulaterul să fie inscriptibil. Cerînd acum celor inscriptibile în condițiile problemei, să fie maxime revenim la a căuta maximum expresiei

$$3.16\,S^2 = (-3x + 3a + 3b + 3c)(x - a + \\ + b + c)(x + a - b + c)\,(x + a + b - c)$$

ce-şi atinge maximul în condiţiile :

$$\frac{-3x+3a+3b+3c}{1} = \frac{x-a+b+c}{1} = \frac{x+a-b+c}{1} = \frac{x+a+b-c}{1} =$$

$$= \frac{4a+4b+4c}{4} = a+b+c$$

$x_1 = \frac{2}{3}(a+b+c)$, $x_2 = 2a$; $x_3 = 2b$; $x_4 = 2c$. Fiecare soluţie cerînd condiţii pentru a, b, c care să ducă la

$$-3x+3a+3b+3c>0; \quad x-a+b+c>0; \quad x+a-b+c>0,$$

$$x+a+b-c>0.$$

În cazul $a=b=c=1$ se obţine problema 7780 cu soluţia unică $x=2$ ce reprezintă şi diametrul cercului circumscris patrulaterului.

Iacob Hadîrcă, profesor Breaza

28. Generalizarea problemei 7772

Fie toate poligoanele convexe cu n laturi ce se găsesc în interiorul unui semicerc de rază r ; să discutăm existenţa unui poligon cu arie maximă de acest fel. Folosim drept criteriu imposibilitatea de a mai putea mări aria poligonului căutat, păstrînd condiţiile problemei. Vom cerceta cîteva poziţii particulare ale unor astfel de poligoane, cercetînd de fiecare dată posibilitatea de a putea găsi un alt poligon cu n laturi ce se găseşte în interiorul semicercului, dar cu o arie mai mare decît a celui de la care am plecat.

Cazul I. Cel puţin unul din vîrfurile poligonului se găseşte în interiorul semicercului (fig. 1). Fie acest vîrf P, iar M şi N vîrfurile alăturate lui. Se poate înlocui poligonul dat cu altul ce are o arie mai mare : păstrăm toate vîrfurile vechiului poligon în afară de P, pe care îl înlocuim cu P' — punctul de contact al tangentei la cerc paralelă cu latura MN. Într-adevăr, triunghiurile MNP şi MNP', au aceeaşi bază, dar înălţimea celui de al doilea este mai mare. Concluzie : vom cerceta de acum numai poligoanele ce au toate vîrfurile pe semicerc sau pe diametrul său.

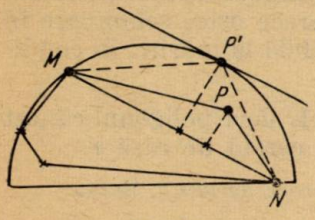


Fig. 2

Cazul II. În cel puţin unul din capetele diametrului nu se găseşte nici un vîrf al poligonului. Notăm cu P vîrful de pe diametru, cel mai apropiat de capătul A al diametrului (dacă un astfel de vîrf există) — fig. 2*a*. Dacă însă nici un vîrf al poligonului nu se află pe diametru, notăm cu P vîrful de pe semicerc cel mai apropiat de A (fig. 2b). Cele două figuri arată clar că în ambele cazuri vîrful P poate fi înlocuit cu vîrful A, obţinîndu-se un poligon de arie mai mare. În cazul fig. 2*a*, dacă coarda MN ar fi paralelă cu diametrul, aria poligonului nu s-ar mări prin înlocuirea vîrfului P cu vîrful A, ci şi-ar păstra valoarea ; în acest caz însă, obţinem în mod necesar un poligon cu arie mai mare prin aducerea ulterioară a altui vîrf în capătul B al diametrului. Concluzie : vom cerceta de acum numai poli-

goane ce au două vîrfuri în capetele diametrului, iar celelalte vîrfuri pe semicerc.

Cazul III. Există două laturi alăturate ale poligonului (cu excepția diametrului) care nu sînt egale. Fie laturile : $MP \neq PN$ (fig. 3). Arcele cores-

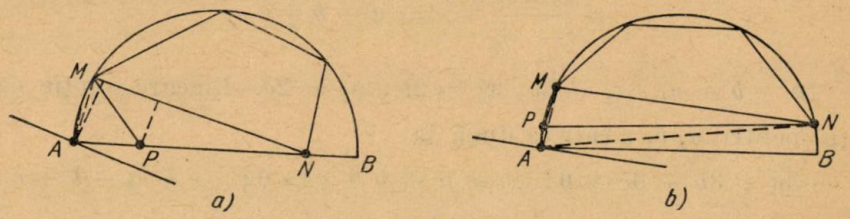


Fig. 2

punzătoare acestor coarde nu vor fi nici ele egale, deci dacă notăm cu P' mijlocul arcului MPN, avem : $P \neq P'$. Tangenta la semicerc în punctul P' este paralelă cu coarda MN, deci triunghiul $MP'N$ are o arie mai mare decît cea a triunghiului MPN (ele au aceeași bază, dar primul are înălțimea mai mare). Concluzie : trebuie să considerăm numai poligoanele pentru care oricare două laturi alăturate sînt egale (cu excepția diametrului).

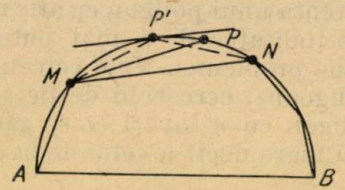


Fig. 3

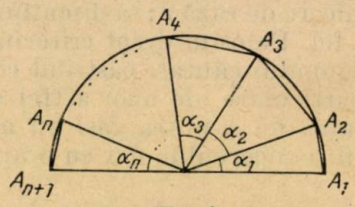


Fig. 4

Există însă numai un singur poligon cu n laturi de acest fel și el este jumătate din poligonul regulat cu $2n - 2$ laturi înscris în cercul de rază r ; acesta este poligonul căutat. Aria lui este maximă, deoarece orice schimbare în alegerea vîrfurilor lui face ca aria sa să fie susceptibilă la mărire, în condițiile problemei.

Caz particular. În problema 7772 avem $n = 4$, deci poligonul căutat este jumătate dintr-un exagon regulat înscris în cercul de rază r.

Benone Săvulescu, Buzău

29. Generalizarea problemei 6059

Pe ipotenuza a a unui triunghi dreptunghic ABC se iau punctele M și N astfel încît $BM = MN = NC$. Se notează $\sphericalangle BAM = x$, $\sphericalangle MAN = y$ și $\sphericalangle NAC = z$. Folosind definițiile funcțiilor trigonometrice să se arate că : $\sin y = 3 \sin x \sin z$.

Vom da o altă soluție problemei folosind asemănarea. Vom nota unghiurile date cu x_1, x_2, x_3, cu F proiecția lui N pe AB, cu E intersecția lui NF cu AM, și cu N_1, M_1 proiecțiile punctelor N și M respectiv pe AC și AB.

Perpendicularele duse din N pe AM și AB le taie în punctele D și F. Fig. 1.

Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice NDE și AFE obținem $ND \cdot AE = AF \cdot NE$ sau

$$ND \cdot AM = 3\, NN_1 \cdot NM_1 \qquad (1)$$

pentru că $AE = \frac{AM}{2}$ și $NE = \frac{AC}{2} = \frac{3\, MM_1}{2}$. Prin împărțirea relației (1) la produsul $AN \cdot AM$ obținem:

$$\frac{ND}{AN} = 3\, \frac{NN_1}{AN} \cdot \frac{MM_1}{AM} \text{ sau } \sin x_2 = 3 \sin x_1 \sin x_3$$

adică relația ce se cere în problemă:

Observații. 1°. Relația (1) se poate interpreta geometric în felul următor: ariile triunghiurilor formate de catetele triunghiului dreptunghic

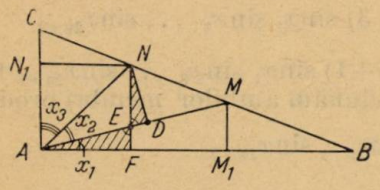


Fig. 1

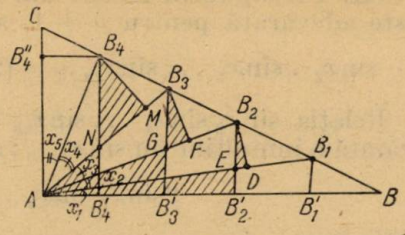


Fig. 2

ABC cu segmentele ce unesc vîrful A cu punctele ce împart ipotenuza în părți egale sînt egale cu aria determinată de două segmente cunoscute AM, AN.

2°. Numărul unghiurilor este cu o unitate mai mare, decît punctele de diviziune ale ipotenuzei.

3°. Coeficientul produsului sinusurilor unghiurilor de rang impar este egal cu numărul de unghiuri.

4°. Numărul punctelor de diviziune ale ipotenuzei este $n > 2$.

Cu soluția dată mai sus și cu observațiile făcute, problema este susceptibilă de o generalizare prin metoda inducției complete.

Enunț generalizat. Pe ipotenuza a a unui triunghi dreptunghic ABC se iau punctele B_1, B_2, ..., B_{2n} în număr par astfel încît $BB_1 = B_1B_2 = \ldots = B_{2n-1}\, B_n = B_{2n}\, C$.

Se notează $\sphericalangle BAB_1 = x_1$; $\sphericalangle B_1AB_2 = x_2$, ..., $\sphericalangle B_{2n}\, AC = x_{2n+1}$.

Folosind definiții ale funcțiilor trigonometrice să se arate că: $\sin x_2 \sin x_4 \ldots \sin x_{2n} = (2n + 1) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1}$.

Soluție I. Pentru $n = 1$ relația este adevărată fiind chiar problema propusă. II. Pentru $n = 2$, să arătăm că avem:

$$\sin x_2 \sin x_4 = 5 \sin x_1 \sin x_3 \sin x_5$$

Conform observației 1, putem scrie relațiile (din fig. 2).

$$B_4M \cdot AB_3 = AC \cdot B_4B_4'' \qquad (a)$$

$$B_3F \cdot AB_2 = AC \cdot B_4B_4'' \qquad (b)$$

$$B_2D \cdot AB_1 = AC \cdot B_4B_4'' \qquad (c)$$

Înmulțind relațiile (a) (b), și (c) obținem :

$$B_4M \cdot AB_3 \cdot B_2D \cdot AB_1 = AC \cdot B_4B_4'' \cdot B_3F \cdot AB_2 \qquad (d)$$

Avem

$$B_4M \cdot AB_3 \cdot B_2D \cdot AB_1 = 5B_1B_1' \cdot B_4B_4'' \cdot B_3F \cdot AB_2 \qquad (d')$$

pentru că $AC = 5B_1B_1'$

Prin împărțire la produsul $AB_4 \cdot AB_3 \cdot AB_2 \cdot AB_1$ obținem din relația (d')

$$\frac{B_4M}{AB_4} \cdot \frac{B_2D}{AB_2} = 5 \frac{B_1B_1'}{AB_1} \cdot \frac{B_3F}{AB_3} \cdot \frac{B_4B_4''}{AB_4}$$

sau $\sin x_2 \sin x_4 = 5 \sin x_1 \sin x_3 \sin x_5$, deci relația este adevărată și pentru $n = 2$.

III. Presupunem relația din enunț adevărată pentru n și să arătăm că este adevărată pentru $n + 1$, adică

$$\sin x_2 \cdot \sin x_4 \ldots \sin x_{2n+2} = (2n + 3) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+3}.$$

Relația $\sin x_2 \sin x_4 \ldots \sin x_{2n} = (2n+1) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1}$ fiind adevărată o înmulțim cu $\sin x_{2n+3}$; apoi adunăm ambilor membri produsul

$$2\sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3}$$

și obținem :

$$\sin x_2 \sin x_4 \ldots \sin x_{2n} \sin x_{2n+3} + 2 \sin x_1 \sin x_3 + \ldots \sin x_{2n+1} \sin_{2n+3} =$$

$$= (2n + 1) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3} + 2\sin x \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+3}$$

sau

$$\sin x_2 \sin x_4 \ldots \sin x_{2n} \sin x_{2n+3} + 2\sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3} =$$

$$= (2n + 3) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3}.$$

Să verificăm și membrul stîng al egalității

$$\sin x_2 \sin x_4 \ldots \sin x_{2n} \sin x_{2n+3} + 2 \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3} =$$

$$= (2n + 1) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3} + 2 \sin x_1 \ldots \sin x_{2n+1}$$

$\sin x_{2n+3} = (2n + 3) \sin x_1 \sin x_3 \ldots \sin x_{2n+1} \sin x_{2n+3}$ și am obținut membrul drept.

Deci relația este adevărată în toate cazurile.

Tache Ștefan, prof. Cîmpina

30. Generalizarea unei reguli de divizibilitate

În numărul 3/1958 al revistei „Matematiceskoe posvescenie" este dată următoarea regulă de divizibilitate prin 19 :

Pentru a vedea dacă un număr N este divizibil cu 19 se suprimă ultima cifră și numărul astfel obținut se adună cu dublul cifrei suprimate.

Fie N' suma obținută; N este divizibil cu 19 dacă și numai dacă N' este divizibil cu 19.

Să verificăm această regulă de divizibilitate. Fie $N = 95$, atunci $N' = 9 + 10 = 19$ deci N este divizibil cu 19.

În cele ce urmează, vom generaliza rezultatul stabilind următoarea regulă de divizibilitate:

Un număr N scris în baza 10, este divizibil cu $10p \pm k$ (unde $p \in N$; $k \in N - \{0\}$) dacă și numai dacă înlăturînd ultima cifră și înmulțind numărul astfel obținut cu k și (scăzînd) adunînd la numărul astfel obținut de p ori cifra suprimată găsim un număr divizibil cu $10\,p \pm k$.

Demonstrație: Să presupunem că divizorul nu face parte din divizorii bazei 10.

Fie: $N = 10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + \cdots + a_0$

Efectuînd operațiile enunțate vom găsi:

$$N' = [10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + \ldots + a_1]\, k \mp p a_0$$

Rezultă că

$$10 N' - kN = \mp 10\, p a_0 - k a_0 = \mp a_0 (10\, p \pm k)$$

Deci

$$kN \equiv 10\, N' \ (10\, p \pm k)$$

Observația 1. Rezultatul este același pentru o bază g și un divizor $gp \pm k$ ce nu figurează printre divizorii bazei.

Observația 2. Dacă-l interpretăm pe g ca necunoscută x și N ca polinom de gradul n în x, atunci divizibilitatea cu un polinom $p\,x \pm k$ are o formulare analoagă.

Fie polinomul: $P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$ și să căutăm condiția necesară și suficientă ca să fie divizibil cu $px + q$. După efectuarea transformărilor obținem:

$$q(x^{n-1} a_n + x^{n-2} a_{n-1} + \ldots + a_1) - p a_0$$

și succesiv

$$q^2(x^{n-2} a_n + x^{n-3} a_{n-1} + \ldots + a_2) - p\,(a_1 q - p a_0)$$

$$\vdots$$

$$q^n a_n - p q^{n-1} a_{n-1} + \ldots + (-1)^n p^n a_0 = 0$$

ceea ce se mai scrie:

$$\left(-\frac{q}{p}\right)^n a_n + \left(-\frac{q}{p}\right)^{n-1} a_{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

Regăsim astfel teorema lui Bezout:

$P(x)$ este divizibilă cu $px + q \Leftrightarrow P\left(-\frac{p}{q}\right) = 0$

Aplicații. Dăm de exemplu o regulă de divizibilitate cu 71.

Un număr N este divizibil cu 71 dacă și numai dacă înlăturînd ultima cifră și scăzînd din numărul astfel obținut de 7 ori cifra suprimată găsim un număr divizibil cu 71.

Exemplu : a) Fie $N = 1114225$. Aplicăm regula:

$$N_1 = 111422 - 7.5 = 111387\,;\ N_2 = 11138 - 7.7 = 11089\,;\ N_3 =$$

$$= 1108 - 9.7 = 1045\,;\ N_4 = 104 - 5.7 = 69,$$

deci numărul 1114225 nu este divizibil cu 71.

b) Fie numărul $N = 18324573$. Aplicăm regula :

$$N_1 = 1832457 - 3.7 = 1832436\,;\ N_2 = 183243 - 6.7 = 183201\,;$$

$$N_3 = 18320 - 1.7 = 18313\,;\ N_4 = 1831 - 3.7 = 181\,;$$

$$N_5 = 1810 - 0.7 = 181,$$

care nu este divizibil cu 71, deci nici numărul $N = 18324573$ nu este divizibil cu 71.

Ştefan Niculescu, elev Tîrgovişte

CALEIDOSCOP MATEMATIC

1 — *Cele mai mari numere posibile scrise cu aceeaşi cifră* :

a) Să se formeze cel mai mare număr posibil cu ajutorul a 3 cifre egale cu 3.

Numărul este 3^{33}. Ne-am putea gîndi la numarul 3^{3^3}, dar acesta este egal cu 3^{27}.

b) Care este cel mai mare număr ce se poate scrie cu trei de 9?

(*C. A. Laisani*)

În acest caz nu este 9^{99}, ci numărul 9^{9^9}, fiindcă 9^9 este mult, mult mai mare decît 99.

Prima putere 9^9 dă ca rezultat 387420489. Pentru a ridica numărul 387420489 la puterea a 9-a trebuie să se facă 387420488 înmulţiri.

Numărul obţinut are 369692128 cifre. Pentru a scrie un asemenea număr pe o bandă de hîrtie, presupunînd că o cifră ocupă un 1 mm, trebuie ca lungimea bandei să fie de 1478 km

Este interesant să se vadă cu ce viteză cresc numerele astfel formate : $1^{1^1} = 1$, $2^{2^2} = 16$ $3^{3^3} = 19683$; $4^{4^4} = 4294296$

2 — *Care este numărul cel mai mare pe care-l putem scrie întrebuinţînd de 3 ori cifra* 0 *şi de 3 ori cifra* 1.

Am fi tentaţi să scriem : 111 000 ; dar sîntem foarte departe de rezultat.

Numărul căutat este : $10^{10^{10}}$; acest număr este foarte mare, pentru că $10^{10} = 10$ miliarde iar numărul 10 ridicat la această putere este reprezentat prin cifra 1 urmată de 10 miliarde de zerouri.

Dacă se scriu 75 de cifre pe minut, vor trebui 200 de ani, iar banda pe care se scrie acest număr are lungimea ecuatorului pămîntesc.

Din „*Curiosités et recréations mathématiques*", par *G. Boucheny*
prezentate de *Tudose Tănase*, liceul Cîmpina

3 — Putem reprezenta algebric o literă sau un grup de litere, printr-o serie de relaţii ce reprezintă ecuaţiile diferitelor arce din care sînt formate aceste litere. Astfel, considerînd o literă oarecare majusculă — de pildă A — conţinută într-un dreptunghi cu centrul în originea unui sistem de axe rectangulare, dreptunghi ales în mod convenţional cu dimensiunile de 2, respectiv 4 unităţi, putem scrie ecuaţiile diferitelor segmente sau arce în care se poate descompune litera. Reamintim că ecuaţia unei curbe este o relaţie ce leagă coordonatele unui punct oarecare de pe acea curbă. Să considerăm cîteva exemple.

În cazul figurii 1, găsim cu uşurinţă ecuaţiile dreptelor ce trec prin M şi P, respectiv prin N şi P, păstrînd din ele numai segmentele respective :

$$(MP)\ -4x + y - 2 = 0 \text{ cu : } x \in [-1,0]$$

$$(NP)\ 4x + y - 2 = 0 \text{ cu : } x \in [0,1]$$

Aceste ecuații se pot scrie și printr-una singură, în felul următor:

$$4.\ |x| + y - 2 = 0 \text{ cu: } |x| \leqslant 1$$

De asemenea, ecuația lui QR se poate scrie:

$$y = 0 \text{ cu: } |x| \leqslant \frac{1}{2}$$

(eventual cu inegalitatea strictă, dacă vrem ca punctele Q și R să nu fie reprezentate pe figură

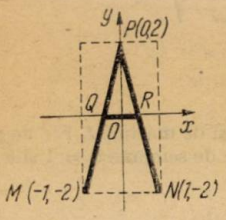


Fig. 1

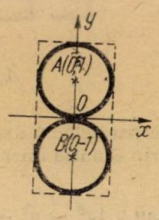


Fig. 2

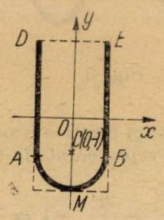


Fig. 3

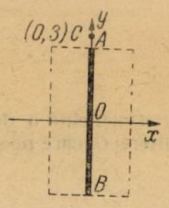


Fig. 4

de două ori). În acest fel, litera A poate fi reprezentată prin reuniunea graficelor corespunzătoare ecuațiilor:

$$4\,|x| + y = 2 = 0 \text{ cu: } |x| \leqslant 1$$

$$y = 0 \qquad \text{cu: } |x| < \frac{1}{2}$$

Cifra 8 poate fi reprezentată prin ecuațiile a două cercuri de rază 1, cu centrele respecetive în punctele A și B (fig. 2). Ecuațiile acestor cercuri se scriu ușor:

$$x^2 + y^2 - 2y = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2y = 0$$

Aceste două ecuații se pot scrie de asemenea printr-una singură, produsul lor:

$$(x^2 + y^2 - 2y)\ (x^2 + y^2 + 2y) = 0 \text{ sau: } x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4y^2 = 0$$

Într-adevăr, această unică ecuație poate fi verificată numai de coordonatele acelor puncte, care anulează cel puțin unul din factorii produsului.

Litera U poate fi reprezentată fie prin 3 segmente, fie ca în figura 3, prin două segmente și un semicerc:

$$(AD)\ x = -1 \text{ cu: } y \in [-1,2]$$

$$(BE)\ x = 1 \text{ cu: } y \in [-1,2]$$

$$(AMB)\ x^2 + y^2 + 2y = 0 \text{ cu: } y < -1,$$

sau mai scurt:

$$|x| = 1 \text{ cu: } y \in [-1,2]$$

$$x^2 + y^2 + 2y = 0 \text{ cu: } y < -1.$$

Litera I va trebui să fie reprezentată prin segmentul AB și prin punctul C (un cerc de rază zero) — vezi fig. 4

$$x = 0 \text{ cu: } |y| \leqslant 2$$

$$x^2 + (y - 3)^2 = 0$$

Pentru a reprezenta alte litere sau semne grafice, putem folosi ecuațiile unor elipse, parabole, sau anumite funcții de o variabilă ale căror grafice se cunosc.

În cazul reprezentării unor grupe de litere, unele dintre acestea vor trebui deplasate de-a lungul axei Ox, pentru ca ele să nu se suprapună. Să vedem deci cum se schimbă ecuația unei

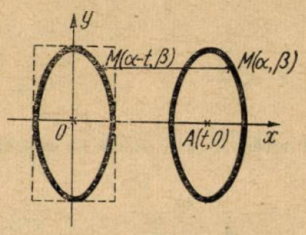


Fig. 5

Fig. 6

curbe, atunci cînd o deplasăm printr-o translație paralelă cu axa Ox și de mărime t. Fie de pildă cazul literei O, care poate fi reprezentată inițial prin ecuația unei elipse de semiaxe $a = 1$ și $b = 2$

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0 \quad \text{sau} : 4x^2 - y^2 - 4 = 0.$$

Din figura 5 se vede că oricărui punct $M(\alpha, \beta)$ de pe litera translatată, îi corespunde un punct M' $(\alpha - t, \beta)$ de pe litera inițială. Dar $\alpha - t$ și β, fiind coordonatele unui punct de pe elipsa inițială, verifică ecuația de mai sus a elipsei :

$$4(\alpha - t)^2 + \beta^2 - 4 = 0$$

Aceasta nu este altceva decît relația pe care trebuie să o verifice coordonatele α și β ale unui punct curent al curbei translatate, deci ecuația acestei curbe. Revenind la notațiile obișnuite cu x și y ale punctului curent, ecuația se mai poate scrie :

$$4(x - t)^2 + y^2 = 0$$

Observăm că în general ecuația curbei translatate se poate obține direct din ecuația curbei inițiale, înlocuind pe x prin $x - t$, t fiind mărimea translației (orientată în sensul pozitiv a axei Ox).

Ca aplicație, să scriem în modul studiat, cuvîntul ELEV (fig. 6). Vom scrie ecuațiile corespunzătoare fiecărei litere din dreptunghiul cu centrul în origină, după care vom face translații de mărimi egale respectiv cu 0, 3, 6, 9 unități (pentru a lăsa și intervale între litere). Astfel, prima literă, E, poate fi reprezentată prin ecuațiile :

$$\begin{gathered} x = -1 \text{ cu } : |y| < 2 \\ |y| = 2 \text{ cu } : |x| \leqslant 1 \\ y = 0 \text{ cu } : x \in [-1,0] \end{gathered} \tag{1}$$

Ea rămîne pe loc. Litera L are reprezentarea inițială :

$$\begin{gathered} x = -1 \text{ cu } : |y| \leqslant 2 \\ y = -2 \text{ cu } : x \in (-1,1] \end{gathered}$$

Prin translatare cu mărimea $t = 3$, ecuațiile devin :

$$\begin{gathered} x - 3 = -1 \text{ cu } : |y| \leqslant 2 \qquad x = 2 \text{ cu } : |y| \leqslant 2 \\ \text{sau :} \\ y = -2 \text{ cu } : x - 3 \in (-1,1] \qquad y = -2 \text{ cu } : x \in (2,4] \end{gathered} \tag{2}$$

Urmează litera E, scrisă mai sus, pe care însă o translatăm cu mărimea $t = 6$

$$\begin{gathered} x = 5 \text{ cu } : |y| < 2 \\ |y| = 2 \text{ cu } : |x - 6| \leqslant 1 \\ y = 0 \text{ cu } : x \in (5,6] \end{gathered} \tag{3}$$

În sfîrşit, litera V se scrie iniţial sub forma :

$$-4\,|x|+y+2=0 \quad \text{cu :} \quad |x|\leqslant 1,$$

sau translatată cu mărimea $t=9$:

$$-4\,|x-9|+y+2=0 \quad \text{cu :} \quad |x-9|\geqslant 1 \tag{4}$$

Cuvîntul „ELEV" poate fi obţinut deci, reprezentînd geometric în acelaşi sistem de axe toate ecuaţiile de la numerele (1), (2), (3), şi (4).

Benone Săvulescu, Buzău

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7770

Să se arate că pentru fiecare valoare întreagă a lui $n\geqslant 1$, *suma* :

$$S=\frac{3}{1^2\cdot 2^2}+\frac{5}{2^2\cdot 3^2}+\frac{7}{3^2\cdot 4^2}+\ldots+\frac{2n+1}{n^2\,(n+1)^2}+\frac{n^2}{4(1^3+2^3+\ldots+n^3)}$$

are o valoare constantă.

Prezentată pentru *O.I.M.* 1966 de către *R. P. Bulgaria.*

Soluţie dată de *P. Vlăjan*, elev Breaza şi *Ş. Gavrilă*, elev Buzău

Există identitatea :

$$\frac{2k+1}{k^2(n+1)^2}=\frac{1}{k^2}-\frac{1}{(k+1)^2}\,.$$

Deci suma S se poate scrie :

$$S=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{n^2}{4(1^3+2^3+\ldots+n^3)}$$

Reducînd termenii asemenea şi ţinînd seama că

$$1^3+2^3+\ldots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4},\ \text{obţinem :}\ S_n=1.$$

Problema 7771

Sumele $S_m (m\ \text{întreg}\geqslant 4)$ *sînt exprimate prin relaţiile* :

$$S_4=1\,;\ S_{m+1}=S_m+1(m-2)+2(m-3)+3(m-4)+\ldots+(m-2).1.$$

Să se arate că $S_m=C_m^4$.

Prezentată la *O.I.M.* 1966 de către *R. P. Bulgaria.*

Soluţie dată de *C. Vasilescu*, profesor Ploieşti

$$S_{m+1}=S_m+1(m-2)+2(m-3)+\ldots+(m-2)\,[m-(m-1)]=$$

$$=S_m+(1+2+3+\ldots+m-2)\,m-[1.2.+2.3+3.4+\ldots+$$

$$+(m-2)\,(m-1)]=S_m+\frac{1}{2}(m-2)\,(m-1)\,m-\frac{1}{3}(m-2)\,(m-1),$$

deci

$$S_{m+1} = S_m + \frac{1}{1.2.3} m(m-1)(m-2), \text{ sau:}$$

$$S_{m+1} = S_m + C_m^3.$$

Punem $m = 4, 5, 6, \ldots$ și însumăm egalitățile obținute:

$$S_5 = 1 + C_4^3;\ S_6 = S_5 + C_5^3;\ S_7 = S_6 + C_6^3;\ \ldots\ldots S_{m+1} = S_m + C_m^3$$

$$S_{m+1} = 1 + C_4^3 + C_5^3 + \ldots + C_m^3 = C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + \ldots + C_m^3 = C_{m+1}^4$$

Din relația $C_{m+1}^4 = S_m + C_m^3$ rezultă că $S_m = C_m^4$.

S-au mai primit soluție de la *Șerban Gavrilă*, elev Buzău

Problema 7773

Fie $\operatorname{tg}\alpha = \frac{p}{q}$; *p și q întregi,* $q \neq 0$. *Să se arate că toate numerele* $\operatorname{tg}\beta$, *pentru care avem* $\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{tg} 3\alpha$ *sînt numere raționale în cazul că* $p^2 + q^2$ *este pătratul perfect al unui număr întreg diferit de zero.*

Prezentată pentru *O.I.M.* 1966 de către *R. D. Germană.*

Soluție dată de *L. Orășanu*, elev Ploiești.

Avînd $\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{tg} 3\alpha$ să găsim condiția pe care trebuie s-o îndeplinească p și q. Egalitatea se mai scrie:

$$\frac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1 - 3\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2\operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}^2\beta}.$$

Cum $\operatorname{tg}\alpha = \frac{p}{q}$, avem:

$$\frac{2\operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}^2\beta} = \frac{p(3q^2 - p^2)}{q(q^2 - 3q^2)}$$

sau, notînd $\operatorname{tg}\beta = x$,

$$p(3q^2 - p^2)x^2 + 2(q^2 - 3p^2)qx - p(3q^2 - p^2) = 0$$

Dar $x = \operatorname{tg}\beta$ trebuie să fie rațional, deci discriminantul ecuației trebuie să fie un pătrat perfect. Avem:

$$q^2(q^2 - 3p^2)^2 + p^2(3q^2 - p^2) = (p^2 + q^2)(p^2 + q^2)^2$$

care este pătrat perfect cînd $p^2 + q^2$ este pătrat perfect. Implicit, aceasta este condiția pentru ca $\operatorname{tg}\beta$ să fie rațional conform enunțului.

Problema 7777

Într-un tetraedru muchiile opuse sînt două cîte două perpendiculare. Să se arate că cele 6 mijloace ale muchiilor se află pe o aceeași sferă.

Propusă de *U.R.S.S.* la *O.I.M.* 1966.

Soluție dată de *L. Orășanu*, elev Ploiești, *Cornelia Stefănescu*, elevă Buzău și *N. Manolache*, București.

Se observă ușor că $MNPQ$ este paralelogram pentru că $MN \parallel AC \parallel PQ$ și $MN = PQ = \frac{AC}{2}$, MN și PQ fiind linii mijlocii în triunghiurile

ABC și ACD. În acest paralelogram $MN \parallel AC$ și $MQ \parallel BD$ și cum $BD \parallel AC$ (muchii opuse), rezultă că $MNPQ$ este dreptunghi. Punctul O de intersecție al diagonalelor sale este egal depărtat de M, N, P și Q. La fel arătăm că și $NSQR$ este dreptunghi, având o diagonală NQ comună cu primul, punctul de intersecție al diagonalelor sale va fi tot O. Rezultă că O este egal depărtat de mijloacele muchiilor, este centrul sferei care trece prin aceste puncte.

Problema 7782

Să se afle valorile reale ale lui x pentru care:

$$\sqrt{\frac{x+3a}{4a}+\sqrt{\frac{x-a}{a}}}+\sqrt{\frac{x+3a}{4a}-\sqrt{\frac{x-a}{a}}}=2,$$

unde $a>0$. Prezentată de *Republica Socialistă România* la *O.I.M. 1966*.

Soluție dată de *Gavrilă C. Șerban*, elev Buzău și *Gavriloaia Gheorghe*, elev Breaza.

Trebuie să avem $x-a \geqslant 0$, adică $x \in [a, +\infty)$.

Pentru $x \geqslant a$, avem $\frac{x+3a}{4a}+\sqrt{\frac{x-a}{a}}>0$ și mai trebuie ca

$$\frac{x+3a}{4a}-\sqrt{\frac{x-a}{a}} \geqslant 0, \text{ sau}$$

$$\frac{x+3a}{4a} \geqslant \sqrt{\frac{x-a}{a}}$$

Prin ridicare la pătrat:

$$\frac{x^2+6ax+9a^2}{16a^2} \geqslant \frac{x-a}{a},$$

sau $\frac{(x-5a)^2}{16a^2} \geqslant 0$, care se verifică pentru orice x.

Prin urmare, domeniul de definiție al funcției este:

$$[a, +\infty].$$

Ridicăm la pătrat ambii ai ecuației date și avem:

$$\frac{x+3a}{4a}+2\sqrt{\frac{(x-5a)^2}{16a^2}}=4 \text{ sau}$$

$$|x-5a|+x-5a=0$$

Prin rezolvarea acestei ecuații găsim $x \in (-\infty, 5a]$, dar cum soluția trebuie să aparțină domeniului de definiție $x \in [a, +\infty)$ rezultă $x \in [a, 5a]$.

Problema 7787

Pe laturile unui patrulater oarecare $ABCD$, se consideră punctele A_1, B_1, C_1, D_1 astfel ca $\frac{AA_1}{A_1B}=\frac{BB_1}{B_1C}=\frac{CC_1}{C_1D}=\frac{DD_1}{D_1A}=\frac{m}{n}$. *Pe laturile noului patru-*

later $A_1 B_1 C_1 D_1$ *se consideră punctele* A_2, B_2, C_2, D_2 *care le împart în același raport* m/n. *Se repetă acest proces la infinit. Să se calculeze:*

$$S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{A_2B_2C_2D_2} + S_{A_3B_3C_3D_3} + \dots$$

unde prin S_{MNPQ} *s-a notat aria patrulaterului* $MNPQ$.

C. Băluță, elev Filiași

Soluție dată de *Serban Gavrilă*, elev Buzău

Din șirul de rapoarte egale, aplicînd unele proprietăți, se obține:

$$\frac{AA_1}{AB} = \frac{BB_1}{BC} = \frac{CC_1}{CD} = \frac{DD_1}{DA} = \frac{m}{m+n}$$

și

$$\frac{A_1B}{AB} = \frac{B_1C}{BC} = \frac{C_1D}{CD} = \frac{D_1A}{DA} = \frac{n}{m+n}$$

Putem scrie:

$$\frac{S_{A_1BB_1}}{S_{ABC}} = \frac{A_1B}{AB} \cdot \frac{BB_1}{BC} = \frac{mn}{(m+n)^2}$$

și încă trei relații asemănătoare, care mai pot fi scrise:

$$S_{A_1BB_1} = \frac{mn}{(m+n)^2} \cdot S_{ABC}$$

$$S_{B_1CC_1} = \frac{mn}{(m+n)^2} \cdot S_{BCD}$$

$$S_{C_1DD_1} = \frac{mn}{(m+n)^2} \cdot S_{CDA}$$

$$S_{D_1AA_1} = \frac{mn}{(m+n)^2} \cdot S_{DAB}$$

Adunînd aceste patru relații, și ținînd seama că:

$$S_{ABC} + S_{ADC} + S_{BCD} + S_{DAB} = 2\,S_{ABCD},$$

și că

$$S_{A_1BB_1} + S_{B_1CC_1} + S_{C_1DD_1} + S_{D_1AA_1} = S_{ABCD} - S_{A_1B_1C_1D_1},$$

se obține:

$$S_{ABCD} - S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{2mn}{(m+n)^2} \cdot S_{ABCD},$$

sau

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{m^2+n^2}{(m+n)^2} \cdot S_{ABCD}$$

Tot astfel se obțin:

$$S_{A_2B_2C_2D_2} = \frac{m^2+n^2}{(m+n)^2} \cdot S_{A_1B_1C_1D} = \left[\frac{m^2+n^2}{(m+n)^2}\right]^2 \cdot S_{ABCD}$$

Deci suma S a acestor arii este :

$$S = S_{ABCD} \cdot \left\{1 + \frac{m^2 + n^2}{(m+n)^2} + \left[\frac{m^2 + n^2}{(m+n)^2}\right]^2 + \dots\right\}$$

$$S = \frac{(m+n)^2}{2mn} \cdot S_{ABCD}$$

Problema 7799

Să se determine x, y, z, v și t întregi pozitivi dacă

$$2^x \cdot 3^y \cdot 5^{2+z} \cdot 7^v = t!$$

I. Stănescu, Sibiu

Soluție dată de *Doru Alexandriu*, elev Cîmpina și *N. Manolache* elev București.

Produsul $t!$ conține toți factorii primi mai mici sau egali cu t. Cum $t!$ nu conține pe 11 deducem că $t < 11$. (1) De asemenea $t!$ conține pe 5 cel puțin la puterea a doua. Dar pînă la 11 există doar 2 numere ce-l conțin pe 5 ca factor și anume 5 și 10.

Cum 5 este cel puțin la puterea a doua, $t!$ conține și factorul 10. Deci $t \geqslant 10$.

Din (1) și (2) deducem $t = 10$.

$$10! = 2.3.2^2.5.2.3.7.2^3.3^2.2.5 = 2^8.3^4.5^2.7.$$

$$x = 8, \quad y = 4, \quad z = 0, \quad v = 1, \quad t = 10$$

Problema 7809

a) Să se scrie ecuația familiei de cercuri care trec prin punctul fix $A\,(a,\ 0)$ și sînt tangente la axa ordonatelor.

b) Să se afle locul geometric al centrelor acestor cercuri.

c) Să se afle locul geometric al punctelor diametral opuse lui A.

Mircea Dabija, prof. Cîmpina.

Soluție dată de *Gavrilă C. Șerban*, elev Buzău

a) Scriem ecuația generală a cercului :

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

Punem condițiile ca cercul să treacă prin $A\,(a,\ 0)$ și să fie tangent la $y'Oy$:

$$a^2 + am + p = 0$$

și

$$y^2 + ny + p = 0$$

în care $\Delta = n^2 - 4p = 0$.

Deci s-au obținut ecuațiile :

$$am + p + a^2 = 0, \quad n^2 - 4p = 0$$

Alegem n ca variabilă : $n = \lambda$. Atunci $p = \frac{\lambda^2}{4}$ și $m = -\frac{\lambda^2 + 4a^2}{4a}$

Ecuația familiei de cercuri este :

$$4a(x^2 + y^2).(4a^2 + \lambda^2)x + 4a\lambda y + a\lambda^2 = 0$$

b) Centrul unui cerc are coordonatele:

$$x = -\frac{4a^2 + \lambda^2}{8a}, \quad y = -\frac{\lambda}{2}$$

Deci $\lambda = -2y$. Înlocuind în prima relație, se obține locul:

$$x = \frac{a^2 + y^2}{2a},$$

sau

$$y^2 = 2a\left(x - \frac{a}{2}\right)$$

Locul este o parabolă cu vîrful $V\left(\frac{a}{2}, 0\right)$ și focarul $F(a, 0)$.

c) Fie $B(x, y)$ punctul diametral opus lui A.
Ținem seama că $AC = CB$ (C — centrul cercului).

Deci $x = \frac{4a^2 + \lambda^2}{4a} - a = \frac{\lambda^2}{4a}$ și $y = \lambda$.

De aici $\lambda = -y$ și $x = \frac{y^2}{4a}$.

Locul geometric este parabola $y^2 = 4ax$, de vîrf $V'(0,0)$ și focar $F'(2a, 0)$.

Problema 7817

Notăm

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots.+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} = A$$

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\ldots.+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} = B$$

find în total cîte șase radicali suprapuși.
Să se arate că :

$$(A + Bi)^{16} = 2^{14}(1 + i)(\sqrt{3} - i),$$

$$(A + Bi)^{192} + 2^{192} = 0.$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Gavrilă Serban*, elev Buzău

$$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha.$$

$$\text{Deci } A = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{12}}}}}$$

$$A = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{24}}}} = \sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{48}}} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{4\cos^2\frac{\pi}{96}}} = \sqrt{4\cos^2\frac{\pi}{192}} = 2\cos\frac{\pi}{192}.$$

În mod asemănător se arată că $B = 2\sin\frac{\pi}{192}$,

Demonstrația formulelor se face astfel:

$$(A + Bi)^{16} = \left[2\left(\cos\frac{\pi}{192} + i\sin\frac{\pi}{192}\right)\right]^{16} = 2^{14}\left[4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)\right] =$$

$$= 2^{14}\cdot\left[4\cdot\frac{\sqrt{3}\ 1 + i(\sqrt{3}-1)}{4}\right] = 2^{14}\cdot[(\sqrt{3}+1) + i(\sqrt{3}-1)].$$

$$(A + Bi)^{16} = 2^{14}[\sqrt{3}(1+i) - (1+i]$$

sau

$$(A + Bi)^{16} = 2^{14}(1+i)(\sqrt{3} - i)$$

$$(A + Bi)^{192} + 2^{192} = 2^{192}(\cos\pi + i\sin\pi) + 2^{192} = -2^{192} + 2^{192} = 0,$$

adică ceea ce trebuie demonstrat.

Problema E: 2578

Să se efectueze

$$\left[0{,}78 : 2{,}6 + \frac{77}{90} : \left(6 - \frac{2{,}3 + 5 : 6{,}25}{8.0{,}0125 + 6{,}1}\right)\right] : \sqrt{1\frac{781}{900}}$$

Concursul de matematică 1966, clasa VI, București

Soluție dată de eleva *Alexandrina Alexandrescu*, Ploiești

$$\left[0{,}3 + \frac{77}{90} : \left(6 - \frac{2{,}3 + 0{,}8}{0{,}1 + 6{,}1}\right)\right] : \frac{41}{30} = \left[0{,}3 + \frac{77}{90} : \left(6 - \frac{3{,}1}{6{,}2}\right)\right] : \frac{41}{30} =$$

$$= \left[0{,}3 + \frac{77}{90} : (6 - 0{,}5)\right] : \frac{41}{30} = \left(0{,}3 + \frac{77}{90} : 5{,}5\right) : \frac{41}{30} =$$

$$= \left(0{,}3 + \frac{7}{45}\cdot\frac{2}{1}\right) : \frac{41}{30} = \left(0{,}3 + \frac{7}{45}\right) : \frac{41}{30} = \left(\frac{3}{10} + \frac{7}{45}\right) : \frac{41}{30} = \frac{41}{90}\cdot\frac{30}{41} = \frac{1}{3}$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Concursul de matematică — Etapa locală

din 5 februarie 1967. Timp de lucru 3 ore

Clasa IX-a

8300. a) Să se rezolve sistemul

$$-mx + y + z = 4,$$
$$x - my + z = 4,$$
$$x + y - mz = 4.$$

b) Să se afle mulțimea valorilor lui m pentru care x, y, z sînt numere întregi.

c) Să se afle mulțimea valorilor lui m pentru care x, y, z sînt numere negative.

L. Țene

8301. Se dă un patrulater $ABCD$ ale cărui unghiuri interioare satisfac relațiile :

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{2} = \frac{C}{3} = \frac{D}{4}.$$

Bisectoarele unghiurilor D și B intersectează laturile AB și CD respectiv în punctele M și N. Notăm cu Q mijlocul diagonalei BD.

a) Să se calculeze unghiurile A, B, C, D și să se arate că patrulaterul $ABCD$ este trapez.

b) Să se demonstreze că $AB = AD + DC$.

c) Luînd pe segmentul AB un punct R astfel ca $CR = MN$, să se arate că punctele N, Q, R sînt coliniare.

Gh. Bazacov, Tr. Severin

Clasa a X-a — 12 ani

8302. Să se rezolve sistemul

$$x^2 + 3xy + 4y^2 = 2;$$
$$2x^2 + xy - 5y^2 = 1.$$

8303. Să se arate fără a folosi tabele, că :

$$E = \sin 70^\circ \cos 50^\circ - \sin 260^\circ \cos 28^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(*Dată și la clasa a X-a de 11 ani*)

C.I.Ț.

8304. Pe laturile BC și AC ale triunghiului isoscel ABC, unde $AB = AC$ se iau respectiv punctele mobile M și N.

a) Să se exprime segmentul G_1G_2 în funcție de BC unde G_1 și G_2 sînt respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor ABM și AMC.

b) Să se arate că cercurile circumscrise triunghiurilor ABM și AMC sînt egale.

c) Dacă $BM \cdot BC = CN \cdot CA$, să se afle locul geometric al punctului P de intersecție a dreptelor AM și BN.

d) În aceeași condiție să se arate că dreapta BM este tangentă cercului circumscris triunghiului ABP.

Petre Liviu, Tîrgoviște.

Clasa a X-a (de 11 ani — seral)

8305. a) Să se arate că oricare ar fi numărul natural n, avem :

$$\frac{(7+1)!}{1!}+\frac{(7+2)!}{2!}+\cdots+\frac{(7+n)!}{n!}=\frac{(8+n)!}{n!\,8}-7!$$

b) Să se arate că oricare ar fi numerele naturale p și n, avem :

$$p!+\frac{(p+1)!}{1!}+\frac{(p+2)!}{2!}+\cdots+\frac{(p+n)!}{n!}=\frac{(p+1+n)!}{n!\,(p+1)}$$

N. Bebea, Tîrgoviște

8306. Se dau trei plane paralele α, β, γ și punctele A, B în planul α și C, D în planul β. Dreptele AC, BC, BD, AD întîlnesc planul γ respectiv în punctele E, F, G, H.

a) Să se arate că figura $EFGH$ este un paralelogram.

b) În ce cazuri figura $EFGH$ este un romb.

Clasa a XI-a

8307. Fie funcția

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin m\,(x-1)}{x^2-x}, & \text{dacă } x\in(-\infty,1)-\{0\}\\[2ex] 2mx^2-3x+1, & \text{dacă } x\in[1,+\infty)\end{cases}$$

să se determine m astfel încît funcția f să aibă limită în punctul 1.

Șt. Musta, Oradea

8308. a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x-\dfrac{|m|}{2}x^2\right)^{\frac{2}{x^2}}$

b) Notînd cu $F(m)$ limita de la punctul (a), să se arate că oricare ar fi numerele reale m_1 și m_2 este adevărată următoarea inegalitate :

$$F(m_1)\cdot F(m_2)\leqslant\frac{1}{e}F(m_1+m_2).$$

I. V. Maftei, București.

8309. Considerăm pe axa $x'x$ un punct mobil $A(m,0)$ și pe semiaxa Oy un punct C astfel încît perimetrul dreptunghiului determinat de punctele O, A, C să fie egal cu o constantă dată $2k$ ($k>0$). Notăm cu B al patrulea vîrf al dreptunghiului și cu A', respectiv C', proiecția punctului A, respectiv a punctului C, pe prima bisectoare. Dreapta BC' intersectează axa $y'y$ în punctul R, iar dreapta BC' intersectează axa $x'x$ în punctul S.

a) Să se arate că dreapta RS are o direcție fixă.

b) Să se determine locul geometric al punctului L de intersecție a dreptelor OB și RS.

c) Notăm cu T punctul de intersecție a paralelei dusă prin S la dreapta OC cu paralela dusă prin R la dreapta OA. Să se arate că dreapta BT, respectiv LT, trece printr-un punct fix V, respectiv V' și că punctele A', V, V' sînt coliniare.

Observație : Se va considera $0<m<k$ și $m\neq\dfrac{k}{2}$.

Laura Constantinescu, Sibiu

Școli tehnice de maiștri, anul I

8310. a) Să se efectueze :

$$\frac{4a^2}{a^4+a^3+a+1}:\left(\frac{1}{a^2+2a+1}-\frac{2}{a+1}\cdot\frac{1}{1-a}+\frac{1}{a^2-2a+1}\right),$$

b) Să se afle valoarea numerică a rezultatului pentru $a=1-\sqrt{2}$.

8311. Se dă un unghi drept xOy. Un pătrat $ABCD$, cu latura a are vîrfurile A și B respectiv pe Ox și Oy astfel că latura AB face cu Oy un unghi de 30°. Se cere :

a) Să se exprime în funcție de latura pătratului distanțele punctelor C și D la laturile Ox și Oy ale unghiului.

b) Să se arate că centrul F al pătratului se află pe bisectoarea unghiului xOy.

c) Să se exprime aria triunghiului OCD în funcție de a.

d) Să se afle lungimea segmentului OF în funcție de a.

Școli pedagogice, anul I

8312. Un camion aprovizionează cu lemne o școală. Camionul poate duce la un transport 5 tone de lemne. Școala are 25 săli cu sobe și pentru fiecare sobă i se vor aduce 2000 kg. lemne.

a) Cîte tone de lemne se vor aduce la acea școală în total?

b) Cît va costa transportul întregii cantități de lemne știind că transportul unei tone costă 27 lei?

c) Cîte drumuri face camionul pentru a transporta întreaga cantitate de lemne?

d) Cîți km. parcurge în acest scop în total camionul, știind că depozitul este la depărtarea de 7 km de școală?

8313. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia :

a) $E(a, b) = 1 - \frac{a^2 - b^2}{8a^2} : \left[\left(\frac{(a+b)^2}{4ab} - 1\right) : \left(1 - \frac{b+a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right)\right]$

b) Să se afle valoarea numerică a acestei expresii pentru $a = -2$ și $b = 2$.

8314. Doi muncitori au primit împreună pentru o lucrare 635 lei. Primul a lucrat 10 zile iar al doilea 9 zile. Al doilea a primit pentru 4 zile cu 20 lei mai puțin decît primul pentru 5 zile. Cîți lei a primit fiecare muncitor pe zi, la acea lucrare.

Dalvina Bergheanu

Școli pedagogice, anul II

8315. a) Să se afle 3 numere în progresie aritmetică, știind că : numărul cel mai mare este cu 4 mai mic decît suma celorlalte 2, iar de 5 ori pătratul celui mai mic număr întrece cu 16 suma pătratelor celorlalte 2 numere. Pot reprezenta acele numere laturile unui triunghi?

b) Presupunînd numărul mijlociu ca ultim termen al unei progresii geometrice cu 7 termeni și rația $q = 2$, să se afle ceilalți termeni ai progresiei geometrice, precum și suma lor.

Ana Gereanu, București

8316. Se dă triunghiul ABC dreptunghic în A astfel ca $AC = 2AB$.

a) Notînd cu A', B', C' mijloacele laturilor BC, AC, AB, să se arate că A, A', B', C' sînt pe același cerc (O).

b) Fie P al doilea punct de intersecție al ipotenuzei cu cercul (O) ; să se arate că patrulaterul $AB'PC'$ este ortodiagonal.

c) Să se arate că triunghiul $AA'P$ are laturile proporționale cu 3, 4, 5.

d) Notînd cu M mijlocul arcului $A'P$, să se arate că $C'M$ este latura patratului înscris cercului (O).

e) Prelungind cateta AB cu segmentul $BN = BC'$, să se arate că punctele A', M, N sînt coliniare.

V. Bobancu, București

Școli pedagogice, anul III

8317. Să se arate că :

$$(10010_2 + 1120_3)\ 121_4 - 4000_5 = 32_6 \cdot 101_7$$

unde indicii indică bazele de numerație în care sînt scrise numerele respective.

3318. Mureşul şi Oltul au laolaltă o lungime de 1380 km ; Mureşul şi Bistriţa au împreună 1180 km. Ştiind că Mureşul este mai lung decît Bistriţa cu 580 km, să se afle lungimile celor trei ape din RSR.

3319. Două triunghiuri ABC, ABD au aceeaşi bază. Dintr-un punct E al bazei AB se duc paralele la AC şi AD care întîlnesc laturile BC şi BD respectiv în F şi G.

a) Să se arate că FG este paralelă cu CD. Fie M mijlocul laturei AB. Bisectoarele unghiurilor AMC şi CMB întîlnesc respectiv pe AC şi BC în N şi P. Bisectoarele unghiurilor AMD şi BMD întîlnesc respectiv pe AD şi BD în N' şi P'.

b) Să se arate că NP este paralelă cu $N'P'$.

c) Să se arate că cercurile circumscrise triunghiurilor NCP şi CAB sînt tangente.

Şcoli pedagogice, anul IV

3320. Să se spună numărul de divizori ai fiecăruia dintre numerele :

$$(2^2 - 1)2 \quad ; \quad (2^3 - 1)2^2 \quad ; \quad (2^5 - 1)\, 2^4$$

şi să se verifice că fiecare dintre numerele de mai sus este egal cu suma tuturor divizorilor săi fără a-l considera şi pe el însuşi.

3321. Să se găsească cel mai mic număr multiplu de 7, care împărţit cu 2, 3, 4, 5, 6, să dea acelaşi rest 1.

Să se găsească cel mai mic număr multiplu de 11, care împărţit cu 2, 3, 4, 5, 6 să dea acelaşi rest 1.

Cîte numere, mai mici ca 2000 satisfac condiţiile de mai sus ? Există un număr multiplu şi de 7 şi de 11 care satisface condiţiile de mai sus ?

3322. Să se construiască o dreaptă care să se sprijine pe două drepte date şi care să fie paralelă la o direcţie dată.

Dacă printr-o diagonală a unui paralelogram se duce un plan oarecare, să se arate că celelalte două vîrfuri sînt egal depărtate de acest plan.

Şcoli profesionale anul I

3323. a) Să se calculeze valoarea lui x din expresia

$$x = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{2}}} : \frac{1}{1 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{2}}}$$

b) Să se arate că

$$\frac{(x^2 + 3x + 1)^2 - 1}{x^4 + 3x^2 + 4x} = \frac{(x + 2)\,(x + 3)}{x^2 - x + 4}.$$

3324. Se consideră un dreptunghi $ABCD$ cu dimensiunile de 16 cm şi 12 cm. Pe latura AD (lăţimea dreptunghiului) se consideră punctul M luat la mijlocul lui AD. Fie N şi P proiecţiile punctului M pe diagonalele dreptunghiului. Se cere să se calculeze perimetrul triunghiului MNP.

I. Maftei, Bucureşti

Şcoli profesionale, anul II

3325. Să se calculeze expresia

$$F_1 = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{7}}.$$

8336. Să se afle valoarea expresiei

$$F_2 = \frac{(a + x)(x + b) + (a - x)(x - b)}{(a + x(x + b) - (a - x)(x - b)}, \text{ pentru } x = \sqrt{ab}$$

8337. Să se calculeze cîte kg de oţel cu densitatea de $7{,}8 \frac{kg}{dm^3}$ sînt necesare confecţionării a o mie de nituri, ştiind că pentru confecţionarea unui nit este necesară o bucată de bară de forma unui cilindru circular drept cu secţiune axială de $13\sqrt{507}$ mm², diagonala secţiunii făcînd cu baza cilindrului un unghi de 60°.

E. Bortaş, Bucureşti

PROBLEME PROPUSE*

8338. În cîte moduri putem schimba o bancnotă de 100 lei, în bancnote de 10, 5 şi 3 lei.

Miron Oprea, Ploieşti

8339. Două cercuri O_1 şi O_2 se intersectează în punctele A şi D. Segmentul O_1O_2 intersectează cercul O_1 în N şi cercul O_2 în M. O secantă trecînd prin D mai întîlneşte cercurile O_1 şi O_2 respectiv în B şi C. Fie I centrul cercului înscris triunghiului ABC. Să se arate că patrulaterul $NIMA$ este inscriptibil.

Petre Liviu, Tîrgovişte

8340. Într-un patrulater convex oarecare $ABCD$ se dă E mijlocul laturii BC şi F mijlocul laturii CD. Fie P şi Q punctele simetrice cu A în raport cu punctele E şi F respectiv. Diagonala AC, prelungită, întîlneşte segmentul PQ în punctul S. Dreptele SE şi SF taie laturile AB şi AD ale patrulaterului dat, respectiv în punctele M şi N. Să se demonstreze că

a) $MN \parallel BD$, iar triunghiurile AMN şi CPQ sînt asemenea

b) în cazul particular cînd patrulaterul $ABCD$ dat este paralelogram, segmentul MN este egal cu trei pătrimi din diagonala BD.

C. Gîdea, prof. Buzău

8341. La un liceu se predau limbile : rusa, franceza, germana şi engleza. Elevii clasei a IX-a frecventează la alegere două din aceste limbi şi anume : 115 învaţă rusa ; 105 engleza, 150 franceza şi 50 germana dintre care : 80 învaţă rusa şi franceza : 60 engleza şi franceza ; 20 engleza şi rusa ; 15 rusa şi germana ; 25 germana şi engleza şi 10 franceza şi germana. Cîţi elevi în clasa IX-a sînt la acest liceu.

V. Poteraş, prof. Buzău

8342. Să se arate că într-un trapez oarecare diagonalele se taie pe axa radicală a cercurilor construite pe laturile neparalele ca diametre.

Ion Ţiţa, elev Breaza

---

*) IX (8338–8343) ; X (8344–8355) ; XI (8356–8370) ; S (8371–8373). Soluţiile se primesc timp de 2 luni de la publicarea enunţului. Probleme pentru clasa IX sînt indicate şi şcolilor profesionale

8343. Să se găsească primele cinci numere de trei cifre $\overline{xyz}$, în ordinea mărimii lor, care îndeplinesc condiția : suma cifrelor pătratului numărului $\overline{xyz}$ să fie egală cu suma cifrelor pătratului numărului consecutiv, $\overline{xyz}+1$.

Șerban Gavrilă, elev Buzău

8344. Să se arate că dacă $a \neq b \neq c$ și k natural, avem :

$$\frac{a^{4k}}{(a^k-b^k)(a^k-c^k)}+\frac{b^{4k}}{(b^k-a^k)(b^k-c^k)}+\frac{c^{4k}}{(c^k-a^k)(c^k-b^k)}=$$

$$=a^{2k}+b^{2k}+c^{2k}+a^kb^k+b^kc^k+c^ka^k$$

Caz particular $k=2$. (În legătură cu problema 7286).

Laurențiu Orășanu, elev Ploiești

8345. Să se stabilească inegalitatea :

$$(a_1^5+a_2^5+\ldots+a_n^5)+(a_1^7+a_2^7+\ldots+a_n^7)\geqslant 2(a_1^6+a_2^6+\ldots+a_n^6)$$

unde a_i sînt nenegative ($i=1, 2, \ldots, n$).

C. Vasilescu, Ploiești

8346. În orice patrulater suma patratelor a două laturi opuse mărită cu dublul patratului segmentului ce unește mijloacele lor este egală cu suma patratelor celorlalte două laturi mărită cu dublul patratului ce unește mijloacele acestora.

E. Onofraș, Ploiești

8347. Într-un triunghi oarecare ABC se duc trisectoarele AA_1 și AA_2, adică $\sphericalangle BAA_1=\sphericalangle A_1AA_2=\sphericalangle A_2AC$, A_1 și A_2 fiind pe BC. Să se demonstreze relația :

$$AA_1\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{AA_2}\right)=AA_2\left(\frac{1}{AC}+\frac{1}{AA_1}\right)$$

(Generalizarea problemei 6814).

Vasile Cîrtoaje, Breaza

8348. Fie ABC un triunghi oarecare. Punctele D și E, F și G, H și L, împart respectiv laturile BC, AC și AB în cîte trei părți egale (punctele fiind situate pe figură în ordinea $BDECFGAHLB$).

Dreptele BG și CH se intersectează în A', BF și CL în A'', CL și AD în B', CH și AE în B'', BF și AE în C', iar AD și GB în C''.

a) Să se arate că dreptele $A'A''$, $B'B''$, $C'C''$ sînt concurente.

b) Să se calculeze laturile triunghiului $A'B'C'$ în funcție de laturile triunghiului ABC.

c) Să se demonstreze că centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$ coincide cu centrul de greutate al triunghiului ABC.

C. Sfetoslav, prof. Buzău

8349. Într-un triunghi ABC se consideră trei ceviene AA', BB', CC' concurente în punctul M. Să se stabilească inegalitatea:

$$\Pi \frac{C'B \cdot B'C}{AC' \cdot B'C + AB' \cdot C'B + C'B \cdot B'C} \leqslant \frac{1}{27}$$

Gh. Simion, elev Ploiești

8350. Se dau funcțiile:

$$f(x) = \frac{(m-1)(m-4)}{2(2m-7)} x^2 - (m-1)x + m - 3$$

$$g(x) = \frac{(m+1)(m-3)}{4(m-5)} x^2 - (m+1)x + m - 4$$

unde m este un parametru real.

a) Să se arate că vîrfurile parabolelor $f(x)$ se găsesc pe dreapta $3x + 2y = 1$, iar vîrfurile parabolelor $g(x)$ pe dreapta $2x + y = 1$.

b) Să se scrie ecuațiile parabolelor ce au vîrfurile în punctul de intersecție al celor două drepte.

Radu Gheorghe, profesor Mizil

8351. Să se arate că

a) $(x+y+z)^4 - (-x+y+z)^4 - (x-y+z)^4 - (x+y-z)^4 = 26\,xyz\,x+y+z)$

b) $(x+y+z)^5 - (-x+y+z)^5 - (x-y+z)^5 - (x+y-z)^5 = 80\,xyz(x^2+y^2+z^2)$

Gh. I. Stan, elev Ploiești

8352. Să se demonstreze că dacă $x + y + z = k\pi$ atunci:

$$\frac{\operatorname{ctg}(x+y-z)}{\operatorname{tg}(x-y+z)} + \frac{\operatorname{ctg}(x-y+z)}{\operatorname{tg}(-x+y+z)} + \frac{\operatorname{ctg}(-x+y+z)}{\operatorname{tg}(x+y-z)} = 1$$

Laurențiu Orășanu, elev Ploiești

8353. Să se arăte că

$$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7} = \sin\frac{\pi}{14}\sin\frac{3\pi}{14}\sin\frac{5\pi}{14} = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{28}\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{28}\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{28} = \frac{1}{8}$$

C. Ionescu-Țiu

8354. Să se demonstreze că numerele

$$831^{124} + 1 \text{ și } 831^{128} - 1$$

sînt divizibile prin 17 iar numărul

$$19^{82} + 2890^{82} + 124$$

este divizibil prin 9.

I. V. Pană, elev Ploieşti

8355. Fie x_i $(i = 1, 2, 3, 4)$, rădăcinile ecuaţiei :

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

Să se afle mulţimea numerelor întregi n, pentru care :

$$\sum_{i=1}^{4} x_i^n = 4$$

D. Stan, profesor Breaza

8356. Într-un cerc de rază R, se duce tangenta AT într-un punct A şi o coardă mobilă $BC = R$. Din B şi C se duc perpendicularele BB' şi CC' pe tangenta AT. a) Să se determine poziţia cordei BC pentru care aria trapezului $BB'CC'$ să fie maximă. b) Să se calculeze volumul corpului ce s-ar obţine prin rotirea trapezului de arie maximă în jurul tangentei AT.

N. Bebea, profesor Tîrgovişte

8357. Să se calculeze

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{16k^2 - 8k - 3}$$

N. Bebea, prof. Tîrgovişte

8358. Să se arate că dacă

$$m_1 + m_2 + \ldots + m_n = p$$

unde $m_1, m_2, \ldots, m_n$ sînt numere pozitive, atunci avem

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \ldots + \frac{1}{m_n} \geqslant n \sqrt[n]{\frac{n}{p}}$$

(Generalizarea problemei 6641).

Dan Stănescu, elev Ploieşti

8359. Să se determine valorile reale ale parametrului m astfel ca funcţiile

$$f(x) = \sqrt{|x+1| - |x|}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2+m}}$$

să aibă acelaşi domeniu de definiţie.

Fănică Murăreci, prof. Pucioasa

8360. Se consideră următorul șir de numere:

$$u_1 = \frac{1}{2}\,;\quad u_2 = \frac{1}{4}\,;\quad u_3 = \frac{3}{8}\,;\quad \ldots;\quad u_n = \frac{a_n}{2^n}\,;\quad \ldots \text{ unde } a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}.$$

Să se exprime în funcție de n termenul general al șirului și să se calculeze suma $u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

E. Onofraș, Ploiești

8361. În sistemul de axe oarecari xOy se aleg punctele fixe A și B pe Oy, simetrice față de origine și fie un punct M mobil pe Ox. C este mijlocul lui ON, D mijlocul lui AM.

a) Se cere locul geometric al punctului N, intersecția dreptelor BC și OD.

b) Fie R mobil pe AC. Două drepte mobile d_1 și d_2 trecînd prin R, taie Oy și AM în I_1, I_2, I_3, I_4 (I_1 și $I_2 \in d_1$, I_3 și $I_4 \in d_2$). $K = I_1 I_4 \cap I_2 I_3$. Se cere locul geometric al lui K.

A. R. Cernea, elev Ploiești

8362. Se consideră pe semiaxele Ox, Oy ale unui reper ortogonal, respectiv, punctele mobile P și Q astfel încît $OP + OQ = a$. Fie R punctul ale cărui proiecții pe axe sînt respectiv P și Q.

a) Să se arate că perpendiculara din R pe dreapte PQ trece printr-un punct fix I ale cărui coordonate se vor preciza.

b) Suma distanțelor punctelor I și O la dreapta (PQ) admite un maximum care de asemenea se va determina.

c) Locul geometric al mijlocului segmentului PQ este o dreaptă care intersectează axa Oy în punctul L. Dreapta IL taie axa Ox în M, iar bisectoarea a doua a unghiului xOy taie dreapta IM într-un punct a cărui proiecție pe O este N. Fie A proiecția lui I pe Ox.

Să se arate că perechile de puncte (M, O) și (N, A) sînt armonic conjugate.

C. Vasilescu, prof. Ploiești

8363. Se dă cercul:

$$x^2 + y^2 + \frac{2b^2}{a}\,y - b^2 = 0 \qquad (C)$$

Fie A și B punctele în care el taie axa xx'. Tangentele în A și B la cerc se taie în C.

a) Să se determine produsul distanțelor unui punct M mobil pe cercul (C) la tangentele de mai înainte și să se găsească semnificația sa geometrică .

b) Considerînd pe b constant și a variabil, să se arate că polara unui punct fix M din plan față de (C) și cu polara față de cercul de diametru AB se taie pe o dreaptă fixă.

c) Fie (C') simetricul cercului (C) față de originea axelor. Să se afle locul geometric al centrelor cercurilor din plan care au axele radicale cu cele două cercuri (C) și (C') perpendiculare.

V. Băghină, Breaza

8364. Se dă elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ cu focarele F_1 și F_2 și un punct M (α, β) în planul său. Polara punctului M întîlnește axa $y'y$ în punctul P, iar perpendiculara din M pe polară întîlnește polara în punctul R și axa $y'y$ în punctul N. Se cere:

a Să se arate că patrulaterul $NFRP$ este inscriptibil.

b Locul lui R în cazul cînd M se deplasează pe o paralelă la axa $x'x$.

c Locul centrului cercului circumscris patrulaterului NF_2RP în cazul cînd M descrie elipsa.

Petre Liviu, prof. Tîrgoviște.

8356. Să se arate că

$$n^3 C_n^0 + (n-1)^3 C_n^1 + (n-2)^3 C_n^2 + (n-3)^3 C_n^3 + \ldots + 3^3 C_n^{n-3} + C_n^{n-1} = n^2(n+3)^{n-3}2^{n-3}$$

H. Dăscălescu, Ploiești

8366. Să se calculeze fără ajutorul derivatelor

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{nx} \ln \prod_{k=1}^{n} \sqrt[k]{1+kx}; \; n \in N$$

Al. Lalescu, prof. Cîmpina

8367 Să se determine valorile lui α, pentru care funcția $f(x) = \frac{\ln|x-\alpha|}{x-1}$ are limită cînd $x \to 1$.

D. Stan, Breaza

8368. Într-un sistem rectangular xOy, se duc paralele echidistante la axa Oy care taie axa Ox în A și B. $(AB = 2a)$. Fie punctele mobile A' și respectiv B' pe aceste paralele. Se cere:

a) Locul geometric al intersecției (AB', BA') în cazul cînd $BB'^3 = AB \cdot AA'^2$.

b) Reprezentarea grafică a locului.

c) Să se arate că asimptotele și tangenta la curbă în punctul unde e tăiată de axa Oy concură în același punct.

I. Hadîrcă, Breaza

8369. Să se discute natura și semnele rădăcinilor ecuației

$$x^4 - (2\lambda + 1)\, x^2 + 4x + \lambda^2 - 4 = 0, \text{ unde } \lambda \in R.$$

Miron Oprea, Ploiești

8370. Să se reprezinte grafic funcția

$$f(x) = \arcsin(\sin x^2)$$

Benone Săvulescu, prof. Buzău

8371. Să se arate că există numai două sisteme de numere constante m, n, p, astfel încît operația cu numere reale, definită în modul următor:

$$a \divideontimes b = ma + nb + p$$

să fie asociativă și necomutativă în același timp.

Apoi să se arate că una din operațiile găsite este operația inversă ei însăși.

Benone Săvulescu, prof. Buzău

8372. Fie r raza sferei înscrise într-un tetraedru r_i razele sferelor exînscrise și S_i ariile fețelor sale ($i = 1, 2, 3, 4$).

Să se stabilească relația

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{r_i^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{4 \sum_{i=1}^{4} S_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{4} S_i \right)^2}$$

Să se arate apoi că relația

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{r_i^2} = \frac{1}{r^2}$$

este caracteristică tetraedrelor echifaciale.

I. Hadîrcă, profesor Breaza

8373. O secție a unei întreprinderi fabrică două produse P_1 și P_2, La fabricarea acestor produse se consumă materialele M_1, M_2, M_3 și M_4. În componența unei unități din produsul P_1 intră o unitate din materialul M_1, două unități din materialul M_2 și o unitate din materialul M_3, iar în componența unei unități din produsul P_2 intră : două unități din materialul M_1, o unitate din materialul M_2 și o unitate din materialul M_4.

Intreprinderea are la dispoziție 14 unități din materialul M_1, 16 unități din materialul M_2, 7 unități din materialul M_3 și 6 unități din materialul M_4.

Se cere : numărul de unități din produsul P_1 și cel din P_2, care trebuie fabricate în așa fel ca beneficiul să fie maxim, știind că beneficiul la o unitate din produsul P_1 este 4 iar la o unitate din produsul P_2 este 2. Cerință mai mare pentru produsul P_1.

(În legătură cu articolul „Aplicații ale programării liniare în agricultură" din numărul 12/1966, *G.M-B.*).

Toma Nicolae, profesor Breaza

8374. a) Se consideră mulțimea $E = \{a, b, c, d\}$. Să se scrie toate submulțimile lui E.

b) Să se determine numărul submulțimilor unei mulțimi E de n elemente, considerînd printre submulțimi și mulțimea vidă, și mulțimea E, pentru $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

c) Cunoscînd numărul p al submulțimilor unei mulțimi E, de n elemente, se întreabă dacă se poate deduce numărul p' de submulțimi ale unei mulțimi E' de $(n + 1)$ elemente. Să se deducă apoi numărul submulțimilor unei mulțimi de n elemente.

Journal de math. élém. Paris. 1967

8375. Un grup comutativ G, în care operația este notată $\times$ și elementul neutru notat prin 1, este generat de două elemente a și b (bine înțeles distincte de 1).

Se presupune în plus că fiecare dintre elementele a și b este propriul său simetric (adică $a * a = a^2 = 1$ și $b * b = b^2 = 1$).

a) Să se demonstreze că grupul G nu conține decît patru elemente.

b) Să se formeze tabloul grupului (se va nota prin c al patrulea element).

Journal de math. élém. Paris, 1967.

8376. Se consideră funcția f de variabilă x definită prin

$$y = f(x) = \frac{x}{1+|x|}$$

a) Să se determine domeniul său de definiție E și mulțimea sa de valori F.

b) Să se arate că f este o aplicație bijectivă a mulțimii R de numere reale pe intervalul $(-1, +1)$. Care este funcția inversă f^{-1}?

c) Să se construiască graficul funcțiilor

$$y = f(x) \text{ și } y = f^{-1}(x).$$

Journal de math. élém. Paris, 1967

8377. Se dă

$$f\left(\frac{2\sin x}{1+\sin^2 x}\right) = g(\sin x).$$

Care este mulțimea valorilor lui x pentru care

$$g\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) = f(\sin x)\ ?$$

idem, pentru care

$$g\left(\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}\right) = f(\cos 2x)\ ?$$

C. Ionescu-Țiu

8378. Dacă $f(x)$ este o funcție continuă, să se demonstreze că:

$$\int_0^a f(x)\,dx \leqslant \sqrt{a\int_0^a f^2(x)\,dx}$$

unde a este un număr real pozitiv. Aplicație:

$$0 \leqslant \int_0^{\pi} \sqrt{x}\sin x\,dx \leqslant \frac{\pi\sqrt{\pi}}{2}$$

I. I. Tomescu, Ploiești

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E : **2747.** Opt muncitori au terminat o lucrare în 15 zile și au primit împreună 3 453,50 lei. Doi din ei au lipsit cîte 4 zile. Cît a primit fiecare muncitor, dacă cel care era responsabil a primit în plus 2,50 lei pe zi?

Gh. Nistor, Buzău

V (E:2747–2750), VI (2751–3754); VII (2755–2758): VIII (2759–2764). Soluțiile se primesc timp de 2 luni de la publicarea enunțului.

E : **2748.** O echipă de muncitori își ia angajamentul să termine o lucrare într-o săptămînă.

Lucrînd cîte 6 ore pe zi, constată după 3 zile de lucru că au făcut $\frac{4}{9}$ din lucrare. Cu cît trebuie să prelungească ziua de lucru pentru a termina la timp lucrarea.

Gh. Nistor, Buzău

E : **2749.** Să se arate că nu există nici un număr care împărțit cu 25 să dea restul 7 și împărțit cu 20 să dea restul 4.

Ion Mocanu, Buzău

E : **2750.** Numerele 3456 ; 5435 și 8593 împărțite prin același număr dau respectiv resturile 6, 8, 14.

Să se afle împărțitorul.

Melania Nițescu, prof. Dragodănești

E : **2751.** Să se afle numărul $\overline{233\ abc}$ știind că este pătrat perfect.

Elena Chifiac, prof. Tîrgoviște

E : **2752.** Un elev a dat $\frac{8}{45}$ din banii ce-i avea pe creioane, $\frac{2}{5}$ din bani pe caiete, pe un diafilm a dat o parte egală cu media proporțională a părților cheltuite pînă atunci, iar pentru a cumpăra un stilou, care costa cît a patra proporțională dintre părțile cheltuite anterior, s-a mai împrumutat la un coleg cu 12 lei. Cîți lei avea elevul cînd a intrat în librărie?

Ion Mocanu, prof. Buzău

E : **2753.** Un elev a primit rest la librărie 2,80 lei, în piese de 0,10 lei, 0,15 lei, 0,25 lei, în total 18 piese.

Cîte piese a primit din fiecare fel dacă cele de 0,25 lei sînt cu 2 mai puține decît cele de 0,10 lei?

Ion Mocanu, Buzău

E : **2754.** Într-un paralelogram $ABCD$, unghiul A are $60°$. AG și BG, bisectoarele unghiurilor A, B taie pe DC în E, respectiv F. Fie M mijlocul lui EF și N mijlocul lui AB. Să se arate că

a) G, M și N sînt coliniare.

b) $BCGM$ este inscriptibil.

Căprăruș Iulian, Pucioasa

E : **2755.** Pe ipotenuza triunghiului dreptunghic ABC ($A = 90°$) se construiește triunghiul dreptunghic isoscel BCD ($BC = CD$). Fie O mijlocul lui BD, E intersecția lui AC cu BC și F proiecția lui D pe AC.

Să se arate că : a) Triunghiurile AEB și BEO sînt respectiv asemenea cu OEC și AEC. b) Aria $ABOC$ este jumătate din aria $AB \perp DF$ și să se calculeze aceste arii în funcție de AB și AC.

Căprăruș Iulian, Pucioasa

E : **2756.** În dreptunghiul $ABCD$ se prelungește latura AB cu $BM = AP = BC$ și latura BC cu $CN = DC$.

Să se demonstreze că punctele N, D, P sînt coliniare și că $PC \perp MN$.

Miron Oprea, Ploiești

E : **2757.** În cercul (O) de rază R se construieşte un cerc (O') de rază $r<R/2$ tangent cercului (O) în punctul A. Tangenta dusă din centrul O la cercul (O') în punctul B intersectează în punctul C tangenta dusă în punctul A cercului (O).

Ştiind că raportul razelor este $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$, să se afle :

1) Unghiul C,
2) Raportul ariilor triunghiurilor OBO' şi OAC.

G. V. Nistor, Buzău

E : **2758.** Să se construiască un patrat echivalent cu un trapez dat.

Căprăruş Iulian, Pucioasa

E : **2759.** Să se descompună în factori expresia :
$E = ab\,(a - b)\,(c - m)^2 + bc\,(b - c)\,(a - m)^2 + ac\,(c - a) + (b - m)^2$.

Miron Oprea, Ploieşti

E : **2760.** Să se simplifice fracţia :

$$F(x, y) = \frac{x^2y^2(x - y)^3 - x^2y\,(1 - x^2y^2)^2 + xy^2\,(1 - x^2y^2)^2}{x^2y^2(x + y)^2 - x^2y\,(1 + x^2y^2)^2 - xy^2\,(1 + x^2y^2)^2}$$

şi să se compare domeniul de definiţie al fracţiei date cu acel al fracţiei simplificate.

Gh. Olteanu., elev Ploieşti

E : **2761.** Să se arate că $2^{66} + 1$ este divizibil prin 13.

Melania Niţescu, prof. Dragodăneşti

E : **2762.** Un vînător fiind întrebat ce a vînat, a răspuns că a vînat iepuri şi raţe, maximum admis de regulament. Are în total 32 picioare. Cîţi iepuri şi cîte raţe a vînat dacă raţe sînt mai multe decît iepuri?

I. Mocanu, Buzău

E : **2763.** Un trapez isoscel are unghiurile de la baza mare de cîte 60°. Ştiind că semidiferenţa dintre baza mică şi o latură neparalelă este de 1 cm, iar raportul acestora este 5 : 4, să se afle volumul corpului obţinut prin rotirea trapezului în jurul bazei mici.

Gh. N. Popescu, profesor Buzău

E : **2764.** În două triunghiuri ABC şi $A'B'C'$ se consideră medianele AM şi $A'M'$ şi înălţimile AD şi $A'D'$.

Să se arate că dacă

$$\frac{AM}{A'M'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{BC}{B'C'},$$

atunci triunghiurile sînt asemenea.

Mircea Dabija, profesor Cîmpina

CĂRŢI NOI

Figuri ilustre ale antichităţii. Editura tineretului, 1967 Cartea este scrisă de un colectiv de autori : Acad. *Octav Onicescu*, prof. univ. *Edmond Nicolau*, prof. univ. dr. *Nicolae Botnariuc*, conf. univ. *Ion Bulborea*, dr. *Constantin Daniel*, lector univ. *Aurelian Tache*, şi lector univ. *Dumitru Todoriciu*. Ea este interesantă pentru cititorii Gazetei Matematice seria B, pentru că le pune la dispoziţie un material bogat privind pe matematicienii din antichitate şi opera lor. În lucrare se vorbeşte despre : *Pitagora* şi scoala sa, *Herodot*, *Hipocrite*, *Democrit*, *Aristotel*, *Teofrast* părinte al botanicii, *Euclid*, *Arhimede*, *Hiparh* şi *Ptolemeu* în astronomia alexandrină, *Heron*, *Vitruviu* şi *Strabon*. Articolele privind pe matematicieni au următorul cuprins : 1. *Pitagora şi şcoala sa* : Viaţa lui Pitagora — mit şi realitate, Uniunea pitagorică, Concepţia despre lume, Contribuţii la dezvoltarea matematicii. Teorema lui Pitagora, problema incomensurabilităţii, numere figurate, Concepţiile cosmologice, Bazele acusticii experimentale, O descoperire fiziologică fundamentală. 2. *Euclid* : Alexandria şi şcoala sa matematică, Elementele, Definiţiile, postulatele şi axiomele lui Euclid, Axioma paralelelor, Geometriile neeuclidiene, Metoda reducerii la absurd, Alte lucrări ale lui Euclid, Importanţa lui Euclid. 3. *Arhimede* : Siracuza, Arhimede în Alexandria, Arhimede şi teoria lui Aristarh, Practician şi teoretician al mecanicii, Arhimede sistematizator al mărimilor geometrice, Numărul π, Hidrostatica, Imaginea geometrică a Universului arhimedian, Intemeietorul ştiinţei mărimilor şi a măsurării lor, Sfîrşitul. 4. *Hiparh şi Ptolemeu* în astronomia alexandrină. 5. *Heron* : Alexandria şi studiul mecanicii ; Heron şi bazele teoretice ale mecanicii, Momentul unei forţe, Un paradox mecanic, Primele automate, Puterea vaporilor, Fîntîna lui Heron, Contribuţia în optică, Prima turbină cu abur, Principii variaţionale, Tehnica măsurării.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 15 februarie 1967 s-au primit soluţii bune de la :

TÎRGU MUREŞ, S. g. 11. Vaida Iancu (2597, 9, 601, 4, 6, 18, 32, 3, 43), cl. VIII Bîndilă Sorin (2604, 23, 7, 30, 4, 5, 6, 46, 7878, 933), Borda Caius (2606, 8, 9, 22, 30, 43, 4, 7879, 133, 4, 41), Fărcăşanu Rodica (2597, 9, 601, 4, 5, 32, 4, 6, 41), Fişuş Dan (2606, 22, 3, 7, 30, 46, 7933, 41), Kun Ştefan (2599601, 4, 6, 15, 7, 30, 2, 46, 7873, 933), Luca Blanca (2599, 609, 11, 3, 5, 20, 3, 30, 30, 2, 3, 6, 9, 41), Moldovan Rodica (2596, 8, 606, 32, 3, 43, 7830, 79, 933, 4), Poliac Marius (2598, 613, 4, 5, 7, 8, 9, 21, 3, 7, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7827, 9, 933), Sommenfeld Gabriel (2597, 8, 9, 600, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11), Strul Andrei (7878, 933, 5, 99, 604, 27, 30, 2, 6, 42, 6), Tatu Gabriel (2604, 13, 8, 23, 30, 2, 4, 43, 6, 7933), Vasiu Monica (2623, 644, 3, 6, 599, 615, 7933), cl. X Pop Horia (7820, 1, 3, 5, 9, 30, 6, 8, 40, 3, 4, 5, 6, 7), Turcu Ioan (7820, 4, 7, 9, 20, 2, 3, 5, 7, 40, 2, 74, 6, 8, 9, 80, 5)

ŞIRIA. cl. VIII Olariu Maria (2601—3, 6, 7, 18, 9, 20, 1, 36).

ŞOMCUŢA MARE. cl. IX Dan Vasile (2609, 27, 8, 30, 7827, 8, 30, 2, 4, 5, 74, 8, 9, 933), cl. X Berger Artur (7820, 1, 3, 5, 7, 8, 30, 1, 2, 4, 5, 78, 7933, 39), Buhai Alexandru (7820, 1, 3, 5, 7, 8, 30, 1, 2, 4, 5, 78, 933, 9), Laza Vasile (7820, 1, 3, 5. 78, 30, 1, 4, 5, 74, 8, 933), Naghi Iulian (7820, 1, 3, 5, 7, 8, 30, 1, 4, 5, 42, 74, 8, 9, 7933), cl. XI Mureşan Emil (7808, 20, 23, 4, 7, 8, 30, 4, 5, 40, 2, 9, 51, 74, 8, 9, 85, 93).

SOPOTUL VECHI. (Oltenia). cl. VII Cocora Ionică (2605, 6, 78, 22, 3, 4, 5).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VI Petriche Cornel (2502, 3, 5, 8, 31, 2, 3, 4, 5, 6, 7), Puricel Aurora (2573, 4, 5, 7, 8, 9, 81, 96, 7, 600, 1—3, 5, 6, 8), cl. VII Cociş Gabriel (2604, 8, 18, 24, 5, 6, 37, 43, 7828), Man Cornel (2600, 1, 2, 3, 4, 6, 18, 20, 4, 5, 36), Marin Andrei (2577, 8, 9, 81, 2, 4, 6, 7, 8, 95), cl. VIII Patriche Dorinel (2605, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 7827, 8, 30), Popescu Cristian (2605, 6, 7, 8, 9, 10, 2, 3, 4, 7827, 8, 30, 7, 3, 4, 8, 9).

ŞTEFĂNEŞTI (Botoşani). cl. VII Brună Elena (2601, 6, 9, 18, 19, 29, 38, 9, 43), cl. X Cojocaru Rodica (7821, 5, 6, 7, 9, 78, 85, 920, 5, 31, 3, 6), Horodea Elena (7821, 3, 4, 9, 76, 8, 85, 913, 20, 4, 9, 30, 3, 5), Onofrei Georgeta (7825, 7, 9, 78, 85, 913, 20, 3, 5, 31, 3, 4, 5).

ŞTIUBIENI cl. VIII Banaru Laurenţia (2615, 8, 20, 3, 30, 3, 4, 6, 8, 9, 97), Blezciuc Aurora (2615, 32—4, 6—9, 43, 6, 7878—9, 933, 4), Bunica Lia (2596, 7, 9, 3, 6, 8, 11, 5, 8, 28, 42, 3, 4, 43), Broască Adela (2516, 8, 32, 3, 4, 6, 8, 9, 43), Cuzub Iulian (2597, 9, 615 6, 8, 20, 9, 32, 3, 6, 9, 43), Dămii Marilena (2597, 8, 615, 8,32 3, 4, 5, 9, 43), Horiceanu Virginia (2597, 606, 16, 8, 20, 9, 32, 3, 44, 9), Horieanu Goga (2597, 615 8, 33, 6, 9, 9, 43) Hudişteanu Maria (2597, 8, 606, 15, 8, 32, 3, 9, 43, 5), Moruz Maria (2597, 615, 20, 32, 3, 4, 6, 8, 9, 43), Moruz Rodica (2597, 8, 615, 9, 29, 32, 3, 4, 6, 9, 43), Moruz Stela (2597, 606, 16, 8, 20, 9, 32, 3, 4, 9, 43), Popescu Doina (2596, 8, 606, 9, 14, 7, 9, 23, 8, 7878, 9).

TINCA (Crişana). *L.* cl. IX Ianoş Ioan (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 74, 8, 9, 933—5, 79).

TÎRGOVIŞTE *L. 1* cl. X Soileanu Sorin (7821, 7, 8, 9, 30, 45, 74, 5, 9, 80, 3), *L. 2* cl. XI Călugăru Constantin (7821, 3, 7, 30, 74, 6, 8, 9, 85, 921, 3, 6,8, 31—4, 6, 941), Florea

Ion (7825, 852, 3, 920, 3, 5, 8, 33, 5, 49, 60, 64). Rădulescu Petre (7770, 8, 85, 6, 9, 807, 12, 7, 24, 40, 9, 80), *Soare Nicolae* (7820, 5, 34—6, 8, 41, 3, 8, 52, 3, 5, 6, 7, 9, 74, 5, 81, 2, 6—9, 91, 3, 6, 12, 5, 30, 7, 57, 9, 70, 4, 6, 20, 30, 914, 20, 8, 31, 41, 48, 68).

TG. CARBUNEȘTI. *L.* cl. X Burșneag Dumitru (7821, 5, 7, 9, 30, 5, 42, 4, 64, 74, 5, 8, 9, 31, 9, 40)

TG. JIU. *S. g.* cl. VIII Pinţă Ion (2597—602, 4, 7—9) *L.* cl. IX Arsenescu Gabriela (2609, 27, 9, 30, 7827, 30, 4, 74, 5, 8, 19, 935), Bălan Rodica (2609, 27, 30, 7827, 30, 4, 5, 75, 8, 9, 934, 5),Giurgiulescu Ion (2627, 8, 30, 46, 7, 7834, 74, 5, 8, 9, 933—5, 9, 40, 1, 4), Pîrvuţoiu Lucreţiu (2609, 11, 27, 9, 30, 46, 7827, 9, 30 5, 78, 9, 933, 4), Sega Constantin (2609, 11, 27, 9, 30, 45, 6, 7827, 9, 30, 78, 933—5), Tîrcă Aurelian (2594, 609, 11, 27, 9, 30, 7827, 30, 8, 933, 4), Vilău Alexandra (2613, 4, 7, 20, 1—4, 6, 27, 8, 30), Angheloiu Tudor (7821, 7—31, 74, 8, 9, 931, 3, 9, 40, 9), cl. X Gogoşoşu Mihai (7821, 5, 7—30, 3, 5, 45, 66, 7, 74, 9, 923, 5), Rodeanu Ion (7913, 23, 5, 31, 3—5, 39—41, 4, 57, 67), Sgabură Alexandra (7821, 5, 7, 9, 30, 5, 7, 9, 42, 67, 78, 9, 83), Ciobescu Ion (7821, 7—30, 2, 45, 874, 8, 9, 920, 3, 5, 8, 33—5, 44), Dijmărescu Ion (7827, 8, 9, 30, 4, 5, 6, 9, 42, 5, 74, 5, 8, 9, 85, 933, 4, 5, 57).

TG. LĂPUȘ cl. IX Ferenţ Gheorghe (2609, 27, 9, 30, 46, 7827, 9—31, 867, 74, 8, 9, 933, 4), Petrehuş Viorel (2609—12, 27, 7824—32, 4, 78, 9), cl. X Blaga Cornel (7827, 9, 30, 4, 5, 78, 9, 31, 3—6, 941), Buda Nicolae (7827, 9, 30, 5, 74—9, 85, 933—5, 9) Filip Sofron (7827—30, 5, 74, 8, 9, 85, 933—5, 9), Man Gavril (7827—30, 5, 74, 8, 9, 933, 4, 5, 9), Mateşan Viorel (7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9, 933—6, 941), Petruş Alexandru (7824, 7—30, 5, 74—6, 8, 9, 80).

TG. NEAMŢ. *L.* cl. XI Agapie Ioan (7820, 1, 3, 4, 5, 40, 2, 3, 5, 7, 9, 51, 2, 4), Resmeriţă Victor (7820, 1, 3, 4, 45, 9, 51, 2), Stîngu Mugurel (7820, 1, 3—5, 40, 2, 5, 8, 9, 51—4, 913, 6, 163), Verdeş Maria (7820, 1, 3, 4, 5, 45, 8, 9, 51, 2, 4, 963).

TG. OCNA. Anonim. 7827—31, 3—5, 7, 74, 6, 8, 9, 933—5).

TÎRNĂVENI. *L.* cl. IX (2609, 11, 7827—32, 3, 74, 8, 9), Găiman Tiberiu (7827, 30, 4, 74, 5, 8, 9, 933—5, 41, 64), Gruia Călin (7820, 1, 9, 30, 2, 7, 40, 2, 52, 67, 81, 5, 920, 3, 5, 8, 30, 1, 2, 60, 4), *L. 2* cl. VI Costea Doina (2597—9, 602, 13, 6, 8, 32, 3), Costea Stela (2597, 9, 602, 13, 16, 8, 32, 3), Stăvaru Georgeta (2597, 8, 9, 600, 13, 6, 32, 3), Szabo Eva (2596—604), Pethö Ibolya (2596, 8, 60, 4, 606, 7, 8), cl. X Coman Aurel (7827, 8, 30, 4, 7, 74, 5, 8, 9, 933—5, 41, 64).

TOHANUL VECHI (Braşov) cl. VIII Zamfir Nicolae (2596—611).

TOPLIŢA. cl. VI Hetmann Carol (2613—5, 7, 8, 32, 3, 5, 8), Tamas Carmen (2598—602, 13, 5, 8, 29, 32, 6), Mureşan Doina (2573, 76, 7, 9, 98, 9, 13—5), cl. VIII Boaşu Doru (2606, 7, 9, 11, 26, 7, 9, 7829, 30).

TRUSEȘTI. *L.* cl. X (7823, 7, 9, 30, 2, 5, 42, 67, 73—5, 8, 9, 83, 5, 921, 3, 5, 31, 3, 4, 7, 44), Balan Ecaterina (7820, 1, 3, 5, 7, 9, 30, 2, 5, 7—42, 4, 5, 6, 67, 85), Ciobanu Maria (7827—30, 2—5, 40, 2, 5, 7, 67, 73—6, 8, 9, 83—5, 923, 5, 31, 4, 5, 7, 939, 41, 4), Costea Genoveva (7823, 7, 9, 30, 2—5, 40, 2, 67, 73, 6, 8, 9, 85, 931, 3, 5, 7, 44), Magea Viorica (7827, 9, 30, 2—5, 40, 2, 5, 7, 73, 9, 83, 5, 931, 3, 7, 7, 41), Muraru Valeria (7828, 32, 3, 5, 7, 67, 75, 6, 83—5, 923, 5, 31, 3—5, 7, 9, 41, 4), Niţă Rodica (7827, 9, 30, 2, 5, 40, 5, 67, 76, 8, 83—5, 925, 31, 3, 41, 4), cl. XI *Corduneanu Dumitru* (7773, 7, 83, 5, 7—91, 5, 6, 7, 9, 801, 7, 8, 12, 7, 20, 3—5, 7—30, 2—7, 40—7, 9, 51, 3, 9, 31), S. *g.* cl. VI Stoicescu C-tin (2673, 4, 6, 9, 613—6, 32, 6)

TULCEA. cl. VII Dică Lucia (2596—8, 600, 6, 8, 11, 9, 23), cl. VIII Daljencu Victor (2605, 8, 23, 27, 39, 40, 3, 6), cl. VII Teodorescu Constantin (2598, 606, 7, 8, 14, 5, 18, 20), cl. X Ivanov Liliana (7827, 30, 1, 7, 67, 74, 5, 6, 8, 9, 80, 5, 833), Vasiliu Marian (7827, 8, 30, 42, 74, 5, 7—80, 5, 933), cl. XI Cristodorescu Petre (7820, 1, 3, 4, 9, 83, 5, 8, 9, 920, 3, 5, 8, 30, 2), Ioanidis Constantin (7820, 1, 3, 4, 5, 40, 9, 51, 64, 81, 5, 7, 93, 720, 5, 32).

TURDA. cl. VII Şerban Leoca (2600, 1, 5, 6—8, 19, 41), Bonteanu Marius (2612, 20,2, 3,32, 3, 6, 41), cl. IX Albac Felicia (2604, 4, 27, 30, 45, 7827, 9, 30, 5, 78, 9, 933, 5), Bercea Doru (2609, 10, 11, 27, 30, 7827, 74, 8, 9, 933, 4), Chişu Mircea (2609, 11, 27, 30, 1—4, 7874, 8, 9) Kerekeş Laszlo (2609, 11, 27, 30, 46, 7828, 30, 7, 4, 5, 8, 9, 933, 41), Leahu Viorel (2609, 10, 27—30, 7827, 8, 30, 4, 5, 74, 8, 9) Lupescu Ştefan (2627, 9, 30, 46, 7827, 8, 73, 8, 9, 933, 4, 41, 57), Czeisker Maximilian (2609, 27, 8, 30, 829, 30, 2, 4, 5, 74, 8, 9), Mureşan Valentin (2611, 27, 9, 30, 7827, 32, 4, 74, 8, 9, 939, 40, 1), Sima Octavian (7827—36, 74—9), Oltean Vladimir (7827, 30, 2, 4, 5, 74, 5, 6, 78, 9), cl. X Şipoş Gheorghe (2609, 10, 27, 8, 30, 7827—30, 2, 74, 8, 9), Greblă Maria (7827, 9, 30, 1, 5, 78, 9, 933, 4, 5, 41, 57), Peculea Marius (7827, 9, 30, 1, 5, 8, 9, 933—5, 41, 57).

TR. MĂGURELE. cl. X Mitruş Dan Ion (7827, 8, 30, 3, 4, 6, 7, 44, 74, 6, 8, 9).

TR. SEVERIN. *S. g.* cl. VII Bivolaru V. (2596—9, 601—4, 6, 8—10), cl. VIII Păunescu Florica (2597, 601, 5, 6, 8, 11, 5, 22, 3, 30, 2, 4,). *L. 1* cl. X Iacobescu Sabin (7821, 4, 7, 8, 30, 1, 9, 42, 74, 8, 9, 80, 5), Blejan Florea (7820, 3, 7, 8, 30, 74, 9, 920, 5, 32, 4, 5, 9), *L. 2* cl. V Biban Nicolae (2697, 601, 15—6), cl. VIII Biban Irina (2596—601, 605, 15, 9, 20, 2, 3, 5, 7, 30, 7827, 9, 33, 5, 78—79), Toftan Emilian (2607, 11, 8, 23, 7, 30, 41, 5, 67, 74, 9) cl. IX Bocancea Mihail (2609, 11, 27, 8, 9, 45, 7827, 74, 8, 9, 934, 41), *L. 3* cl. X Georgescu Radu (7821, 4, 5, 7, 8, 9, 30, 2, 3, 5, 7, 8, 40, 42, 3, 5, 51, 73, 4, 5, 6, 9, 83).

ŢĂNDĂREI (Bucureşti) cl. X Cocoş Ştefan (7827, 30, 5, 7, 42, 5, 77, 8, 9, 933, 4, 41), David Alexandru (7827—30, 5, 43—5, 74—9, 933, 4, 44, 57).

ŢINTEA (Ploieşti) Lungu Mihaela (2596—601, 4, 6—8, 18, 9, 20, 2).

UVAR (Banat), cl. VI Friedmann Ioan (2596, 602, 4, 16, 8, 20, 33, 4, 6), cl. VII Geiss Hedwig) 2589, 96, 602, 4, 5, 6, 16, 20).

URECHEŞTI cl. VIII Dragomirescu Nicuşor (2598, 600, 6, 14, 8, 23, 32, 4, 45, 6). Edu Gabriela (2599, 601, 4, 8, 9, 23, 32, 6, 43).

URLAŢI. cl. XI Vasile Ioan (7849, 53, 6, 7, 93, 907, 8, 13, 20, 3, 5, 8, 31, 2, 58), *Zotta Dan* (7773, 5, 82, 90, 1, 5, 8, 9, 807, 8, 12, 6, 45, 9, 20, 1, 3, 4, 5, 39, 40, 2, 4, 7, 8, 52, 3, 80—3, 5—7).

URZICENI *Ş. g. 1* cl. VII Buga Mihai (2597, 600, 3—5, 7—9, 13, 4, 9, 26, 7, 32—4, 6—8, 9, 41, 3, 6), Ghita Petre (2598, 601, 4, 8, 13, 5, 9, 32, 4, 6, 43), cl. IX Dumitrescu Steluţa (2591, 4, 5, 609, 27, 30, 7827, 8, 30, 74, 8, 9).

VALEA LUI MIHAI. cl. XI Bodea Gheorghe (7820, 1,3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 40, 4, 5, 849, 51, 3, 74, 5, 6, 8, 9, 893), Poca Andrei (7820, 4, 7, 34, 9, 51, 3, 74, 5, 8, 9, 93, 92, 6, 7, 32). *Ioan Vesa* (7820, 1, 2, 4—8, 30, 5, 7, 40, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 51, 3, 4, 66, 7, 8, 8, 9, 20, 1, 2,3, 4, 5, 6, 8—35, 40, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 53, 7, 63, 4).

VASLUI. cl. VI Radu Gabriela (2596, 7, 8, 9, 600, 1, 2, 13, 4, 5), cl. VII Cohn Isac (2635, 6, 7, 8—3), *L. 2* cl. X Abramovici Buma (7838, 43, 69, 74, 8, 80, 1, 3, 810, 3, 4, 23—5, 31, 33——4, 7, 40, 4, 9, 51, 7, 60), Condurache Vasile (7820, 1, 4, 5, 7, 9, 30, 78, 85, 929, 25, 31, 3, 5, 60), Popovici Constantin (7820, 1, 2, 3—5, 51—3).

VATRA DORNEI cl. VII Blechner Marian (2605, 7, 8, 18, 9, 20, 2, 36, 8, 41, 3), cl. IX Doru Zuzuleac (2609, 11, 27, 30, 7827, 30, 1, 78, 9, 933, 4, 5, 9, 41).

VADASTRIŢA cl. VII Cismaru Gheorghe (2613, 4, 5, 6, 8, 23, 9, 2632, 3, 4, 6, 8, 9, 43).

VERGULEASA cl. VII Vioru Ilie (2618, 9, 27, 32, 3, 4, 5, 8, 9, 43).

VESTEM (Sibiu). cl. VI Biliac Valeriu (2579, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 8, 32), Bozdoc Maria (2597, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 32), Bozdoc Dionisie (2597, 601, 3, 6, 13, 14, 5, 32), Lupu Augustin (2597, 8, 9, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 8, 32), Popa Mariana (2597, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 8, 32), Ungureanu Cornelia (2597, 8, 9, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 8, 32), Velţan Maria (2957, 601, 3, 6, 13, 4, 5, 8, 32).

VÎCOV DE SUS. cl. X Procopov Narcis (1827, 8, 9, 74, 8, 9, 33, 4, 5, 41, 57, 8).

VIILE DEJULUI (Cluj). *Ş. g.* cl. VIII Kerekeş Ştefan (2596—9, 601, 4, 6, 7).

VIIŞOARA (Cluj). *L. 3* cl. IX Roşca Mircea (2610, 2, 27—9, 7828, 9, 33, 6, 40, 57, 73, 5, 8), Iuria Gavrilă (2610, 46, 7828, 9, 33, 6, 916, 33—5, 9, 41, 57).

VIŞEUL DE SUS (Maramureş). *L.* cl. IX Ciuman Vasile (2630, 7827, 30, 5, 66, 9, 76, 8, 9, 924, 35, 9, 49), Nan Ion (7827, 30, 2, 5, 69, 75, 8, 9, 85, 933, 5, 44, 9), cl. X Năsui Vasile (7820, 1, 3—5, 7, 9, 30, 8, 40, 2, 5, 78).

VÎNĂTORI — NEAMŢ (Bacău). *Ş. g. 2* cl. VIII Bălţătescu Ştefan (2632, 3, 6, 41, 3, 7933—5, 7), Coşofreţ Constantin (2632, 3, 5, 6, 8, 9, 41, 3).

VULCAN (Hunedoara) *Ş. g. 4* cl. VI Kiraly Zoltam (2596—9, 604, 6, 13, 14, 20), cl. VII Cseh Viorica (2573, 4, 7, 8, 9, 81, 98, 600, 1), cl. VIII Fazakaş Eszteca (2597, 9, 601, 4, 6, 7, 14, 32, 3), Grünwald Ileana (2597, 600, 1, 6, 7, 14, 23, 33), Kelemen Francisc (2580, 1, 2, 4, 8, 93, 7, 600, 98, 601, 4, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 23). Gurtavenca Alexandru (2609, 10, 27, 8, 7827—30, 2—5, 73—9, 933, 4, 5).

ZĂLAU. *L. 1* cl. IX Chiş Viorel (2609, 11, 27, 9, 30, 7827, 30, 78, 9, 933, 4, 5), Fărcaş Ioan (2609, 10, 1, 28, 9, 30, 7827, 9, 30, 73, 8, 933, 5), cl. X Kisfalusi Maria (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 7, 73, 5, 8, 9, 85), Sălăgean Angela (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 7, 73, 5, 8, 9, 85), Sofronie Maria (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 7, 73, 5, 8, 9, 85), Verga Lia (7821, 5, 7, 30, 1, 5, 7, 73, 5, 8, 9, 85), cl. IX Ardelean Dan (2610, 2, 8, 9, 7829, 9, 30, 3, 5, 73, 4, 5, 933, 5), Deutsch Iosif (2609, 10, 1, 2, 27, 8, 646, 7830, 2, 75, 933, 5), Ilieş Lucia (2610—2, 27, 8, 9, 7832, 3, 4, 5, 74, 5, 7). Sildan Sergiu (2609, 11, 2, 27, 8, 9, 30, 78, 9, 933, 4), cl. X Vlaicu Iuliu (7825, 9, 40, 2. 67, 78, 923, 5, 8, 31, 3, 6, 41), Szöcs Coloman (7849, 52, 3, 67, 8, 3, 5, 93, 920, 3, 6, 30, 1, 2),

ZĂVOI, cl. VI Moica Ion (2596, 7, 8, 606, 11, 3, 4, 5, 8).

ZORLENI (Iaşi). cl. VIII Ulinia Sofia (2578, 9, 80, 2, 4, 5, 7, 94, 6, 9, 601, 4, 5, 6, 7, 8, 13, 4, 7, 8, 9, 20, 2, 3).

Pînă la 15 martie 1967 s-au mai primit soluţii bune de la:

ABRUD (Cluj) *L.* cl. VIII Tudor Adriana (E : 2639—47, 7933—5, 57), cl. IX Colda Ştefan (2627—30, 7873—6, 8, 9, 933, 5, 9, 40), Damian Ioana (2627, 8, 7820, 73, 4, 6, 8, 9, 933, 6, 49, 57), cl. X Burz Ruxandra (7873—6, 8, 9, 85, 923, 5, 33—5, 49), Chira Ion (7873, 4, 6, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 33—5, 41, 9, 57).

ADJUD (Bacău). *Ş. g. 2* cl. VIII Bocăneţ Paula (E : 2614, 5, 8, 20, 3, 7, 30, 2—4, 6, 9), Creţu Dumitru (2614, 5, 8, 23, 7, 32—4, 6, 9, 43), Dinicu Petru, Petrache Melania

(2615, 8, 20, 3, 7, 30, 2—4, 6, 9), *Ş. g. 2* cl. VIII Maftei Gh. (2613—5, 7—21, 7, 9—36, 8, 9, 41, 3, 6, 50, 7874—8, 80, 3, 4), *L. 1* cl. X Apostu Costică (7865—70, 3, 9, 81, 2, 4, 7, 904, 7, 11, 3, 4, 8, 23, 5, 9, 31, 3, 6—9, 41, 4, 5, 57, 77—84, 6—8, 90, 8001), Apostu Maria (7874, 925, 31, 77—80, 2, 4, 5, 7, 90, 3, 7, 8004, 20), Diac Nicolae (7913, 21, 30—2, 48, 9, 59, 77, 9, 92, 8004, 9, 20, 4, 9), Donciu Gh. (7869, 84, 5, 425, 8, 31, 2, 5, 57, 77——80, 4, 8005), Dumitiru Costică (7920, 5, 33—5, 40, 1, 57, 78, 80, 4, 5, 7, 90, 3, 8001, 5, 21), Jitaru Ostansa (7925, 57, 78, 80, 2, 5, 6, 91, 3, 9, 8018, 20, 8, 31), Morăraşcu Mariana, Neagu Elena (7867, 75, 86, 913, 20, 5, 8, 31, 3, 7, 41, 57, 77, 8, 80, 2, 7, 8, 93, 8000), Nicu Ionel (7867, 921, 30, 49, 59, 76, 86, 7, 92, 3, 9, 8001, 20, 6, 9), Olaru Ion (7865, 6, 8, 75, 6, 84, 93, 913, 4, 6, 20, 3, 5, 8, 32—4, 6, 7, 9, 40, 4, 9), Oriţa Constantin (7865—8,93, 921, 32, 5, 6, 41, 4, 9, 64, 74, 6, 7, 9, 82, 5, 6, 8, 90—3), Păduraru Marian (7867, 75, 6, 85, 913, 20, 8, 31, 3, 7, 57, 87, 982, 8000), Popa Ionel (7865, 6, 93, 907, 13, 4, 20, 33, 4, 6, 8, 44, 6, 9, 57, 64), Popescu Elena (7834, 8, 67, 74—6, 907, 25, 31, 3, 41, 8, 77, 8, 920) Savu Manolina (7913, 20, 3, 5, 6, 74, 9, 80, 2, 5, 90, 7, 8004, 18), Ştefănescu Petrişor (7876, 84, 913, 4, 23, 5, 8, 31, 3, 5—9, 44, 5, 7, 8, 80, 90), Vasilache Emil (7867, 913, 4, 21, 3, 5, 77 8—80, 2, 4—8, 90, 1, 3, 5, 7, 9, 8001, 4, 6, 18, 20, 1, 6, 9), cl. XI Apostu Gh. (7907, 18, 21 3, 41, 9, 64, 71, 6—81, 3—90, 3, 7, 8001, 4—6, 9, 20), *Cauteş Gh.* (7865, 900, 3, 7, 8, 103, 5, 8—41, 3—6, 8, 9, 52, 3, 6—60, 3, 4, 70, 1, 4—9, 7, 9—8004, 6, 8—14, 7—21, 4, 6, 8—32, 4, 5), Ignat Ion (7866, 7, 87, 92, 913, 8, 29, 30, 1, 3, 71, 5—8, 83, 4, 6, 8005), Mocanu Dan (7885, 913, 8—21, 3, 5—32, 46, 9, 57, 71, 4, 6—80, 3, 5—93, 8001, 4, 6, 9, 10), Roşculeţ Constantin (7871, 3, 6, 83, 5, 913, 8, 20, 1, 3, 5, 8, 31—3, 46, 57, 60, 71, 6—80, 3, 5), *Gurămultă Dan* (7866, 7, 87, 92, 913, 8, 20, 1, 3, 5, 30—3, 57, 70, 1, 5—80, 1, 5, 6, 8, 90 3, 8004, 6, 18, 20).

AIUD (Cluj) *Ş. g. 1* cl. VIII Maftei Doina (2617, 23, 30—4, 6—8), *L. 1* cl. IX Papp Zoltan (2628—30, 7864, 6, 7, 73—8)

ARAD. *Ş. g. 14* cl. VII Nila Ovidiu (2816, 23, 7, 37, 53, 7, 62, 3), *L. 1* cl. VI Pogana Nicolae (2632, 3, 6—9, 57, 7, 9, 60, 7957), cl. IX Druzenco Vale ntin (2628—30, 45, 6, 657-7933, 9, 79, 8020), Fruja Gh. (2612, 27—30, 7873, 5, 9, 934, 6, 41, 8020), cl. X Bora Cornelia (7878, 9, 83, 5, 925, 31, 3—5, 41, 78, 80, 8019, 20), Boroneanţ Constanţa (7821, 33, 85, 923, 5, 31, 2, 40, 64, 78, 80, 5—7, 90, 3, 8020), Buhan Emilia (7923, 31, 2, 5, 78, 9, 82, 5—8, 3), Corbu Mihai (7883, 5, 923, 5, 33, 5, 6, 9, 41, 8020—2, 8), Jurcuţa Dela (7931—5, 78, 9, 82, 5—8, 90), Văleanu Sorin (7914, 25, 32—6, 9—41, 7, 57), cl. XI Betea Dan (7900, 18, 20—3, 5, 6, 8, 30—2, 62—4, 71, 6), Chirilă Florea (7871, 5, 9, 85, 900, 18, 20—3, 5, 6, 32, 64, 70, 1, 5, 7, 8, 83,5), Savici Ludovic (7976—88), Sturza Valentin (7922, 3, 6, 30, 2, 77—80, 2—4, 6, 8, 8014), *L. 2* cl. XI Iacobini Mircea (7907, 9, 12, 5, 8, 21, 53, 4, 6, 63, 6, 8), *L. 4* cl. VI Duca Marcela (2632, 3, 6, 8, 9, 50—2), Fackelmann Barbara (2612, 4, 6, 9, 30, 43, 6, 9), Mechler Christa (2613, 9, 20, 31, 2, 6—8, 49, 54, 64), Teinhhardt Klug (2634, 6, 7, 8, 49, 52, 3, 7, 9), cl. X Hirschl Ladislau (7867, 76, 9, 81, 923, 5, 32, 4, 5, 7, 9—41, 4, 57, 60, 4), Hornoiu Titus (7867, 74, 8, 923, 5, 33, 41, 57, 77—9, 82, 4—6, 8, 93, 8020), cl. XI Aciocîrlănoaie Florin (7893, 7, 900, 12, 8, 20 1, 21, 2, 49, 59, 75). *U. V. A* — an I Pop Pompeiu (2613—5, 8, 22, 4, 8—30), Bretoteanu Sorin (2613, 20, 3, 5, 8, 30, 4, 7, 4).

AVRIG (Braşov). *L. 1* Damian Maria (7920, 1, 5, 8, 31, 2, 57, 60, 4, 75, 8, 80, 5, 8022).

BABADAG (Dobrogea) *L. 1* cl. IX Mireveli Osip (2628—30, 46, 7864, 74, 8, 9, 933, 4, 6, 37).

BACĂU *Ş. g. 3* cl. VI Debita Irina (2613—5, 8—20, 2, 4, 6), *Ş. g. 8* cl. VIII Andarache Gabriela (2617, 21, 32—4, 6, 8, 41, 4, 6), Baciu Doiniţia (2613, 5, 21, 32—4, 51—2), Cîrlan Grety (2614, 5, 32—4, 8, 9, 43, 50, 1), Grapă Teodora (2614, 5, 31—4, 50—2), *L. 1* cl. IX Gheorghe Valeria (2629, 46, 65—7, 7933—5, 9—41, 8018, 20), Rotaru Adrian (2627, 8, 30, 46, 7874, 8, 9, 933—5, 7, 9—41), cl. X Knoll Raul (7867, 74, 8, 9, 85, 923, 5, 8, 31, 3—5, 49, 51, 64), *L. 2* cl. IX Giuscă Dana (2627, 9, 30, 45, 6, 75, 8, 9, 433, 5, 41, 8020), cl. XI Surea Vasile (7860, 4, 8, 76, 81, 93, 900, 1, 7, 9, 26, 8, 31, 5, 57), *L. 4* cl. IX Luca Valentina (2627, 30, 46, 7874, 9, 933—6, 9—41).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. X Croitoru Ion (7874, 8, 9, 85, 925, 31, 3—5, 7, 9, 40, 1, 4, 5, 7, 8020—2), Deleanu Silvestru (7883, 923, 5, 8, 31, 3—5, 9—41, 4, 57, 8022), Răduică Lucian (7875, 923, 5, 33—5, 9—41, 4, 57, 8019, 20, 2, 6), Rodeanu Ion (7883, 923, 5, 8, 31, 3—5, 7, 9—41, 4, 57, 8019, 21, 6, 8).

BAIA MARE. *Ş. g. 2* cl. VI Palencsár Csaba (2613—6, 20, 34, 49, 60), cl. VII Levay Emiko (2613—5, 8—20, 3, 30), cl. VIII Moza Dorel (2613—8, 23, 7), *Ş. g. 4* cl. VI Papp Katalin (2613—20), *Ş. g. 3* cl. VII Chirileanu Traian (2613—7, 9, 20, 2, 3, 7), cl. VIII Ardeleanu Gh. (2613—5, 8, 20, 3, 7, 9, 30, 7879), Bondre Mariana (2622, 3, 7, 8, 30, 40, 1, 63, 7879, 933), Frölich Iosif (2613—5, 9, 23, 7, 8, 30, 7878, Gavrilescu Liviu (2613—5, 8, 20, 3, 7, 9, 30, 7878, 9), Horgaş Viorica (2613—5, 8, 20, 3, 7, 7878, 9), Iarinca Esa (2613 5, 9, 23, 7, 8, 30, 7827, 8, 79), Jorza Gh. (2613—5, 8, 20, 3, 7, 9, 30, 7879), Kulitz Anna (2613—5, 9, 23, 7, 8, 30, 7827, 73, 8), Martin Alexandra (2613—5, 8—20, 3, 7, 9, 30, 7874, 8, 9), Mureşan Aurelia (2613—5, 8, 20, 3, 7, 9, 30, 7874, 8, 9), Reiz Agneta (2613—5, 9, 23, 7, 8, 30, 7828, 73, 8), Sinitka Ştefan (2613—5, 9, 27, 8, 30, 7878), Walter Viorica (2613—5, 9, 27,

8, 30, 7828, 73), *L. 1* cl. IX Buteanu Aurelia (2646, 66, 7, 7874, 911, 33—5, 40, 1, 57, 8020), *L. 3* cl. IX Andricuț Maria (2629, 30, 45, 65, 7874, 8, 9, 933—6, 8018, 20), Bolma Grazziela (2627—30, 45, 6, 65, 7, 7874, 8, 9, 933—5, 8020), Bologa Vasile (2627—30, 54, 6, 65, 7878, 9, 933—5, 78, 8020), Cherestes Iuliu (2627, 9, 46, 65, 7, 7973, 9, 933, 5, 40, 1, 8020), Cuc Mihaela (2627—30, 46, 65, 6, 7877—9, 933, 5, 8, 40, 8018, 20), Fischer Ștefan (2627, 8, 30, 46, 65, 6, 7, 7878, 933, 5, 8018, 20), Herman Ioan (2627—30, 46, 7, 65—7, 7874, 8, 9, 933, 8, 40, 1, 8018, 20), Kedves Elisabeta (2627, 8, 30, 46, 65—7, 7833, 8, 933), 4, 40, 8020), Uerzsabek Stela (2626, 7, 9, 30, 45, 6, 65, 6, 7878, 9, 933, 4, 78, 8020), Sauran Iosif (2627, 8, 30, 65—7, 7827, 9, 30, 5, 73, 8, 9, 933, 5, 8020), cl. X Plachița Nicolae (7874, 6, 83, 9, 923, 5, 8, 31, 3—5, 41, 57, 76), cl. XI Grosfeld Mihai (7913, 8—27, 44, 9).

BALȘ (Oltenia). *L. 1* cl. X Lăcraru Ion (7873—6, 9, 80, 3, 5, 7, 933, 5, 9), Rotaru Constantin (7873, 4, 8, 9, 83, 5, 9, 933—5, 9—41, 4, 57, 60).

BAND (Mureș Aut. Maghiară). *L. 1* cl. IX Răușan Dan (2627, 8, 30, 45, 66, 7874, 8, 9, 933—5, 7, 41, 8018, 20).

BĂBENI (Argeș). *L. 1* cl. VI Lemnaru Eugen (2613—5, 8—21, 5, 9), cl. IX Bălășoiu Conszantin (2627—9, 7874, 7—9, 82, 5, 935, 57, 8).

BĂICOI (Ploiești). *Ș. g.* cl. VII Cristea Elena (2620, 2—5, 7, 9, 30), Staicu Elena (2617—20, 3—6), cl. VIII Iancu Nicoleta (2622—5, 7—30, 7873, 4, 9).

BĂICULEȘTI (Argeș). *Ș. g.* cl. VII Eșanu Emilian Șerban Ion (2613, 8, 20, 3, 32—4, 6, 42, 3), Petrescu Paul (2613, 8, 20, 3, 32, 4—6, 8).

BĂILEȘTI (Oltenia) *Ș. g. 2* cl. V Cioroianu Florin (2614, 5, 32—4, 9, 51, 51 a).

BĂLCEȘTI (Oltenia). *L. 1* cl. IX Bănică Elisabeta (2628, 32, 4, 6, 66, 7, 7933, 5, 9—41, 57, 8020), Diaconescu Aurora (2623, 7, 8, 30, 45, 6, 66, 7, 7874, 8, 933—5, 9—41, 57, 8018, 9), Dovleac Valeria (2, 30, 65, 7, 7873, 4, 9, 933—5, 41, 8019), Ilie Anica (2627, 30, 45, 65—7, 7873, 8, 933—5, 4—, 1, 57, 8018, 9), Nae Aurelia (2627, 8, 30, 7, 46, 66, 7, 7878, 933, 5, 9, 50, 57, 8020), cl. X Alexandru Victor (7864, 78, 6, 911, 2, 9, 21, 5, 8, 31, 3, 40, 1, 57, 77, 8, 80, 2, 4, 6—8, 91, 3, 8020), Marinică Ion (7874, 8, 9, 83—6, 933—5, 7——40), Zidăroiu Nistor (7864, 7, 8, 70, 1, 80, 9, 93, 903, 4, 11, 3, 9, 20, 3—5, 30—2, 57, 8, 62, 4).

BECHET (Oltenia). *L. 1* cl. IX Ștefănescu Mariana (2627—30, 46, 66, 7, 7874, 6, 8, 9, 933—5, 7—41, 8018, 21), cl. XI Popa Ion (7880, 1, 3, 93, 4, 907, 14, 5, 8—21, 3—5, 8, 9, 31, 2, 4, 9, 56, 7, 60, 4).

BERTA (Ploiești). *Ș. g. 2* cl. V Bucur Gh. (2613, 4, 9, 31—4, 51, 3), Catrinescu Gh. (2613, 4, 9, 31, 3, 4, 9—51), Costache Gh. (2613, 9,31—4, 9—52), Milea Maria (2613, 4, 31—4, 6, 9—53), Sima Ecaterina (2613, 4, 32, 4, 9—52), *cl. VI* Belciug Gh. (2614, 8, 9, 27, 31, 2, 4, 50, 1, 7, Bratu Grigore (2614, 8—20, 31—4, 5, 51, 7), Bratu Victor (2614, 8—20, 31, 2, 6, 50, 51, 510, 7, 9), Bucur Elena (2614, 8—20, 32—4, 6, 50, 1, 7), Costache Maftei (2614, 8—20, 31, 2, 4, 6, 51, 7), Dumitru Doina (2613—9, 27, 31—4, 6, 49, 51, 2, 7, 62, 7877), Goagă Gh. (2614, 8—20, 31—4, 50, 1, 7), Moraru Luca (2658—20, 31—4, 51, 7), *cl. VII* Bucur Eugenia (2613, 8, 31, 2, 4, 6, 49, 51, 7, 9, 7957), Bunescu Maria (2614, 8, 9, 31, 2, 4, 6, 49, 51, 2, 7), Catrinescu Roseta (2613, 4, 8, 9, 3—4, 6, 49, 51, 2, 7), Rujoiu Cornelia (2613, 4, 8, 9, 31, 2, 4, 6, 49, 51, 2, 7, 9), Rujoiu Petre (2613—21, 3, 7, 30—4, 6, 8, 9, 41—3, 9—53, 7, 62, 3), Sina Constantin (2613, 4, 8, 9, 31, 2, 4, 6, 49, 51, 2, 7, 9), Vuța Georgeta (2613, 5, 23, 31 3, 4, 43, 1, 50, 2, 5, 7957, 8020), *cl. VIII* Bucur Ion (2614, 5, 9, 34, 43, 51, 5, 7, 8, 60, 3, Căldură Mariana (2613—6, 8—21, 5 7, 32—4, 6, 8, 41, 3, 9—52, 5, 7, 63, 7873, 6, 8, 933—5, 7) Costache Constantin (2613, 23, 31—4, 6, 8, 40, 2, 3, 49—51, 3, 5, 7, 62, 3, 5, 7873, 4, 6, 8, 9, 933, 5, 7, 8020), Dimache Ana (2614, 8, 32, 4, 6, 8, 41, 3, 4, 51, 3, 7, 7959), Ionic Ionel (2613—5, 8, 9, 23, 32—4, 6, 50, 1, 5, 7, 63, 7878, 935, 57), *Neagu Constanța* (2613——21, 3, 7, 8, 30—4, 6, 9, 43, 9—52, 5, 7, 62, 3, 5, 6, 7873, 4, 6, 8, 933—5, 57, 8020), Nițescu Ștefan (2613, 8, 9, 23, 32, 4, 6, 42, 51, 5, 7, 8, 63, 7818, 934, 5, 57), Rujoiu Voica (2613—5, 8—20, 31, 2, 4, 6, 51, 5, 63, 7933, 57), Sinca Gh. (2614—6, 9, 32, 4, 6, 41, 3, 51, 7, 8, 63, 7878, 935, 57).

BICAZ (Bacău). *L. 1* cl. IX Dumitrașcu Laurențiu (2647, 65—7, 7867, 76, 6, 432—5, 7—41, 57, 78, 80, 2, 4, 6, 7, 91, 3, 8001, 5, 18—22), cl. X Colceriu Alexandru (7867, 9, 80, 913, 28, 30—2, 7—41, 4, 57, 76—8, 80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 8005, 20—2), Coman Adrian (7790, 827—30, 7, 42, 5, 74—6, 8, 9, 85), Gheorghiu Ștefan (7867, 78, 939, 57, 77, 8, 82, 4, 6, 7, 8001, 5, 20), Manolache Florin (7867, 923, 5, 30, 3, 9, 41, 64, 72, 8021, 31), Manolescu Decebal (7864, 7, 923, 5, 8, 30, 3—5, 7, 9—41, 57, 64), Nancă Florin (7867, 74, 9, 98, 913, 23, 5, 8, 33, 5, 41, 78), cl. XI Fluerașu Mihai (7885, 93, 907, 18021, 3, 5, 6, 30, 2, 75).

BILED (Banat). *L. 1* cl. X *Holz Walter* (7873—6, 9, 81, 3—5, 7, 923, 5, 8, 30—5, 7——41, 4, 7, 9, 57, 60, 77—80, 2—5, 8, 90, 1, 3, 7, 9—8001, 4, 18—20, 31).

BISTRIȚA. *Ș. g. 2* cl. VI Timofte Gena (2613, 4, 9, 23, 31—4), L. 1 cl. X Drăgan Viorica (7876, 83‘ 5, 914, 23, 5, 8, 31, 3—6, 44, 8), Făgărașu Ioan (7867, 73—6, 8—81, 3, 5, 7, 925, 33, 44), Pop Eugen (7873, 4, 80, 1, 3, 5, 911, 3, 4, 525, 33—6, 44), Roiban Gh. (7881, 3, 5, 8, 30—4, 8018, 20, 1, 6), Scridon Lucia (7867, 74, 9—81, 3, 5, 925, 8, 33, 4, 41), Siora Luciana (7863, 8—81, 5, 925, 31, 3—5, 44), Timofte Corneliu (7864, 7, 83, 910, 3, 25, 7, 30,

6, 40, 1, 7, 8, 57, 72, 4, 6), cl. XI Gagea Alexandru (7871, 907, 18, 20, 1, 3, 5, 6, 8—32, 4, 9, 57), Nagy Alexandru (7880, 5, 93, 900, 7, 18, 20—2, 5, 6, 9, 44, 9), Pop Petru (7883, 5, 918—26, 8, 9, 31, 2, 49, 60), Urs Pavel (7878, 80, 5, 93, 7, 900, 7, 9, 18, 20, 5, 9), *L. 2* cl. VII Iliescu Florin (2613—5, 9—23, 7), cl. X Gliga Lucius (7867, 74, 9, 83, 5, 923, 5, 31, 3, 5, 7, 41).

BÎRLAD (Iași). *L. 1* cl. IX Popa Gerogeta (2627, 30, 45, 65, 7, 7873, 8, 9, 935, 8018—20, 3), Teletin Claudiu (2627, 9, 30, 65—7, 7873, 8, 9, 933—5, 41, 8018—20), *L. 2* cl. V Duda, Mioara (2614, 31—4, 50—2), cl. VI Minteanschi Eugenia (2613, 5, 31, 3, 4, 7, 8, 51, 3), Zalman Sorin (2632—4, 6, 8, 50, 1, 3, 5, 7, 60, 2), *L. 3* cl. VI Vîrlan Alexandru (2631—8), cl. VII Bichir Ionel (2617—23, 6—8, 30), cl. VIII Carp Ruxandra (2615, 8, 23, 32, 4, 6, 8 43, 5), cl. IX Asultanei Mariana (2627, 66, 7, 7874, 8, 9, 933—5, 9, 41, 8020).

BOCȘA (Banat). *L. 1* cl. X Laiu Coriolan (7874—6, 8, 9, 81, 4, 923, 5, 31, 3, 4, 9—41), Piroi Ion (7867, 81, 4, 9, 913, 23, 5, 8, 30,1, 3—6, 8—41, 64), Rohm Inge (7867, 74, 5, 84, 6, 9, 933, 4, 57, 8 018, 20).

BOLDEȘTI (Ploiești). *Ș. g.* cl. VI Nichita Teodor (2632, 4, 6—9, 41, 3, 6), cl. VII Zamfirescu Elena (2614, 5, 7—21, 3, 4, 9, 32).

BOLINTINUL DIN VALE (București). *L. 1* cl. X Gheorghe Dumitru (7874, 6, 8, 9, 85, 923, 5, 34, 41, 80, 9, 20), cl. XI Antonescu Dan (7904, 7, 8, 13, 4, 6, 8, 20, 1, 3—8, 30, 2, 64), Grigore Nicolae (7867, 83, 4, 93, 907, 13, 20, 1, 3, 5, 8, 32, 43, 4, 6, 9, 56, 64, 70, 1, 6—80, 6, 8, 8004—6, 26, 35).

BOTOȘANI, *Ș. g. 3* cl. VIII Cerchejanu Ion (2601, 15, 8, 23, 9, 32, 3, 6), *Ș. g. 6* cl. VI Navrischi Felicia (2613—5, 8—21, 50), *Ș. g. 7* cl. VIII Amarandei Aurel (2623, 5, 7, 30, 41, 3, 7874, 9, 57), Androne Adriana (2625, 7, 30, 43, 6, 7874, 9, 8020), Atanasopol Eufrosina (2623, 5, 7, 41, 3, 7874, 8, 57, 8020), Becherescu Teodora (2624, 43, 4, 6, 7933, 5, 57, 8020), Brumă Mariana (2622, 4, 40, 1, 3, 4, 6, 7933, 5, 57), Ciolan Consuela (2624, 7, 40, 3, 7874, 8, 935, 41, 57), Ciornei Doina (2624, 7, 40, 7874, 935, 41, 57, 8020), Glădun Claudia (2623, 5, 7, 30, 44, 6, 7933, 57, 8020), Hasnaș Margareta (2623, 7, 41, 6, 7874, 5, 8, 9, 57, 8020), *L. 3* cl. IX Ciubotaru Mișa (2627, 8, 30, 61, 7834, 78, 933, 5, 7, 44, 87, 8020), Filimon Eugenia (2627, 30, 45, 65, 7873, 4, 8, 9, 933—5, 41), Luca Dumitru (2627—30, 46, 65, 7830, 74, 4, 9, 85, 933, 4, 41), Munteanu Mircea (7874, 6, 9, 933—5, 41, 57, 8020, 2627, 8, 30, 46, 66, 7), Sin Leiba Heinik (2627, 8, 30, 66, 7874, 8, 9, 933, 5, 40, 8020), *L. economic* an I *Balasan Laurențiu* 2610, 24, 5, 9, 44, 6, 7, 7928, 30, 1, 3, 64, 74, 5, 7, 9, 82, 5, 911, 2, 24, 33, 5, 7, 9—42, 4, 51, 7, 8, 82, 4, 6, 8, 91, 7, 8), Bantaș Liliana (2624, 5, 9, 44, 6, 7, 7827, 931, 6, 7, 64, 74, 5, 7, 9, 82, 5, 911, 2, 24, 33, 4, 7, 9—42, 4,9, 47), Ciocniș Vasile (2633, 9, 46, 7, 7877, 9, 82, 912, 24, 33, 4, 41, 2, 4, 9, 57, 78, 82, 4, 6, 97, 8017, 8, 21, 2, 6), Fediuc Ioana (2624, 5, 7, 8, 30, 44, 67, 8, 7864, 77, 8, 85, 912, 24 33, 5, 9, 40, 4, 9, 78, 82, 7, 91, 7, 8, 8001, 20, Rusu Trandafira (2625, 7, 8, 30, 44, 6, 7, 7864, 74, 5, 7—9, 82, 5, 933—5, 9—41, 4, 8017) 8, 20), *an II Livanu Corneliu* (7881, 4, 910—4, 20, 3—5, 8, 31, 3, 4, 7, 9, 40, 2—4, 6, 9, 51, 3, 7, 64, 72, 7—9, 83, 4, 6, 7, 90, 1, 3, 7, 8, 8000, 1, 4, 5, 10, 4, 5, 7, 8, 20, 2, 4, 8, 9, 31).

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. IX Băcilă Petre (2627—30, 7873—5, 7, 85, 933—5, 49), cl. IX Găină Dănilă (2629—30, 7873, 6, 8, 9, 85, 933, 4), Ignea Ana (2627—30, 7873, 8, 9, 25, 933—5, 9, 40, 9, 57), Piescu Călina (2628, 7827, 8, 30, 4, 3, 73, 8, 9, 933—6), Zăvoianu Petru (2627, 8, 30, 46, 7, 7879, 933—5, 9—41).

BRAD (Hunedoara), *L. 1* cl. IX Dolga Valer (2627—30, 66, 7, 7874, 8, 9, 933—5, 8020), cl. XI Coloja Rada (7861, 2, 6—8, 85, 6, 93, 6, 9—901, 7, 9, 11, 3, 8—21, 3, 5, 6, 8—32, 41, 9, 63, 4).

BRAȘOV. *Ș. g. 3* cl. VII Ionescu Anca (2618—24, 7, 40), *Ș. g. 5* cl. V Ștefan Adriana (2604, 5, 31—4, 8, 43), *Ș. g. 10* cl. V Babeș Maria (2613—6, 31—4), Doroști Liliana (2613—6, 31—4), *Ș. g. 13* cl. VIII Durac Sorin (2623, 7, 9, 30, 40, 1, 4, 6), *L. 3* cl. XI Purcina Manuela (7861, 6, 8, 72, 83, 5, 97, 900, 1, 18—20, 4), *L. 4* cl. VI Mone Nicolae (2615, 9, 32, 3, 6, 8, 43, 53, 9), cl. VIII Butnaru Mihaela (2632—4, 6, 8, 9, 45, 52), Nistor Andrei (2613—5, 7, 21, 3, 7, 30—2, 4), Olaru Alexandru (2613—6, 9, 20, 3, 31—4, 6, 7, 9, 43, 51, 7, 8), cl. IX Mureșan Cristina (2627, 9, 30, 6, 7874, 9, 933, 4, 9, 41, 8020), Nedelea Eugenia (2629, 46, 66, 7, 7874, 9, 933—5, 9, 8019, 20), cl. X Constantinescu Ionel (7879, 81, 4, 6, 91, 933, 9, 40, 9, 8018, 20, 1, 31), Macarie Cecilia (Nistor Ileana, Oțet Alexandru (7879, 81, 4, 6, 91, 933, 5, 9, 49, 8018, 20, 1, 31).

BRĂILA. *Ș. g. 2* cl. VIII Anghel Steluța (2613, 5, 9, 32—4, 6, 51, 7), *Ș. g. 3* cl. VII Nedelcu George (2617—21, 3—6), Radu Margareta (2617—21, 3—6), *Ș. g. 7* cl. VI Andrei Octavian (2613, 4, 6, 8—20, 32, 3, 6, 8,), Boicu Eduard (2614, 6, 8—20, 32, 6, 8), Dulberg Manuela (2613, 4, 8—20, 33, 6, 8), Ilie Carmen (2613—6, 8—20, 32, 3, 6, 8), Uncu Doina (2613, 4, 6, 9, 32, 3, 6, 8), cl. VII Monas Pericle (2613, 6, 7, 22, 6, 7, 31—41, 3, 6, 7874, 8, 9, 1, 57), Zamfir Mihaela (2620, 3, 36—9, 41, 3, 7957), cl. VIII Sgîrcitu Georgeta (2623, 7, 30, 43, 7873, 4, 8, 9, 957), *L. 11* Sărăcuțu Nelu (2627, 9, 39, 40, 3, 63—5, 7878, 9, 933), *Ș. g. 12* cl. VI Bentaru Jenny (2613—5, 7, 8, 21, 31—4, 6, 8), *Ș. g. 14* cl. VII Buhociu Florin (2615, 8. 22 32, 4, 6, 8, 40, 3, 7878). *Ș. g. 18* cl. VIII Vintilă Tiberiu (2624, 7, 39, 43, 62, 4, 7878, 9), *Ș. g. 22*

cl. VII Mărgean Georgeta (2627, 37, 9, 41, 3, 55, 7878, 957), *Ş. g. 26* cl. VIII Dumitraşcu Tudorel (2627, 30, 61—5, 7), Mitu Tudoriţa (2618—20, 36, 53, 5, 9, 63), *L. 1* cl. IX Chihaia Georgeta (2627, 8, 30, 66, 7, 7874—6, 8, 9, 933, 4, 8018), Dragomir Gh. (2645—7, 65, 7875, 85, 933——5, 9, 40, 1, 2019, 20), *L. 3* cl. IX Zinea Neculai (2627—30, 45, 6, 7873—6, 8, 9, 933—5, 7, 41), cl. X Cărbunaru Mihai (7932—5, 7, 41, 8018—22, 8, 32), Dragomir Veronica (7873, 6, 8, 9, 83, 5, 933, 41, 9—41), cl. XI Pincu Mya (7920, 1, 3, 5, 6, 8, 31, 2, 62, 4, 73, 5), Rosignon Andrei (7860, 3, 85, 907, 9, 20—3, 5, 6, 9, 30, 63, 64), Ştefănescu Cristian (7918, 20, 1, 3, 5, 8, 71, 3—5, 93, 80, 21).

BREAZA. *L. 1* cl. VII Bogdan Gabriel (2620, 3, 34, 6, 8, 51, 5, 9), Cojocaru Ligia (2620, 3, 32, 6, 55, 9, 60, 9), Comărniceanu Adrian (2623, 34, 8, 51, 5, 7, 9, 60, 3), Mihalcea Gh. (2620, 3, 34, 6, 8, 57, 9, 63), Mocanu Dorel (2623, 34, 8, 51, 5, 9—61, 3), Moldoveanu Dorel (2620, 3, 34, 6, 8, 51, 5, 9, 63), Oprea Ion (2634, 8, 54, 5, 7, 9, 60, 3), Stănică Dănuţ (2632, 4, 6, 8, 55, 7, 9, 60), cl. IX Condrea Viorel (2627, 8, 30, 67, 7879, 933—7, 40, 8020), cl. XI Tăleanu Constantin (7907, 12, 21, 2, 6, 9, 70—93, 7, 9—8001, 3—11, 4, 6, 21, 5, 6, 8, 31). *L. militar* cl. XI Gavriloaie Gh. (7867, 70, 1, 80, 97, 9, 900, 7—13, 8—21, 3, 5—32, 44, 8, 9, 57—60, 2—4, 70, 1, 6, 8029, 31, 2), Gărgălie Silvestru (7866—8, 83, 5,93, 907, 18, 20—3, 5, 6, 8—32, 44, 8, 9, 58, 60, 4, 70, 1, 6—8, 80, 2, 3, 5, 91, 8004—6, 28, 31, 2), Toma Gh. (7885, 907, 18, 20, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 44, 9, 57, 9, 71, 2, 5, 6, 80, 3, 91, 8006, 21, 31).

BUCECEA (Suceava). *L. 1* cl. VII Anton Constantin (2618, 9, 23, 36—9, 43).

BUCUREŞTI. *Ş. g. 3* cl. V Dumitrescu Ileana (2613, 4, 32—4, 6, 8, 9, 43, 5), *Ş. g. 4* cl. VII Udrea Bogdan (2616, 7, 23, 5, 8, 30, 51, 5, 60, 3), *Ş. g. 5* cl. VII Chenzbraum Adrian (2613—5, 8—21, 3, 7, 9), Lazăr Anca (2613—21, 9), Streja Dan (2613—5, 8—21, 37), cl. VIII Apa Tiberiu (2622—4, 7, 30, 7867, 76, 8), *Ş. g. 11* cl. VI Cicei Adrian (2618—20, 31—5, 8), *Ş. g. 19* cl. VI Suciu Ştefan (2613—6, 9—21, 3, 5), cl. VIII Suciu Alexandru (2625, 7—30, 7873, 4, 8, 9), *Ş. g. 21* cl. VII Dumitriu Sorin (2646, 51, 2, 7, 61, 3, 5, 7878), *Ş. g. 23* cl. VIII Badea Olga (2615, 7, 8, 25, 6, 30—5, 8, 9, 50—3, 5), Voiculescu Rodica (2618,9, 32—4, 6, 8, 41), *Ş. g. 26* cl. V Găinaru Doina (2613—6, 8, 29, 33, 4, 6, 8, 9, 43, 6), *Ş. g. 56* cl. VIII Spătaru Dan (2622, 3, 7, 30, 46, 65, 73, 933, 41, 57), *Ş. g. 75* cl. VII Adrian Mihaela (2618—23, 35, 6), *Ş. g. 95* cl. VIII Gâţa Mihai (2622—6, 8, 9, 7873—6, 8, 9), *Ş. g. 96* cl. V Simion Rodica (2618, 36, 8, 9, 50—2, 9), *Ş. g. 128* cl. VI Dragu Gabriela (2613—6, 8, 20, 36), Mănescu Adrian (2613—6, 8, 9, 32, 6), Rogobete Nicoleta (2613—6, 18—20, 36), cl. VII Matei Cornel (2618—21, 3, 4, 7, 36), Popa Mihaela (2618—21, 3, 4, 7, 36), Ureche Octavian (2618—21, 3, 4, 7, 36), *Ş. g. 130* cl. VII Benea Mihai (2620, 1, 55, 60, 1, 3, 5—7), *Ş. g. 135* cl. VI Arniceru Viorel (2614, 9—21, 31—5), *Ş. g. 142* cl. VII Bortaş Anişoara (2619, 20, 2, 3, 36, 7, 9—41, 3), *Ş. g. 145* cl. VI Florea Niculina (2631—4, 6, 8, 9, 43), Grecu Iuliana (2613—6, 8, 9, 43), cl. VIII Comana Mariana (2613—5, 7—21, 3, 32—4, 6, 8, 9, 43, 6, 7873, 48, 933, 4), *Ş. g. 151* cl. VII Călin Viorel (2615, 8, 25, 31, 2, 4, 6, 43, 5), *Ş. g. 163* cl. VII Florescu Rodica (2617, 28, 30, 5—9, 43), *Ş. g. 169* cl. VII Ivanier Lucia (2613—20, 3, 7, 8, 30, 7873, 4, 8, 9), Pamfil Virgil (2622, 3, 37, 40, 1, 3, 6, 50, 60, 4), cl. VIII Hoisescu Niculae (2622—4, 6, 7, 9, 30, 9), *Ş. g. 172* cl. VII Şerbieniuc Emil (2653—3, 5, 7—67, 8019—21), *Ş. g. 173* cl. VII Andrievici Bogdan (2617, 20—2, 7, 30, 6, 8), *Ş. g. 174* cl. VII Petroşanu Rodica (2632—4, 6—9, 41, 3, 5, 6, 7933—5), *L. 1* cl. IX Vijelie Luminiţa (7864, 7, 73—6, 8, 9,83, 5, 6, 96, E: 2627—30). Ştefaniu Călin (2612, 46, 7, 7831, 4, 64, 74, 6, 933—5, 7, 9, 41, 57, 64), *L. 5* cl. VII Bahnin Mihaela (2613, 4, 7—9, 21, 3, 5, 30), C. Cătălina (2613, 4, 8, 20, 3, 5, 7, 30), Dumitrescu Gabriela (2613—22), Maliţa Mihaela (2613, 6, 21, 32, 3, 5—7, 9, 43), Teodorescu Ioana (2613, 7, 20, 2, 3, 32, 6, 7878), cl. VIII Manicatide Ioana (2622, 7, 33, 7873, 4, 8, 9, 933, 5, 41), Vrăbiescu Andrei (2622, 6, 41, 7874, 8, 9, 933, 4, 41), cl. IX Bucur Ion (2627, 8, 47, 7864, 4, 73, 5, 6, 933, 5, 7, 8, 41), cl. X Barid Anişoara (7864, 74, 6, 8, 9, 83, 5, 923, 5, 33, 5, 41, 8019, 20). Haidula Dumitru (7874—81, 3—5, 7, 9, 933, 5), cl. XI *Manolache Nicolae* (7904, 5, 13, 4, 8028, 9, 32, 119, 22, 5, 8, 30, 64, 70, 81, N. P.). *L. 6* cl. IX Weiner Irina (2627—30, 7864, 6, 7, 73—6, 8, 9), *L. 7* cl. VIII Agent Dan (2613——22, 4, 7, 30, 7878), cl. X Taler Adriana (7881, 4, 923, 5, 31, 5, 60, 77, 8, 82, 91, 8004, 20, 1, 6), *L. 8* cl. V Mihăilescu Mircea (2614, 5, 32—4, 50—2), Oprea Adriana (2614, 5, 32——4, 5—2), *L. 10* cl. VIII Brateş Nanu (2613—5, 7, 9—21, 7, 8, 30, 2, 51), Gafiţa Gabriel (2624, 8, 30, 1, 6—8, 43, 50—5, 7—67, 7867, 74, 933—5, 91, 8019, 20), Pătrînjenaru Victor (2614, 5, 7, 8, 20—2, 6—30, 7878, 9), cl. 10 A. Dumbravă Mihaela Elena (7923, 5, 44, 9, 8021, 2, 4, 5, 6, 75, 81, 90, 107). Mihăileanu Nicoleta (7920, 3, 5, 32, 3, 4, 5, 6, 70, 8020, 21, 51), Nasta Lucia Martha (7923, 5, 44, 74, 8022, 6, 8, 31, 51, 4, 65, 81, 8, 90, 107). Scafes Anca (7820, 3, 38, 45, 62, 72, 4, 8, 86, 92, 3, 31, 8021), Georgescu Ioana (7925, 8, 31, 3,9,40, 4, 76, 8021, 51, 88, 90), Mazilu Sanda (7974, 8020, 2, 8, 31, 51, 4, 65, 81, 4, 90, 7) Vaisman Daniela (7923, 4, 5, 8021, 48, 51, 4, 8, 4, 8,10,11), *Lic 11.* Cl X Petrescu Corneliu (7867, 73, 4, 8, 9, 418, 20, 1, 3, 5, 31, 3, 5), Cl. XI Caraiani Emilian (7918, 20—3, 5—8, 8, 31—3, 70, 6, 8058, 81, 8, 90), Constantin Elena (7920, 3, 4, 9, 32, 57, 63, 8031, 9, 47, 8, 60, 1, 5, 179), Cornea Tudor (7907, 18—26, 8—32, 49, 56, 63, 4, 70—6, 8045, 59, 62, 70, 1, 3—5, 8, 8081, 2, 4, 5, 8, 90, 130), Dinescu Liliana (7907, 18, 20—2, 5, 6, 32, 75, 83, 93, 8001,

61, 88, 9, 91), Drăgan Ion Victor (2918—25, 8, 30, 1, 3, 970, 1, 3, 4), Levardă Elena (7918, 20, 3, 9, 57, 39, 45, 7, 8, 51, 60, 1, 5, 79, 84), Montaner Mihai (7920—2, 5, 32, 63, 70, 1, 3—5, 7, 8, 82, 3, 8, 90, 1, 3, 8001, Poiana Cristian (7918, 203, 5, 7, 30—2, 43, 4, 57, 63, 4), Pascaru Cristian (7907—9, 18—23, 5, 6, 8—32, 49, 60, 3, 4, 71—90), *Popescu Constantin* (7918, 20—3, 5, 6, 8—32, 43, 4, 9, 57, 70, 4—7, 8043, 5, 7, 9, 51, 53, 4, 8—62, 5, 74—5, 8—2, 4, 6—8, 90, 1, 8111, 7957, 7975), Popescu Cristian (7918—25, 8, 30, 1, 3, 970, 1, 3, 4), Şerban Lucian (7920—3, 63, 70, 3, 6, 9, 80, 3, 8032), Tudoracche Victor (7918, 20—3, 5, 6, 31—3, 5, 63, 70, 1, 8, 80, 3, 8051, 8, 78, 89), *L. 12* cl. VII Rizescu Marieta (2672, 3, 5, 8, 81—3, 7935, 57), *L. 13* cl. IX Berceanu Barbu (2627—30, 7867, 73—6, 8—80), Bulgaru Iuliana (2622, 7, 8, 30, 7874, 8, 88, 9, 934, 41, 8019, 20), Calianu Rodica (2645—7, 66, 7, 84, 7, 7873, 85, 911, 33—42, 57, 74, 82, 4, 6—8, 91, 3, 4, 7, 8004, 17—21, 53), Costache Florea (2645, 7, 67, 84, 7, 9, 7933, 5, 6, 9—41, 78, 80, 2, 7, 91, 8001, 18—21, 50, 80, 1, 4, 91, 5, 7—800, 3), Flăitaru Gabriel (2613—5, 27, 30, 45—8, 7876, 8), Marcu George (7874, 5, 9, 933—6, 9—41, 8019, 20), Marinel Cristian (2646, 65, 6, 7874, 5, 8, 9, 933, 4, 9, 41, 8020), Molnar Tatiana (2647, 61, 4, 7, 7827, 33—6, 9, 40, 57, 20, 1), Nedelcu Ion (2627, 30, 66, 7, 7874, 6, 8, 978, 80, 2, 93, 7), Olteanu Gabriel (2627, 30, 7876, 8, 9, 933, 4, 6, 9, 41, 8019, 20), Popa Cornelia (2627, 8, 30, 7874, 6, 8, 9, 933, 5, 9, 41, 8020), Popescu Mihai (2627, 30, 66, 7878, 9, 933, 4—6, 41, 8020), Pungan Ovidiu (2666, 7, 87, 9, 7934, 80, 91, 8081, 98, 100, 1, 11), Radu Claudia (2646, 84, 7, 9, 7911, 78, 82, 4, 7, 93, 8053, 4, 97, 8, 100, 1), Savovici Radu (2627, 8, 30, 7874, 6, 8, 9, 933, 5, 9—41, 8020), Sauca Darius (2666, 7, 87, 9, 7885, 921 47, 72, 4, 6, 8, 90, 1, 3, 7, 9, 801, 4, 199, 20, 1, 32, 80, 197, 99, 100, 1, 978, 80, 2, 80, 1, 3, 7, 9, 8001, 4, 19, 20, 1), Stan Elena (2665, 7, 7885, 933—6, 9, 40, 57, 817, 20, 1), Vasilescu Marius (2627, 8, 30, 7874, 6, 8, 9, 933, 9—41, 8020), Zaharopol Radu (2627, 8, 30, 7874, 9, 933—5, 9, 41, 57, 8020), Zamfirescu Mihaela (2645—7, 67, 84, 7, 9, 7874, 5, 911, 33—6, 9——41, 57, 78, 82, 4, 6, 7, 91, 3—5, 80, 9, 20, 53, 4, 91, 7, 8, 100, 1). cl. X Blitz Andrei (7874—6, 9, 83, 5, 918, 23, 8, 31, 46, 74, 8—80, 2, 5, 6, 90, 3, 7, 9, 8005, 4, 10, 8, 20, 8, 31, 2), Hromei Constantin (7918, 31, 6, 7, 82, 90, 1, 3, 8004, 21, 49, 51, 61, 5, 80, 1, 46, 90, 100, 20), Sădeanu Mihai (7931, 6, 41, 72, 4, 6—8, 80, 2, 4—6, 91, 3, 9, 8001, 4, 10, 9—22, 6, 8, 31, 48, 9,51—4, 6, 8, 65, 80, 1, 4, 8, 90, 7, 8, 100, 1), *L. 15* cl. VII Ionescu Adriana (2633, 5, 9, 51, 2, 5, 7, 4, 3), c.l X Marinescu Nicolae (7873—6, 9, 83, 5, 923, 8, 31, 3—6, 41, 9, 57, 728, 80, 2, 4, 5, 91, 3, 8018—20, 8, 31), Stancu Roxana (7874, 85, 923, 8, 31, 3, 6, 41, 9, 57, 72, 8, 80, 2, 4, 5, 90, 3, 9019, 20, 8), cl. XI Vuţescu Dan (7909, 18, 20, 1, 3, 5, 7, 30—2, 44, 7—3, 5, 6, 85, 900), *L. 17* Cl. XI. Avrămoiu Valentin (7907, 10, 2, 9, 20, 1, 3,—30, 2, 46, 9, 59, 60, 3, 4) *L. 16* cl. X Scarlat Cezar(7873—6, 9, 82, 5, 933—5, 41, 8019——21), *L. 22* cl. X Atanasiu Dragu (7867, 9, 74, 5, 8—88, 94, 6), Blagoev Branislava (7881, 4, 977—80, 2, 4, 6—8, 90, 1, 80, 8, 20, 5, 6), Damaşcan Cătălin (7910, 20, 3, 5, 8, 31—3, 77, 8, 80, 2, 3, 5, 7, 8001), Gavrilescu Ionel (7876, 83, 5, 6, 913, 3, 5, 8, 32—5, 9—41, 7, 56, 60), Georgescu Radu (7910, 2, 8, 20, 3, 5, 31—4, 8—41), Kaufmann Liviu (7910, 2, 3, 6, 21, 3—5, 8, 30—4, 40, 3, 9, 57, 60, 4, 72, 4, 6—8, 80, 2, 4—6, 90—3, 9, 8004, 6, 20), Minea Gh. (7862, 4—9, 71, 7, 80, 2, 4, 6, 9, 90, 1, 6), Puiu Corneliu (7881, 3, 908, 20, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 6, 9, 40, 57, 60), *L. 24* cl. VII Herescu Rodica (2613—5, 7, 8, 20, 1, 3, 7), cl. IX Tudor Paul (2627, 9, 30, 46, 7, 67, 7878, 20, 933, 5, 8019), *L. 26* cl. X Faibis Ritto (7912, 3, 20, 3—5, 8, 31, 3, 70, 2, 4, 8—80, 5, 7, 90, 8020), *L. 27* cl. V Buzatu Adriana (2631——4, 8, 42, 51, 1, 2), *L. 28* cl. V Cazan Tudor (2613—5, 8, 32—4, 40, 6), Cucu Sorin (2613, 4, 8, 31—4, 51), Grădin Bogdan (2613—5, 8, 29, 32, 3, 43, 6), Ionescu Anca (2613, 4, 8, 31—4, 46), Ionescu Raluca (2613—5, 18, 32—4, 43, 6), Popescu Ana (2613—5, 8, 32—4, 6), cl. VI Butnaru Silvian (2614, 8, 9, 32, 3, 6, 60, 2), Nicolau Bogdan (2608, 20, 1, 32, 9, 59, 64, 5), Udroiu Sorin (2620, 32—4, 6, 49, 59, 60), cl. IX Arsene Vladimir (2627, 9, 30, 46, 65, 7873, 5, 933, 49, 8018—20), Florin Radu (2627, 8, 30, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 7, 8018, 20) Ifrim Angela (2627, 67, 7873, 4, 8, 9, 933, 5, 9—41, 8020), Ion Grigorescu (2627, 9, 30, 67, 7873, 6, 9, 933, 5, 9—41, 8020), Nicolescu Cătălin (2627, 8, 30, 66, 7, 7879, 933—5, 9, 41, 8018—21), Petrescu Alexandru (2627, 8, 30, 67, 7876, 8, 9, 933—6, 8020), Petruş George (2627, 8, 30, 7874, 6, 8, 9, 933—5, 41, 8018—20), Vecliu Vasile (2628, 46, 66, 7, 7879, 933—5, 9,41, 57, 64, 8019—21), cl. X Dragomir Lazăr (7878, 9, 92, 5, 8, 31, 4, 5, 51, 8049, 61, 5, 4, 888), *L. 30* cl. X Platz Alexandru (7864, 6, 7, 70—8, 81, 3, 6, 7, 9, 94, 902—4, 7, 8, 13, 4, 6, 20, 3, 4, 8, 30—2, 8—40, 4, 6, 9, 60), *L. 32* cl. VIII Celenti Dan (2650, 1, 3, 4, 7—91, 3, 4, 5, 7726), *L. 34.* cl. VII Popeneciu Liviu (2636, 7, 9, 40, 3, 53, 4, 7, 61—3), *L. 35* cl. IX Delangelo Florin (2627, 30, 46, 65, 7, 7873, 4, 6, 8, 933, 9—41, 8012, 30), *L. 36.* cl. X Drăgoicea Mihai (7880, 925, 8, 31, 43, 9, 78, 80, 2, 5, 91, 3, 8021, 6, 8, 31), *L. 37* cl. IX Gheorge Ioana (2627—30, 66, 7874, 8, 9, 933, 4, 41, 8020), *L. 39* cl. VII Ioniţă Geta (2613—5, 8—21, 3), cl. X Pantelimon Florida (7873, 4, 8, 9, 84, 5, 923, 5, 33—5, 9, 40, 3, 9, 57, 8020, 6).

BUHUŞI. *L. 1* cl. VI Stăncuţă Elena (2613—5, 8—20, 32, 3, 8)

BUSAG (Baia Mare). *Ş. g.* cl. V Cot Mugur, Gaie Gheorghe (2613—5, 31—4, 51), Pop Mărioara (2613—5, 31—4, 49, 51), cl. VII Cozma Sabin (2622, 3, 32, 6, 47, 5, 7935, 57), Mureşan Liviu (2613, 22, 3, 7, 32, 3, 5, 6, 43, 7957), cl. VIII Cristian Mircea (2614, 5, 23, 32,

3, 6, 43, 7907). Dragomir Gh. (2619, 22, 9, 39, 41, 3, 7873, 9, 933, 57), Pop Valentin (2622, 3, 30, 7, 43, 57, 66)

BUZIAŞ (Banat), *L. 1* cl. VI Csizmar Melinte (2613—5, 8—21, 9), Drăgănescu Trio (2613—5, 8—21, 9, 32), Talpeş Ion (2613—5, 8, 21, 9, 32), Talpeş Ion (2613—5, 8—21,9), cl. VII Antonescu Mirela (2613—6, 9—21, 3), Drăgan Viorel (2613—5, 7—20, 9), Grecu Tiberiu (2613—6, 8, 20, 3, 6), Toma Constantin (2613—6, 8, 20,1, 3), cl. VIII Budulan Georgeta (2613——5, 8, 21, 3), Meglei Ionel (2613—6, 8, 20, 1, 3), Micşa Rodica (2613—6, 8, 20, 1, 3, 30).

BUZĂU (Ploieşti) *Ş. g. 6* cl. V Boscornea Victoriţa (2613—6, 31, 4, 49,51), *L. 1* cl. IX Mirea Vasile (2627, 46, 7, 7873—5, 8, 9, 933—5, 9, 41), cl. XI Mihăilescu Tiberiu (7868, 9, 71, 7, 9, 81, 4, 5, 92—7), cl. VIII Maşca Anica (2620, 3, 32—4, 77, 7874, 8, 9), Cl. XI. *Gavrilă Şerban* (7820, 1, 3, 5—5, 7—30, 2, 4—402, 3, 5, 8, 9, 51—4, 64, 70—6, 8—80, 4—7, 93, 4, 6, 8).

CALAFAT. *L. 1* cl. XI Baicon Toma (7920, 1, 3, 5, 6, 30, 2, 70, 1, 3, 5).

CARACAL. *Ş. g. 2* cl. VII Barbu Cornelia (2614, 32—4, 6, 8, 45, 51), *Ş. g. 5* cl. VI Varia Gh. (2619, 32, 3. 6, 8, 53, 5, 64), *Ş. g. 6* cl. VIII Pîrvu Marcu (2623, 7, 9, 30, 9, 41, 3, 6, 62, 4, 5), *L. 1* Bălan Vasile (7878, 85, 920, 3, 5, 33, 5, 72, 8, 96, 7, 99), cl. X Alexandru Alexandru (7908, 12, 3, 20, 3—5, 8, 30—37, 9—41, 4—7, 9, 57, 60, 4, 72, 6, 8—80, 5, 6, 90, 1, 3, 7, 8005, 15, 20, 6), Dalea Cornel (7876, 84, 931, 2, 4, 6, 41, 4, 70, 2, 8, 80, 7, 90, 2, 3, 9, 8004, 10, 20—2, 6), Voicu Dumitru (7923, 5, 8, 33—6, 9—41, 78, 80, 2, 5, 7, 92, 8020, 1, 6), *L. 2* cl. X Enache Gh. (7874, 5, 8, 9, 85, 925, 31, 3—5, 7, 87, 8, 8019, 20), Florea Gh. (7874, 8, 9, 85, 920, 1, 3, 5, 31, 2, 4, 41, 4, 6, 8020, 2), Şeiculescu Aurora (7874, 8, 9, 85, 920, 1, 3, 5, 31, 2, 4, 41, 4, 6, 8020, 2), cl. VIII Boşcar Gh. (2661, 7, 7978, 80, 2, 6—8, 91, 3, 9, 8001, 10, 18—20).

CARANSEBEŞ. *L. 1* cl. V Taţine Adriana (2631—4, 49—52), cl. VII Rusu Mircea (2416, 20—3, 31—5, 8), Vonica Alexandru (2613—9, 22, 3, 7), cl. VIII Poiană Zoe (2613, 7—21, 9, 32, 3, 6, 43, 5), Romanescu Adrian (2613—7, 9—21, 3—30), cl. XI Geană N. (7820—4, 7, 30, 5, 49, 51, 73, 6, 8, 920), cl. XI *Ştefănescu Mircea* (7820—5, 7—33, 5, 7—40, 2, 3, 5, 9, 51, 3, 73, 8, 80, 1, 5912, 20, 5, 6, 8, 9, 31—3, 5, 7, 57), *L. 2* cl. VII Bambaloi Elena (2604, 8, 23, 32—4, 6, 51), Murgeanu Ileana (2614, 23, 32—4, 6, 39, 4).

CAREI (Maramureş). *L. 1* cl. IX Haller Izabella (2646, 7, 67, 7870, 924, 38, 40, 1, 71, 86, 93, 8018—20).

CĂLAN (Hunedoara) *Ş. g.* cl. VIII Chinciu Ovidiu (2613, 5, 8—20, 32, 3, 5, 6, 8, 43, 6), Mitrofan Ion (2613, 9, 23, 32, 4, 6, 45, 6, 63, 4, 6), *L. 1* cl. VI Marinaş Nelu (2613, 9, 32—8), cl. IX Tataridis Gheorghiţa (2627, 30, 7878, 9, 933—7, 41, 4, 8020).

CĂLĂRAŞI (Bucureşti) *L. 2* cl. IX Isăroiu Viorel (2627, 30, 65, 7, 7874, 8, 9, 933——5, 9, 40, 8020), cl. X Ştefănescu Radu (7876, 8, 9, 83, 5, 933—8, 41, 4, 8019—21).

CĂLDĂRARI (Argeş). *Ş. g.* cl. VII Tănăsescu Marcel (2623, 4, 36, 7, 40, 4, 53, 4, 7).

CĂZĂNEŞTI (Bucureşti). *L. 1* cl. X *Simion Constantin* (7874, 6, 81, 5, 908, 13, 20, 3—5, 8, 33—6, 9, 40, 8, 57, 64, 76—8, 82, 5, 6, 90—3, 8000, 20, 1, 5, 8, 9, 31).

CEHU SILVANIEI. *L. 1* cl. X Cioran Vasile (7874, 8, 9, 85, 925, 33—5, 9, 40, 457, 8020). Cucen (7878, 9, 85, 925, 33—5, 41, 4, 57, 8021—3), Lucăcel Leontil (7874, 6, 8, 9, 85, 3, 5, 40, 1, 4, 57, 8020, 6), Pop Alexandru (7876, 923, 34, 5, 7, 9, 41, 9, 57, 8019—22, 6), Pop Nicolae (7923, 34, 5, 7, 9—41, 57, 8019—22, 6), Sfară Gh. (7855, 78, 9, 925, 33, 5, 9—41, 4, 57, 8018, 20, 2), Zaicas Ion (7908, 34, 9—41, 57, 8018—23).

CEICA (Crişana). *Ş. g.* cl. V Sidea Mircea (2664, 6, 32—4 6, 51, 2), cl. VIII Coiţă Vasile (2631—9, 41, 3, 6, 7878, 933, 5), *Troie Valeriu* (2650—6, 61—5, 7, 8, 72, 8—80, 2, 5, 7, 90, 3, 6, 7, 9, 8004, 19—21, 6, 7964).

CELARU (Oltenia). *Ş. g. 5* Bădescu Maria, Bujică Claudia, Domian Dan, Dragomir Olga, Iliescu Dumitru, Ionescu Lidia, Mihăilescu Elena, Podaru Paula, Vasile Constantina, Voicu Gheorghiţa (2613, 4, 8, 32—4, 9, 43, 51), cl. VI Grigore Steliana (2613—5, 9, 32, 3, 6, 8, 9, 43), Marin Corina (2618, 9, 32—46, 6, 49, 51, 7), Neaţu Rodica (2613, 4, 20, 33, 3, 6, 9, 43, 51), Preda Marin (2613, 4, 34, 6, 51, 2, 7, 9, 60, 4), cl. VII Cird Dan (2623, 7, 38, 57, 9—61, 3—5), Ion Marioara (2619, 20, 3, 36, 43, 57, 9, 62, 3, 5), Leoveanu Constantina (2623, 32, 57, 9, 60, 2—5), Petcu Marian (2623, 7, 36, 7, 41, 57, 9, 62—4), cl. VIII Dinu Floarea (2627, 9, 39, 62—4, 7878, 936), Ene Eugenia (2627, 9, 30, 3, 6, 9, 43, 63, 74).

CIACOVA (Banat). *L. 1* cl. V Kernweiss Eduard (2613, 4, 31—4, 50—2), Pop Rodica (2614, 5, 31—4, 50—2).

CIORANI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VI Mareş Elena (2633—6, 51, 5, 7, 9, 7957), Petre Maria (2632, 4—6, 31, 59, 60, 7957), Stan Mihaela (2632, 3, 5, 6, 8, 51, 9, 60, 2), Tănase Marin (2632, 3, 43, 6, 51, 5, 9, 62).

CISNĂDIE. *L. 1* cl. XI Ciobanu Mariana (7918, 20, 1, 6, 9, 53, 63, 4, 71, 4, 5, 8028).

CÎMPENI (Cluj). *L. 1* cl. X Mucea Ioan (7886, 910, 23, 5, 8, 30, 2—5, 40, 1, 44, 7—9, 51, 70, 4, 7, 8, 80, 2, 4—7, 90, 3, 4, 8, 9, 8001, 4, 5, 10, 1, 5, 8—22, 6, 8, 31, 6).

CÎMPIA TURZII. *L. 3* cl. VIII Stoleru Mihai (2635—7, 41—4, 6, 7, 7874, 8, 9, 933, 5, 41), cl. IX Darovschi Ovidiu (2609, 10, 27, 7827, 30, 3, 5, 74, 8, 9, 933, 4—41, 57), Romascanu Emil (2665—7, 7864, 6, 80, 911, 44, 70, 9—80, 2, 4, 6, 90, 1, 3, 5—7, 9—8001, 4, 7,

10, 1 3, 8—21), Sebeni Liviu (2627, 8, 30, 45, 6, 65—7, 7873, 8, 9, 933, 4, 9, 8020), Devian Iosif (2627, 9, 30, 45—7, 7873, 8, 9, 934, 40, 8020), cl. X Dolha Ana (7864, 83, 7, 923, 5, 31—4, 7, 41, 4, 7, 9, 64), Radu Doru (7874, 6, 8, 80, 3, 5, 9, 923—5, 8, 31—6, 41, 4), Suciu Simion (7874, 5, 8—80, 925, 8, 31—6, 41), Tulai Lucia (7873—6, 8—80, 3, 5, 923, 5, 8, 33, 4, 4-).

CÎMPINA *Ş. g. 1* cl. VIII Butnaru Sorin (2623, 8, 30, 2—4, 8, 43), *L. 1* cl. X Androne Teodor (7874, 5, 9, 80, 5, 913, 25, 30, 1, 3, 44, 78), Bogdanovici Adrian (7875, 41, 57, 77, 8, 20, 2, 4—6, 8020, 2), Bulei Sorin (7864, 74, 5, 83, 5, 923, 5, 8, 933—6, 41, 57), Comănescu Georgeta (7913, 25, 31, 3, 5, 57, 78—80, 90, 8003—5, 80, 20), Ciucă Gh. (7874, 5, 83, 5, 937, 41, 57, 77, 8, 80, 5, 8, 8019, 20, 2), Dinu D. (7913, 25, 31, 3, 5, 7, 78-180, 90, 8003——5, 8020), Gonţescu Bogdan (7873, 4, 6, 8, 9, 81, 3—5, 931, 3, 7, 44, 60), Grădinescu Victor (7864, 5, 81, 912, 4, 37, 46, 60, 70, 2, 4, 6—80, 2, 4—8, 90—5, 6, 7, 9, 801, 4, 5, 14, 20—2, 6, 8, 9, 31), Iorga Claudia (7913, 25, 31, 3, 57, 8—80, 90, 8003—5), Lepădatu Lorena (7913, 25, 31, 3, 4, 76, 8—80, 6, 90, 8004, 5, 20), Niculescu Horia (7866, 7, 74, 5, 8, 9, 83, 5, 925, 8, 33, 5, 6), Predescu Constantin (7866, 7, 74, 5, 9, 83, 5, 923, 5, 8, 933, 5, 65, 57), cl. XI Ivaşcu Florin (7864, 81, 4, 93, 6, 900, 7, 10, 2, 3, 8, 20, 3—6, 8 30—2, 4, 8, 9, 51, 7—60, 4, 8, 70, 6—81, 8021, 2), Marin Ion (7885, 900, 11, 9, 57, 63, 76—93, 5, 7, 8000, 1, 6, 9, 910), Văcăroiu Ioana (7918, 20, 1, 3, 5, 7, 8, 30—2, 57, 9, 64, 75, 6, 8026, 8), *L. 2* cl. X Civu Vasile (7946, 76, 8, 80, 2, 5, 6, 90, 1, 8004, 5, 10, 20), Nachel Alex. (7875, 8, 9, 83, 933, 5, 9, 44, 6, 9, 57, 8026).

CLUNG MOLDOVENESC. *Ş. g. 3* cl. VIII Cojoc Mihai (2630, 2—4, 6, 7, 41, 3, 51, 2, 8—60), *L. 1* cl. IX Coca Aurel (2627, 9, 30, 46, 65, 6, 7874, 8, 9, 933, 5, 41, 8019, 20), Contoveanu Rozalia (2627—30, 45, 6, 65, 7878, 9, 85, 933, 5, 8020), *L. militar* cl. X Finta Ioan (7874, 8, 9, 85, 923, 5, 31, 3—5, 41, 57), Iliescu Dumitru (7874, 8, 9, 85, 923, 5, 31, 3—5, 41, 57), cl. XI *Sabou Ioan* (7820, 1, 3—5, 7, 9, 35, 40, 2—5, 9, 51—4, 64, 73, 6, 8, 80, 1, 3, 5, 7, 93, 4, 900, 1, 18—33, 5, 43, 9, 53, 7, 8—60, 3, 4, 70—6, 8017, 20, 2, 6, 31, 2).

C-LUNG MUSCEL. *L. economic* cl. X Pohariu Nicolae (7867, 73—6, 8, 9, 81, 3, 5, 920, 5, 31, 3).

CLUJ. *Ş. g. 2* cl. VIII Drăgan Gh, (2632, 3, 43, 51, 7833, 5, 57, 8020). *Ş. g. 3* cl. VII Murariu Mihaela (2613—21, 3, 4, 7, 9, 30), *Ş. g. 4* cl. VII Gaşcu Lidia (2635—41, 3—6), *Ş. g. 5* cl. VI Gădălean Ana (2613, 4, 20, 32—4, 6, 8, 43), *L. 1* cl. *X* Hudrea Mihail (7881, 3, 4, 7, 9, 933, 5, 7, 9—41, 9, 57, 57), *L. 6 Racoviţă* cl. VI Cherciu Alin (2614, 5, 32, 6, 51, 3, 60, 1, 4), Dragoş Fulviu (2613, 5, 7, 9, 32—4, 7, 8, 43), Drăgan Diana (2613, 5, 8, 32—4, 6, 51, 3, 60, 1, 4) Pană Teodor (2632, 3, 8, 43, 51, 3, 60, 4), cl. VII Duţă Marian (2617, 8, 20, 37, 8, 63, 6, 7), cl. VIII Neagu Ion (2613, 5, 7—40, 3, 6), *L. 5* cl. VI Berceanu Dorin (2613—, 8—20, 2, 34, 6), Igna Mirela (2616, 8, 20, 1, 9, 31—4), Popa Mihaela (2619, 31—3, 6—8 43), cl. VIII Iancic Bubu (2631—3, 7, 8, 41, 51—3, 66, 7, 7874), *L. Coşbuc* cl. VIII Cornel, Andrei (2627, 9, 30, 9—41, 3, 6), *L. 7* cl. XI Dobroter Bela (7867, 85, 921, 32, 70, 1, 4, 5 7—9, 83, 8, 90, 8004, 9), *L. 8* cl. V Perl Tiberiu (2614—6, 31—4, 43, 9, 51), cl. VI Boca Mariana (2613—6, 20, 31, 2, 4), Cornea Marius (2613—5, 7—21, 32), Rado Eva (2613—20), l. VII Ardelean Ileana (2613—5, 8, 20, 1, 3, 57), Diaconescu Monica (2613, 4, 33, 6, 7, 43, 59, 61), Grigore Liana (2613—5, 9, 20, 3, 7, 30), Juga Doina (2613, 4, 32—6, 9, 43), Mureşan Fiana (2613—6, 20, 31, 2, 4) Rusu Monica (2613, 5, 8—20, 3, 51, 5), Şerban Mariana (2613—5 9, 20, 3, 57, 8), Toma Titus (2614, 23, 32, 3, 6, 7, 43, 55), cl. IX Coldea Adrian (2627—30, 7874—6, 9, 933, 4, 41, 4), cl. IX Diaconu Florin (2627, 30, 7874, 8, 9, 933—5, 41, 4), Földes Francisc (2627—30, 46, 7874, 8, 933—5, 7, 41), cl. X Aldea Alexandru (7864, 6, 74, 5, 9, 80, 3, 5, 7, 931, 41), Berceanu Cornelia (7876, 925, 31, 3, 4, 6, 7, 9, 41, 4, 57, 8020), Bosca Rodica (7924, 5, 34, 76, 974, 8—80, 5, 6, 8, 90, 8020), Feldinger Edgar (7820, 1, 5, 8, 32, 5—40, 5, 67, 75, 9—81, 5—7, 904, 10, 33, 6), Klein Iuliana (7912, 23, 5, 8, 33, 70, 4, 8, 80, 2, 5, 8020, 1), Lateş Marius (7874, 8, 9, 85, 924, 5, 8, 30, 1, 3, 57, 78, 82, 4), Oprea Ion (7864, 7, 74, 5, 9, 83, 7, 910, 23, 5, 39, 40), Popluca Alex. (7881, 913, 23, 5, 8, 31, 3, 8—40, 9, 57), Stadler Elisabeta (7874, 6, 8, 9, 933, 4, 40, 1, 4, 79, 8020), Sziman Sonia (7977, 8, 80, 2, 6, 90, 1, 3, 8001, 4, 12, 20), *L. 10* cl. VII Marinescu Alexandru (2619, 23, 36, 8, 43, 57, 8, 63), Mişan Ioan (2613, 4, 8, 9, 23, 4, 32—4, 6, 43, 5, 8, 63), cl. X Reaheţ Dorel (7878, 85, 97, 931, 3, 4, 77, 80, 2, 4, 5, 93), Spătărelu Dorina (7878, 85, 97, 931, 3, 44, 78, 80, 4—6, 8), *L. 11* cl. VIII Abruş Vilmas (2619, 20, 3, 7, 30, 7874, 8—9), Cseci Vera (2623, 4, 7, 30, 7873—6, 8, 9), Gyorgy Eva (2615, 8—30, 2, 3, 5—8, 30, 7873—5, 8, 9), Poka Elisabeta (2622, 3, 7, 30, 7873—6, 9), Orosz Sofia (2623, 7, 8, 30, 7874, 5, 8, 9), Szabo Elisabeta (2622, 3, 5, 7, 8, 30, 7874, 5, 8, 9), Szilagyi Ahos (2613, 4, 22, 3, 5, 7—30, 7874, 8, 9), Szallosy Rozalia (2622, 7, 8, 30, 7873, 5, 8, 9), cl. IX Meder Istvan (2627—30, 7864, 7, 73—6, 8, 9, 85, 7), Sukely Tiberiu (2627, 30, 7867, 73 —6, 8, 9, 85), cl. X Csetri Klara (7864, 9, 71, 3—6, 8—80, 5, 7), Rzzsa Istvan (7873, 4, 6, 8, 80, 3, 5, 7, 933, 5, 7, 8020), Somodi Laszlo (7873, 4, 6, 8—0, 3, 5, 923, 5, 933, 8020), *L. 15* cl. VI Baciu Dorin (2613—5, 32, 4, 7, 49, 51, 2, 7), Dăscălescu Lucian (2613—5, 8—20, 9, 31—3), Dragomir Radu (2613, 5, 8—20, 32—4, 6, 8), Feketi Nicolae (2613—6, 32, 4, 6, 8, 49, 55), cl. VII Cîmpian Dan (2614, 5, 32, 3, 6, 8, 31, 63), Copilu Mariana (2613, 6, 20, 32—4, 6, 9, 57), Crintoiu Doina (2613, 5, 6, 8—20, 32—4, 6), Panteau Claudiu (2615, 9, 32, 3, 8, 51, 7, 63), Vartolomei Elena (2615, 9, 32,

3, 8, 9, 57, 61, 3), cl. VIII Astalos Christiane (2613—5, 8, 9, 23, 31—4), Horvat Viorica (2615, 6, 8—20, 3, 33, 4, 7878, 933, 4), Olteanu Doina (2613—6, 8—20, 3, 7878, 9, 933—5), Topîrdău Georgeta (2613, 5, 6, 9, 23, 8, 31—4), Vuşcan Adriana (2613—6, 20, 3, 31—4, 7878, 933).

CODLEA (Braşov). *L. 1* cl. IX Bănoiu Nicolae (2627, 46, 65—7, 7873, 4, 6, 8, 9, 933—5, 7, 9—41, 8018, 20).

COMARNIC (Ploieşti). *L. 1* cl. XI Buzatu Constantin (7864, 7, 83, 6, 92, 900, 7, 13, 8, 20—3, 5, 6, 8—32, 57, 63, 4, 77—80, 2, 3, 7, 91—3, 8001, 4—6, 9, 14, 21).

COMĂNEŞTI (Bacău). *L. 1* cl. VIII Todiriţă Emilia (2622, 3, 9, 30, 43, 5, 6, 62, 5, 7878, 9. 933), cl. IX Alexandru Aurel (2627, 8, 45, 6, 65, 7874, 5, 8, 9, 933—6, 44, 1, 8018——20), Vătavu Ionel (2628, 46, 67, 7874, 8, 9, 934—7, 41, 6, 80, 20), cl. XI Butnaru George (7867, 8, 71, 83, 5, 93, 907, 18—20, 2, 3, 5, 8—20, 2, 49, 57, 70, 3, 5).

fila 100

CONSTANŢA. *Ş. g. 12* cl. VI Brucker Marina (2632—6, 8, 49, 57), Ciocu Rodica (2615, 6, 8—20, 32, 3, 6, 8), Ciugureanu Adina (2613, 5, 6, 9, 20, 9, 32, 3, 6, 8, 9, 43), *Ş. g. 16* cl. VI Petre Georgeta (2613—5, 20, 31—4), *Ş. g. 18* cl. VI Barbu Cornelia 6261 — 5, 8, 31 — 5, 8), Bucur Iuliana (2613—5, 8, 31—3, 5, 6, 8, 43), Georgescu Gh. (2613—5, 8, 31—3, 5, 6, 8, 43), Radu Vasile (2613, 4, 8, 31—4, 6—8, 57), Tănase Paulian (2613, 5, 8, 9, 32—5, 43, 57), cl. VII Baia Violeta (2613, 9, 23, 32 4, 7—9, 41), Circiumaru Cornel (2613—5, 8, 23, 9, 31, 2, 6) ,Constantinescu Florenţa (2613, 5, 8, 23, 32—4, 6, 7, 41), Dumitraşcu Alexandru (2613—5, 8, 23, 9—32—4), Goidan Gh. (2613, 8, 23, 9, 32—4, 6—9, 43), Ispas Maria (2613, 5, 8, 23, 32, 3, 6, 7, 41), Muşat Nicolae (2613, 8, 23, 9, 32—4, 6, 7), Nichifor Victoria (2613—5, 8, 23, 32, 3, 7, 41), Roşu Elena (2613, 5, 7, 31—3, 6, 7, 41), Voinea Adriana (2613, 5, 8, 23, 32—4, 6, 7, 41), Voinea Dalea (2613, 5, 8, 23, 32, 6, 7, 41), cl. VIII Belu Larisa (2613—5, 7, 8, 21, 3, 5, 9, 32—4, 6, 8, 9, 43, 6, 7874, 9, 933, 57), Bucur Maria (2613—5, 8, 23, 31—3, 5, 6, 8, 43, 6, 7878, 933), Culeţu Hristu (2643, 50—3, 5, 9, 60, 3, 4, 7, 7937, 5, 6, 80, 9, 20), Rădulescu Maria (2623, 32, 3, 5, 41, 7878, 9, 933), Tănase Dorina (2615, 8, 9, 23, 32, 3, 5, 43, 7979, 933, 57), *Ş. g. 24* cl. VIII Dropol Mircea (2615, 23, 6, 7, 9, 30, 7873, 8, 9, 933), *L. 1* cl. IX Simote Cătălin (2628—30 7933, 5, 77—86, 90, 3, 8004), Serbu Doina (2627, 8, 30, 46, 7873, 6, 9, 933, 4, 8—41), cl. X Perşoi Rada (7884, 5, 910, 20, 3, 5, 7, 8, 30—4, 8—40, 4, 9, 77, 8032), cl. XI *Mîndruţă Podica* (7883, 6, 93, 900, 7, 25—8, 60, 3, 70—3, 5—83, 5—9, 92, 3, 7, 9, 8004—6, 9, 10, 3, 6, 21, 6, 8, 31, 2, 4, 5), *L. 2* cl. IX Pitu Spiru (2609, 27, 30, 7830, 3, 4, 7, 78, 9, 934—6, 41), *L. 3* cl. VIII Vidican Alexandru (2613—28, 30, 2—4, 6, 41, 4, 6, 7, 7874, 6, 8, 9, 85, 7, 933, 5, 7—41, 9, 57), cl. IX Popescu Sorin (2627, 46, 67, 7874, 5, 9, 85, 933, 5, 7, 9, 40, 9, 57, 80, 2, 93, 8020), cl. X Cosma Dan (7887, 9, 92, 910, 1, 3, 24, 5, 37, 8, 40, 1, 60, 72, 6, 8024, 31, 2), Crăciun Lucia (7884, 7, 910, 2, 23—5, 37, 8, 41, 9, 53, 7, 60, 78, 80, 2, 7, 8017, 28, 8, 31), Oprea Gh. (2884, 7, 910, 3, 23, 38, 41, 9, 57, 78, 80, 2, 4, 7, 8023, 4, 6, 31), Oprescu Maria (7889, 95, 924, 37, 8, 40, 1, 6, 72, 80, 2, 4, 7, 8026, 8), Poenaru Paraschiva (7873—5, 8—81, 7, 9, 91, 908, 10, 13, 21, 3—5, 31, 4, 5, 7, 41, 4, 9, 54, 7, 60), Popescu Rodica (7924—6, 8, 9, 31—3, 7, 8, 40, 1, 6, 9, 82, 4, 7), Suru Constantin (7941, 7, 76, 8, 80—2, 5, 90, 1, 3, 8001, 20, 6, 8, 31), lc. XI Drăguţ Valentina (7884, 7, 910, 3, 8, 21, 1, 3—6, 32, 7, 8, 40, 1, 6, 9, 53, 7, 9, 60, 2, 3, 72, 6, 8017, 28), Leca Elena (7883—5, 7, 93, 907, 8, 10, 3, 8, 21—6, 31, 57, 71—3, 5—8, 80, 2, 7, 93, 8020), *Popescu Fulvia* (7883—5, 7, 93, 907, 10, 3, 8, 21, 3—6, 31—3, 5, 7—40, 9, 57, 62, 3, 71, 2, 5—8, 80, 2, 3, 7, 93, 8020), Soare Fanica (7878, 85, 93, 907, 10, 3, 8, 20, 4, 5, 8, 9, 71—3, 5—8, 80, 3, 93, 8020). *L. 4* cl. X Dobrescu Elena (7874, 9, 83, 5, 923, 5, 31, 3—5, 40, 1, 4, 5, 7, 60, 4), *Mircea Maria* (7889, 904, 23, 5, 8, 31, 3—5, 8—42, 4, 57, 60, 4, 70, 2, 4, 6, 8, 80, 2, 5, 6, 8, 91, 3, 8001, 17, 8, 20—2, 6, 8, 31, 2), Udrescu Viorel (7877, 904, 7, 11, 21, 2, 5, 8, 34, 9, 74. 7, 8, 80, 4, 5, 90, 3, 9, 8001, 4, 20, 8), Niţu Nicolae (7860, 4, 7, 84, 5, 7, 93, 4, 900, 1, 8, 20, 32, 57)

CORABIA (Oltenia). *L. 1* cl. IX Ghiţă Dan (2627, 9, 46, 65—7, 7874, 8, 9, 934, 40—1, 8012, 20), Mărghidan Dorin (2627, 9, 65—7, 7874, 8, 9, 933, 4, 40, 1, 8019, 202—6)

COSTEŞTI (Argeş). *L. 1* cl. VIII Constantinescu Puiu (2639, 41, 3, 5, 6, 6). cl. XI, Ionescu Octavian (7926, 8, 9, 70, 1, 4—8, 83, 5—8, 90, 3, 8000, 5, 6).

COSTIŞA (Bacău). *Ş. g. 1* cl. V Bucătaru Mariana (2613—6, 33, 4, 50, 1), Holban Constantin (2613—6, 32—4, 51, 2), cl. VI Bucătaru Maria (2613, 4, 8, 32, 3, 6—8, 61). Surdu Maria (2613, 8, 9, 27, 35, 6, 8, 9, 55), cl. VII Dominte Maria (2613, 21, 7, 32, 3, 50, 1, 63, 7), Istrate 55 Ion (2613—5, 21, 32, 3, 50—2), Surdu Elena (2613—5, 32, 3, 51, 2, 63, 7)

CRAIOVA. Student Diaconu Ştefan (7907, 9, 11, 3, 8—35, 9, 40, 3, 4, 7, 9, 57, 9, 60, 2—4, 71—80, 82—4, 6—8, 92, 8001, 5, 6, 9, 14, 5, 8—22, 5, 6, 8, 31, 6), *Ş. g. 23* cl. VI Enescu Gabriel (2613—6, 8—20, 31—4, 8), *L. 1* cl. XI Diamandescu Aurel (7864, 6, 7, 80, 5—9, 91, 4, 6, 900), *Turcu Ilie* (7868—72, 86, 94, 900, 12, 9—21, 3, 5, 6, 8, 9—32, 60, 7820, 1, 3—5, 37——40, 2—5, 7—9, 51—5, 65, 7, 80, 1, 3—5, 7, 8, 92, 3, 5, 7), *L. 2* cl. IX Eşanu Dan (2627—30, 46, 7, 65—7, 7874, 5, 9, 85, 911, 33—5, 7, 9—41, 57, 8, 80, 2, 6, 90, 3, 7, 8004. 10, 18—21), cl. X Bănuţ Ştefan (7957, 78, 80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 7, 8000, 1, 4, 20, 8), Dragomir Ion (7978, 80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 7, 8000, 1, 4, 20, 8), *L. 3* cl. VII Călinescu Lela (2613—5, 8, 9, 24, 36, 7), Juga Violeta (2513—9, 21, 3), Petrescu Denise (2619, 23, 7, 33, 4, 6—9, 43), cl. XI

Văncica Oprea (7880, 93, 918—21, 3, 5, 6, 8, 30—2, 46, 9, 57, 64), *L. 4* cl. XI Drăcea Mihai (7823, 4, 40, 74, 8, 9, 920, 1, 3, 5, 31, 2, 4), Mogoi Ion (7833, 51, 6785, 93, 918, 20, 3, 5, 6, 31—4), *L. industrial* energetică an I Cîrtag Radu (2627—30, 7874, 6, 8, 9, 933—5, 9, 41, 8020), Enescu Nicolae (2627, 8, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 4, 9, 41, 80, 20).

CREVEDIA (Bucureşti). *Ş. g.* cl. VI Iliescu Gabriela (2613—22, 4, 6, 7, 9, 7880).

CUDALBI (Galaţi). *Ş. g. 1* cl. VII Grecu Anişoara (2615, 32, 3, 6, 41, 51, 9, 60, 3), Sandu Marlena (2613, 6, 23, 32, 3, 5, 6, 8, 43, 51, 9, 10, 3), Tănase Tache (2615, 9, 20, 32, 6, 8, 51, 9, 63), cl. VIII Pojoga Elena (2613, 5, 8—21, 3, 32, 3, 6).

CUGIR. *L. 1* cl. V Munteanu Ioan (2613—5, 32, 5, 51), cl. VI Kadar Gh. (2613—5, 9, 21, 7, 32, 6), cl. XI Muntean Traian (7881, 5, 93, 900, 7, 18, 20, 1—3, 5, 7).

DEDULEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VIII Stroe Ion (2613, 23, 30, 2—6, 8, 9, 50—2).

DEJ (Cluj). *Ş. g. 2* cl. VI Gruia Daniela (2613—21), Olaru Marcel (2613, 4, 9, 20, 31—4, 9), cl. VIII Petrean Gh. (2618, 20, 32, 4, 7, 7878, 9, 933—5, 7), *L. 1* cl. V Rîpan Ovidiu (2613—5, 32,—4, 41, 2), cl. X Gruia Lucian (7920, 3, 8, 30, 78, 80, 2, 5,6 93, 9, 8001, 20, 8), Petez Dan (7923, 5, 8, 30, 3, 5, 78, 80, 2, 5, 6, 90, 3, 9, 8001, 5), *L. 2* cl. VIII Leiţoiu Sorin (2631, 5, 6, 51, 3, 5, 7835, 74, 9, 957, 8020).

DEVA (Hunedoara). *Ş. g.* cl. VI Ioan (2632—4, 6—9, 43), Petringenaru Rodica (2613, 4, 8, 9, 32, 4, 6, 8), *L. pedagogic* cl. VI Gribincea Carmen (2613—20), *L. 1* cl. X *Mihăiţă Nicolae* (7913, 23—8, 30, 5, 7, 9—41, 4, 8, 9, 57, 64, 70, 2, 4, 6—80, 4—91, 3, 6, 7, 9—8001, 4—6, 10, 4, 8—21, 6, 8, 32).

DITRĂU. *L. 1* cl. X Gaal Laszlo (7785, 9, 90, 827, 8, 30, 4—7, 42, 53—6, 8, 9).

DOROHOI. *Ş. g. 1* cl. VII Coechiciuc Simian (2616, 8, 23, 53, 8, 62—4, 7), cl. VIII Grigor Dorina (2613—5, 43, 51—3, 7, 8, 60, 4—6, 7957), *Ş. g. 2* cl. VII Buţineu Gh. (2632—4, 6, 8, 9, 49, 51, 3, 5, 7), *L. 1* cl. IX Isac Dan (2615, 8, 21, 4, 8, 32, 3, 6, 7, 41, 3, 7873, 933—5), cl. X Zaharia Ioana (7874, 8, 9, 81, 5, 923, 5, 8, 31, 3, 57, 60, 4, 72, 4, 8—80, 2, 5, 6, 91, 8004, 20, 8, 31). cl. XI Pintilie Emil (7911, 8, 20, 1, 3, 5, 6, 8—32, 57, 64).

DRĂGĂNEŞTI. (Olt). *L. 1.* cl. VII Mihalache Florica (2618, 9, 23, 7, 57, 8, 63, 6), cl. X Ionescu Dumitru (7913, 25, 32, 3, 9, 40, 9, 57, 8020—2, 6), cl. XI Durigo Mircea (788,0 3—5, 7, 91, 3, 4, 9, 900, 18, 20, 1).

DRĂGĂŞANI. *L. 1* cl. X Verban Ilie (7913, 25, 31—3, 9, 40, 9, 57, 8020—2, 6)

DREHUŢA (Bacău). *Ş. g.* cl. VII Lucanu Ion (2632—9, 41, 3, 4, 7957).

DUMBRĂVENI (Braşov). *L. 1* cl. XI Widmann Wilhelm (7877, 80—2, 4, 7, 9, 92—5, 907, 10, 1, 3, 8—21, 3—8, 30—7, 9—41, 3, 4, 6—9, 51, 3, 7, 9, 60, 2, 4).

DUMBRĂVENI (Galaţi). *Ş. g.* Dogaru Elena (2613, 7, 20, 5, 7, 30, 2, 49, 41, 2).

DUMBRĂVENI (Suceava). *L. 1* cl. IX Raţa Vasile (2667, 7878, 9, 933, 4, 6, 7, 9, 41, 2018—20).

EDERA (Ploieşti). *Ş. g. 1* cl. VII Selaru Constantin (2614, 23, 8, 30, 2—6, 43).

FĂGĂRAŞ. *Ş. g. 2* cl. VIII Pavel Florin (2614, 8—20, 3, 32—4, 6, 8, 41, 3, 5, 6).

FĂLTICENI. *L.1* cl. X Pantiru Maria (7874, 7, 9, 925, 31, 3—5, 9, 44, 6), *L. 2* cl. VI

FĂLTICENI. *L. 1* cl. X Pantiru Maria (7874, 7, 9, 925, 31, 3—5, 9, 44, 6), *L. 2* cl. XI Chirilă Neculai (7907, 20—3, 5, 9, 31, 2, 63, 4, 70, 1, 8028, 9, 31), absolvent Gorovei Sorin (2613—9, 21, 3, 8, 30, 7878, 9, 97, 9, 900, 1).

FĂUREI (Bucureşti). *L. 1* cl. X Popa Ionel (7874—6, 8, 9, 84, 933, 4, 8, 9, 41, 8018, 20).

FETEŞTI (Bucureşti *L. 1* cl. VII Mihail Ioan (2618, 23, 7, 30, 6, 8, 9, 55, 7, 8, 60, 2, 3). cl. X Baciu Gabriel (7873—5, 8, 9, 85, 925, 33—5, 7—41, 57).

FETEŞTI GARA (Bucureşti). *Ş. g. 7* cl. VII Ghibanu Ştefan (2623, 30, 2, 3, 5, 6,8 45, 6, 55, 62), Hristov Hristu (2623, 30, 2, 5, 6, 45, 6, 55, 62). Oprişan Mihai (2623, 40, 6, 9, 41, 55, 60, 3).

FIENI (Ploieşti). *L. 1* cl. X Mirceşti Gh. (7880, 1, 3, 5, 7—35, 40, 2, 6, 67, 74—6, 8——80, 3—5, 7, 923, 5, 33).

FIERBINŢI (Bucureşti) *L. 1* cl. VII Constantinescu Virginia (2614, 8—20, 3, 5, 7, 33 4, 6, 9), Grigore Georgeta (2613, 4, 8—20, 3, 5, 7, 34, 6, 8).

FILIAŞI (Oltenia) *L. 1* cl. IX Badea Ion (7074, 5, 8, 9, 933—5, 9—41, 8018, 9), *Bălăuţă Constantin* (7769—73, 5, 7, 9, 97, 9, 8007, 8, 12, 20—36, 40—54, 65, 5, 71, 81, 3, 5, 92—4).

FINTA (Ploieşti). *Ş. g.* cl-VIII Dumitru Valeriu (7874, 8, 9, 2613—5, 8—21, 3, 36, 8, 4, 3).

FOCŞANI *L. 1* cl. VII Iancu Adrian (2613, 5, 8—20, 3, 4, 7, 30), Negroiu Adrian (2613——5, 9—23), *L. economic* an I Stanciu Constantin (2609, 27—30, 7873, 8, 9, 932, 5, 9, 40).

FRINCEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VIII Paraschiv Dumitru (2614, 5, 7—9, 21—3, 7, 30).

FURCENI (Galaţi). *Ş. g. 1* cl. VIII Breahnă Emil (2613—6, 8, 20, 3, 6, 7, 9).

GALAŢI. *Ş. g. 1* cl. VIII Nazarie Adrian (2613, 5, 20, 3, 7, 8, 30—9, 42—4), *Ş. g. 21* cl. VI Boicu Vasile (2632—4, 6—8, 51, 3, 7), cl. VII Crăciun Ivana (2618, 9, 21, 2, 4, 5, 53, 7, 63), Crîngan Viorel (2618, 21, 3, 6, 36—8, 41, 54, 61, 3), Iordăchescu Dan (2617—9, 21, 37—40, 3, 58, 61, 3), Neagu Delia (2618, 9, 21—5, 30, 43), *Ş. g. 23* cl. VI Moraschi Mihaela

2619, 20, 34, 6—8, 57, 9), *Ş. g. 24* cl. VIII Costiniuc Florin (2613—5, 8—20, 7, 8, 30). Ion Alexandru (2613, 4, 8, 23, 32, 3, 7874, 8, 9), *Ş. g. 25* cl. VI Zahei Viorica (2634, 6—9, 49, 51, 7), *Ş. g. 26* cl. VIII Buicaş Monica (2628—30, 73—6, 8, 9), *Ş. g. 28* cl. VIII Vlaude Cristian (2623, 7, 8, 30, 43, 5, 7, 9, 33, 4), *L. 1* cl. IX Lucian Tofan (2627, 8, 36, 46, 7, 74, 8, 9, 7933, 5, 41, 8020), Mirescu George (2627, 30, 45, 67, 7875, 89, 933—5, 41, 8020), Nejloveanu George (2645—7, 65—7, 7874, 5, 933—5, 41, 8019, 20), Tomozei Dan (2627, 43, 6, 63, 5, 6, 878, 933—5, 41, 8020), cl. X Enache Dumitru (7874, 9, 911, 23, 5, 33—6, 9, 41, 78), cl. XI *Niculiţă Petru* (7868, 900, 11, 2, 8, 20, 5, 8, 30—2, 64, 70, 3—5, 7, 88, 90—3, 9, 800, 3—6, 9—12), *Oprea Vasile* (7888, 94, 9, 900, 7—9, 19, 22, 7, 9, 44, 62, 63, 4, 71—80, 2—90, 3, 8004—6, 18, 28), *L. 2* cl. XI Savin Alexandru (7861, 76, 8, 85, 93, 5, 900, 18—21, 5, 8, 30—2, 46, 56), *L. 3* cl. IX Neagu Dana (7879, 9, 833, 4, 40, 1, 3, 57, 8018, 20, 2, 5, 32), *L. 4* cl. VIII Ariton Petrică (2614, 8, 20, 3, 9, 30, 2, 3, 6), Mohorea Ion (2614, 20, 3, 30, 2, 3, 8, 45), *Student* Inst. politehnic *Andrei Viorel* 7718, 9, 21, 2, 4, 6, 8, 32, 3, 5—44, 6, 8, 9, 57, 65, 7, 70, 1. (7865, 9—93, 5—7, 9—8002, 4—7, 9—11), *Liceul de muzică* cl. VII Peisach Iuri (2618—20, 3, 32, 4, 6, 41).

GĂEŞTI (*Argeş*). *L.* cl. IX Badea Gheorghe (2628, 7875, 6, 85, 933, 5—7, 57, 78—80, 2, 7, 8020, 1), Boianciuc Violeta (2627—30, 46, 67, 7878—80, 5, 911—3, 6, 33, 5, 40, 1, 78, 80, 2, 8018, 20), Stănculescu Victor (2628—30, 46, 73—5, 8—80, 5, 916, 33, 5, 40), Şova Teofil (2628, 9, 45, 7, 7867, 8473—5, 913, 6, 33, 5, 7, 40, 1), Tudose Dan (7874, 80, 5, 911, 2, 6, 32, 40, 78, 82, 7, 8018), cl. X Constantinescu Constantin (7874, 8, 9, 85, 925, 31, 3, 5, 9, 40, 4, 9, 57), absolvent *Prundeanu Valentin* (7865—7, 93, 9, 900, 13, 8—23, 5, 6, 8—32, 62—4, 70—93).

GENUNENI (Argeş) *Ş. g.* cl. VIII Lebădă Maria (2651—3, 7—60, 2, 6, 7).

GEOAGIU (Hunedoara). S, g, cl. VI Macovei Mihai (2614, 5, 33, 4, 6, 9 43, 51), cl. VIII Căliman Aurelian (2627, 41, 3, 45, 61, 3, 4, 6).

GHERLA (Cluj). *L.* cl. V Blum Berta (2613—6, 32—4, 51).

GHIRENI (Suceava) *Ş. g.* cl. VII Danifel Stela (2632—4, 6, 8, 51, 7), Iacob Elena (2631—4, 6, 8, 40), cl. VIII Julei Constantin (2631, 3, 4, 6, 7, 42, 5, 7), Murariu Mihai (2631——4, 6—8, 43, 51), Patache Georgeta (2631, 4, 5, 7, 9, 40, 1, 57).

GIRISU DE CRIŞ. *Ş. g.* cl-VIII Miculiţă Ioan (2613—30), Pele Dorin (2615, 8—20, 32, 4, 6, 8, 43), Pop Teodor (2618—20, 3, 29, 32, 4, 6, 43), Suteu Ioan (2614, 8—20, 3, 33, 8—4, 6—, 43, 51), Patache Georgeta (2631, 4, 5, 7, 9, 40, 1, 57).
6, 9).

GIURGIU. *Ş. g. 4* cl. VII Măcăneaţă Cristian (2633, 4, 6, 51, 2, 3, 7, 60), *Ş. g.7* cl. VIII Ionescu Felicia (2623, 4, 31—41, 49, 51—4, 7—9, 61, 2, 3, 6, 7), *L. 1* cl. IX Nuţă Jean (2628, 30, 45, 7873, 8, 933—5, 77, 8, 80, 2), cl. X Ivănescu Clement (7867, 74, 6, 8, 9, 911, 23, 5, 33—5, 8—40, 4), Mujescu Victor (7928, 31, 9, 77—80, 2, 5, 90, 3, 7, 9, 8001, 5, 20), Pircălătescu Ştefan (7923, 5, 8, 33, 5, 7, 9—1, 4, 57, 77—80, 2, 4), Radu Cezar (7920, 3, 5, 8, 31, 3—5, 7, 9, 40, 1, 4, 8, 57), cl. XI Mărăcineanu Eugen (7864, 7, 80, 2, 5, 6, 92—4, 931, 2, 60), *L. 2* cl. X Răsuceanu Rodica (7862, 4, 9, 939, 40, 78—80, 2, 4—7, 93), *Tena Ion* (7907, 14, 72 4, 7—80, 2, 4—7, 9, 90—2, 6, 7, 9, 800, 4, 5, 19—22, 5, 8, 9), cl. XI Păsăricâ Ştirbu Rodica (7824, 37, 50, 5, 67, 74, 5, 9, 85, 6, 9, 92, 3, 920, 1, 9, 32).

GOHOR (Galaţi). *Ş. g. 1* cl. VI Ghirvăsuţă Neculai (2613—5, 32—6, 8).

GOVORA-SAT. *Ş. g.* cl. VII Mihăilă Silvia (2633, 4, 6, 8, 39, 46, 62, 3).

GRECEŞTI (Oltenia). *Ş. g.* cl. VII Mihăilă Silvia (2623, 36, 41, 3, 5, 57, 60, 2, 3).

GURAHONŢ (Crişana). *L.* cl. X Precup Gligor (7913, 23—5, 8, 31, 3—5, 44, 9, 57).

GURA HUMORULUI (Suceava) *L.* cl. IX Biga Ştefan (2627, 30, 874—6, 8, 9, 933—5, 9—41).

HANGU (Bacău) *L.* cl. XI David Dumitru (7868, 85, 9, 93, 900, 7, 18, 20, 3, 5, 6, 32).

HOISAŞTI *Ş. g.* cl. VI Mitrea Petru (2631—9).

HOREZU (Argeş) *Ş. g.* cl. VII Comănescu Cristian (2635, 6, 8, 9, 45, 9—51, 5), cl. VIII Iordănescu Maria (2632, 4, 9, 51—3, 8—60, 6, 7).

HUNEDOARA *Ş. g.* cl. VII Ciortea Rodica (2613—6, 8—23), Keleman Francisc (2613, 5—7, 9—22, 4, 7, 9, 30, 43), cl. VIII Boeriu Lia (2623, 9, 43, 63, 7874, 9, 933, 5), Tarnovski Teodora (2622—4, 9, 43, 63, 7874, 8, 933, 5), *Ş. g. 6* cl. V Cotoară Carmen (2613—5, 31—4, 50—2), cl. VII Igna Elena (2635, 8, 43, 4, 54—6, 8, 63), Găman Dan (2618, 35—7, 9, 42, 3, 55), *Ş. g. 7* Butunoi Letiţia (2623, 7, 30, 1, 7874, 9, 934, 41), Mătuşa Constantin (2638, 9, 43, 6, 57, 63, 6, 7), *L. 1* cl. VI Roşca Radu (2639, 50—3, 56, 60, 1, 7980, 2, 7, 8001), Vişoiu Veronica (2613, 32—4, 8, 9, 43, 51), cl. IX Gherghina Marius (2614, 5, 7, 8, 20, 1, 7, 8, 30, 74, 8, 9). Jula Angela (2627—30, 45, 6, 65—7, 7873, 4, 8, 9, 33—5, 41, 8019, 20), Sunda Vane (7900, 62, 4, 75, 7—80, 82—8), cl. X Cotoară Romulus (7873, 6, 83—5, 925, 33—6, 49, 57, 77—9, 82, 93, 7, 8001, 20), cl. XI Drăghici George (7897, 900, 21, 44, 64, 75, 7, 8, 80, 2—5, 8), Oprişa Dan (7922, 70—4, 6—80, 3, 5, 6, 8, 90, 8006, 26, 32), *Lup Iosif* (7907, 18, 9, 21—3, 30, 44, 9, 70—3, 5—80, 2—93, 6, 7, 9, 800, 1, 4—6, 9—11, 25), Mogoşan Valeriu (7907, 19, 22, 62, 3, 75, 7, 8, 80, 3. 5, 7, 90, 3, 8004, 6), *Pop Radu* (7911, 3, 8, 20, 1, 3, 5, 30, 1, 71, 3, 5—80, 2, 3, 5—8, 90, 3, 7, 9, 800, 1, 6, 9), Popescu Mihail (7897, 900, 1 44, 70, 3,

5, 7—88, 92, 3, 8003, 5), *Ciotescu Ion* (7900, 5, 70—80, 2—8, 90—4, 6—8001, 3—7, 9, 11, 4, 5, 7—21, 5, 6, 8—32,4).

IAŞI. *Ş. g. 7* cl. VII Goldsteu Margit (2613, 4, 6, 8, 20, 6, 32, 3, 6, 8, 9), Horvatz Sergiu (2613, 5, 8, 29, 32, 3, 6, 8, 52), Hagiescu Doru (2615, 8—20, 3, 5, 34, 43), Marcovisi Sorin (2614, 5, 20, 1, 31, 3, 4, 6), cl. VIII Alexa Tania (2573, 9, 80, 96—8, 600, 6), *Ş. g. 13* Chiţescu Doina (2623, 30, 43, 6, 7, 67, 79, 933, 8020), *Ş. g. 31* Mihăilescu Sanda (2654, 5, 7, 8, 60—3). *L. 1* cl. VII Puiu Sorin Aftemoe (2632, 6—8, 41, 3, 58, 63, 4), cl. IX Ionescu Carmen (2627, 30, 65, 6, 7, 7873, 4, 8, 933, 5, 9, 8020, 1), *L. 2* cl. IX Vraibe Ion (2628, 30, 46, 74, 5, 8, 9, 933, 5, 8—41), *L. 3* cl. VI Iacob Georgică (2619, 20, 35—7, 49, 53, 7), Popovici Gabriel (2613, 5, 8, 26, 43, 5, 51, 2, 4), cl. VII Ionaşcu Dan (2620, 3, 36, 43, 57—9, 62), Lupescu Silviu (2617—24, 7, 30, 7873, 8), cl. IX Avram Eugen (2627—30, 7874—6, 8, 9, 933—5, 40, 1), Văcaru Viorel (2627, 30, 46, 7878, 9, 33—6, 9—41, 78, 80, 6, 93, 8018, 20), cl. X Buţă Visarion (7867, 75, 8—80, 3, 5, 925, 31, 1, 9, 49, 60, 8020—2, 6, 31), Paraschiv Alex. (7883, 920, 3, 8, 32, 40, 4, 70), 4, 7, 8019, 21, 31), Popirig Valeriu (7878, 9, 85, 925, 31—3, 5, 41, 78, 80, 2, 91, 3), Sîrcu Vasile (7878, 85, 923, 5, 31—3, 5, 44, 70, 8, 93, 8019, 20), *L. 4* cl. VII Vasilescu George (2613, 4, 8—20, 32, 3, 6, 8) cl. IX Nemţeanu Gabriela (2627, 40, 45, 7, 66, 7, 7878, 9, 933—5, 9, 40, 1, 8020), *L. 5* cl. VII George Mircea (2632—4, 6, 7, 9, 49, 51, 7), Iftode Gabriela (2632, 6, 55, 7, 8, 61, 3, 5), cl. VIII Adăscăliţei Adrian (2613, 5, 8, 9, 23, 6, 33, 4, 6), cl. IX Purice Gabriel (2628—30, 65, 6, 7874, 5, 9, 933—5, 8020). *L. 6* cl. VII Vaisman Iulian (2613, 9, 21, 3, 7, 8, 30, 7878), Wasserman Sorin (2615, 8, 9, 27, 7, 30, 6, 41, 3), *L. 7* cl. VIII Onanicescu Carmen (2623, 5, 7, 30, 7876, 933, 7, 8018), Mardare Corneliu (2618—21, 3, 7, 32, 3, 42), *L. 8* cl. VI Alexandrescu Doina (2614, 20, 32, 3, 43, 6, 51, 9), Caiu Radu (2613, 32, 6, 8, 49, 55, 7, 9), Dumitriu Luminiţa (2613—5, 32, 3, 43, 51, 7), Gogoncea Gabriel (2613—5, 7—21, 9), Ioniţă Lucian (2614, 5, 8, 20, 32, 6, 8, 55), Mihalache Dănuţ (2632—4, 6, 46, 51, 60, 7957), Tărtăcuţă Delia (2613, 4, 20, 1, 32, 3, 8, 57, 9, 60), Teodorovici Irina (2613, 32, 3, 8, 43, 51, 2, 7), Weinstein Alex. (2615, 20, 33, 4, 6, 49, 55, 7), cl. VII Gogoncea Lilian (2613—30), cl. IX Nicolae Georveta (2627, 8, 30, 45, 65—7, 7933, 4, 6, 78, 9), Palade Elena (2627—30, 45, 65, 7—9, 933, 4, 6), Weisman Matias (2627, 30, 67, 7873, 4. 6, 8, 9, 933, 8020), cl. X Builă Maria (7867, 78, 923, 5, 31, 3—5, 41,7, 819, 20, 8) ,Gheorghi, Aurora (7867, 74, 9, 925, 31, 3, 5, 41, 57, 78, 85, 8019, 20), Păduraru Gabriela (7867, 74, 8, 9, 925, 31, 3—5, 41, 8019, 20), Roman Ioan (7867, 74, 8, 9, 923, 5, 31, 3—5, 41, 57, 8019, 20).

INEU (Crişana). *L.* cl. X Ardeleanu Gheorghe (7828, 914, 23, 5, 31, 3, 4, 9, 44, 57, 72 8018, 20, 8), Onea Gheorghe (7873, 8, 9, 921, 3, 5, 31, 3, 4, 8018—20).

IZVORUL (Bucureşti) *Ş. g.* cl. VII Berbec Georgica (2631—4, 6, 7, 41, 3, 6)

IZVOARELE (Argeş) *Ş. g.* cl. VII Paraschiv Georgeta (2635—41, 3)

IZVOARELE (Bacău) *Ş. g.* cl. VII Mazilu Lenţa (2613, 4, 20, 7, 32—4, 6, 42, 9, 51, 7, 62).

JIMBOLIA (Banat). *L.* cl. XI Schuster Karl (7885, 900, 7, 18, 21, 2, 5, 30—2, 63, 4).

LAPUŞATA (Argeş) *Ş. g.* cl. VIII Voinescu Radu (2618, 20, 3, 30, 2, 3, 6, 43, 7879).

LEHLIU-SAT (Bucureşti) *Ş. g.* cl. VI Pascu Adrian (2601, 5, 6, 8, 11, 9, 33, 4, 9, 59, 60), Radu Marin (2613—5, 8, 36, 9, 54, 8, 60), Stan Marin (2601, 5, 6, 8, 20, 31, 3, 4).

LUDUŞ (Mureş Aut. Maghiară) *Ş. g.* cl. VIII Gajamati Gheorghe (2618, 9, 22—4, 6——30).

LUGOJ *Ş. g. 2* cl. VIII Gruber Gertruda (2616, 9, 20, 5, 7, 7074, 8, 9). *L. 1* cl. IX Somze Dorin (2628, 30, 41, 6, 7, 7873, 4, 8—80, 933, 4, 9, 40), cl. X Bloch Ivan (7864, 7, 73—7, 9, 81, 4, 7, 913, 32, 57), Matei Mircea (7923, 5, 8, 31, 3, 5, 6, 9, 41, 4, 57, 60).—3, 8—, 6, ,

LUGOJ (Banat) *L. 1* cl. XI Orbulov Petru (7869, 74, 5, 80, 3, 900, 7, 8 —21, 3—37, 40, 1, 3, 6, 7, 9, 60, 70, 4).

LUNGANI (Iaşi) *Ş. g.* cl. VIII Iacob Constantin (2624, 6, 9, 46, 61, 2, 5, 6,7), Prisăcaru Toader (2624, 4, 9, 39, 45, 6, 65—7).

LUPENI *L.* cl. X Bon Tiberiu (7870, 5, 6, 9—81, 3—5, 923, 5, 32, 3, 5), Iacobescu Ion (7874, 8, 9, 83, 5, 923, 5, 33, 5, 9, 41, 40, 8020), Malczanec Antoniu (7874, 5, 8, 9, 81, 3, 5, 923, 5, 33, 5, 6, 9 41, 4), cl. XI Brădiceanu Ion (7918, 20, 1, 5, 32, 64, 70, 1, 3, 5, 7,2, 3, 8006).

MAGURA *L.* cl. X Podoreanu Aurel (7875, 913, 23, 31—4, 57, 78, 87, 90, 3, 7, 8001,4, 20).

MĂRĂŞEŞTI (Suceava). *Ş. g.* cl. VII *L.* cl. VII Macovei Viorel (2619, 23, 30, 6, 46, 55, 63, 4).

MARGINA (Banat). *Ş. g.* cl. VI *Cipuc Mihai* (2613—21, 7, 9, 31—4, 6—8, 49, 51—3, 5, 7, 9, 60—2, 4, 5).

MAŞINENI (Galaţi). *L.* cl. X Crăiţa Ştefan (7933—5, 9—41, 4, 8, 57, 8020, 1, 6, 8).

MARGHITA (Crişana) *L.* cl. IX Bödi Endre (2627—30, 7, 40, 1, 6, 73, 5, 9).

MEDGIDIA *L.* cl. VIII Amet Neviner (2622—7, 9, 30), cl. X Bărbat Dumitru (7907, 11, 21, 5, 31—5, 41, 4, 57, 76, 8, 72, 5, 8001, 11, 20).

MEDIAŞ *Ş. g. 5* cl. VI Bostangiu Elena (2613—5, 9, 20, 36, 57, 60). *L. 2* cl. XI Brădişteanu Amarand (7874, 5, 9, 80, 5, 907, 8, 11—3, 8—21, 4, 6, 8, 30—2), Popa Ioan (7918, 20, 1—3, 5, 7, 30—3, 70, 1, 5, 8020).

MEHADIA (Banat). *L.* cl. VII Popescu Luminița (2617, 20, 3—5, 39—41, 3), cl. X Lalin Dumitru (7874, 8, 9, 923, 5, 8, 33, 4, 40, 1, 57, 8018, 20).

MELINEȘTI (Oltenia) *L.* cl. X *Popa Dumitru* (7873—80, 3, 5, 7, 913, 20, 3, 5, 7, 8 30—5, 7, 41, 3, 4, 7, 57, 64, 70, 4, 7—80, 82, 4—7, 90, 1, 3, 8000, 4, 6, 7, 10 20, 5, 6)

MIERCUREA (Hunedoara). *L.* cl. X Ludașan Ioan (7881, 923, 31, 47, 77, 8, 80, 2, 5 6, 91, 3, 8001, 20, 6, 8).

MIHAIL KOGĂLNICEANU (Dobrogea) *L.* cl. IX Fețeanu Mihai (7874, 5, 8, 9, 933—5, 40, 1, 4, 57, 8019).

MINDULAC (Banat) *Ș. g.* cl. VIII Bodorgean Flori (2650, 1, 3, 9, 60, 2, 4, 5, 6). 6, 7933, 4, 8020), Ciolan Claudia (2623, 61—5, 7933, 4), Plesca Constantin (2639, 43, 6, 61—4 6), Radu Elena (2623, 61, 3, 4, 7, 7878, 933, 5), Roșu Aura (2623, 61, 3—5, 74, 933—5, Vasilache Georgeta (2623, 61—3, 5, 7, 7933, 4).

ORĂȘTIE (Hunedoara), cl. VI Cociorva Rodica (2632—9, 43).

ORAVIȚA (Banat). *Ș. g.* cl. VII Gianu Ionel (2635—9, 41, 3, 5, 61, 3), cl. VIII Diaconescu Costin (2623, 4, 9, 30, 41—4, 6, 61, 3, 4, 7934), Dumitru Etica (2633, 9, 51, 5, 8—60, 4, 5, 7829, 32).

ORLEȘTI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Florescu Constantin (2639—43, 6, 7933—5, 9, 40, 61, 3, 7), Popescu Dumitru (2623, 7, 9, 30, 41, 3, 63, 6, 7878, 933, 5, 8020), Preoteasa Valentin (2639, 40, 3, 6, 7874, 8, 9, 933—5, 9, 40), Șiia Traian (2613—9, 23, 7, 9), Tudose Constantin (2623, 7, 30, 9, 63, 6, 7, 7933, 8020).

ORȘOVA. *L.* cl. VII Caraibat Ion (2614, 5, 20, 33, 4, 43, 6, 51, 4, 5, 7, 62, 3), Sperdea Mircea (2615, 37, 43, 6, 9, 54, 61, 3), cl. VIII Moț Cornel (2632—4, 6, 46, 51, 2, 60, 3), Mustăcilă Doina (2614, 8, 23, 7, 7873, 6, 8, 9), Novac Walter (2632—4, 6, 46, 51, 60, 3), Schimek Victor (2632—4, 6, 46, 51, 60, 3), cl. IX Băltineanu Nina (2627, 8, 30, 45, 6, 7873, 9, 934, 40, 1), Berbecioc Brighita (2665, 6, 7873, 8, 9, 933, 4, 9—41, 6), Ciupuligă Polyana (2627——30, 7873—6, 8, 9, 933, 4, 9, 40, 8018, 20), cl. X Crișan Alexandru (7867, 73—5, 8, 9, 85, 911, 25, 31, 3, 8019, 20), Mageriu Oana (7873—5, 8, 9, 83, 5, 922, 5, 33, 4, 41).

OȚELUL ROȘU (Banat) *L.* cl. IX Făroată Anghel (2627, 46, 65—7, 7873—5, 8—80, 8020), Țuican Stela (2610, 27, 8, 30, 7827, 9, 33, 5, 78, 9, 924, 33, 5, 7, 9, 41), cl. X Tăroată Gheorghe (7873—6, 8—80, 933—5, 41, 8018).

OSTROVENI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Calomfirescu Felicia (2619, 20, 2, 3, 5, 7, 38, 63, 4).

OVESEL. *L.* cl. IX Smarandache Lucia (2645, 65, 6, 7933—5, 8—41, 8019, 20), cl. X Catană Viorica (7874, 8, 9, 85, 933—9—41, 57, 8020, 6), Chivu Gheorghe (7878, 923, 5, 31, 4, 5, 9, 40, 4, 57, 8020, 6), Chivu Nicolae (7874, 913, 25, 44, 78—80, 5, 91, 8001, 20, 6), Micuda Narusa (7874, 8, 925, 33—5, 9—41, 57, 8020, 6), Mihai Maria (7878, 925, 33, 5, 6, 9—41, 57, 8017, 80, 6). Preda Nicolae (7874, 5, 8, 9, 913, 23, 5, 9—41, 4, 8020), Scarlat Lucă (7873—5, 8, 9, 913, 23, 5, 33, 9—41, 4), Tanislav Teodor (7874, 913, 23, 5, 77—80, 2, 5, 91, 800, 1, 19, 20, 6).

PADEA (Oltenia). *Ș. g.* cl. VIII Doiu Paulina (2623, 38—41, 933, 5, 41).

PĂDINA (Ploiești) *Ș. g.* cl. VII Basomac Eugenia (2614, 9, 29, 32—4, 6, 7, 9, 43, 6), Matei Elena (2615, 9, 20, 33, 4, 6, 9, 43, 6), Trifu Cornel (2614, 5, 8, 9, 32—4, 6, 7, 9, 43, 6), cl. VIII Condruz Gh. (2615, 8, 9, 29, 31—4, 6—9, 43, 6, 7879,), Manolescu Aurelia (2613, 5, 8, 20, 3, 6, 7, 32, 4, 8).

PĂTIRLAGELE. *L.* cl. X Olteanu Nicolae (7867, 9, 74, 8, 85, 933—5, 40, 1, 4, 8018——21), cl. XI Posea Dumitru (7885, 93, 920, 5, 6, 31, 71, 2, 6—8, 80, 3, 5, 6, 8, 90, 2, 800, 4, 6).

PĂUNEȘTI (Bacău) *Ș. g.* cl. VII Angheș Zarafina (2613, 26, 9, 35, 6, 9, 42), Miron Elena (2616, 8, 29, 31, 2, 4, 5, 6), Neagu Victoria (2616, 29, 34, 6, 9, 42, 9, 57, 66), Nica Maricica (2614, 8, 27, 9, 32, 4, 6, 9, 42, 51, 66), Novac Verginica (2629, 31, 3, 4, 6, 8, 9, 42, 3), Postolache Maria (2620, 7, 9, 31, 4—5, 7, 42, 3, 9, 66), Rogozan Ioana (2616, 27, 9, 33, 4, 9, 42, 9, 57, 66), Roșu Ileana (2623, 7, 31—5, 40, 2), Vîrlan Lenuța (2596, 7, 9, 600 4—6, 14, 6, 8, 20, 7, 9, 32, 4, 6, 9), Tamița Maria (2613, 6, 29, 32, 3, 43, 9, 57), cl. VIII Bîrlă Magdalena (2631—4, 6, 8, 9, 42, 57), Gheorghiu Mihai (2614, 5, 8, 9, 32—4), Neagu Viorica (2613—5, 7—21, 3, 7, 9—43, 7874, 933), Nica Lucia (2617, 28—30, 74, 31, 4, 5—7), Novac Maria (2618, 9, 31, 3, 4, 8, 44, 55, 7878, 9), Pavel Rodiva (2629, 31, 2, 5, 6, 9, 43, 5), Zaharia Toma (2619, 29, 33, 4, 6, 9, 42, 3, 5, 57).

PĂUNEȘTI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Pițigoi Ion (2622, 3, 7, 30, 9, 40, 3, 6).

PERIAM (Banat) *L.* cl. VIII Wagner Ricard (2623, 4, 7, 30, 7873—5, 8, 9).

PERIEȚI (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Ghimiș Emilia (2618, 20, 1, 3, 6, 31—4, 6, 43).

PETRILA (Hunedoara) *L.* cl. XI Coțan Nicolae (7932, 70, 7—87).

PETROȘANI (Hunedoara) *Ș. g. 1* cl. VI Siclovan Codruța (2613—5, 8—22, 4), cl. VII Deak Juliana (2613, 4, 8—20, 3, 32, 6), *Ș. g.* 4 cl. VIII Duda Iordan (2622, 3, 5—8, 7873, 4, 6, 8—80), *L.* cl. X Kincze Alex. (7874—6, 8, 9, 85, 933—5, 41, 57, 801, 20).

PIATRA NEAMȚ *Ș. g. 4* cl. VIII Grigoraș Doina (2624, 5, 7, 39, 41, 3, 61, 3, 4, 6, 7).

PITEȘTI. *Ș. g. 10.* cl. V Hirizan Carmen (2613—5, 31—4, 50), cl. VII Sorescu Alex. (2613—20, 2—4), *L. 1* cl. IX Anghel Constantin (2645, 6, 7, 7932—41, 57), Gheorghe Pical —6, 9—41, 8019), Ionescu Radu (7874—6, 8, 933—5, 7—41, 4), Stireanu Octavian (2627—30, 65—7, 7933, 5, 7, 40, 1, 8020), cl. X Anghel Cristian (7867, 64—6, 9, 83, 923, 5, 8, 32, 3, 5, 7, 44, 8, 9, 51, 7, 72, 6, 93, 7), Bănuță Marin (7867, 74, 8, 83, 5, 923, 5, 33, 9, 40, 1, 4, 57, 8020), Georgescu Constantin (7867, 74, 8, 9, 85, 933, 9, 40, 1, 4, 8020, 1), Popescu George (7873, 4, 6, 8, 9, 84, 5, 933—5, 41, 4), Absolvent *Pietraru Cristian* (7864—9, 84, 93, 5, 7, 900, 4, 7, 11, 3, 8—32, 46, 8, 9, 50, 6, 7, 62—4, 70—93, 6, 7, 9—8001, 4—6, 8—11, 13—5), *L. 2* cl. IX Vasvanov Katia (2628, 7873—6, 8, 9, 933, 4, 9—41), cl. X Popescu Veronica (7821, 2, 4, 7, 45, 9, 64, 8, 85, 920, 4), *L. ind. chimie* an I Neacșu Viorel (2627, 74, 8, 933, 5, 9, 41, 67, 8018, 20, 30),

PLOIEȘTI *Ș. g. 5* cl. VI Mocanu Maria (2637, 49, 51, 5, 7—9, 61), *Ș. g. 6* cl. VI Dinescu Costin (2613—6, 8—21, 7, 9), *Ș. g. 8* cl. VI Ciotirca Cristina (2601, 13, 4, 9, 32—4, 6, 8), *Ș. g. 12* cl. VI Dumitrescu Liana (2619, 20, 32, 4, 6, 49, 57, 9), Dumitrescu Virgil (2614, 8——20, 32—4, 6, 8, 43), Moraru Elena (2615, 19—21, 6, 36, 49, 57), cl. VII Toacă Gabriela (2618——20, 7, 32—4, 6), cl. VIII Tiprigan Carmen (2614, 5, 8, 9, 21, 3, 7, 32, 3, 4), *Ș. g. 21* cl. VIII Moisescu Dorina (2620, 30, 49—51, 7, 61, 3), Munteanu Maria (2619, 30, 49, 55, 7, 60, 3, 4), Tătuc Ștefan (2613, 5, 6, 8, 23, 7, 7874, 9), Zielinski Roxana (2627, 30, 51, 7, 63, 4, 6, 7), *Ș. g. 23* cl. VIII Stoica Valentin (2613—21, 3, 4, 7, 9, 30), Czako Laurențiu (2618, 20, 3, 7, 9, 32, 4, 49), *Ș. g. 24* cl. VIII Tudose Mihai (2613, 3, 8, 9, 23, 7, 32, 4, 51), *L. 1* cl. V Dabija Magdalena (2613, 4, 31, 3, 4, 50—2), cl. VI Marinescu Marina (2631—9, 41), Rednic Cristina (2613—21, 7, 9), Scheianu Dorin (2631—4, 6, 8, 51, 3), Stoianovici Letiția (2632—4, 6, 8, 9, 46, 57, 64) *L. 1* cl. IX Simion Ittimie (2619—25, 7, 8, 30, 7873, 4, 6, 8, 9), Vasilescu Ileana (2627, 8, 30, 45, 73, 4, 6, 8, 9, 933, 5, 41), cl. X Badiu Despina (7876, 8, 9, 85, 925, 31, 4—7, 8020, 8), *Boaldă Hicolae* (7881, 910, 2, 20, 1, 3, 5, 8, 30—6, 41, 4, 7, 9, 60, 6, 77—80, 2—7, 9, 90—3, 7, 9, 8000, 1, 3, 4, 6, 7, 10, 20, 6), Nițu Gabriel (7880, 933—5, 9—1, 57, 8018—21, 8), Oproiu Letiția (7873, 5, 6, 8, 923, 5, 8, 31, 3—6), Popescu Mariana (7873, 5, 6, 8, 9, 85, 923, 33—6, 8020, 8), Ristea Ilie (7871, 87, 97, 910, 2, 3, 20, 3, 8, 30—2, 44, 7, 66), Vasilache Dan (7871, 87, 97, 910, 2, 13, 20, 3, 8, 30—2, 44, 7), Vasile Marilena (7873, 4, 8, 9, 923, 5, 31, 3—5, 8, 40, 1, 6, 78, 80, 2, 4, 5, 6, 94, 8018—21), cl. XI *Botoșanu Lidia* (7865—7, 81, 3—5, 9, 907, 18—23, 5—8, 30—2, 44, 7, 9, 53, 7, 9, 60, 70, 1, 5—80, 2—5, 7, 8, 90, 2—4), *L. 2* cl. VI Creangă Larisa (2615, 17—21, 31—3), Fică Mihai (2632—4, 6, 8, 51, 3, 7, 60, 1), Filipescu Florin (2635, 6, 8, 53, 7—60), Fulga Cristian (2615, 8—21, 9—21, 9, 31, 2, 7, 57), Rozenfeld Adriana (2631—8), Ștefănescu Adina (2613, 5, 8, 9, 32—4, 6, 8), cl. VII Dobrescu Sanda (2618—20, 3, 32, 4, 6, 7), Gîrnicianu Lidia (2623, 34, 40, 58, 9, 62, 3, 7), Miu Gabriela (2618—20, 2, 3, 61, 3, 4), cl. VIII Grigore Elena (2620, 5, 30, 2—4, 6, 57), *Coman Alexandru* (7933—5, E: 2632, 3, 6, 8, 9, 43, 6, 51, 3, 5, 8—60, 2—7, 9—73, 5, 7—81, 3), Lupușenca Livia (2616, 26, 8, 30, 73, 4, 6, 8, 9), Marinoaia Veronica (2637, 57, 60, 1, 3, 7933, 5, 8019), Munteanu Dinu (2644, 5, 7933—6, 41, 57, 8018—20, 32), cl. IX Angheluș Ecaterina (2645, 6, 65—7, 933—6, 41, 8020, 1), Chiriță Elena (2665—7, 40, 75, 933, 4, 6, 9, 41, 8020), Corețchi Dimitrie (2527, 9, 30, 46, 65, 74, 9, 933—6, 40, 1, 57, 8020), Cristocea Viorel (2627, 30, 66, 7, 7867, 745, 907, 33—6), Dragomir Cezar (7970, 4, 8, 80, 2, 6—8, 90, 3, 5—7, 9, 8001, 2, 9, 12, 3, 8,). Ioniță Iulian (7916, 49, 70, 8, 80, 7, 8, 90, 3, 6, 7, 8002, 4), Mărgăritescu M. (2627, 8, 30, 46, 67, 7873, 4, 6—9, 85, 933—6, 57, 8020, 1), Nedelcu Irina (2645, 6, 65—7, 7933—6, 411, 57, 8020), Pietro Romaniță (2665—7, 7867, 933—6, 9—41, 8020), Radu Zamfir (2628, 65—7, 933, 6, 41, 8019—21), Răduță Viorel (2646, 65—7, 84, 5, 7, 95, 7, 8, 7933—5, 41, 94, 7, 8), Răsănceanu Mihai (7874, 9, 85, 937—41, 78, 80, 2, 4, 7, 90, 1, 8001, 3, 12, 20), Sinescu Ruxandra (2627—30, 46, 65, 7867—9, 33, 5, 6, 57, 70, 8, 80, 6), Stan Virginia (2665—7, 7875, 933—6, 9, 40, 1, 67), Stoica Mihai (2629, 7879, 85, 937—9, 67, 70, 8, 80, 7, 97, 8012, 20), Tănase Eugen (2645, 6, 65—7, 7933—6, 41, 57, 8019——21, 3), Ureche Dumitru (2630, 45—7, 67, 7874, 5, 8, 9, 933, 5, 6, 8018, 20), Zamfir Mihai (2609, 27, 8, 30, 7827—30, 3—5, 74, 8, 9), cl. X Birdaru Mariana (7878, 9, 925, 33, 78, 80, 2, 5, 93, 8001, 4, 5, 20), Burlacu Mariana (7913, 23, 5, 32—5, 9, 40, 57, 87, 80, 4, 93, 800, 5, 21), Circioagă Teodora (7910, 23, 5, 31, 3—5, 40, 9, 57, 8, 60, 4, 6—8, 80, 5, 6, 93), Florea Adrian (7923, 5, 8, 30—3, 5, 36, 9, 40, 4, 57, 64, 8020, 6), Marin Vasile (7928, 33—5, 41, 57, 78, 80, 2, 7, 91, 8001, 4, 20), Sorescu Gabriela (7873, 85, 925, 1, 3, 4, 40, 1, 4, 51, 7, 8020, 1), Tănăsescu Niculina (7878, 9, 911—3, 25, 78, 80, 26, 93, 8001, 20), *L. 3* cl. X *Goruran Dan* (7860, 7, 74—6, 8—80, 3, 7, 923, 5, 8, 31, 4, 9—41, 57, 64, 77—85, 7, 90—3, 8804, 20). *Marinescu Cornel* (7866, 9, 71, 2, 4—6, 8—80, 907, 9, 11—3, 9, 23, 5, 6, 8, 30—2, 4, 9, 41, 53, 4, 7, 63, 4, 6, 8018, 9), *L. 5* cl. VI Eftimie Mihaela (2621, 7, 9, 31—7)

PLOPENI (Ploiești). *L.* cl. VIII Filimon Valentin (2623, 5, 30, 9, 43, 5, 7874, 9), Picioruș Ana (2622—5, 7, 30, 7874, 8, 9), Silaev Dan (2661—7, 8017—20), Drăgan Ilie (2631——3, 5, 6, 43, 7934).

PLUGOVA (Banat). *Ș. g.* cl. VIII Drăgan Ilie (2631—3, 5, 6, 43, 7934), absolvent al liceului 2 *Miloș Iancu* (7913, 8, 20, 1, 3, 5, 7, 8, 30—5, 7, 44, 64, 70, 1, 7—80, 3—6, 8, 90, 1, 8004, 5, 9, 20).

1967 AUG 2

POIANA MARE (Oltenia) *L.* cl. IX Neţoiu Oprea (7873, 7, 72, 933—5. 9, 40, 1, 8019—21),

POPEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VI Stănescu Ileana (2617—24, 7), cl. VIII Burcea Elena (2639, 43, 62—6, 7935).

POPEŞTI (Crişana). *L.* cl. IX Bolog Iosif (2628—30, 66, 7, 74, 5, 8, 9, 35, 40, 1, 8019, 20), cl. X Ferche Gavril (7923, 5, 31, 3, 4, 7—41, 4, 57, 80, 8020, 2).

POTCOAVA (Argeş). *L.* cl. X Ciucu Ion (7824, 31, 4, 914, 23, 5, 33, 4, 8, 40, 6, 9, 57, 78, 80, 2, 4—6, 8008, 12, 8, 20), Rădoi Ion (7824, 7, 92, 5, 35, 57, 70, 7, 8, 80, 5, 6, 93, 8010, 20, 1).

POSADA (Ploieşti). *Ş. g.* VIII Păstrămăia Dan (2622—5, 7, 30, 41, 7874, 8, 9, 933, 5), Piciorea Radu (2623, 5, 7, 30, 41, 61, 3, 4, 74, 8, 933).

PRODEAS (Bacău) *Ş. g.* cl. VIII Burghelea Maria (2613—6, 8—20, 3, 7, 9, 7933, 4, 5).

PREDEŞTI (Oltenia *Ş. g.* cl. VII Bică Marin (2619, 23, 4, 7, 38, 9, 43, 55, 62, 3), Răducă Ionel (2618, 9, 23, 37, 9, 43, 55, 8, 9, 63).

PROBOTA (Iaşi). *Ş. g.* cl. VII Simion Silvia (2599, 32, 3, 6—9, 43, 6).

PUCHENII MARI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VIII Mihai Vasile (2622, 39, 40, 3, 6, 7873, 8, 933—5).

PUCHENII MOŞNENI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VII Chiriţă Georgeta (2623, 41, 3, 57, 8, 61, 3, 4, 7), Ioniţă Maria (2617—20, 3, 41, 57, 8, 63, 43), Georgescu Gheorghe (2617, 23, 41, 3, 55, 7, 8, 61, 3), Grigore Florentina (2617. 8, 20, 3, 6, 43, 55, 7, 8, 61, 3), Ion Mihai (2617, 23, 35, 41, 3, 55, 7, 8), Mihalache Ion (2618—20, 3, 6, 7, 57, 8, 63, 4), Mîndrilă Mihai (2614, 5, 9, 36, 9, 40, 2, 55, 78, 61, 6), Paraschiv Elena (2618—20, 3, 35, 57, 8, 61), Nicolae Elena (2617, 8, 20, 3, 6, 43, 57, 8, 61), Tudor Vasilica (2618—20, 35, 7, 9, 55, 7, 8, 61, 3), cl. VIII Petre Maria (2627, 30, 42, 61—7, 8019), Stan Vasile (2627, 9, 30, 42, 5, 61—7, 8019. 20).

CĂTRE REZOLVITORI DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Evidenţiaţii trebuie să aibă la aceeaşi expediere cel puţin 35—45 soluţii bune.

Problemele care se propun de către colabotatorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluţii şi la problemele rezolvate pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele două numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată pe lună şi vor fi însoţite de un borderou al problemelor, scrise în ordinea crescîndă şi apoi numele şi clasa rezolvitorului. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeţ semnate şi în plic separat cu menţiunea probleme propuse. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiţi. şi redactaţi de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare*

Elevii claselor V—VIII vor fi anunţaţi în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit într-un plic cel puţin 10 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puţin 15 probleme. Orice elev poate trimite soluţii şi la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.B., unui coleg care să devină un nou abonat.

★

Tirajul fiind limitat, G.M.B. se trimite mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată pentru numerele 9—12 (8 lei). Preţul este de 2 lei exemplarul.

Abonamentele se vor face prin oficiile poştale locale.

I. P. Informaţia — c. 5369

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — august 1967

8

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
Anul XVIII, nr. 8 — august 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Progresele Astronomiei de C. Drimbă	337
2. Exemple de funcţii cu rădăcini raţionale pentru prima derivată de Gh. Bazacov	340
3. Note matematice de Şerban Bărcănescu, Jack Weinstein, Eugen Popa, Dan Voiculescu, T. Gh. Mişacova, E. Lungulescu	344
4. Probleme rezolvate (7393, 7503, 7504, 7524, 7541, 7543, 7544, 7546)	354
5. Chestiuni de examen (8379—8411)	360
6. Probleme propuse (8412—8446)	364
7. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E:2765—2785)	370
8. Cărţi noi	374
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	374

ANUL XVIII 8 AUGUST

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă, N. profesor; *Grosu A., profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, Profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Păvăţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea, R.*, prof., univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII nr. 8 august 1967

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 78.83

PROGRESELE ASTRONOMIEI

de *Constantin Drîmbă*, directorul Observatorului astronomic, București

Astronomia contemporană cercetează problemele materiei și ale formelor ei de existență, atît în macrocosmos cît și în microcosmos. Situat într-o poziție intermediară, omul culege datele ce-i sosesc din ambele sensuri, le prelucrează cu puterea lui de gîndire și construiește astfel imaginea lumii, încet dar sigur și din ce în ce mai bine.

Astronomia este o știință complexă pentru ale cărei progrese se întrunesc la o colaborare strînsă mecanica clasică, mecanica relativistă, fizica atomică, fizica nucleară, chimia. Fără a se reduce la nici una din aceste discipline, astronomia este o trainică sinteză a acestor componente față de care matematica cu cele mai actuale ramuri ale ei joacă un rol de frunte.

Problemele tot mai numeroase care se pun în domeniul astronomiei se rezolvă cu mijloace tot mai perfecționate, toate avînd la bază observația, observația repetată. Observațiile efectuate în condiții terestre au condus la rezultate esențiale care au depășit așteptările, justificînd astfel eforturile și costisitoarele investiții în instrumente cu mare putere optică.

Descoperirea în 1932 a undelor radioelectrice, centrimetrice și metrice, care ne parvin din cuprinsul Galaxiei, dar mai ales de la îndepărtatele galaxii, a condus la o nouă ramură a astronomiei, radioastronomia. Datele obținute prin mijloacele de investigație proprii radioastronomiei nu puteau fi obținute în nici un caz cu instrumentele pe care le folosește astronomia optică.

Atmosfera Pămîntului constituie o piedică în calea radiațiilor ce ne vin de la stele, de la galaxii și de la formații cosmice din ce în ce mai depărtate. Culegerea de date cu aparate instalate la bordul sateliților artificiali și al rachetelor cosmice, aparate care efectuează înregistrări dincolo de limitele atmosferei, ne-au dezvăluit în ultimii ani aspecte noi, esențiale, asupra Lunii, asupra planetelor Marte și Venus, asupra radiației solare, asupra originii razelor cosmice.

Dezvoltarea astronomiei a necesitat o îndelungată perioadă de observare, cu mijloace simple, pînă la inventarea lunetei și folosirea ei de către Galileu (1610), care a cercetat suprafața Lunii, a descoperit primii patru sateliți ai planetei Jupiter, a descoperit inelul planetei Saturn, a cercetat suprafața Soarelui.

Pînă la acest eveniment deosebit care a determinat începutul astronomiei bazate pe observarea astrelor cu luneta, astronomia realizase unele descoperiri privind mișcarea Lunii, mișcările planetelor, precizarea eclipselor de Soare și de Lună.

Se spune că renumitul astronom Hipparc a fost impresionat de „apariția" unei stele noi și s-a hotărît ca să întocmească un catalog al stelelor cu scopul de a urmări mai ușor schimbările ce se produc în lumea astrelor. Catalogul lui Hipparc conține 1026 stele repartizate în 36 constelații. În dreptul fiecărei stele Hipparc a notat coordonatele sferice în raport cu planul eclipticei, longitudinea și latitudinea (exprimate în grade și fracțiuni de grad) precum și unul din numerele de la unu pînă la șase spre a indica strălucirea aparentă a stelei. În fotometria stelară modernă acest număr se notează cu m și poartă numele de „magnitudine aparentă" a stelei. În catalogul său Hipparc acordă $m = 1$ stelelor strălucitoare și $m = 6$ stelelor slabe, la limita de percepere cu ochiul liber. În fotometria stelară modernă se păstrează și astăzi această scară a magnitudinilor stelare care este însă precizată pe baza legilor opticii și pe baza noțiunii de luminozitate prin care se înțelege cantitatea totală de energie L emisă de o stea într-o secundă (legea Stefan-Boltzmann)

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

unde R este raza stelei exprimată în centimetri, iar T temperatura efectivă la suprafața stelei, în grade Kelvin (măsurate de la zero absolut căruia îi corespunde — 273° Celsius). Factorul σ poartă numele de constanta Stefan-Boltzmann. În sistemul c.g.s. avem $\sigma = 5{,}7 \times 10^{-5}$.

Dacă notăm cu L_0 luminozitatea Soarelui, pentru care avem $T = 5760°K$ şi $R = 7 \times 10^{10}$ cm., obţinem cantitatea de energie L_0 exprimată în ergi pe secundă emisă de Soare,

$$L_0 = 3{,}8 \times 10^{33}$$

Scara magnitudinilor s-a extins astăzi şi la stele foarte strălucitoare folosind numere negative şi la stele foarte slabe folosind numere pozitive mari. Pentru Soare avem $m = -26{,}72$.

Catalogul întocmit de Hipparc la anul 128 î.e.n. a avut o deosebită importanţă pentru astronomie. Urmărind a preciza coordonatele ecliptice ale stelelor din catalog, Hipparc a observat că longitudinile creşteau şi a descoperit astfel fenomenul precesiei echinocţiilor. Hipparc a pus bazele trigonometriei sferice, a inventat proiecţia stereografică şi a urmărit mişcările Lunii, planetelor şi Soarelui.

În tot decursul evului mediu ritmul de dezvoltare al astronomiei se caracterizează printr-o încetinire prelungită. Pe baza unui bogat material acumulat prin observaţii şi pe baza contribuţiilor aduse de Copernic, Galileu, Kepler ştiinţa despre mişcările planetelor este eliberată de ideile preconcepute. Legile aproximative ale mişcărilor planetelor în cadrul concepţiei heliocentrice au fost temeinic stabilite.

S-au împlinit anul trecut trei secole de cînd Newton, în 1666, a deschis calea unei ere noi în studiul mişcărilor pe baza principiilor mecanicii şi a legii de atracţie universală, elaborate de el în mod ingenios. Opera lui Newton „Philosophiae naturalis principia mathematica" a apărut la Londra în mai 1687.

În [1] am arătat unele direcţii de dezvoltare a mecanicii cereşti, care a înregistrat un salt considerabil datorită lansărilor de sateliţi artificiali şi de rachete cosmice. Pătrunderea omului în cosmos precum şi trimiterea de rachete la mari distanţe (Venus, Marte) a necesitat controlul traiectoriilor şi modificarea lor pe parcurs în anumite cazuri. Pentru aceasta a fost nevoie de maşini de calcul foarte rapide care împreună cu mijloacele perfecţionate de telecomandă asigură îndeplinirea programelor zborurilor cosmice.

În prezent aceste maşini sînt folosite şi pentru calculul foarte precis al mişcărilor planetelor şi sateliţilor naturali ai acestora. După trei secole de muncă laborioasă, de confruntare permanentă între teorie şi observaţie, s-a constatat că mecanica cerească bazată pe legea atracţiei universale constituie un mijloc eficace nu numai pentru alcătuirea efemeridelor astronomice ci şi pentru studiul mişcărilor de rotaţie în jurul axelor proprii, ale planetelor şi sateliţilor, pentru cercetarea formelor de echilibru ale acestor corpuri.

Teoria clasică a perturbaţiilor arată că periheliile orbitelor planetare prezintă termeni seculari în argumentele care determină poziţiile axelor mari. Cu alte cuvinte, axele mari se rotesc în planele respective ale orbitelor eliptice osculatoare, adică avansează în acelaşi sens, mai mult la unele planete, mai puţin la altele. Acest fenomen este pronunţat în cazul sateliţilor artificiali ai Pămîntului. Folosind observaţiile pe lungi intervale de timp ale planetei Mercur, marele astronom francez Leverrier a constatat în 1859 că periheliul acestei planete prezintă un avans suplimentar de 43 secunde de arc pe secol care nu poate fi explicat cu ajutorul atracţiei universale. Această problemă, ca şi altele deosebit de importante, a fost rezolvată cu succes prin teoria relativităţii generalizate a lui Albert Einstein. În anul 1916 a apărut memoriul celebru al lui Einstein „Bazele teoriei relativităţii generalizate", în revista Annalen der Physik. Această teorie se bazează pe o concepţie nouă şi profundă a fenomenelor gravitaţionale şi electromagnetice. Cele zece ecuaţii ale lui Einstein exprimate sub formă tensorială definesc tensorul metric fundamental, $g_{ik} = g_{ki}$ $(i, k = 1, 2, 3, 4)$. Soluţionarea lor prezintă dificultăţi legate de condiţiile la limită. Totuşi au fost găsite cîteva soluţii simple interesante care au dus respectiv la tot atîtea modele de spaţiu-timp. Aceste modele explică avansul relativist al periheliilor orbitelor planetare precum şi deplasarea spre roşu a liniilor spectrale ce provin de la spectrele galaxiilor îndepărtate. Încă din 1920 s-a întrevăzut originea extragalactică a nebuloaselor spirale — sisteme stelare asemnătoare Galaxiei noastre. De atunci au progresat foarte mult cunoştinţele noastre în acest domeniu. Numărul nebuloaselor extragalactice a crescut datorită instrumentelor optice perfecţionate iar în ultimul timp datorită mijloacelor radioastronomice de cercetare la foarte mari distanţe. Se evaluiază la un miliard numărul de nebuloase extragalactice accesibile instrumentelor actuale. Nebuloasele extragalactice se grupează în sisteme de galaxii. Totalitatea galaxiilor şi sistemelor de galaxii accesibile instrumentelor noastre poartă numele de Metagalaxie.

Astronomii sînt de acord a interpreta deplasarea spre roşu a liniilor spectrale ce provin de la galaxiile şi sistemele de galaxii îndepărtate ca fiind un efect Doppler-Fizeau. De aici rezultă că galaxiile şi sistemele de galaxii se îndepărtează de noi şi prin urmare unele de altele. Acest fenomen ne arată că dimensiunile Metagalaxiei cresc, adică Metagalaxia„ se dilată". Teoria relativităţii generalizate a lui Einstein explică decalajul $\Delta\lambda$ spre roşu al liniilor spectrale, explică prin urmare dilatarea Metagalaxiei. În 1929 astronomul Hubble de la Mout

Wilson a ajuns la concluzia că viteza v de îndepărtare este proporțională cu distanța r a respectivei galaxii, sau sistemului de galaxii:

$$v = H \times r \tag{2}$$

Aceasta este legea lui Hubble în care v se exprimă în kilometri pe secundă iar r în megaparseci (un megaparsec are un milion de parseci iar un parsec are 3,259 ani lumină). Factorul H poartă numele de constanta lui Hubble a cărei valoare numerică este egală cu 75.

Cu ajutorul legii lui Hubble recordul de distanță revine unui obiect singular situat la aproximativ zece miliarde de ani lumină în raport cu Galaxia noastră. Recent descoperit acest obiect, 3C—9, este o „cuazistea". Numai cîteva din asemenea cuazistele se cunosc, situate în general la mari distanțe, cu un debit total de energie extraordinar de mare și relativ mici în dimensiuni, unele de numai cîteva zeci de mii de ani lumină. Din cauza dimensiunilor relativ mici aceste obiecte au fost numite cuazistele. Cantitatea mare de energie pe care o emit cuazistelele nu se poate explica prin obișnuitele reacții termonucleare. Obiectul cuazistelar 3C—273 emite 4×10^{45} ergi pe secundă, adică de o mie de miliarde de ori mai mult decît Soarele.

Datorită debitului excesiv de mare al energiei, obiectele cuazistelare au o luminozitate foarte puternică iar faptul că sînt abia perceptibile ca radiosurse înseamnă că ele se află la mari distanțe. În cazul radiosursei cuazistelare 3C—9, cu ajutorul formulei Doppler-Fizeau

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \tag{3}$$

obținem 240 000 km pe secundă pentru viteza v de îndepărtare. Decalajul $\Delta\lambda$ se determină din spectru și el reprezintă 0,80 din lungimea de undă λ. Mărimea c reprezintă viteza luminii. Prin aplicarea formulei (2) a lui Hubble se găsește că distanța r de la noi pînă la obiectul 3C—9 este de aproximativ zece miliarde ani lumină. Acest număr ne indică și raza actuală a Metagalaxiei.

Cunoștințele despre structura și dinamica Metagalaxiei pun problema evoluției în timp a acestui uriaș suprasistem și în această direcție s-au obținut rezultate importante în cadrul cosmologiei relativiste.

Cosmologia relativistă se bazează din punct de vedere teoretic pe ecuațiile lui Einstein iar din punct de vedere practic pe datele de observare, optice și radioastronomice, asupra galaxiilor și asupra grupurilor strînse de galaxii din care este constituită Metagalaxia. Ecuațiile lui Einstein exprimă într-o formă nouă proprietățile mai adînci ale legăturii indisolubile dintre cîmp și substanță. Aceste ecuații înglobează mecanica clasică ca un caz paticular și o depășește prin explicarea unor fenomene constatate prin observații care ies din cadrul teoriei lui Newton asupra gravitației.

Pe baza teoriei sale, Einstein a prezis fenomene care ulterior au fost verificate prin observații.

În articolul său „Influența forței gravifice asupra propagării luminii" apărut în Annalen der Physik în 1911, Einstein prevede curbarea razelor luminoase în vecinătatea Soarelui (fenomenul deflecțiunii care este valabil și pentru cazul oricărei stele).

Cu ocazia eclipsei de Soare de la 29 mai 1919 a fost efectuată prima încercare în această direcție. Cromellen și Davidson au găsit valoarea devierii egală cu 1", 98 $\pm$ 0",18 iar Eddington și Cottingham valoarea 1", 61 $\pm$ 0",45.

Încercarea următoare a fost efectuată prin observarea eclipsei de Soare ce a avut loc la 21 septembrie 1922. Campbell și Trumpler au găsit valoarea 1", 78 $\pm$ 0",17.

Determinarea efectuată de acad. A. A. Mikhailov în 1936 conduce la valoarea 2",73 $\pm$ $\pm$ 0", 31.

Curbarea razelor luminoase atunci cînd trec în apropierea Soarelui dovedește caracterul neeuclidian accentuat al continuului spațiu-timp în vecinătatea maselor atractive și acest fapt concordă cu prevederea pe care o făcuse Einstein.

Un alt fenomen prevăzut de Einstein constă în deplasarea spre roșu, de natură gravitațională. Soarele și stelele emit radiații, adică fotoni de diferite energii, respectiv de diferite lungimi de undă. Datorită atracției gravitaționale acești fotoni pierd din energia lor în momentul emisiunii și prezintă prin urmare un decalaj Δ_λ spre roșu proporțional cu potențialul atracției la suprafață, unde se produce emisiunea. Acest fenomen a fost verificat pe cale astronomică și este folosit în probleme de dinamică stelară. Foarte recent, după 1955, acest fenomen a fost verificat printr-o experiență de laborator de un tînăr fizician R. L. Mössbauer din München, laureat al premiului Nobel 1962 pentru fizică.

Progresele remarcabile pe care le înregistrează astronomia în ultimii ani cu privire la studiul fenomenelor ce se petrec la scara marilor distanțe sînt concomitente și inseparabile de progresele ce se realizează în domeniul microcosmosului, al particulelor elementare.

Stelele, imense corpuri incandescente, radiază cantităţi uriaşe de energie în decursul existenţei lor, pe baza proceselor termonucleare ce se petrec în interiorul lor. Pe baza acestor procese (ciclul proton-proton, ciclul carbon-azot) se schimbă condiţiile fizice în interiorul şi la suprafaţa stelelor, se schimbă structura şi compoziţia chimică, într-un cuvînt stelele evoluează. Această evoluţie se efectuează în strînsă legătură cu evoluţia Metagalaxiei.

Stelele emit radiaţii pe lungimile de undă din domeniul optic al spectrului, apoi radiaţii cu lungimi de undă centimetrice şi metrice. Cu ajutorul sateliţilor artificiali s-a descoperit că stelele emit radiaţii de mare energie, pe lungimi mici de undă: radiaţii gama, radiaţii X.

Cercetarea razelor cosmice primare cu ajutorul sateliţilor artificiali a confirmat ipoteza că razele cosmice provin diu cuprinsul Galaxiei (prin explozia stelelor instabile denumite "nove" şi "supernove") şi din cuprinsul Metagalaxiei în urma proceselor ce se petrec în nucleele nebuloaselor cu eliberarea unor cantităţi uriaşe de energie.

Radiaţia cosmică primară constă din particule relativiste (electroni, protoni şi nuclee mai grele avînd viteze foarte mari).

Astrofizica studiază procesele fizice ce se petrec în macrocosmos şi în microcosmos. În toate ţările se dă o deosebită importanţă dezvoltării astrofizicii şi fiecare ţară aduce în acest mod o contribuţie la patrimoniul ştiinţei universale.

Prin obiectul şi prin metodele de cercetare, prin progresele remarcabile ce se obţin, astronomia îndeplineşte un rol educativ de frunte. La Adunările Generale ale Uniunii Astronomice Internaţionale, care au loc din trei în trei ani se acordă o deosebită importanţă predării astronomiei în Universităţi şi şcolile medii. La noi în ţară s-a dezvoltat învăţămîntul astronomiei la Universităţi. La Universitatea din Bucureşti a luat fiinţă o secţie de specializare în astronomie unde se pregătesc viitorii astronomi, care vor duce mai departe frumoasa tradiţie de cercetare de la noi, în care au strălucit Spiru Haret, Constantin Gogu, Nicolae Coculescu, Contantin Popovici, Constantin Pârvulescu, Vintilă Siadbei, Ion Armeanca, Acad. Gheorghe Demetrescu.

[1] Gazeta matematica, A. nr 7, iulie 1935; Probleme actuale ale mecanicii cereşti.

EXEMPLE DE FUNCŢII CU RĂDĂCINI RAŢIONALE PENTRU PRIMA DERIVATĂ

Prof. *Gh. Bazacov*

În cele ce urmează, vom da exemple de unele funcţii elementare de forma $y = P(x)$ şi $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ astfel ca, atît funcţia cît şi prima derivată, să aibă rădăcinile lor exprimate în numere raţionale.

I. Funcţia polinom de forma

$$f(x) = (x - a)^n \cdot (x - b) \cdot (x - c)$$

cu a, b, c raţionale, are derivata

$$f'(x) = (x - a)^{n-1} \cdot (Ax^2 + Bx + C),$$

unde $A = n + 2$, $B = -[2a + (n + 1)(b + c)]$ şi $C = ab + bnc + ca$; ea va avea rădăcina multiplă a şi două rădăcini date de ecuaţia $Ax^2 + Bx + C = 0$.

Rădăcinile derivatei vor fi raţionale dacă

$$\Delta = B^2 - 4AC = k^2 \qquad (k \text{ raţional}).$$

Să considerăm numai două cazuri:

1. Dacă $C = 0$ sau $a = -\frac{nbc}{b + c}$, atunci derivata va avea toate rădăcinile raţionale.

Pentru fiecare n natural putem obține o mulțime de funcții, dînd lui b și c valori raționale arbitrare și calculînd pe a după relația $a = -\frac{nbc}{b+c}$.

Exemple: $n = 2$, $b = 1$, $c = 0{,}5$ se obține $a = 2$ și funcția:

$$1. \quad f(x) = (x-2)^2 \cdot (x-1) \cdot (x+0{,}5)$$

iar pentru $n = 3$, $b = 1$, $c = 2$, avem $a = -2$ și funcția

$$2. \quad f(x) = (x+2)^3 \cdot (x-1) \cdot (x-2)$$

Schițele graficelor acestor funcții sînt date în fig. 1 și 2.

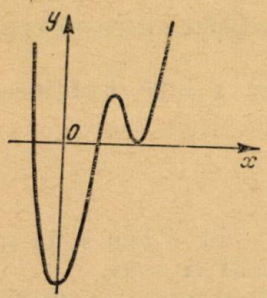


Fig. 1

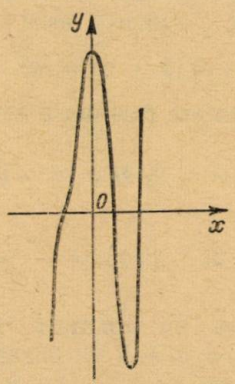


Fig. 2

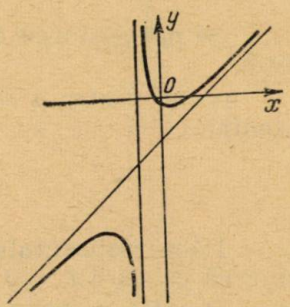


Fig. 3

2. Calculînd pe Δ și aducîndu-l la forma:

$$\Delta = [(2a - (n+1)s]^2 + 4ans - 4n(n+2)bc,$$

$$\text{unde} \quad s = b + c,$$

se observă că el este un pătrat perfect dacă $4ans - 4(n+2)nbc = 0$ sau dacă $a = \frac{(n+2)bc}{b+c}$. Pentru $n = 1$, $b = -1$, $c = 2$ avem $a = -6$ și pentru $n = 2$, $b = 1$, $c = -5$ avem $a = 5$

$$3. \quad f(x) = (x+6)(x+1)(x-2)$$

$$4. \quad f(x) = (x-5)^2 \cdot (x-1) \cdot (x+5)$$

II. Să considerăm acum funcția rațională de forma

$$f(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{x-c}$$

cu derivata

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2cx + ac + bc - ab}{(x-c)^2}$$

Rădăcinile derivatei vor fi raționate dacă realizantul ecuației

$$x^2 - 2cx + (ac + bc - ab) = 0$$

va fi un pătrat perfect, adică dacă :

$$\Delta = c^2 - (ac + bc - ab) = k^2 \quad (k \text{ rațional})$$

Putem considera trei cazuri;

1. Dacă $ac + bc - ab = 0$ sau $c = \frac{ab}{a+b}$, una din rădăcini este zero. Astfel, pentru $a = 2$, $b = -1$ avem $c = -2$ și obținem exemplul

$$1. \quad f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}$$

cu graficul în fig. 3.

2. Realizantul se mai poate scrie $\Delta = (a - c)(b - c)$ și în acest caz condiția ca rădăcinile să fie raționale este :

$$(a - c)(b - c) = k^2$$

Se pot găsi ușor trei numere raționale care să satisfacă această condiție.

Astfel, pentru $a = 1$, $b = -2$, și $c = -3$ găsim $\Delta = 2^2$ și obținem exemplul

$$2. \quad f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 3}.$$

Dacă realizantului i se dă forma : $\Delta = c^2 - (a + b)c + ab$ se observă că dacă $c = 0$ sau $c = a + b$ valoarea lui va fi $\Delta = ab$.

Rezultă că rădăcinile vor fi raționale dacă avem îndeplinite condițiile $ab = k^2$ și $c = 0$, sau $ab = k^2$ și $c = a + b$

Exemple :

$$3. \quad f(x) = \frac{(x - 4)(x - 1)}{x + 5}.$$

$$4. \quad f(x) = \frac{(x + 4)(x - 1)}{x}.$$

Graficele funcțiilor 2, 3, și 4 sînt asemănătoare cu cel din fig. 3; ele reprezintă hiperbole. Asemenea funcții conțin multe elemente : maxim, minim, asimptotă verticală și oblică etc.

III. O altă funcție pe care o considerăm este :

$$f(x) = \frac{x - a}{(x - b)(x - c)}.$$

Calculînd derivata obținem :

$$f'(x) = -\frac{x^2 - 2ax + (ab + ac - bc)}{(x - b)^2 \cdot (x - c)^2}$$

și rădăcinile vor fi raționale dacă realizantul ecuației :

$$x^2 - 2ax + ab + ac - bc = 0$$

va fi un patrat perfect. Avem $\Delta = a^2 - (ab - bc + ac)$ sau

$$\Delta = a^2 - a(b + c) + bc$$

În mod analog ca la funcțiile (II) vom distinge două cazuri :

1. Dacă $ab - bc + ac = 0$ sau $a = \frac{bc}{b+c}$, una din rădăcini va fi 0.

Exemplu : 1. $f(x) = \frac{x-2}{(x-1)(x+2)}$,

unde $b = 1$, $c = -2$ și $a = 2$.

În cazul cînd $a = 0$ sau $a = b + c$, atunci $\Delta = bc$; deci condițiile ca să avem rădăcini raționale sînt :

$$a = 0 \text{ și } bc = k^2 \text{ sau } a = b + c \text{ și } bc = k^2.$$

Astfel, pentru $b = 1$, $c = 4$ iar $a = 0$ sau $a = 5$ obținem două exemple :

$$2. \quad f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-4)},$$

$$3. \quad f(x) = \frac{x-5}{x^2-5x+4}.$$

În fig. 4 avem schița graficului funcției 3.

IV. Funcțiile de forma :

$$f(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{x^2-c^2}$$

cu derivata

$$f'(x) = \frac{(a+b)x^2 - 2(c^2+ab)x + c^2(a+b)}{(x^2-c^2)^2}.$$

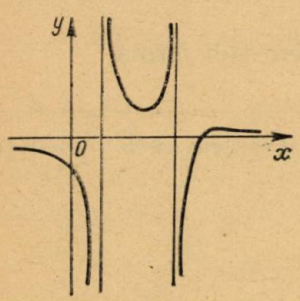


Fig. 4

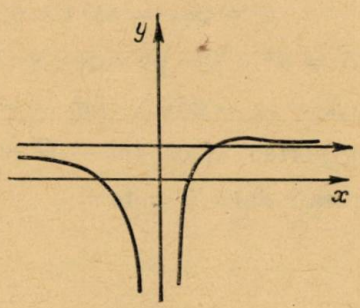


Fig. 5

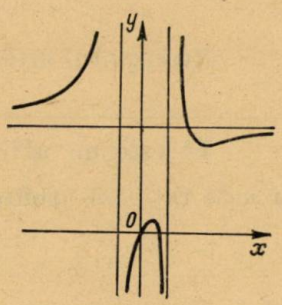


Fig. 6

Realizantul ecuației :

$$(a+b)x^2 - 2(c^2+ab)x + c^2(a+b) = 0$$

îl scriem sub două forme :

$$\Delta = (c^2+ab)^2 - c^2(a+b)^2 \quad \text{sau} \quad \Delta = (c^2-a^2)(c^2-b^2).$$

Putem considera trei cazuri cînd Δ este patrat perfect :

1. Una din rădăcini va fi zero dacă $c = 0$ iar a și b numere raționale arbitrare.

Exemplu : $f(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{x^2}$ cu schița graficului în fig. 5.

2. În cazul cînd $a = 0$ obținem $\Delta = c^2 (c^2 - b^2)$ și atunci rădăcinile derivatei vor fi raționale dacă:

$$a = 0 \text{ și } c^2 - b^2 = k^2$$

sau, în mod analog, $b = 0$ și $c^2 - a^2 = k^2$.

Astfel, pentru $a = 0$, $c = 1$ și $b = \frac{4}{5}$ obținem funcția

$$2. \quad f(x) = \frac{x(5x - 4)}{x^2 - 1}$$

avînd schița graficului în fig. 6.

Dacă $a^2 + b^2 = c^2$ atunci $\Delta = a^2 b^2$. Derivata va avea rădăcini raționale dacă $a^2 + b^2 = c^2$.

Exemplu: cînd $a = 3$, $b = -4$, $c = 5$, avem:

$$3. \quad f(x) = \frac{(x - 3)(x + 4)}{x^2 - 25}.$$

Observare. În cazul cînd $a + b = 0$ se obțin funcții de forma $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x^2 - c^2}$; prima derivată va avea o singură rădăcină și anume $x' = 0$.

V. Funcția $f(x) = \frac{(x - a)^3}{x^2 - b^2}$.

Derivata ei este $f'(x) = \frac{(x - 2)^2 (x^2 + 2ax - 3b^2)}{(x^2 - b^2)^2}$ și are pe a rădăcină dublă și două rădăcini simple date de ecuația:

$$x^2 + 2ax - 3b^2 \lambda = 0.$$

Realizantul este $\Delta = a^2 + 3b^2$ pe care-l scriem sub forma

$$\Delta = (a - 2b)^2 + 4ab - b^2.$$

El este un pătrat perfect dacă $4ab - b^2 = 0$ adică dacă $b = 0$ și a este rațional arbitrar sau dacă $b = 4a$.

NOTE MATEMATICE

31. Generalizarea problemei 7871

Dacă $[a]$ este cel mai mare întreg mai mic decît a, să se rezolve ecuațiile:

$$x + [x] = k$$

$$x + [x] = -k,$$

unde

$$k > 0 \text{ și } k \in R$$

I. $x + [x] = k$.

Fie x_0 soluția acestei ecuații. Deoarece $x_0 \in R$, presupunem că se află între numerele întregi nenegative p și $p+1$, adică

$$p \leqslant x_0 < p+1 \quad (1)$$

Evident $[x_0] = p$. Deoarece x_0 verifică ecuația dată, putem scrie: $x_0 + p = k$, de unde $x_0 = k - p$. Pentru a-l găsi pe x_0 trebuie să aflăm legătura dintre p și k.

Soluția x_0 verifică relația (1), deci

$$p \leqslant k - p < p + 1 \text{ și } 2p \leqslant k < 2p + 1,$$

adică

$$p \leqslant \frac{k}{2} < p + \frac{1}{2} < p + 1$$

Deoarece k este real, deducem din aceste inegalități că $p = \left[\frac{k}{2}\right]$.

Așa dar k trebuie să verifice relația:

$$\left[\frac{k}{2}\right] \leqslant \frac{k}{2} < \left[\frac{k}{2}\right] + \frac{1}{2},$$

în acest caz soluția ecuației fiind: $x_0 = k - \left[\frac{k}{2}\right]$.

II. Pentru ecuația $x + [x] = -k$, $k > 0$ și $k \in R$ folosim un raționament analog.

Ținem seama însă de faptul că $-p \leqslant x_0 < -(p-1)$ implică $[x_0] = -p$.

Se află analog că relația pe care trebuie să o satisfacă numărul k este:

$\left[\frac{k}{2}\right] + \frac{1}{2} < \frac{k}{2} < \left[\frac{k}{2}\right] + 1$, soluția fiind în acest caz $x_0' = \left[\frac{k}{2}\right] + 1 - k$

sau

$$x_0' = -1 + \left(\left[\frac{k}{2}\right] + 1\right)$$

Șerban Bărcănescu, elev liceul 12, București

32. O demonstrație a teoremei lui Pitagora generalizate

În manualul de algebră pentru clasa a VIII-a, ed. 1956, la pag. 60 este dată o demonstrație a teoremei lui Pitagora prin metoda ariilor.

În cele ce urmează vom căuta să folosim aceeași metodă, a ariilor.

Fie un triunghi oarecare ABC, iar BB' înălțimea coborîtă din B. Din punctul C ridicăm perpendiculara pe AB, pe care luăm $CD = AB$, iar din D ducem perpendiculara pe AC pe care luăm $DE = AC$. Unim C cu E și B cu E. Fie C' intersecția laturii AC cu DF. Triunghiurile dreptunghice ABB' și CDC' sînt egale, avînd ipotenuzele respectiv egale și $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$, ca unghiuri cu laturile perpendiculare. Rezultă (Fig. 1) $BB' = CC'$.

De asemenea, triunghiurile dreptunghice $BB'C$ și $CC'E$ sînt egale, avînd $BB' = CC'$ și $B'C = C'E$. Rezultă $BC = CF$, $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4$.

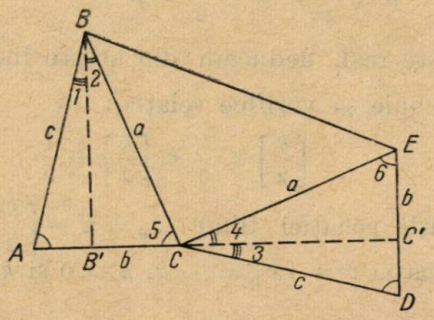
Însă $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 5 = 90°$, deci $\sphericalangle 4 + \sphericalangle 5 = 90°$. Urmează că $BC \perp CE$. Notăm $BC = CE = a$, $AC = DE = b$, $AB = CD = c$. Avem: $AB' = DC' = c\cos A$; $B'C = C'E = b - c\cos A$; $BB' = CC' = c \sin A$.

Deci, aria trapezului $BB'C'F$ este :

$$\frac{(BB' + C'E).(B'C + CC')}{2} = \frac{(c\sin A + b - c\cos A)^2}{2} = \frac{[b + c(\sin A - \cos A]^2}{2}$$

$$S_{BB'C} = \frac{CC'.C'E}{2} = \frac{c\sin A.\,(b - c\cos A)}{2};$$

$$S_{CC'E} = \frac{CC'.C'E}{2} = \frac{c\sin A.(b - c\cos A)}{2}; S_{BCE} = \frac{BC.CE}{2}.$$



Scriind că aria trapezului este egală cu suma ariilor celor trei triunghiuri, avem :

$$\frac{[b + c(\sin A - \cos A)]^2}{2} = \frac{2c\sin A(b - c\cos A) + a^2}{2};$$

urmează că :

$$[b + c(\sin A - \cos A)]^2 = 2c \sin A \cdot (b - c \cos A) + a^2,$$

de unde :

$$b^2 + 2bc(\sin A - \cos A) + c^2(\sin^2 A - 2\sin A \cos A + \cos^2 A) =$$
$$= a^2 + 2c\sin A \cdot (b - c \cos A);$$
$$b^2 + 2bc\sin A - 2bc\cos A + c^2 - 2c^2 \sin A \cos A =$$
$$= a^2 + 2bc \sin A - 2c^2 \sin A \cos A;$$

Reducînd termenii asemenea, obținem :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A,$$

adică tocmai teorema lui Pitagora generalizată.

Jack Weinstein student Iași

33. Asupra unor relații între puteri perfecte

Într-o notă din *G.M.-B* nr. 5/1965 am demonstrat pe baza unor considerente algebrice elementare, următoarea teoremă : între p^n și $(p + a)^n$ se pot găsi cel mult a puteri perfecte de ordin m ; $m > n$, p, a numere naturale. În această notă ne propunem să studiem numărul de puteri perfecte

a m-a cuprinse între p^n şi $(p+a)^n$, indiferent de relaţia dintre m şi n. Pentru aceasta, să observăm că între 0 şi p^n se găsesc $[p^{n/m}]$ puteri a m—a ($[a]$ fiind partea întreagă a numărului a), iar între 0 şi $(p+a)^n$ se găsesc $[(p+a)^{n/m}]$ puteri a m—a. În intervalul p^n, $(p+a)^n$ se găsesc deci $[(p+a)^{n/m}] - [p^{n/m}]$ puteri perfecte a m—a. Să notăm:

$$[(p+a)^{n/m}] = I(p+a);\ [p^{n/m}] = I(p)$$

Atunci:

$$(p+a)^{n/m} = I(p+a) + \alpha(p+a)$$
$$(p)^{n/m} = I(p) + \alpha(p)$$

unde $0 \leqslant \alpha(p) < 1$. Să căutăm deci o expresie care să aproximeze diferenţa:

$$[(p+a)^{n/m}] - [p^{n/m}]$$

Considerînd în continuare toate expresiile ca nişte funcţii de p, definite pentru $p \in (0, +\infty)$ putem scrie

$$[(p+a)^{n/m}] - [p^{n/m}] = I(p+a) - I(p) = (p+a)^{n/m} - p^{n/m} + \beta(p)$$

unde $|\beta(p)| = |\alpha(p) - \alpha(p+\alpha)| < 1$. Vom arăta că expresia care aproximează cel mai bine diferenţa de mai sus este de forma

$$a \cdot \frac{n}{m} x^{n/m-1} + a^2 \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right)x^{n/m-2} + \ldots.$$

Într-adevăr, să considerăm $k \leqslant \frac{n}{m} \leqslant k+1$ şi fie atunci funcţia:

$$(p+a)^{n/m} - p^{n/m} + \beta(p) - a \cdot \frac{n}{m} x^{n/m-1} - \ldots - a^k \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - k + 1\right) p^{n/m-k}$$

Aplicînd acestor funcţii succesiv teorema mediei şi făcînd şi unele majorări convenabile, obţinem:

$$(p+a)^{n/m} - p^{n/m} + \beta(p) - a \cdot \frac{n}{m} \cdot x^{n/m-1} - \ldots - a^k \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k + 1\right) p^{n/m-k} = a \cdot \frac{n}{m}\left(p + \theta'\right)^{n/m-1} - a \frac{n}{m} p^{n/m-1} - \ldots - a^k \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k + 1\right) \cdot p^{n/m-k} + \beta(p) = a \cdot \frac{n}{m} \cdot \theta \cdot \left(\frac{n}{m} - 1\right)\left(p + \theta''\right)^{n/m-2} - \ldots - a^k \cdot \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right)\left(\frac{n}{m} - k + 1\right) \cdot p^{n/m-k} + \beta(p) \leqslant \ldots$$

$$\leqslant a^2 \cdot \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right)\left(p + \theta'\right)^{n/m-2} - \ldots - a^k \cdot \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k + 1\right) \cdot p^{n/m-k} + \beta(p) \leqslant \ldots \leqslant a^{k+1} \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k\right)\left(p + \theta\right)^{n/m-k-1} + \beta(p)$$

Dar $\frac{n}{m} < k + 1$, deci pentru $p \to \infty$, funcția :

$$a^{k+1} \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k\right)\left(p + \theta\right)^{n/m-k-1}$$

tinde la zero. Eroarea absolută comisă atunci cînd luăm în locul diferenței $[(p + a)^{n/m}] - [p^{n/m}]$ expresia

$$a \frac{n}{m} p^{n/m-1} + \cdots + a^k \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k + 1\right) \cdot p^{n/m-k}$$

este majorată de :

$$a^{k+1} \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k\right)\left(p + \theta\right)^{n/m-k-1} + \beta(p).$$

Deoarece $|\beta(p)| < 1$, eroarea comisă poate fi făcută pentru p suficient de mare, oricît de apropiată în valoare absolută de 1. Putem deci scrie

$$\left| [(p + a)^{n/m}] - [p^{n/m}] - \sum_{i=1}^{k} a^i \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - i + 1\right) \cdot p^{n/m-i} \right| <$$

$$< a^{k+1} \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right) \ldots \left(\frac{n}{m} - k\right)\left(p + a\right)^{n/m-k-1} + 1$$

unde $k \leqslant \frac{n}{m} \leqslant k + 1$; $0 < \theta < a$; $-1 < \beta(p) < 1$.

Exemple. Practic eroarea dată de formula stabilită este mult mai mică decît cea dată de expresia majorantă. Formula nu aduce totuși o ușurare substanțială a calculului, în schimb oferă posibilitatea aprecierii modului în care variază numărul puterilor perfecte a m-a cuprinse între p^n și $(p + a)^n$. Să cercetăm cîteva cazuri particulare. Pentru $k = 0$ obținem chiar cazul tratat în nota amintită. Inegalitatea devine :

$$|[(p + a)^{n/m}] - [p^{n/m}]| < a \cdot \frac{n}{m}(p + a)^{n/m-1} + 1$$

Dar $[(p + a)^{n/m}] - [p^{n/m}] \geqslant 0$, iar pentru un p suficient de mare avem

$$a \cdot \frac{n}{m} \cdot (p + a)^{n/m-1} < 1,$$

căci $\frac{n}{m} < 1$, și deci

$$[(p + a)^{n/m}] - [p^{n/m}] < 2,$$

ceea ce exprimă că pentru p suficient de mare și $n < m$ între p^n și $(p + a)^n$ se găsește cel mult o putere perfectă a m-a. Valoarea lui p de la care acest lucru are loc se poate stabili cu ușurință în funcție de a, m, n :

$$p = \left(\frac{m}{a_n}\right)^{\frac{n}{n-m}} - a + 1$$

Se poate întîmpla însă ca și pentru valori mai mici ale lui p teorema de mai sus să rămînă valabilă.

În încheiere, să dăm, cîteva exemple numerice. Să căutăm numărul de pătrate cuprinse între : $99^3 = 970\,299$ și $101^3 = 1030301$. Deoarece $985^2 < 99^3 < 986^2$; $1015^2 < 101^3 < 1016^2$, numărul de pătrate căutate este 30. Numărul dat de formulă este, ținînd seama că $n = 3$, $m = 2$, $p = 99$, $a = 2$:

$$\frac{an}{m} p^{1/2} = \frac{2 \cdot 3}{2} \sqrt{99} \approx 29{,}7$$

Să căutăm numărul de cuburi cuprinse între 17^4 și 22^4. Avem : $43^3 < 17^4 < 44^3$; $61^3 < 22^4 < 62^3$, deci numărul căutat este : 19. După formulă, luînd : $n = 4$, $m = 3$, $p = 17$, $a = 5$:

$$\frac{an}{m} p^{1/3} = \frac{5 \cdot 4}{3} \sqrt{17} \approx 17{,}1$$

Eroarea $19 - 17{,}1 = 1{,}9$ este mai mică decît

$$a^2 \cdot \frac{n}{m}\left(\frac{n}{m} - 1\right)(p + a)^{-2/3} + 1 \approx 2{,}41.$$

Popa Eugen, Iași

34. Asupra problemei 6341

În problema 6341, *Ion Tomescu* cere să se demonstreze că *produsul a două numere de forma* $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ *este de aceeași formă*. În cele ce urmează vom arăta cum se pot obține și alte clase de numere cu această proprietate.

Vom rezolva pentru aceasta mai întîi problema 6341. Din soluția aceasta va rezulta imediat și felul în care se poate construi o generalizare.

Notînd $\alpha_k = \cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3}$ se verifică ușor identitatea :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \prod_{k=1}^{3} (a + \alpha_k b + \alpha_k^2 c)$$

Considerăm deci produsul a două asemenea expresii :

$$(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)(a'^3 + b'^3 + c'^3 - 3a'b'c') \equiv$$

$$\equiv \prod_{k=1}^{3} [a + \alpha_k b + \alpha_k^2 c)(a' + \alpha_k b' + \alpha_k^2 c')]$$

Efectuînd înmulțirea :

$$(a + \alpha_k b + \alpha_k^2 c)(a' + \alpha_k b' + \alpha_k^2 c')$$

se obține un polinom de grad 4 în α_k. Folosind faptul că $\alpha_k^3 = 1$, se obține un polinom de grad 2 în α_k astfel încît :

$$(a + \alpha_k b + \alpha_k^2)(a' + \alpha_k b' + \alpha_k^2 c') = A + \alpha_k B + \alpha_k^2 C, \quad (k = 1, 2, 3)$$

Dacă a, b, c sînt numere reale întregi, atunci și A, B, C sînt reale și întregi. Avem deci :

$$\prod_{k=1}^{3}(a+\alpha_k b+\alpha_k^2 c)\cdot\prod_{k=1}^{3}(a'+\alpha_k b'+\alpha_k^2 c')=\prod_{k=1}^{3}(A+\alpha_k B+\alpha_k^2 C)=$$
$$=A^3+B^3+C^3-3ABC,$$

adică c.c.t.d.

A doua parte a problemei 6341 rezultă imediat din faptul că

$$A+B+C=A+\alpha_3 B+\alpha_3^2 C=(a+\alpha_3 b+\alpha_3^2 c)(a'+\alpha_3 b'+\alpha_3^2 c')=$$
$$=(a+b+c)(a'+b'+c')$$

Pentru generalizare vom lua :

$$\alpha_k=\cos\frac{2k\pi}{n}+i\sin\frac{2k\pi}{n}$$

$$P(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\prod_{k=1}^{n}(x_1+\alpha_k x_2+\ldots+\alpha_k^{n-1}x_n)$$

Aplicînd argumentele de mai sus obținem :

Produsul a două numere de forma $P(x_1, \ldots, x_n)$ este un număr de aceeași formă. Pentru $x_1, \ldots, x_n$ date există atunci $X_1, \ldots, X_n$ așa încît :

$$[P(x_1, \ldots, x_n)]^m=P(X_1, \ldots, X_n)$$

și

$$\left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^m=\sum_{j=1}^{n}X_j$$

Pentru ca această generalizare să fie completă mai trebuie doar să arătăm că $P(x_1, \ldots, x_n)$ este un polinom în $x_1, \ldots, x_n$ cu coeficienți reali (faptul că coeficienții sînt întregi rezultă imediat). Acest rezultat se obține cu ajutorul teoremei polinoamelor simetrice : $P(x_1, \ldots, x_n)$ este un polinom simetric în rădăcinile ecuației $x^n-1=0$, deci se exprimă rațional cu ajutorul coeficienților acestei ecuații.

Dan Voiculescu, elev București

35. În legătură cu problema 6341

În *G. M. — B* nr. 4/1965 a fost publicată soluția problemei 6341 :

Să se demonstreze că produsul a două numere de forma $a^3+b^3+c^3-3abc$, *unde* a, b, c *sînt numere întregi, este un număr de aceeași formă și să se arate că*

$$(a^3+b^3+c^3-3abc)^n=A^3+B^3+C^3-3ABC,$$

cu A, B, C *satisfăcînd relația* $A+B+C=(a+b+c)^n$, *unde* n *este un număr natural.*

Să descompunem în factori liniari numărul $N = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$.

Conform unei identități cunoscute, avem

$$N = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) =$$
$$= (a + b + c)[a^2 - (b + c)a + (b^2 - bc + c^2)].$$

Rezolvînd în raport cu a trinomul din paranteza mare, avem:

$$a_{1,2} = \frac{b+c}{2} \mp i\sqrt{3}\,\frac{b-c}{2} = b\left(\frac{1}{2} \mp \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) + c\left(\frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{3}}{2}\right): \text{ deci}$$

$$N = (a+b+c)\left[a + b\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) + c\left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)\right] \cdot$$

$$\cdot\left[a + b\left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) + c\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)\right]$$

Notînd $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, vom avea $\alpha^2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$,

$$\alpha^3 = \alpha^2 \cdot \alpha = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1, \quad \alpha^4 = \alpha^3 \cdot \alpha = \alpha;\ \alpha^2 + \alpha = -1$$

și deci

$$N = (a + b + c)(a + b\alpha + c\alpha^2)(a + b\alpha^2 + c\alpha). \qquad (1)$$

La fel, numărul $N_1 = a_1^3 + b_1^3 + c_1^3 - 3a_1 b_1 c_1$ se scrie:

$$N_1 = (a_1 + b_1 + c_1)(a_1 + b_1\alpha + c_1\alpha^2)(a_1 + b_1\alpha^2 + c_1\alpha).$$

Acum vom obține

$$NN_1 = [(a + b + c)(a_1 + b_1 + c_1)] \cdot [(a + b\alpha + c\alpha^2)(a_1 + b_1\alpha^2 + c_1\alpha)] \cdot$$
$$\cdot [(a + b\alpha^2 + c\alpha) \cdot (a_1 + b_1\alpha + c_1\alpha^2)].$$

(factorii complecși s-ar putea grupa și în altă combinație).

Ținînd seama de valorile $\alpha^3 = 1$ și $\alpha^4 = \alpha$ vom, avea la înmulțire:

$$(a + b\alpha + c\alpha^2)(a_1 + b_1\alpha^2 + c_1\alpha) = (aa_1 + bb_1 + cc_1) +$$
$$+ (ac_1 + ba_1 + cb_1)\alpha + (ab_1 + bc_1 + ca_1)\alpha^2;$$
$$(a + b\alpha^2 + c\alpha)(a_1 + b_1\alpha + c_1\alpha^2) = (aa_1 + bb_1 + cc_1) +$$
$$+ (ac_1 + ba_1 + cb_1)\alpha^2 + (ab_1 + bc_1 + ca_1)\alpha.$$

Rezultatele înmulțirii ne indică felul grupării termenilor din al treilea produs:

$$(a + b + c)(a_1 + b_1 + c_1) = (aa_1 + bb_1 + cc_1) +$$
$$+ (ac_1 + ba_1 + cb_1) + (ab_1 + bc_1 + ca_1).$$

Notînd deci

$$a_2 = aa_1 + bb_1 + cc_1, \qquad b_2 = ac_1 + ba_1 + cb_1, \qquad c_2 = ab_1 + bc_1 + ca_1,$$

vom obține

$$NN_1 = (a_2 + b_2 + c_2)(a_2 + b_2\alpha + c_2\alpha^2)(a_2 + b_2\alpha^2 + c_2\alpha) \tag{2}$$

Avem aici descompunerea de forma (1), deci produsul NN_1 este un număr de aceeași formă ca și factorii N și N_1. Într-adevăr ținînd seamă că $\alpha + \alpha^2 = -1$, vom obține mai departe:

$$\begin{aligned} NN_1 &= (a_2 + b_2 + c_2)\ [(a_2^2 + a_2b_2\alpha + a_2c_2\alpha^2) + \\ &+ (a_2b_2\alpha^2 + b_2^2 + b_2c_2\alpha) + (a_2c_2\alpha + b_2c_2\alpha^2 + c_2^2)] = \\ &= (a_2 + b_2 + c_2)\ [(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + (a_2b_2 + a_2c_2 + b_2c_2)(\alpha^2 + \alpha)] = \\ &= (a_2 + b_2 + c_2)(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 - a_2b_2 - a_2c_2 - b_2c_2) = \\ &= a_2^3 + b_2^3 + c_2^3 - 3a_2b_2c_2, \end{aligned}$$

Teorema fiind adevărată pentru două numere N și N_1, va fi justă (judecînd din aproape în aproape) și pentru un număr oarecare de factori de forma $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$.

În particular, cînd factorii de această formă sînt egali, obținem formula

$$(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)^n = A^3 + B^3 + C^3 - 3ABC,$$

Aplicînd aici descompunerea (1), vom avea:

$$\begin{aligned} &(a + b + c)^n (a + b\alpha + c\alpha^2)^n (a + b\alpha^2 + c\alpha)^n = \\ &= (A + B + C)(A + B\alpha + C\alpha^2)(A + B\alpha^2 + C\alpha). \end{aligned} \tag{3}$$

Este evident că orice putere naturală $n \geqslant 1$ a numărului complex de forma $a + b\alpha + c\alpha^2$ va fi un număr complex de aceeași formă, adică $(a + b\alpha + c\alpha^2)^n = A + B\alpha + C\alpha^2$ (avîndu-se în vedere că $\alpha^{3k} = 1$, $\alpha^{3k+1} = \alpha, \alpha^{3k+2} = \alpha^2$), deci din egalitatea (3) trebuie să avem $(a+b+c)^n = A + B + C$.

O altă metodă mai poate fi dată folosindu-se înmulțirea determinanților.

T. Gh. Mișacova – Oțel, Tiraspol – U.R.S.S.

36. Asupra unor poligoane

(In legătură cu problema 7298)

Să considerăm poligonul $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ $(n \geqslant 3)$, ale cărui laturi a_i satisfac relațiile $P > (n-1)\,a_i$ (P este perimetrul poligonului), oricare ar fi i. Vom demonstra inegalitatea

$$\frac{a_1^2}{P - (n-1)a_1} + \frac{a_2^2}{P - (n-1)a_2} + \ldots + \frac{a_n^2}{P - (n-1)a_n} \geqslant P \tag{1}$$

1. Afirmăm că segmentele $A_1A_2 = a_1$, $A_2A_3 = a_2$, ... $A_nA_1 = a_n$ pot fi scrise sub forma

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2 + x_3 + \ldots + x_n \\ a_2 &= x_1 + x_3 + \ldots + x_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n &= x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} \end{aligned} \tag{2}$$

unde $x_1, x_2, \ldots x_n$ sînt numere strict pozitive.

Într-adevăr, din (2) scoatem fără greutate :

$$x_i = \frac{P - (n-1)a_i}{n-1}$$

și deci $x_i > 0$, în virtutea celor de mai sus.

Să numim poligoane L acea clasă de poligoane ale căror laturi satisfac relațiile (2). Evident, poligoanele L sînt o formă generală a triunghiurilor oarecare. Dacă facem $n = 3$, obținem notațiile cunoscute ale laturilor unui triunghi.

2. Trecem acum la demonstrarea inegalității (1). Folosind relațiile (2), vom avea :

$$\sum \frac{(x_2 + x_3 + \ldots + x_n)^2}{(n-1)x_1} \geqslant (n-1) \sum x_1 \tag{3}$$

sau, eliminînd numitorii (evident pozitivi),

$$\sum (x_2 + x_3 + \ldots + x_n)^2 x_2 x_3 \ldots x_n \geqslant (n-1)^2 \sum x_1 \cdot \prod x_i,$$

$$\sum (x_2 + x_3 + \ldots x_n)^2 \prod x_i \cdot \frac{1}{x_1} \geqslant (n-1)^2 \sum x_1 \prod x_i.$$

Simplificînd prin Πx_i :

$$\sum (x_2 + x_3 + \ldots + x_n)^2 \cdot \frac{1}{x_1} \geqslant (n-1)^2 \sum x_1$$

sau

$$\sum (x_1 + x_2 + \ldots + x_n - x_1)^2 \cdot \frac{1}{x_1} \geqslant (n-1)^2 \sum x_1.$$

$$\sum [(\sum x_1)^2 - 2x_1 \sum x_1 + x_1^2] \cdot \frac{1}{x_1} \geqslant (n-1)^2 \cdot \sum x_1,$$

adică

$$(\sum x_1)^2 \cdot \sum \frac{1}{x_1} - 2n \sum x_1 + \sum x_1 \geqslant (n-1)^2 \sum x_1$$

Împărțind prin $\sum x_1$ și operînd ajungem la relația :

$$\sum x_1 \cdot \sum \frac{1}{x_1} \geqslant n^2$$

care este cunoscută. Am demonstrat deci relația (3). Prin urmare, și inegalitatea (1) este adevărată, cu egalitate numai pentru $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$. Pentru $n = 3$, obținem problema 7298.

Bogdan Eugen Lungulescu, elev Pitești

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7393

Un sac conține 7 bile albe, 5 bile roșii, 3 albastre. Să se afle care este probabilitatea în cazul care consistă în scoaterea simultană a 3 bile: a) de a scoate 3 bile de culori diferite; b) de a scoate trei bile dintre care cel puțin două sînt roșii: c) de a scoate măcar una albă din cele trei.

Bacalaureat, Tahiti 1963

Soluție dată de *Eugen Popa*, elev Iași.

Se pot forma C_5^3 grupe de trei bile.

a) Pentru o grupă de trei bile diferite se pot alege: bila albă în 7 moduri, cea roșie în 5 moduri și cea albastră în 3 moduri. Deci există 3.5.7 grupe favorabile:

$$\frac{3\cdot 5\cdot 7}{C_{15}^3} = \frac{3\cdot 5\cdot 7}{5\cdot 7\cdot 13} = \frac{3}{13} \approx 0{,}230$$

b) O grupă care să conțină doar două bile roșii se poate forma în $10 \cdot C_5^2$ moduri. O grupă care să conțină doar bile roșii se poate forma în C_5^3 moduri. Deci există $10 \cdot C_5^2 + C_5^3$ grupe favorabile.

$$\frac{10\cdot C_5^2 + C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{2\cdot 5\cdot 11}{7\cdot 5\cdot 13} = \frac{22}{91} \approx 0{,}241$$

c) O grupă care să conțină doar o bilă albă se poate forma în $7\,C_8^2$ moduri. O grupă numai cu două bile albe se poate forma în $C_7^2 \cdot 8$, moduri, iar o grupă cu toate trei bilele albe în C_7^3 moduri. Deci sînt în total $7\,C_8^2 + 8\,C_7^2 + C_7^3$ cazuri favorabile:

$$\frac{7\cdot C_8^2 + 8\cdot C_7^2 + C_7^3}{C_{15}^3} = \frac{57}{65} \approx 0{,}877.$$

Problema 7503

Să se descompună în produs de factori expresia:

$$E = xyz + 2\,[xy\,(x+y) + yz\,(y+z) + xz\,(x+z)] +$$
$$+ 4\,[x\,(x+y)\,(x+z) + y\,(y+z)\,(y+x) +$$
$$+ z\,(x+z)\,(y+z)] + 8\,(x+y)\,(x+z)\,(y+z)$$

D. Acu, student Cluj

Soluția autorului. Notăm:

$$x+y=A; \qquad x+z=B; \qquad y+z=C;$$

Expresia dată devine :

$$E = xyz + 2(Axy + Bxz + Cyz) + 4(ABx + ACy + BCz) +$$
$$+ 8ABC = 2C(4AB + 2Ay + 2Bz + yz) +$$
$$+ x(4AB + 2Ay + 2Bz + yz) = (2C + x)(4AB + 2Ay + 2Bz + yz) =$$
$$= (2C + x)(2B + y)(2A + z)$$

Înlocuind pe A, B, C cu expresiile lor, avem :

$$E = (2x + 2y + z)(2x + 2z + y)(2y + 2z + x).$$

Problema 7504

Fie B, C două puncte fixe pe cercul lor (O) și A un punct mobil pe cerc. Dacă M și N sînt simetricele punctului O față de AC și respectiv AB, să se afle locul geometric al intersecției dreptelor BM și CN, precum și locurile geometrice ale punctelor M și N.

Dan Cartianu, elev *București*

Soluție dată de *Andrei Petrescu*, elev București.

Fie I intersecția dreptelor BM și CN, A', B', C' mijloacele laturilor BC, CA, AB și P simetricul lui O față de BC.

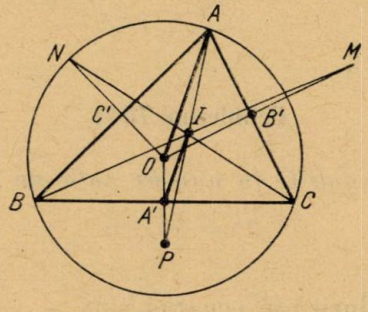
Vom arăta că I este mijlocul segmentului AP.

Într-adevăr $NP = 2A'C' = AC$ și $NP \parallel A'C' \parallel AC$, deci $ANPC$ este un paralelogram cu centrul G. Putem scrie deci :

$$AG = GP \text{ și } CG = GN \tag{1}$$

Dar $NM = 2B'C' = BC$ și $NM \parallel B'C' \parallel BC$, deci $BNMC$ este un paralelogram cu centrul I. Putem scrie deci :

$$CI = IN \text{ și } BI = IM \tag{2}$$



Din (1) și (2) rezultă $G \equiv I$ și deci $AI = IP$. Fie $OA = R$. Deci $A'I = \frac{R}{2}$, și deoarece A' este fix, punctul I descrie un cerc de rază $A'I = \frac{R}{2}$.

Dar, deoarece $BI = IM$, punctul M descrie un cerc de rază $CM = R$.

La fel și punctul N descrie un cerc de rază $BN = R$.

Cercurile cu centrele B și C sînt transformatele cercului cu centrul A' prin omotetiile de centru C și respectiv B, și de coeficient $\frac{1}{2}$.

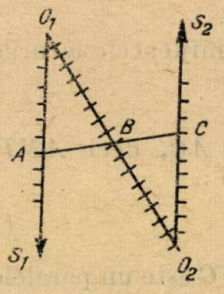
Problema 7524

Să se calculeze cu ajutorul unei nomograme de forma N, expresia $y = \frac{x^2}{a-x}$. (În legătură cu articolul din G. M.—B, p. 344).

M. I. Focșeneanu

Soluție dată de *N. Manolache*, elev București.

Să considerăm o nomogramă de forma N, cu scările O_1S_1 și O_2S_2 paralele și gradate în sens opus, iar scara secantă O_1O_2 gradată în două sensuri O_1O_2 și O_2O_1, de lungime a. De asemenea o dreaptă ABC care taie cele trei scări. Din asemănarea triunghiurilor O_1AB și O_2BC se obține



$$\frac{O_1A}{O_2C} = \frac{O_1B}{O_2B}. \qquad (1)$$

Expresia dată se mai scrie

$$\frac{x}{y} = \frac{a-x}{x}. \qquad (2)$$

Din compararea lui (1) și (2), putem pune $O_1A = x$, $O_2C = y$ și rezultă $O_2B = x$ sau invers $O_2C = x$, $O_1A = y$ și $O_1B = x$.

Deci grafic putem găsi pe y, luînd pe scara O_1S_1, $O_1A = x$, pe scara O_2O_1, pe $O_2B = O_1A = x$, și dreapta AB taie scara O_2S_2 în C, astfel că $O_2C = y = \frac{x^2}{a-x}$.

Problema 7541

Să se afle toate soluțiile în numere naturale x, y ale ecuației

$$2^x = 3^y + 5$$

* * *

Soluție. Două soluții ale ecuației sînt :

$$x = 3,\ y = 1 \text{ și } x = 5,\ y = 3$$

Vom arăta că sînt singurele.

Presupunînd că există o soluție (x, y) cu $x > 5$ vom arăta că ajungem la o contradicție. Împărțind cu 64 membrul întîi al ecuației

$$2^x = 3^y + 5,$$

obținem restul zero. Membrul doi trebuie să ne dea același rest. Împărțind pe 3^n cu 64 obținem pentru $n = 1, 2, \ldots, 16$ resturile 3, 9, 27, 17, 51, 25, 11, 33, 35, 41, 59, 49, 19, 57, 43, 1. Nu calculăm mai departe căci resturile se repetă din 16 în 16 deoarece $3^{16m+r} - 3^{16l+r} = \mathfrak{M}\,(3^{16} - 1) = \mathfrak{M}\,((3^8 - 1)(3^8 + 1)) = \mathfrak{M}\,(6560 \cdot 6562) = \mathfrak{M}\,(32 \cdot 205 \cdot 2 \cdot 32 \cdot 81) = \mathfrak{M}\,64$ pentru $m > l$.

Rezultă că y trebuie să fie de forma $y = 11 + 16k$.

Vom arăta că nu există o asemenea soluție. Pentru aceasta vom verifica resturile la împărțirlie cu 17 ale ambilor membri : Am văzut mai sus că $3^{16} - 1 = \mathfrak{M}\,3281 = \mathfrak{M}(17 \cdot 193) = \mathfrak{M}17$. Deducem că 3^y dă același rest ca și 3^{11} la diviziunea cu 17, adică 7. Rămîne de arătat că 2^n nu dă niciodată restul 12 la împărțirea cu 17. 2^n dă la împărțirea cu 17 resturile : 2, 4, 8, 16, 15, 13, 19, 1. Cu aceasta este dovedit că nu există soluții diferite de cele date la început (cazurile $x = 1, 2, 3, 4, 5$, se tratează ușor).

Problema 7543

Se dau două cercuri tangente interior. În cercul mai mare se înscrie un triunghi echilateral din ale cărui vîrfuri se duc tangente la cercul mai mic. Dovediți că una din tangente este egală cu suma celorlalte două.

* * *

Soluție : Fie T punctul de tangență al celor două cercuri, ABC triunghiul echilateral înscris și CP cea mai mare din cele trei tangente AM, BN, CP. Trebuie arătat că $AM + BN = CP$. Cu D, E și F notăm intersecțiile dreptelor TA, TB, TC cu cercul mic. Avem atunci :

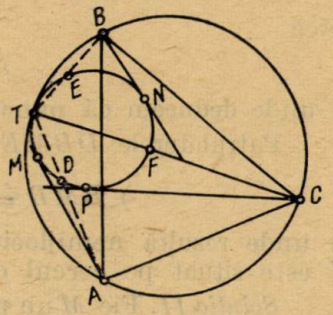
(1) $AM^2 = AD \cdot AT$ (2) $BN^2 = BE \cdot BT$ (3) $CP^2 = CF \cdot CT$

Prin împărțirea lui (1) și (2) cu (3) obținem

$$(4)\ \frac{AM^2}{CP^2} = \frac{AD \cdot AT}{CF \cdot CT} \qquad (5)\ \frac{BN^2}{CP^2} = \frac{BE \cdot BT}{CF \cdot CT}$$

Deoarece centrul de omotetie al celor două cercuri este T, rezultă că prin această omotetie, punctelor D, E, F le corespund punctele A, B, C. Rezultă de aici că DF și EF sînt paralele cu AC și respectiv BC. Deducem de aici relațiile :

$$\frac{AD}{CF} = \frac{AT}{CT}, \qquad \frac{BE}{CF} = \frac{BT}{CT}.$$



Relațiile (4) și (5) pot fi scrise atunci :

$$\frac{AM}{CP} = \frac{AT}{CT}, \qquad \frac{BN}{CP} = \frac{BT}{CT}.$$

Adunînd membru cu membru găsim

$$\frac{AM + BN}{CP} = \frac{AT + BT}{CT}. \qquad (6)$$

T fiind un punct de pe arcul AB al cercuiul circumscris triunghiului echilateral ABC, vom avea:

$$AT + BT = CT.$$

Introducînd acest rezultat în (6) ajungem la relația de demonstrat:

$$AM + BN = CP.$$

Problema 7544

Fie ABC un triunghi echilateral și h înălțimea sa. Se cere locul geometric al punctelor din planul lui ABC, pentru care distanțele x, y, z la laturile triunghiului echilateral satisfac relația:

$$x^2 + y^2 + z^2 = h^2.$$

* * *

Soluția I. Fie M un punct aparținînd locului geometric căutat și fie $MD = x$, $ME = y$, $MF = z$ distanțele de la M la laturile triunghiului ABC. Avem:

$$x^2 + y^2 + z^2 = h^2 \tag{1}$$

Prin M ducem o paralelă la BC care determină un nou triunghi echilateral AB_1C_1. Pentru punctul M al laturii B_1C_1 avem:

$$MD + MF = h + ME$$

sau

$$x + z - y = h. \tag{2}$$

Ridicăm la patrat ambii termeni ai ecuației și obținem:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xz - xy - zy) = h^2 \tag{3}$$

Din (1) și (3) rezultă:

$$xz = xy + zy \tag{4}$$

Deoarece $\sphericalangle DMF = 120°$, $\sphericalangle DME = 60°$, $\sphericalangle EMF = 60°$, relația (4) poate fi adusă la forma:

$$\frac{xz \sin \sphericalangle DMF}{2} = \frac{xy \sin \sphericalangle DME}{2} + \frac{yz \sin \sphericalangle EMF}{2}$$

adică

$$S_{DMF} = S_{DME} + S_{EMF}$$

de unde deducem că punctele D, E, F sînt colineare.

Patrulaterele $DBME$, $EMFC$ sînt inscriptibile, deci:

$$\sphericalangle BMD = \sphericalangle BED = \sphericalangle CEF = \sphericalangle CMF$$

de unde rezultă nemijlocit: $\sphericalangle BMC = \sphericalangle DMF = 120°$, adică punctul M este situat pe cercul circumscris triunghiului ABC.

Soluția II. Fie M un punct arbitrar pe cercul circumscris triunghiului ABC. Trebuie să dovedim că distanțele de la M la laturile triunghiului

satisfac relația (1). Prin M ducem o paralelă la BC care determină triunghiul echilateral AB_1C_1. Pentru punctul M al laturii B_1C_1 avem :

$$MD + MF = h + ME$$

sau $x + z - y = h$

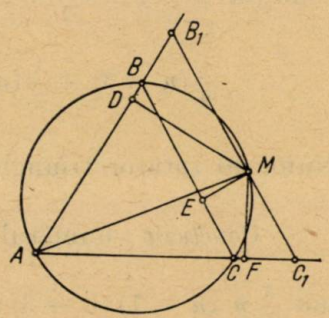
Ridicînd la patrat găsim :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xz - xy - zy) = h^2$$

Trebuie să dovedim că $xz - xy - yz = 0$

Din asemănarea triunghiurilor BEM și AFM deducem :

$$\frac{MB}{MA} = \frac{ME}{MF} = \frac{y}{z}$$



și din asemănarea triunghiurilor CEM și ADM :

$$\frac{MC}{MA} = \frac{ME}{MD} = \frac{y}{x}.$$

Prin adunare găsim :

$$\frac{MB + MC}{MA} = \frac{y}{z} + \frac{y}{x}$$

Punctul M fiind pe arcul BC, avem $MB + MC = MA$, deci

$$1 = \frac{y}{z} + \frac{y}{x} \text{ sau } xz - xy - zy = 0.$$

În acest caz $x^2 + y^2 + z^2 = h^2$, și cu aceasta am dovedit că locul geometric căutat este cercul circumscris triunghiului ABC.

Problema 7546

În plan se dă un poligon regulat $A_1A_2 \ldots A_n$ ($n \geqslant 3$). Se cere numărul triunghiurilor obtuzunghice $A_iA_jA_k$.

* * *

Soluție. Deosebim două cazuri.

a) *Să presupunem că numărul n este par.* Să determinăm numărul de triunghiuri obtuzunghice, cu unghiul obtuz în A_1, adică numărul triunghiurilor $A_1A_jA_k$ ($j < k$). Condiția $\sphericalangle A_kA_1A_j > \frac{\pi}{2}$ este echivalentă cu $k - j > \frac{n}{2}$. Trebuie determinat numărul perechilor de numere naturale j, k astfel încît $2 \leqslant j < k \leqslant n$ și $k - j > \frac{n}{2}$. Pentru valorile 2, 3, ..., $\frac{n}{2} - 1$ ale lui j obținem respectiv $\frac{n}{2} - 2$, $\frac{n}{2} - 3$, ..., 1 valori posibile pentru k. În total avem deci pentru numărul de perechi de numere (j, k)

$\left(\frac{n}{2}-2\right)+\left(\frac{n}{2}-3\right)+\ldots.+1=\frac{1}{2}\left(\frac{n}{2}-2\right)\left(\frac{n}{2}-1\right)=\frac{1}{8}(n-2)(n-4)$ posibilităţi. Acesta este numărul de triunghiuri cu unghiul obtuz în A_1. Numărul tuturor triunghiurilor obtuzunghice este :

$$\frac{1}{8}n(n-2)(n-4)$$

b) *Dacă n este impar*, procedăm în mod analog, căutînd numărul triunghiurilor obtuzunghice cu unghiul obtuz în A_1 şi $j<k$. Obţinem condiţia $k-j>\frac{n-1}{2}$. Numărul de perechi (j, k) este :

$$\frac{1}{2}(n-3)+\frac{1}{2}(n-5)+\ldots+1=\frac{1}{8}(n-1)(n-3).$$

Numărul tuturor triunghiurilor obtuzunghice este $\frac{1}{8}n(n-1)(n-3)$.

Concluzie : numărul de triunghiuri căutat este $\frac{1}{8}n(n-2)(n-4)$ sau $\frac{1}{8}n(n-1)(n-3)$ după cum n este par sau impar.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la concursul de admitere în Institutul Politehnic Galaţi, 1966

8379. Să se rezolve ecuaţia :

$$\frac{2+\lg(x+2)}{3+\lg(2x^2+31x+624)}=\frac{1}{2}.$$

8380. Să se facă calculabilă cu logaritmi expresia :

$$E=\sqrt{\operatorname{tg}x+\sin x}+\sqrt{\operatorname{tg}x-\sin x}$$

şi să se afle valoarea ei pentru $x=60°$.

8381. Rădăcinile ecuaţiei cu coeficienţi reali :

$$x^3+px^2+qx+r=0$$

fiind $\operatorname{tg}A$, $\operatorname{tg}B$, $\operatorname{tg}C$ să se calculeze în funcţie de coeficienţi $\operatorname{tg}(A+B+C)$ şi să se afle condiţia ca A, B, C să fie unghiurile unui triunghi.

8382. Să se transforme în produs expresia :

$$E=\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b+\operatorname{tg}c-\operatorname{tg}(a+b+c).$$

8383. Să se rezolve ecuaţia :

$$4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}.$$

8384. Să se rezolve ecuația :

$$\log_2 x = 1 + \log_4 (2x).$$

8385. Să se afle relația între coeficienții ecuației :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dacă rădăcinile ei sînt :

$$x_1 = \cos\alpha\,;\ x_2 = \operatorname{ctg}\alpha.$$

8386. Ce relație trebue să există între coeficienții ecuației

$$x^2 + px + q = 0$$

pentru ca o rădăcină să fie pătratul celeilalte ?

8387. Să se reprezinte funcția :

$$y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 5x + 4}.$$

8388. Să se determine a și să se rezolve ecuația :

$$x^3 - 3x^2 + ax + 24 = 0$$

știind că suma a două rădăcini este 5.

Să se rezolve apoi ecuația :

$$\log_a x + \log_{a^2} x + \log_{a^3} x = 11,$$

unde a are valoarea determinată anterior.

8389. Dacă între laturile unui triunghi avem relația : $2a = b + c$, atunci sînt satisfăcute și relațiile :

$$2\sin\frac{A}{2} = \cos\frac{B-C}{2}\,;\quad \frac{\cos\dfrac{B-C}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}} - \frac{\sin\dfrac{A}{2}}{\cos\dfrac{B-C}{2}} = \frac{3}{2}.$$

8390. Să se calculeze :

$$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot x\,dx\ .$$

Probleme date la admiterea în Institutul politehnic Cluj, 1966

8391. Se consideră funcția

$$y = \frac{x^3 - 3x + a}{x^2 + 4x + b}$$

unde a și b sînt parametri reali.

a) Să se determine valorile parametrilor a și b astfel ca funcția să aibă extreme (maxim sau minim) pentru $x = 1$ și $x = -5$.

b) Să se reprezinte grafic funcția

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}.$$

8392. Se dă triunghiul dreptunghic ABC cu $A = 90°$, a ipotenuza şi b şi c catete. Să se arate că avem relaţia:

$$\frac{(a^2 + 2bc)(b - c)}{abc} = \frac{2\sqrt{2}\sin\frac{B-C}{2}\cos^2\frac{B-C}{2}}{\cos B\cos C}.$$

Probleme date la admiterea în Academia militară generală, 1966

8393. Se consideră ecuaţia

$$f(x) = 2x^2 - 3x + m = 0,$$

unde m este un parametru real şi se cere:

a) Să se găsească ecuaţia de gradul II care are rădăcinile

$$y_1 = \frac{x_1 - 1}{x_1 + 1},\quad y_2 = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 1},$$

unde x_1 şi x_2 sînt rădăcinile ecuaţiei $f(x) = 0$.

b) Să se determine valorile lui m pentru care una sau ambele rădăcini ale ecuaţiei $f(x) = 0$ sînt cuprinse între -1 şi $+1$ (eventual egale cu -1 sau $+1$). Discuţie.

8394. Se consideră un triunghi ABC, în care $A = 60°$ şi se cere:

a) Notînd $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$, să se arate că există relaţia

$$b^2 + c^2 = a^2 + bc$$

b) Să se demonstreze relaţia

$$\sin^2 B - \sin^2 C = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(B - C)$$

c) Să se rezolve triunghiul ştiind în plus că $a = d$ şi

$$b + c = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}d,$$ unde d este o lungime cunoscută.

8395. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ înscris într-un semicerc de rază R, cu bazele $AD = 2R$ şi BC, şi cu laturile neparalele AB şi CD. Se cere:

a) Să se calculeze în funcţie de unghiul $BAD = x$ laturile AB, BC, CD şi aria trapezului.

b) Să se determine unghiul x astfel încît să avem

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 = 4mR^2$$

unde $m > 0$ este un număr real dat. Discuţie.

Din problemele recomandate comisiilor regionaledin U.R.S.S în 1966 pentru Olimpiada de matematică la clasele VI—XI.

8396. Cîte soluţii în mulţimea numerelor întregi are ecuaţia: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{1960}$? (cl. VII — XI).

8397. Demonstraţi că numărul $5^{2n+1} + 3^{n+2} \cdot 2^{n-1}$, pentru orice număr natural n se divide prin 19. (cl VII — IX).

8398. Dacă suma pătratelor a două numere întregi se divide prin 7, atunci fiecare din aceste numere se divide prin 7. Demonstraţie. (cl VI — VIII).

8399. Găsiţi 8 numere prime, pentru care suma pătratelor este mai mică cu 992 decît de patru ori produsul lor. (cl. VI — VIII).

8400. Numerele p şi q sînt numere prime, $q^3 - 1$ se divide prin p, iar $p - 1$ se divide prin q. Demonstraţi că $p = 1 + q + q^2$. (cl. VII — XI).

8401. Demonstraţi că toţi termenii din şirul $x_0 = 2$; $x_{n+1} = \dfrac{x_n^4 + 1}{5x_n}$, a) sînt mai mari ca $\dfrac{1}{5}$; b) nu sînt mai mari ca 2. (cl. VIII — XI).

8402. Găsiţi suma pătratelor rădăcinilor ecuaţiei

$$(x^2 + 2x)^7 - 5(x^2 + 2x) + 3 = 0. \text{ (cl IX — XI).}$$

8403. Se dă polinomul $x(x + 1)(x + 2)(x + 3)$. Găsiţi cea mai mică valoare a sa, fără derivate. (cl. IX — XI).

8404. Notăm cu $[a]$ cel mai mare număr întreg care nu este superior lui a. Să se rezolve ecuaţiile :

a) $$\left[\frac{x+1}{3}\right] = \frac{x-1}{2},$$

b) $$\left[\frac{5+6x}{8}\right] = \frac{15x-7}{5},$$

c) $$\left[\frac{1-3x}{2}\right] = x^2 - 2x.$$ (cl. VI — IX).

8405. Printre toate polinoamele de forma $x^2 + ax + b$ găsiţi unul pentru care valoarea cea mai mare $|x^2 + ax + b|$ pentru $-1 \leqslant x \leqslant 1$ este minimă. (cl. IX — XI),

8406. Care din următoarele numere este mai mare :

$$\frac{10^{1965} + 1}{10^{1966} + 1} \text{ sau } \frac{10^{1966} + 1}{10^{1967} + 1} \text{ ? (cl. VI — IX).}$$

8407. Rezolvaţi ecuaţia :

$$\frac{1}{\cos x \cdot \cos 2x} + \frac{1}{\cos 2x \cdot \cos 3x} + \ldots\ldots + \frac{1}{\cos 100x \cdot \cos 101x} = 0 \text{ (cl. X—XI).}$$

8408. Fie D şi E mijloacele laturilor AB şi BC ale triunghiului ABC. Punctul M se găseşte pe AC. Demonstraţi că dacă $MD < AD$ atunci $ME > CE$ (c. VI — IX).

8409. Într-un patrulater sînt trei unghiuri obtuze. Demonstraţi că dintre cele două diagonale mai mare este aceea care este dusă din vîrful unghiului ascuţit. (cl. VIII — IX).

8410. Demonstraţi că cercurile construite pe laturile unui patrulater arbitrar ca diametru îl acoperă în întregime. (cl. VIII — IX).

8411. Demonstraţi că aria unui pătrat care se găseşte în interiorul unui triunghi nu este superioară jumătăţii ariei acestui triunghi. (cl. IX — X).

PROBLEME PROPUSE*

8412. Dacă $ab + bc + ca = 1$, atunci avem

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 3(a + b + c)$$

D. Acu, student Cluj

8413. La unul din blocurile turn construite în orașul Pitești o macara ridica greutăți la ultimul etaj cu viteza de 0,25 m/s, iar la coborîre avea viteza de 0,4 m/sec.

Să se afle înălțimea blocului turn știind că urcarea și coborîrea împreună durau $2\frac{37}{4}$ min.

N. Roncea, student Pitești

8414. Să se găsească forma numărului natural x pentru care fracția $f(x) = \dfrac{mx + m - 1}{(m + 1)x + m - 2}$ se poate simplifica, m fiind un parametru natural.

(Generalizarea problemelor 7289 și 7688).

Vlad Sergiescu, elev București

8415. Se dă sistemul

$$(x - a)(y + a) + (x + b)(y - b) + b = 0$$

$$(x + b)(y - a) + (x - a)(y + b) + a = 0$$

1. Să se rezolve în cazul cînd :

a) x și y sînt necunoscute, iar a și b parametri,

b) a și b sînt necunoscute, iar x și y parametri.

2. În ambele cazuri să se determine valorile întregi pe care le putem da parametrilor respectivi pentru ca soluțiile să fie întregi.

Gh. Bazacov, Tr. Severin

8416. Fie fracția :

$$\frac{12nx^2 + 36nx + 75n + 8}{4x^2 + 12x + 25} \qquad (n \in Z)$$

Pentru ce valori raționale ale lui x fracția se poate simplifica?

Gh. Belcin, București

---

*) IX (8412 – 8422); X (8423 – 8431); X (8332 – 8339); S (8340 – 8346). Soluțiile se primesc pînă la 30 octombrie 1967. Problemele pentru clasa IX sînt indicate și elevilor școlilor profesionale.

8417. Se dau funcțiile

$$y_1 = \sqrt{3x^3(3x-4) - 2x(x-2) + 1}.$$

$$y_2 = \sqrt{9x^2(x^2-8) + 144},$$

$$y_3 = \sqrt{x(4x-33) - 11(x-11)},$$

a) Să se construiască graficele lor (fără derivate).
b) Să se determine mulțimea valorilor lui x pentru care:

$$y_1 + y_2 - y_3 = 0$$

I. Butulescu, Petroșani

8418. În triunghiul ABC în care punctele D, E, F, G, H sînt respectiv mijloacele segmentelor BC, AD, BD, EF, ED se notează cu I și J punctele în care dreptele GH și BE taie latura AC. Să se demonstreze că: $AI = 3 \cdot IC$; $HI = 3 \cdot GH$; $BE = 3 \cdot EJ$.

N. C. Negoescu, Timișoara

8419. Să se afle numărul natural al cărui pătrat mărit cu de 10 ori rădăcina sa pătrată să dea un alt pătrat perfect.

I. Stamate, Cluj

8420. Fie x, y, z numere pozitive legate prin relația $x + y + z = 1$. Dacă a, b sînt numere pozitive supraunitare, atunci avem

$$\left(a + \frac{b}{x}\right)\left(a + \frac{b}{y}\right)\left(a + \frac{b}{z}\right) \geqslant (a + 3b)^3.$$

I. Maftei, București

8421. Un triunghi ABC are $A = 60°$. Să se demonstreze că lungimea h_a a înălțimii din vîrful A este dată de relația:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right).$$

I. Tomescu, București

8422. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{yz} + \dfrac{1}{zx} = \dfrac{7}{8} \\ \dfrac{x}{yz} + \dfrac{y}{zx} + \dfrac{z}{xy} = \dfrac{21}{8} \\ \dfrac{1}{x^2y^2} + \dfrac{1}{y^2x^2} + \dfrac{1}{z^2x^2} = \dfrac{21}{64}. \end{cases}$$

Martin Mettler, Vișeul de Sus

8423. Să se rezolve în numere naturale ecuația

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - 5(xy + xz - yz) + 29x - 33y - 34z + 103 = 0.$$

Al. Țigănoiu, Timișoara

8424. Din vîrful A al paralelogramului $ABCD$ se duce o dreaptă Δ care intersectează diagonala BD, laturile BC, CD respectiv în E, F, G. Paralelele duse din F, G la CD, BC întîlnesc diagonala BD respectiv în M, N. Să se deducă relația $EM \cdot ED^3 = EN \cdot EB^3$ și să se discute cazurile cînd Δ trece prin celelalte vîrfuri ale paralelogramului sau este paralelă cu diagonala BD.

Dacă dreapta Δ este bisectoarea unghiului A să se arate că există relațiile

$$\left(\frac{AB}{AD}\right)^3 \cdot \frac{EN}{EM} = 1; \quad \left(\frac{AB}{AD}\right)^2 \cdot \frac{FB}{FM} \cdot \frac{GN}{GD} = 1; \quad \frac{AB}{AD} \cdot \frac{EN}{EM} \cdot \frac{FM}{FB} \cdot \frac{GD}{GH} = 1.$$

Păun Antonescu, asistent București

8425. Să se verifice identitatea:

$$\left[\sin^2\left(\frac{11\pi}{12} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{5\pi}{12} - \alpha\right)\right]\left[\sin^2\left(\frac{5\pi}{12} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{11\pi}{12} + \alpha\right)\right] = \frac{\sin^2 2\alpha}{4}.$$

Hahn Radu, elev București

8426. Să se demonstreze că binomul $x^n - 1$ este divizibil prin $x^{2k} + x^k + 1$ pentru $n = 3k$; (k natural), iar binomul $x^n + 1$ se divide prin $x^{2k} - x^k + 1$ pentru $n = 3k$; (k natural).

C. Orșivshi, Tecuci

8427. Să se rezolve sistemul:

$$\sec^2 x + \sec^2 y = \operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cosec}^2 y$$
$$\sin x \sin y = 1.$$

D. Timoc, student București

8428 Pe laturile unui patrulater convex $ABCD$ luăm punctele: M pe AB, N pe BC, P pe CD și Q pe DA, astfel ca să avem

$$\frac{AM}{MB} = \frac{CP}{PD} = \gamma \text{ și } \frac{BN}{CN} = \frac{DQ}{QA} = \lambda \qquad (\lambda\gamma \neq 1)$$

În ce caz patrulaterul $MNPQ$ este paralelogram?
(În legătură cu articolul: „Relații geometrice exprimate prin numere complexe", G.M.-B 9/1965).

V. Avrămoiu, elev București

8429. Se dau $2n+1$ numere naturale în progresie aritmetică, astfel încît suma pătratelor primelor $n+1$ să fie egală cu suma pătratelor ultimelor n și fie S valoarea comună. Să se arate că problema este întotdeauna posibilă și să se găsească S, dacă n este un număr natural.

Andrei Petrescu, elev București

8430. Se consideră un dreptunghi variabil $ABCD$ cu perimetrul constant $4a$ cm și un punct M pe dreapta AB; se cere:

a) Să se determine minimum sumei $y = MD^2 + MC^2$.

b) Să se determine în acect caz laturile și aria dreptunghiului.

N. Păun, R. Vîlcea

8431. Să se arate că pentru k diferit de multiplu de patru, avem:

$$\cos^4\frac{9k\pi}{16}+\cos^4\frac{11k\pi}{16}+\cos^4\frac{13k\pi}{16}+\cos^4\frac{15k\pi}{16}+$$

$$+\cos^4\frac{17k\pi}{16}+\cos^4\frac{19k\pi}{16}+\cos^4\frac{21k\pi}{16}+\cos^4\frac{23k\pi}{16}=3$$

C. Ionescu-Țiu

8432. Să se arate că dacă $a+b+c=\frac{\pi}{2}$, atunci

$$\sum[\cos a\sin(b-c)]=0,$$

$$\sum[\cos a\sin(b-c)\cos 2a]=0,$$

$$\sum[\sin 2a\sin(2b-2c)]=0,$$

C. Ionescu-Țiu

8433. Să se calculeze limita expresiei

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{mk+n}{m^k}$$

cînd m tinde la ∞,

N. David, student Timișoara

8434. O ecuație de variabilă reală de gradul 3 cu coeficienți raționali are imaginile în planul complex ale rădăcinilor pe o dreaptă D. Să se demonstreze că imaginile rădăcinilor eucației derivate sînt pe dreapta D.

M. I. Focșeneanu, București

8435. Să se determine numerele reale α și β astfel ca șirul cu termenul general

$$a_n=\sqrt{(\alpha-a)n^2+\beta n+1}-\sqrt{\beta n^2+\alpha n+1}$$

să aibă limita 1 $(a<\alpha)$.

E. Isac, Tg. Jiu

8436. Să se calculeze :

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin (4m + 1)x}{\ln \sin (4n + 1)x},$$

unde m și n sînt numere întregi.

Miron Oprea, Ploiești

8437. Se dă un punct A și o dreaptă (Δ). Determinați mulțimea punctelor B din planul (A, Δ), astfel că dacă C și D sînt proiecțiile punctelor B și respectiv A pe dreapta (Δ), punctul D să se afle pe bisectoarea unghiului ABC.

Dan Cartianu, elev București

8438. Se dau o elipsă și un cerc de centru comun O.

a) Să se afle ecuațiile tangentelor comune ale elipsei și cercului.

b) Să se arate că punctele de contact ale tangentelor cu elipsa sînt pe același cerc și să se afle mărimea tangentei comune limitată de punctele de contact.

c) Fie BB', CC' axele elipsei și AA' diametrul cercului suprapus pe CC'. Cercul cu centrul în O de rază OC taie pe OB în C_1. Fie H ortocentrul triunghiului AC_1B. Să se arate că r fiind raza cercului de la punctul b) avem $r^2 = BC^2 - OH^2$.

V. Țîrdea, student București

8439. Să se arate că dacă

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\cos y}{\cos x} = 0,$$

atunci expresiile

$$E_1 = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \operatorname{tg} \frac{y}{2}, \quad E_{2,3} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{x}{2}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{y}{2}\right)$$

sînt constante.

C. Ionescu-Țiu

8440. Se consideră șirul recurent caracterizat prin relația

$a_n = \dfrac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2} - k$ (k fiind un număr natural). Se cere :

a) Să se afle în funcție de n termenul general al șirului.

b) În ce caz avem $a_{n+1} < 0$?

D. Ralescu, elev București

8441. Să se arate că dacă $a + b + c = \frac{\pi}{10}$ avem :

$$\sum(\sin 2a + \sqrt{3}\cos 2a) + 2\sin\frac{\pi}{30} =$$

$$= 8\left(\cos\frac{\pi}{15}\cos a\cos b\cos c - \sin\frac{\pi}{15}\sin a\sin b\sin c\right)$$

Rev. Pitagora, 1939, C. I. Ţ.

8442. Fie $a_1 > 0$, $a_2 > 0, \ldots, a_n > 0$. Să se demonstreze inegalitatea :

$$(C_k^n)^{k-1} \cdot \sum \frac{1}{a_1 \cdot a_2 \ldots a_k} \geqslant k^k \left(\sum \frac{1}{a_1 + a_2 + \ldots + a_k}\right)^k$$

(Generalizarea problemei 6805).

V. Cîrtoaje, elev Breaza

8443. Fie l şi m două drepte concurente. Pe l se află punctele A şi B, iar pe m punctele A' şi B'. Se dă $AB = A'B'$. Fie M mijlocul lui AA' iar N mijlocul lui BB'.

a) Să se arate că, MN formează unghiuri egale cu l şi m.

b) Să se cerceteze dacă $MN = AB\cos\frac{\varphi}{2}$, unde φ este unghiul $\leqslant 90°$ format de l şi m

Dată la *Olimpiada matematică, Olanda* 1965

8444. Să se arate că oricare ar fi numerele reale a şi b, avem :

$$(a+b)^4 \leqslant 8(a^4+b^4).$$

Dată la *Olimpiada matematică, Olanda* 1965.

8445. Spunem că două polinoame $f(x)$ şi $g(x)$ sînt congruente dacă $f(x) - g(x)$ se divide cu x^2.

De exemplu, $\frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ este congruent cu x^4 şi x^2 cu 1.

Vom nota congruenţa prin : $f(x) \equiv g(x)$.

a) Determinaţi un polinom $f(x)$ aşa încît $(1 + x) f(x) \equiv 1$.

b) Determinaţi un polinom $f(x)$ aşa încît $f^2(x) \equiv 1 + x$.

c) Dovediţi că dacă $f(x) \equiv g(x)$ şi $h(x) \equiv k(x)$, atunci

$$f^2(x) \equiv g^2(x)$$

şi

$$f(x) \cdot h(x) \equiv g(x) \cdot k(x)$$

d) Dovediţi că din

$$f(x) \cdot g(x) \equiv 0$$

urmează $f^2(x) \equiv 0$ sau $g^2(x) \equiv 0$.

Dată la *olimpiada matematică, Olanda* 1965.

8446. Să se demonstreze că există cel mult 30 de tetraedre distincte, care au drept muchii 6 segmente date.

Să se studieze condiția de posibilitate a problemei.

I. Chițescu, student București

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E:2765. O casă are 10 uși ferestre care au împreună 21,50 m². Să se afle cîte uși și cîte ferestre are casa știind că suprafața unei uși este de $2\frac{1}{2}$ m², iar suprafața unei ferestre este $\frac{4}{5}$ din suprafața ușii.

V. Horobeț, Iași

E:2766. La casa de bilete a unui teatru s-au vîndut 282 bilete categoria I-a și 282 bilete categoria II-a, încasîndu-se 5076 lei. Altă dată s-au vîndut 320 bilete categoria I-a și 141 bilet categoria a II-a și s-a încasat 4328 lei. Cît costă un bilet din fiecare categorie.

I. Albescu, Făgăraș

E:2767. O cooperativă agricolă de producție posedă în lunca unei ape curgătoare o suprafață de teren arabil. Din această suprafață 3/20 este destinată grădinii de legume, iar pe rest se cultivă porumb irigat. Diferența dintre suprafețele acestor două părți este de 196 ha. Să se afle suprafața pe care se cultivă porumb irigat.

Florea Dumitrescu, Craiova

E:2768. În clasa a VII-a a școlii generale de 8 ani Merei, orașul Buzău, numărul băieților întrece pe cel al fetelor cu 15 iar raportul dintre ei este de $\frac{2}{5}$. Cîți elevi sînt în această clasă?

Nelu I. Dobre, Buzău

E:2769. Pentru construirea unui dig lung de 56m, lat de 1,2m și înalt de 1,5 m au lucrat 16 muncitori, timp de $4\frac{1}{2}$ zile, lucrînd cîte 7 ore pe zi. O altă echipă de 12 muncitori, care lucrează, 8 ore pe zi, construiesc un alt dig, ale cărui dimensiuni sînt inver sproporționale cu numerele : 3 ; 60 și 100 iar suma dintre lățime și înălțime este egală cu 3,2 m (norma de lucru este aceeași). Să se afle :

a) Dimensiunile celui de al doilea dig,

b) În cîte zile a fost construit al doilea dig,

---

* V (E:2765—2768); VI (2769—2773); VII (2774—2779); VIII (2780—2785). Soluțiile se primesc pînă la 30 Octombrie 1967. Problemele de clasa VIII pot fi rezolvate și de elevii claselor a IX și ai școlilor profesionale.

c) Să se calculeze cîți m^3 de zid poate construi un muncitor pe oră.

Concursul la clasa VI, București, 1967 (*Valentina Barbovski*)

E : 2770. Trei baloturi de pînză au fost vîndute cu sume egale. Pînza din primul balot costă 15 lei metrul, din balotul al doilea 18 lei metrul, iar din al treilea 21 lei metrul. Să se afle cîți metri de pînă erau în fiecare balot știind că în balotul al doilea erau cu 10 metri mai mult decît în balotul al treilea .

Concursul la clasa VII, Hunedoara, 1967, (*V. Turdășan*)

E : 2771. În triunghiul ABC se duc înălțimile AA' și BB' care fac cu latura AB, respectiv unghiurile de 25°23′ și 50°48′.

a) Să se calculeze unghiurile triunghiului și unul din unghiurile ascuțite pe care le fac cele două înălțimi.

b) Dacă înălțimea BB' se prelungește dincolo de B' cu un segment $B'D = BB'$ să se demonstreze că triunghiul ABD este isoscel, iar dreapta AC bisectoarea unghiului BAD.

Concursul la clasa VI, Hunedoara, 1967, (*Maria Mitrofan*)

E : 2772. Unghiurile A, B, C ale unui triunghi sînt inverse proporționale cu numerele 1, 3 și 6. Bisectorarea unghiului B intersetează latura opusă în D. Se prelungește segmentul BD cu $DE = BD$. Se cere:

a. Să se calculeze unghiurile triunghiului ABC.

b. Să se arate că triunghiul EDC este isoscel și să i se calculeze unghiurile.

c. Să se arate că bisectoarea unghiului ADB împarte segmentul EC în două părți egale și cade perpendicular pe el.

Concursul la clasa VI, Maramureș, 1967 (*Gherman Alexandru*)

E : 2773. Se dau expresiile :

$$E_1 = (1 + x)(x - 1)(x^2 - 1) + \frac{x}{2}$$

$$E_2 = (x - 1)(1 + x)(x^2 + 1) + \frac{x^2 + 1}{4}$$

$$E_3 = [2x^2(3x-1)^4 - 4x(3x-1)^3 + 8x^3(3x-1)^2] : 8x^2(3x-1)^2$$

a) Să se aducă expresiile E_1, E_2, E_3 la forma cea mai simplă.

b) Folosind formele simple ale expresiilor să se calculeze $E_2 - E_1$ și să se rezolve ecuația $E_3 = E_2 - E_1$.

c) Să se afle valoarea numerică a expresiei E_3 pentru valoarea lui x dată de ecuația de la punctul b).

Concursul la clasa VII, București 1967 (*Soare Teodorescu*)

E : 2774. Se dă un patrat $ABCD$. Pe latura BC se consideră un punct E. Se unește A cu E și se prelungește pînă intersectează pe DC în F.

a) Să se arate că triunghiul ADF este asemenea cu triunghiul ABE și să se scrie proporționalitatea laturilor corespunzătoare.

b) Să se calculeze laturile triunghiurilor ADF și ABE, în cazul în care tg) $FAB) = 0{,}750$ și $FB = 7{,}2$ cm.

c) Să se construiască cercul circumscris triunghiului ABE și să se calculeze lungimea segmentului OT care unește centrul 0 al cercului cu punctul T de intersecție al tangentelor duse prin extremitățile coardei AB

Concursul la clasa VII-a, București, 1967.

E : 2775. Într-un triunghi dreptunghic ABC se dau : ipotenuza $BC = 52$ cm, cateta $AB = 20$ cm, iar piciorul D al înălțimii din A împarte segmentul BC în raportul 4/9. Se duc $DE \perp AC$ și $DF \perp AV$. Se cere :

a. Să se arate că $AFDE$ este un patrulater inscriptibil.

b. Să se afle perimetrul triunghiului AFE.

c. Să se arate că $FD.FD = EC.FB$.

Concursul la clasa VII, Maramureș, 1967 (*Mettler Martin*)

E : 2776. Se dă ecuația :

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-3} = 0.$$ Se cere :

a. Să se precizeze în ce condiție ecuația există.

b. Să se arate ce relație se stabilește între numerele a, b, c, pentru ca ecuația să fie de gradul I și să se rezolve respectiva ecuație.

c. Să se afle x dacă $a = 2$, $b = 3$, $c = -5$.

Concursul la clasa VII, Maramureș, 1967, (*Drulea Mihai*)

E : 2777. Se dă expresia :

$$\frac{\left(1 - \frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right)\left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{a+b}{2}}{\left(1 + \frac{3b-a}{a+b}\right)\left((a^2 - b^2)\right)}$$

a) Să se aducă la forma cea mai simplă

b) Să se afle valoarea numerică pentru $a = -1$; $b = \frac{1}{2}$.

Concursul la clasa VII, Hunedoara, 1967 (*Maria Mitrofan*)

E : 2778. Într-un cerc se înscrie un triunghi oarecare ABC. Perpendiculara dusă în C pe BC taie cercul în M, iat perpendiculara dusă tot în C însă pe AC, taie cercul în punctul N. a) Să se demonstreze că dreptele MN și AB sînt paralele.

b) Dacă raza cercului este de 20 cm și BC este de 32 cm., să se calculeze perimetrul și înălțimile triunghiului BMC.

Concursul la clasa VII, Hunedoara, 1967 (*Maria Mitrofan*)

E : 2779. Se dau expresiile A, B și C

$$A = \left[\left(\frac{x+2}{2-x}\right)^3 : \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{3x^2 - 12x + 12}\right] \cdot \frac{x}{3};$$

$$B=\left(x+4+\frac{4}{x}\right)\cdot\left(x-4+\frac{4}{x}\right);\ C=\frac{x-2}{x+2}\left(x-\frac{4}{x}\right)\frac{1}{x}$$

a) Să se aducă expresiile a forma cea mai simplă,

b) Să se calculeze expresia $\frac{A\cdot C}{B}$ după ce A, B, C au fost aduse la forma cea mai simplă.

c) Să se afle valoarea lui x pentru care $\frac{AC}{B}-A=1$ și să se verifice rezultatul.

Concursul la clasa VIII, București 1967.

E : 2780. Un trunchi de piramidă regulată, are ca baze două pătrate ale căror laturi se află în raportul de asemănare 2/3. Raza cercului circumscris bazei mari este de 12 cm; iar trunchiului, este de $20\sqrt{2}$ cm.
Să se afle : a) Înălțimea piramidei din care face parte trunchiul,
b) Aria laterală a trunchiului de piramidă,
c) Volumul trunchiului de piramidă.

Concursul la clasa VIII, București, 1967.

E : 2781. a. Să se scrie sub forma cea mai simplă expresia :

$$\left[\frac{a+x}{a^3x+a^2-ax-1}+\frac{ax+1}{1-a^2}:(a+x)\right]\cdot\frac{a^2x-ax^2+a-x}{3-3x^2}.$$

b. Pentru ce valoare a lui x, espresia simplificată are valoarea numerică egală cu 1.

Concursul la clasa VIII, Hunedoara, 1967, (*Maria Ciorobîtcă*).

E : 2782. O piesă de fontă are forma unui trunchi de piramidă hexagonală regulată, cu latura bazei mari egală cu muchia laterală și egală cu 2,5 cm., latura bazei mici reprezintă 2/5 din muchia laterală.
a) Cît cîntărește această piesă dacă densitatea fontei este de 7,8.
b) Care este volumul piramidei mici care întregește trunchiul,
c) Cît la sută din volumul piramidei întregi reprezintă volumul trunchiului.

Concursul la clasa VIII, Hunedoara 1967.

E : 2783. Într-o prismă patrulateră regulată aria bazei este egală cu 16 m². Prin diagonala bazei se duce un plan care formează cu planul bazei un unghi de 60°. Să se afle aria secțiunii obținute precum și volumul piramidei care se formează. Dacă înălțimea prismei este 8 m să se arate că :

$$\frac{V_1}{V}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{24}$$

unde V_1 este volumul piramidei, iar V este volumul prismei.

Concursul la clasa VIII, Maramureș, 1967 (*Drulea Mihai*)

E: 2784. Să se descompună în factori:

$$c(a+b)^2 + b(a+c)^2 + a(b+c)^2 - 4abc$$

Concursul la clasa VIII, Maramureş, 1967, (*Tiberiu Makora*)

E: 2785. Să se determine toate mulţimile de trei numere întregi astfel că

$$4x - y - 2z = 0$$

$$6x + 2y + 4z - xyz = 0.$$

C. Ionescu-Ţiu

CĂRŢI NOI

Gh. Mihoc, G. Ciucu, Introducere în teoria aşteptării. Biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice din R. S. România nr. 76, Editura tehnică 1967.

Cartea, care este de nivel superior cuprinde următoarele capitole: I. Modele cu o singură staţie, II. Modele cu mai multe staţii, III. Modele cu veniri în grupe, IV. Noţiuni de teoria probabilităţilor care intervin în teoria aşteptării. Anexă: Transformarea *Laplace*.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

Soluţii bune primite pînă la 16 aprilie 1967

PUCIOASA (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VII Banu Aurelian (2637, 8, 43, 6, 51, 2, 4, 7, 8, 7977, 8), Irimia Cornelia (2615, 6, 9, 27, 32—4, 7), Manea Dumitru (2615, 6, 9, 27, 32—4, 57), Popescu Cornel (7976—8, 80, 2—8, 93, 8001, 4, 5, 18, 20), cl. XI *Cimpoca Gheorghe* (7825, 7, 37, 83—5, 7, 92, 3, 907, 9, 12, 3, 6, 8—21, 3, 5, 8, 30—2, 57, 70—2, 4, 7—90, 800, 4, 5, 6, 9), Despa Ion (7867, 71, 80, 5, 900, 7, 20, 3—6, 30, 2), Rotaru Silviu (7864, 7, 8, 71, 2, 92, 3, 900, 1, 18—23, 5, 6, 8, 57, 64, 6), Tabacu Ion (7867, 8, 71, 80, 3, 5, 93, 5, 7, 900, 7, 18—21, 3—5, 57).

RACOVIŢA (Galaţi) *S. g.* cl. VIII Panait Angheluţă (2627, 30, 2—4, 6 8, 9, 43, 5, 7933, 4, 41, 878, 9).

RĂCARI (Bucureşti) *L.* cl. IX Dumitru Nicolae (2630, 46,73—5, 8, 9, 933—5, 9, 40, 1, 8019, 20).

RĂDĂUŢI. *L. 2.* cl. VIII Harand Ana (2596—601, 3, 5, 18, 27, 32—4, 8, 41, 7827, 9, 933, 5, 7).

REMETEA. *L.* cl. X Balasz Arpad (7814, 87, 80, 78, 83, 75, 84, 88, 85, 76, 79, 73, 81, 9).

REŞIŢA *S. g. 2* cl. VII Potoceanu Mariana (2618, 23, 2635—41, 3, 7878, 933, 5, 57), *S. g. 3* cl. VI Dejeu Victor (2614, 5, 9, 20, 32, 3, 6, 8), Grecu Vasilica (2614, 6, 9, 2132, 3, 6, 8, 43), *L. 1* cl. X Andrei Radu (7874, 5, 6, 9, 80, 83, 85, 7, 933, 4, 5, 7), *L. 2* cl. VI Ciortuz Dorina (2619, 34, 8, 60, 59, 36, 2, 55). Petruţoni Adina (2615, 32—4, 6, 8, 51 2, 7).

RICIU (Reg. Aut. Maghiară) *L.* cl. VIII Bojan Valeria (2632—4, 6, 42, 57, 63, 5, 7933), Rubău Maria (2632—4, 6, 42, 57, 63, 9, 7933), Moţ Valeria (2632—4, 6, 42, 57, 63, 65, 7933).

R. SĂRAT *L. 1* cl. XI *Motaş Emil* (7867, 9, 85, 900, 7, 12, 3, 8, 20, 2, 3, 5, 8, 30, 31, 2, 44, 9, 57, 9, 60, 70, 1, 64. 75, 6—8, 80, 3—6, 8, 90, 2, 3, 9, 8001, 4, 29, 31, 7), *L. 2* cl. X Georgescu Victor (7867, 74, 84, 5, 923, 5, 923, 5, 884—5, 933, 8, 40, 8020, 1), cl. XI Gheorghe Virginia (7885, 93, 5, 7, 900, 1, 43, 6—7, 51, 3, 7, 9, 64).

R. VÎLCEA *S. g. 4* cl. VIII Hivan Nicolae (2613, 20, 7, 40, 1, 51, 6, 7933, 5), Botoran Mircea (2613, 4, 5, 20, 3, 7, 40, 51, 7878, î, 138, 5), *S. g.* cl. V Ivan Rodica (2614, 5, 6, 31, 2, 3, 4, 51), cl. VI Avram Luminiţa (2614—6, 20, 31, 2, 4—7), Darie Dragoş (2613—5, 8—21,

32, 4, 6), cl. VII. Andrei Eugenia (2623, 5, 35, 6—8, 40, 1), Chivu Adrian (2618, 23, 35—9, 41), Florian Virgil (2620, 5, 32, 5—7, 9, 41), Fuiorea Ion (2636, 8, 9, 41, 3, 57, 8, 63), 8, 63), Matei Laurenţiu (2618, 20, 3, 5, 36, 9, 41, 3), Schiopu Constantin (2618, 20, 3, 5, 35, 35, 6, 7, 9, 40, 1), Constantinescu Dragoş (2661, 7, 8018), L. 1 cl. IX Constantin Peter (2628, 9, 7978, 82, 944, 36, 13, 8020, 7993, 91), cl. X Andrei Nicolae (7920, 3, 5, 32—7, 41, 4), Balici Gheorghe (7873, 4, 8, 9, 913, 21, 3, 5, 8, 33, 5, 6, 41, 57), Bărăscu Dumitru (7921, 39, 78, 80, 2, 3, 6, 7, 90, 3, 8001, 4, 5, 20), *Brădeanu Florian* (7867, 74, 5, 8, 9, 907, 11, 3, 20, 1, 3, 5, 8, 32—9, 41, 4, 57, 78—87, 90, 1, 3, 8001, 4, 5, 14, 9, 20), Cazan Liviu (7878, 923, 5, 31—7, 978, 80, 2, 3, 8019, 20) *Cernătescu Gheorghe* (7867, 74, 5, 8, 9, 911, 3, 21, 3, 5, 8, 33—7, 40, 1, 4, 57, 77—80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 8001, 4, 5, 18, 20), Din Constantin (7835, 67, 73, 4, 8, 9, 83, 5, 93, 925, 8, 32, 3, 4, 41, 57, 78, 80, 2, 5, 6, 99, 8005), Lăzărescu Traian (7907, 13, 21, 39, 978—80, 1, 2, 6, 7, 90, 8001, 5, 18, 20), Maiorescu Gheorghe (7920, 3, 36, 41, 4, 78, 80, 2, 4, 8, 7, 91, 3, 5, 6, 8004, 5), Petre Laurenţiu (7873, 4, 85, 7, 923, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 5, 41, 57, 64, 78, 9, 2, 8020), Popovici Pavel (7913, 20, 1, 3, 5, 8, 32, 4—6, 39—41, 44, 57), Stănescu Constantin (7885, 911, 3, 23, 5, 33, 5, 44, 57, 978, 9, 80, 4, 91, 5, 6, 8005, 20), Stănescu Dorel (7867, 9, 74, 7—9, 893, 907, 13, 21, 3, 5, 8, 933, 5), Sovan Nicolae (7824, 7—33, 5, 7, 42, 5, 51, 74, 8, 9, 85), *Woga Ştefan* (7842, 74 5, 6, 80, 3, 7, 7913, 20, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 5, 6, 40, 4, 57, 9, 60, 977, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 8018, 20), cl. XI *Bădescu Adrian* (7849, 93, 907, 12, 3, 8—29, 31, 2, 46, 63, 4), L. 2 cl. VI Marinescu Mircea (2613, 4, 5, 8, 9, 32, 3, 6, 8, 55, 6, 90), Zinelli Daniel (2613—20, 6, 9), cl. VII Eliescu Olt (2613, 5, 9, 23, 43—4, 6). Găman Donca (2613, 4, 8, 22, 3, 9, 32, 6, 40), Ionescu Daniela (2613—5, 8—20, 2—4, 33, 4, 6—41), Sbîrnea Gheorghe (2613—5, 7—9, 22, 3), Vochiţu Elena (2613—5, 9, 32, 4, 8, 40) L. ind. forestier an I Pacearescu Nicolae (2613,—5, 23, 3, 6, 51, 2, 3, 7879, 935), Popescu Mihail (2613—5, 23, 3, 4, 6, 51—3, 7873, 9).

ROMAN. S. g. 7 cl. VIII Platon Emilia (2622— 5, 7, 8, 30, 7873, 4, 8, 9), *L. 1* cl. X *Lungu Mircea* (7864, 7, 76, 8, 9, 81, 3, 4, 9, 904, 8, 12, 3, 8, 20, 3, 4, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 5, 6, 9, 40, 1, 6, 57, 60, 4, 76, 7, 8, 9, 80, 2, 5, 6, 7, 8, 90, 1, 3, 4, 7, 8004, 20, 8, 31), Slir Ioan (7925, 33—6, 9, 41, 977, 80, 2, 5, 6).

ROMÂNEŞTI (Suceava) *S. g.* cl. VII Onofrei Ana (2618, 20, 4, 9, 36, 9, 41, 3), cl. VIII Botăşneanu Angelica (2623, 4, 9, 39, 4, 9, 39, 43, 562, 3, 6), Burciu Constantin (2623, 7, 9, 39, 43, 5, 62, 3).

ROŞIA MONTARA *S. g.* cl. VIII Ionuţ Octavian (2613, 5, 17—21, 3, 7, 43, 6).

ROŞIORII DE VEDE. *S. g.* cl. VIII Popescu Ştefan (2615, 8, 9—21, 32, 3, 6, 51, 2), cl. VI Ciobanu Mioriţa (2601, 13, 4, 20, 3, 6, 8). *L. 1* cl. VI Bădulescu Călin (2576, 82, 8, 94, 6, 8—600, 5, 13—5, 8, 32—4, 6—9, 41, 3, 6), cl. VII Alexa Anne Marie (2161, 34, 6, 8, 9, 41, 3, 6), cl. X Truică Ştefan (7876, 8, 9, 923, 5, 33, 4, 5, 9, 40, 1, 20, 1).

ROVINARI (Oltenia) *L.* cl. IX Ungureanu Dumitru (2627, 8, 30, 65, 7, 7874, 8, 9, 933, 4, 8, 9, 41, 57, 8020).

RUBLA (Rm. Sărat) *S. g.* cl. VIII Iuga Elena (2623—5, 7, 39, 40, 3, 4, 61, 3, 6), Manea Constantin (2639, 40—3, 61, 3, 6, 7, 7933).

SALCIA. *L.* cl. X Neşu Ionel (7911, 3, 20, 3, 5, 31, 2, 3, 4, 41, 5, 7, 77, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 5, 8, 90, 1, 3, 9, 8001, 3, 4, 6, 10, 2, 4, 9,) cl. XI *Vasile Nelu* (7883, 3, 5, 900, 7, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 31, 2, 44, 57, 9, 75, 7, 8, 9, 80, 2, 3—6, 8, 90, 1, 3, 9, 800, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 2, 4, 31).

SALONTA (Crişana). *L.* cl. IX Leucea Liviu (2623, 4, 7, 9, 30, 45, 66, 7874, 5, 89), Stanciu Ion (2627, 9, 46, 667, 7874, 5, 8, 9, 933—5, 7, 40, 1, 8019, 20), cl. X Ardelean Gavril (7878, 9, 85, 923, 5, 8, 31—4, 41, 57), Cios Eva (7867, 74, 911, 23, 31, 9, 40, 4, 57, 8020, 1), Chiş Ioan (7878, 9, 81, 5, 923, 5, 8, 31—4, 944), Feier Nicolae (7867, 73, 4, 8, 9, 81, 5, 523, 93, 85), Gomboş Ionel (7878, 9, 85, 911, 23, 5, 8, 31, 3, 4, 6, 9, 40, 1), Gorduna Aurelian (7878, 923, 5, 8, 31—4, 9, 40, 1, 57), Leucea Emil (7878, 9, 85, 911, 23, 5, 8, 31, 3, 9, 30, 41), Marţi Floare (7867, 74, 9, 911, 3, 4, 9, 40, 57, 8020, 1), Micorici Ion (7878, 85, 23, 5, 31—4, 4, 57), Pop Gheorghe (7867, 73, 6, 81, 4, 5, 931, 5, 9, 44 82, 90, 8004), Sav Liviu (7867, 73, 81, 5, 911, 928, 35, 9, 40, 1, 8019, 20, 1), Sfăşie Cormel, (7878, 9, 81, 5, 923, 5, 8, 32—4, 40, 1, 57), cl. XI Ardeleanu Teodor (7820, 3, 4, 81, 3, 5, 93, 918, 20, 3, 5, 32), Chercecheş Livia (7907, 21, 2, 6, 30, 31, 44, 70, 1, 2, 4, 5), Forţiu Floare (7900, 7, 11, 8, 21, 6, 9, 31, 63, 4, 70, 5), Moţoc Floarea (7881, 93, 900, 18, 9, 21, 2, 6, 8, 70, 1, 4, 5), Pavel Mărioara (7881, 83, 93, 907, 18, 20, 1, 3, 5, 8, 32, 64, 76), Radu Ionel (7883, 5, 918, 20, 1, 3, 5, 8, 32, 3, 5).

SATU MARE. *S. g.* cl. VIII Crişan Marius (2632, 3, 6, 43, 61, 933, 3, 5), *L. 1* cl. IX Bujorică Dan (2627, 9, 65—7, 9, 934, 6, 8, 940, 1, 8019), Fogeş Ioan (2627, 8, 30, 66, 7, 7878, 9, 933—6, 9, 8020, Iacob Margareta (7864, 73—5, 8, 9, 85, 94, 912, 3, 8, 20, 3, 5, 30, 1—4, 7, 45, 57), cl. X Iordan Andrei (7864, 7, 9, 74—9, 81, 3, 4, 5, 7, 93, 4), cl. XI Mark Iosif (7909, 18, 9, 21, 6, 31, 2, 70, 3, 5, 31, 2), Sichet Margareta (7970, 1, 5, 7—85, 90, 2, 3), Hossu Mircea (7873, 4, 8, 9, 82, 3, 5, 933—5, 41, 8020), *L. 2* cl. X Mureşan Marioara Rodica (7867, 73—6, 9, 80, 925, 33, 9, 41, 78, 80), Nichita Eva (7873, 8, 80—3, 5, 931, 3,

57, 77, 8, 80, 8020), *L. 3* cl. VIII Fodor Ioan (2618, 27, 9, 30, 4, 6, 49, 55, 7933, 8200), Fülöp Edmund (2618, 23, 7, 30, 4, 6, 51, 63, 7933, 8020), Remetan Vasile (2615, 8, 20, 3, 7, 30, 3, 4, 6, 43. 5, 6, 9, 51, 5, 7, 8020). Szabo Maria (2613, 4, 8, 27, 51, 3, 8, 65, 8020), Şerban Nicolae (2618, 20, 3, 7, 9, 34, 49, 51, 57, 7933), cl. IX Diaconu Nicolae (2628, 30, 65 7, 7876, 85, 916, 35, 57, 78, 93, 8017, 20).

SĂCELE (Dobrogea). *S. g.* cl. VIII Croitoru Magdalena (2596—8, 99, 606, 7, 8, 13, 5, 8, 9, 20, 3), Marcu Olimpia (2596—9, 13, 5, 8, 9, 20, 3).

SĂVENI (Suceava). *S. g.* cl. VI Stiurcă Dan (2614, 5, 8, 32, 3, 6, 51, 7, 9, 60).

SEBEŞ. cl. X Lascău Petru (7913, 20, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 6, 40, 1, 4, 9, 57, 8020), Malacu Ioan (7878, 913, 20, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 41, 9, 57, 8020, 1), Oprea Ioan (7913, 23, 5, 31, 3, 4, 5, 7, 40, 1, 3, 4, 9, 8020), Rada Valeria (7923, 5, 31, 3, 4, 5, 7, 41, 4, 78, 80, 8020, 1), Resch Hilda (7925, 8, 31, 3, 5, 78, 80, 6, 93, 8020, 1, 9), Vraşgyak Petru (7913, 20, 4, 8, 30, 9, 7937, 7949, 78, 80, 93, 8020).

SIBIU. *S. g. 4* cl. VII Corfariu Ruxandra (2613, 9, 20, 3, 30, 6, 41, 55), Ionele Florinel (2618, 9, 2, 2, 3, 6, 41, 57, 61, 2), Zamfira Liliana (2619, 20, 3, 36, 9, 54, 7, 9), S. g. 8 cl. VII *Borcea Sorin* (2617, 8, 9, 21, 3, 4, 35—41, 6—7, 53—7), Johann Weiss (2618, 9, 21, 3, 35, 6, 8, 9), *Martinus Marian* (2613—23, 29—44, 46—9, 51, 2—5, 7), Roppel Georg. (2635—41 3, 6), Skrotzky Robert (2621, 2, 3, 35, 6, 8, 9, 43), *S. g. 15* cl. VI Covaci Paula (2613, 4, 5, 6, 31, 2, 3, 6, 8), Enkelfardt Monica (2632, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 51, 7, 9).

SEBEŞ (Hunedoara). *L.* cl. X Kentsch Roland (7880, 941, 4, 7, 9, 970, 8018, 9, 20, 8, 31).

SEBIŞ (Crişana). *L.* cl. VII Rus Vid Dorin (2573, 80, 7, 99, 600, 4, 7), cl. VIII Selejan Virgil (2573, 9 80, 4, 7, 99, 600, 4, 7), cl. IX Guia Florica (2604, 9, 11, 27, 8, 30, 7827, 9, 30, 5, 74, 8, 9), cl. X Barna Aurel (7913, 23, 5, 8, 31, 3, 4, 5, 6, 9, 49), Bejan Aurora (7920, 3, 5, 8, 32, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 40, 1, 57, 8021, 9), Benea Gh. (7923, 5, 8, 30, 1, 3, 4—6, 9, 41, 4, 8019, 20), Ciupercea Dumitru (7923, 5, 31, 3, 4, 5, 7, 41, 4, 9, 57, 8020, 9), Dragoş Gh. (7873, 4, 8, 9, 923, 5, 31, 3, 5, 7, 41, 4, 57), Dronca Mircea (7913, 23, 5, 8, 31, 3, 4, 5, 9, 41, 4, 9, 7978, 82, 8020, 9), Dronca Nelu (7873, 4, 9, 913, 25, 31, 3, 7, 44, 9, 57, 78 8020), Galea Sofica (7923, 5, 31, 3, 4, 5, 7, 41, 4, 8019, 20, 1), Ioana Constantin (7873, 4 913, 20, 3, 8, 30, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 40, 1, 4, 9, 77, 8020), Degenhart Falesch (2632, 3, 4, 6, 7, 8, 51, 5, 7, 60), Marton Helda (2622—4, 6, 7, 8, 51, 5, 7, 9), Moţ Monica (2631, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 43, 55, 7), Roşca Tatiana (2632, 3, 6, 7, 8, 9, 51, 3, 7, 59), Weinzärtner Richard (2616, 20, 32, 3, 6, 7, 8, 55), cl. VII Băcilă Florin (2613, 4, 8, 20, 32, 3, 6, 7), Gehl Lione (2632, 3, 4, 6, 7, 9, 51, 7), Gross Hildegard (2632, 3, 4, 6, 7, 9, 41, 51, 7), Ionescu Laura (2632, 3, 4, 6, 7, 9, 41, 51, 7), Müller Lusanne (2632, 3, 4, 6, 7, 9, 41, 51, 7), Thut Gherhard (2632, 4, 6, 7, 55, 6, 7, 61, 3), Wultschner Astud (2632, 3, 4, 6, 8, 44, 51, 5, 7), Wultschner Ingrid (2632, 3, 6, 8, 40, 4, 55, 7, 61, 2), cl. VIII Droteff Artur (2632, 3, 4, 6, 8, 51, 2, 6, 9, 64), Edith Drothler (2632, 3, 6, 7, 41, 2, 51, 7), Graef Hannelore (2632, 3, 6, 7, 40, 1, 51, 7, 42, 60), Ingrid Binder (2632, 3, 6, 7, 8, 41, 51, 7, 60), Ingrid Binder (2632, 3, 6, 7, 8, 41, 51, 7, 60), Ingrid Gutwirth (2632, 7, 9, 41, 3, 5, 51, 60, 33), Klokner Gudrun (2632, 3, 4, 9, 43, 51, 7, 9), Luchian Ionescu (2632, 3, 4, 6, 8, 51, 2, 9, 64), Otto Kurt (2623, 33, 4, 6, 8, 9, 41, 3, 51, 5, 7, 9), Schindler Elke-Withelmine (2632, 3, 4, 6, 8, 41, 51, 5, 7, 60), Schurster Jurgon (2632, 3, 4, 6, 8, 51, 2, 5, 9, 64), Ursula Mathes (2632, 3, 6, 7, 41, 3, 51, 7, 60), Ziegler Brigitte (2632, 3, 6, 7, 8, 41, 81, 7, 60), *S. g. 10* cl. VIII Lomaşan Octavian (2622, 3, 4, 6, 6, 7, 8, 9, 39, 40, 1, 4), L. 1. cl. X Bozdoghină Şerban (7928, 30, 1, 4, 7, 8, 78, 80, 2, 4, 5, 90, 8001, 19, 20, 1), cl. IX Cîmpeanu Gelu (7874, 8, 9, 33, 4, 5, 9, 40, 1, 8018—20), Albu Mircea (2627, 8, 9, 30, 4, 65, 7873, 4, 8, 9, 933, 51), Zaharia Nicolae (2629, 7874, 5, 7, 8, 86, 933, 4, 7, 9, 40, 1), *L. 3* cl. X *Andrei Alexandru* (7874, 5, 8—9, 81—3, 5, 7, 925, 33, 4, 5, 41, 3, 9, 57, 74, 7, 8, 80, 5, 6, 90, 1, 3, 8004, 5, 20, 6), Baloş Cristian (7874, 6, 8—9, 82, 3, 5, 31, 3—6, 41, 4, 7, 9, 57, 74, 7—82, 5, 6, 90, 3, 7, 8001, 4—5, 20, 22, 6, 8), *Constantinescu Radu* (7880, 923, 5, 33, 5, 7, 9, 40, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 51, 7, 74, 7, 8, 82, 5, 8, 90, 1, 3, 804, 5, 20—2, 6, 8, 31), *Groza Carmen* (7907, 8, 13, 20, 1, 3, 4, 5, 8, 33, 5, 9, 40, 3, 8, 9, 51, 70, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30, 1—3, 7, 9, 8000, 1), cl. X Lungu Gerghinica (7907, 18, 20, 1, 3, 5, 32, 64, 71, 9, 80, 3, 6, 92, 8001, 5, 26, 8). *Marton Ladislau* (7864, 74—6, 8, 9, 83, 4, 5, 907, 14, 21, 3, 5, 8, 31, 3, 43, 4, 9, 977, 8, 82, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 5, 9, 8009, 4, 18, 20, 8, 31), *Pîrşu Elena* (7907, 8, 13, 4, 20, 1, 3, 4, 5, 8, 33, 5, 9, 40, 3, 8, 9, 51, 8, 9, 80, 2, 3, 5, 8000, 4, 5, 20), Pocol Marius (7923, 39, 40, 8, 78, 83, 933, 43, 47, 51, 77, 88, 90, 8021, 6, 31), cl. IX Sederiaş Florian (7873, 4—9, 33, 7, 49—52), *Sferoci Alexandru* (7873—6, 8, 9, 81, 3, 4, 5, 93, 4, 7907, 18, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 30—4, 41, 5, 57, 70, 1, 2, 6, 7, 83, 8020), *Stancu Ana* (7880, 907, 21, 3, 5, 33, 4, 5, 40, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 53, 7, 77, 8, 9, 82, 4, 5, 90, 1, 3, 1, 3, 7, 8000, 4, 5, 9, 10, 11, 21, 31), Vlădoianu Horia (7878, 80, 3, 5, 7, 907, 23, 5, 33, 4, 40, 1, 3, 4, 7, 9, 53, 7, 77, 8, 9, 82, 5, 7, 8000, 10, 11, 20, 1, 31).

SIGHIŞOARA. *L. 1* cl. IX Bocoş Viorel (2627, 9, 46, 65, 6, 7, 7879, 933, 5, 6, 41, 57), Ciopec Elena (2627, 8, 30, 7867, 70, 3, 4, 6, 8, 9, 933, 6), Cîndea Lucia (2614, 28, 9, 30, 65, 6, 7878, 933, 4, 5, 6, 8020), Claus Gabriela (2614, 28, 9, 30, 65, 6, 7879, 933, 5, 6,

41, 8020), Gligor Doina (2614, 27, 8, 9, 30, 3, 51, 7874, 8, 9, 35, 5), Jacodi Luminița (2614, 27, 8, 9, 30, 7874, 8, 9, 33, 5, 6, 8020), Moldova Adrian (2627—30, 65, 6, 7873, 4, 8, 9, 933, 6, 57, 77, 8), Moraru Cristian (2627, 8 30, 46, 7873, 4, 8, 9, 933—7), Munteanu Viorica (2627—30, 45, 65, 6, 7878, 9, 933, 5, 6, 8020), Palade Nicolae (2610, 27—30, 45, 6, 7827, 30, 74, 8, 9, 933), Rozsa Ion (2627, 8, 30, 46, 66, 7874, 9, 933—6, 57, 8019), Tîrcovnicu Dorina (2627, 65, 7, 7873, 4, 7, 8, 9, 933, 6, 7, 8020), Dănilă Liviu (7873, 4, 6, 8, 9, 925, 33, 5, 78, 80, 2, 93, 8020), cl. X Serachitopol Dan (7833, 7, 73, 916, 23, 41, 72, 7, 8, 80, 3, 5, 90, 9, 8001, 7, 10, 20), cl. XI Oaida Dumitru (7823, 68, 76, 85, 907, 18, 23, 5—8, 32, 3, 6), Tenițchi Eugen (7907, 18—21, 3—6, 8, 30, 2—6), *L. 2* cl. XI Weiss Hans Güther (7900, 7, 7913, 8, 9, 20, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 30, 1, 2, 57, 63, 71, 3—5, 7, 8, 80, 3).

SIGHET. *S. g.* cl. VIII Huban Ileana (2613, 4, 6, 8, 20, 3, 8, 33), L. cl. X Nemeș Ion (7862, 4, 6, 7, 9, 70, 4, 5, 6, 8, 9, 81, 5, 933, 5).

SIMERIA. *S. g.* cl. VII Hălălău Petronella (2618, 2620, 3, 36, 43, 57, 62, 3), *L.* cl. VII Buligan Georgeta (2618, 9, 20, 3, 5, 6, 7, 36), Crișan Gabriela (2617—20, 3, 5—7), Goga Vasile (2601, 5, 6, 8, 18—20, 3) Groza Ovidiu (2617—20, 3—7), Oprea Magdalena (2617, 9, 22, 3, 5—8, 36, 7, 41, 3), Palamaru Vasile (2617—20, 3, 5—7), Pătrașcu Luminița (2617—20, 3, 5—7), Predoiaș Mina (2617—20, 3, 5—7), Tămătaș Estera (2617—20, 3, 5—7), Varga Irina (2617—20, 3, 5—7), Oprea Alexandru (2622, 3, 5—30, 41, 3, 6, 63).

SINAIA cl. VI Bunea Viorel (2613, 4, 9, 21, 32, 3, 6, 8, 50), Csiki Olga (2613, 4, 9, 21, 32, 3, 68, 49, 51, 7, 9), Frîncu Cecilia (2632—6, 8, 9, 59, 60), Lungu Luminița (2613, 4, 9, 32—6, 8, 9, 51) Neguțoiu Liliana (2613, 4, 21, 32—4, 6, 9, 59), Onea Elena (2613, 4, 9, 21, 32—4, 8, 9, 57, 9), cl. VII Florescu Horațiu (2635—41,3), Mihăilescu Simona (2631—5, 41, 4, 7933—5), cl. VIII Bădilică Angelica (2619, 23, 5, 7, 30, 42, 5, 65—7, 94), Bumbea Marian (2622, 3, 5, 7, 630, 7874, 8, 9, 41, 3, 6, 7934, 5), Bustuc Viorica (2618—20, 3, 5, 7, 30, 7874, 8, 9, 933, 5), Cosma Simona (2619, 20, 3, 5, 7, 30, 74, 9, 934, 8019, 20), Cosmoiu Ana (2619, 23, 5—7, 9, 30, 7874, 9), Daciu Viorica (2614, 20, 3, 5, 7, 9, 30, 7873, 4, 8, 9), Găronescu Viviana (2620, 3, 5, 7, 30, 2645, 7874, 8, 9, 9, 933), Iliescu Paula (2619, 23, 5, 7, 30, 42, 5, 65—7. 41), Istrate Claudiu (2623, 7, 30, 7874, 8, 9, 933, 8019), Manolescu Elisabeta (2623, 5, 7, 30, 41, 2, 5, 7874, 5, 9, 933), Moldoveanu D. (2620, 3, 5, 7, 30, 74, 8, 9, 933, 4, 5, 8020), Ruegg Adrian (2620, 3, 2626, 7, 8, 30, 4, 7871, 8, 9), Stoica Rodica (2620, 3, 5, 7, 30, 7874, 8, 9), Topoloveanu Adriana (2622—6, 8, 30, 46, 7874, 8, 9, 933, 4, 8019, 20), Tudoreață Mariana (2620, 3, 7, 30, 7874, 5, 8, 9, 933, 5), Wizernigg Mariana (2620, 5, 7, 30, 7874, 8, 9, 933), cl. IX Enache Dan (2609, 27, 8, 9, 30, 7827, 9, 30, 5, 73, 4, 8, 9, 85), Nedelcul Mihaela (2627—30, 60, 7, 7879, 8, 933, 4, 6, 8020), Nițulescu Gh. (2627—30, 66, 7878, 9, 933—7, 8020), Palas Doina (2594, 612, 27, 9, 30, 45, 7827, 30, 1, 5, 85, 933, 6, 41), Pavel Elena (2645, 65—7, 7933, 4, 6, 41, 78, 82, 7, 8004, 20, 1), Stănescu Dan Crișan (2626—30, 66, 7, 7878, 9, 20, 33—6, Tătu Eugenia 2526, 30, 66 7 7878, 9, 4—36 8019, 20), Zidaru Dumitra (2627, 45, 65—7, 7827, 31, 8020, 1, 33, 4, 41), Bucuroiu Daniela (7874, 8, 85, 923, 8, 78, 80, 982, 4, 5, 7, 93, 8004, 18), cl. X Prisecaru Benoni (7873, 4, 8, 23, 72, 8—80, 2, 4, 5, 7, 8004, 18).

SIRET (Rădăuți). *L.* cl. VI Jarcău Adriana (2599, 604, 6, 13, 5, 8, 28, 32). Jarcău Cristina (2599, 604, 6, 13, 5, 8, 28, 32), Sandru Otilia (2601, 13—5, 8, 32, 3, 8), Vitvițchi Antonina (2596—604, 13—17, 9, 20), cl. IX Pomparău Haralambie (2627—30, 7873—9, 933—4), Tumac Gheorghe (2627—30, 7873—9, 933, 4).

SÎNTANA (Crișana) *L.* cl. VII Stan Cristian (2617—23, 7).

SÎNTANDREI (Oradea) *S. g.* cl. VII Băncescu Eugen (2613—23), Farcaș Gheorghe (2613—7, 9, 20, 1, 3, 5, 7878), Lascu Pascu (2613—7, 9—21, 3, 5, 7878), Mureșan Teodor (2613—21, 3, 5, 7878), Maghiar Ana (2613—7, 9—21, 3), Maghiar Gavril (2613—7, 9, 20, 1, 3, 5, 7878), Torjoc Tanța (2613—7, 8—21, 3, 5, 7878), Vaida Ion (2613—7, 9—1, 3, 5, 7878), Vereș Maria (2613—7, 20, 3, 5), Vidican Ioan (2613—21, 3, 5, 8) cl. VIII Kleitsch

SLĂTIOARA (Argeș) cl. VIII Dumitru Elena (2645, 9, 57, 8, 9, 60, 2, 5).

SLATINA. *S. g.* cl. VIII Grigore Maria (2613, 18, 20, 3, 57, 933, 8019, 20), *L. 1* cl. XI *Drăghici Samy* (7861, 73, 9, 99, 900, 7, 9, 18, 9, 21—4, 930, 43, 9, 70—8, 80 2—5, 88, 2—4, 6, 20, 8), *L. 2* cl. VII Popescu Veronica (2613—5, 8, 33, 8, 9, 43), Săraru Rodica (2635—41, 3, 4), cl. VIII Preoteasa Marinela (2613—5, 8, 22, 3, 31—4, 8, 43).

SLĂNIC. *S. g.* cl. VIII Stuparu Margareta (2615, 8, 23, 3, 4, 43, 5, 53, 5, 7, 63, 5).

SOLCA (Suceava). *L.* cl. X Josan Lidica (7827, 8, 74—6, 8, 9, 933, 9, 40, 57).

STĂNEȘTI (Giurgiu). *S. g.* cl. VII Roșu Ionela (2632, 3, 4, 6, 8, 42, 3, 6), cl. VIII Sărăcilă Maria (2632—4, 6, 8, 42, 3, 5, 12, 66).

SUCEAVA. *S. g.* 2 cl. VII Posteucă Romeo (2618—23, 5, 7), *L.* cl. VI Domuncu Aurelian (2613, 19, 25, 32, 3, 5, 1, 3, 6, 64), Moscovici Zola (2615, 9, 23, 32, 6, 55, 9, 64), Sălcescu Dorin (2619, 33, 6—9, 43, 53, 5, 60, 1, 4, 70, 1, 2, 5), Tomescu Liliana (2632, 4, 6, 8, 46, 57, 9, 64), Vizitiu Liviu (2613—5, 32, 51, 61, 4), cl. VII Bessler Lanford (2618, 23, 7, 37, 61, 3, 7878, 8020), Dilcu Constantin (2619, 38, 46, 55, 8, 61, 4, 8026), Eșanu Carmen (2618, 9, 36, 8, 9, 41, 3, 6, 59), Podoleanu Minodora (2618, 9, 36, 8, 9, 41, 3, 6, 55, 9), Popescu Mihaela (2618, 9 36, 8, 9, 41, 3, 6), Sălcescu Narcisa (2626, 7, 43, 55, 7, 9,

61, 2, 5), Tecuceanu Radu (2651, 3, 5, 8, 61, 4, 8020), cl. IX Ardeleanu Mihai (2627, 9, 65—7, 7874, 8, 9, 933—6, 41, 8020), Găitan Virgil (2627, 8, 30, 46, 67, 7874, 8, 9, 933—5, 7, 57, 8020, 6), Iacomi Mircea (2627—30, 7873, 9, 933, 4, 7—41), Marcean Teodor (2627, 8, 30, 46, 7, 7874, 8, 9, 75, 93, 35, 9, 40), Movileanu Gelu (2642, 3, 5, 7, 9, 7834—41, 76), Onofrei Mircea (2627, 9, 30, 65, 7874, 8, 9, 933, 4, 6, 41, 8020), cl. X Airoaie Doina (7873, 9, 89, 923—5, 9, 31—5, 9, 41), Constantin Stelian (7874, 8, 9, 85, 921, 4, 5, 33—5, 7, 41), Lobodă Mihai (7827, 30, 4, 5, 73, 6, 8, 9, 933, 4, 7), Stiucă Petru (7878, 9, 23, 5, 33, 4, 6, 9, 40, 1, 57, 64), cl. XI Mandric Teodor (7880, 907, 13, 20, 1, 5, 71, 75—80, 2, 3, 6, 7, 90, 3), *Tabarcea Petru* (7867, 9, 73—6, 78—80, 83, 85—7, 93, 6, 900, 1, 7, 9, 12, 3, 6, 8, 20—3, 5, 6, 8—35, 7, 9, 44, 8, 57, 8, 60, 2—4), *Zavera Ion* (7883, 93, 907, 8, 11, 3, 20, 5, 32, 43, 4, 9, 58, 70, 1, 6—80, 2—8, 90, 2, 3, 7, 8005—7, 26, 37—41), *L. 3* cl. VIII Dura Marinela (2622, 4, 9, 39, 40, 1, 3, 7873, 4, 8, 9, 934, 5), Oroaie Florin (2623, 9, 30, 62, 3, 4, 5, 6), cl. IX Jucan Simion (2627, 30, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 6, 8020), Nichita Mariana (7827, 8, 30, 1, 2, 5, 73, 8, 9, 933, 2609, 27), Nicolae Cîrligeanu (2627, 30, 66, 7, 7874, 8, 9, 933—6, 9, 8020).

SEITIN (Arad), *S. g.* cl. VI Popa Aurelia (2631, 3, 4, 6, 8, 50, 1, 7, 9).

ŞELARI (Ploieşti) *L.* cl. X Anca Corneliu (7821, 5, 7, 9, 35, 49, 78, 83, 5, 93, 918, 20, 1, 3, 5, 31—3, 5, 43, 60).

ŞERCAIA (Braşov) *L.* cl. IX Chircoiaş Victor (2627, 30, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 4, 41, 8020), Păltan Nicolae (2627, 30, 45, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 4, 9, 41, 8020).

SIMLEUL SILVANIEI (Crişana) *S. g.* cl. VIII Erdeli Lucian (2627, 7873—6, 78, 9, 933, 8020).

SIRIA (Banat) *S. g.* cl. VII Pusztal Ilonca (2618—20, 36—8, 43, 55, 7, 63, 4, 7878, 957).

SISEŞTI (Oltenia) *L.* cl. X Tiru Foru (7867, 73—5, 89, 911, 23, 5, 31—5, 9, 40, 4, 51, 64, 72, 4, 82, 5, 91, 8001, 19, 21, 6, 8).

SOMCUŢA MARE. *L.* cl. IX Chiţan Vasile (2627, 8, 30, 65, 7, 7878, 9, 933, 4, 78—80, 2, 4, 6, 93, 8001). Pop Ioan (2630, 65—7, 7878, 9, 933, 4, 9, 40, 1, 79, 80), Popan Gheorghe (2627, 9, 30, 65, 7, 7878, 9, 933, 78—80, 2, 4, 90, 3, 8001), Seling Ruben (2627, 9, 30, 65, 7874, 8, 9, 933, 9, 78—80, 2, 4, 90, 8001).

ŞOTINGA-GOLEASCA (Ploieşti). *S. g.* cl. V Ilie Niculina (2613—5, 9, 21, 32—5, 50, 1), cl. VII Bran Ion (2606, 19, 8, 22, 3, 6, 7, 9, 30, 7878), Ilie Victor 2613—5, 7, 25, 8, 28, 32—4, 6, 7, 43, 6, 50, 1, 9, 60, 2), Orbeci Constantin (2613, 8, 9, 20, 12, 3, 7).

ŞTEFĂNEŞTI(Argeş). *S.g.* cl. V Ionescu Violeta (2613, 4, 9, 32, 7, 43, 51, 7, 61), Puricel Aurora (2613, 4, 9, 32—4, 6, 9, 43, 6), cl. VIII Popa Laurenţiu (2681—3, 6, 606, 8, 9, 7828, 74, 9), Dăringă Mihai (2636, 57—61, 3, 5, 6), Gae Claudia (2529, 33—5, 45, 58—60, 9, 70).

ŞTEFĂNEŞTI (Suceava) *L.* cl. IX Apostoaiei Anton (2630, 7873—5, 8, 9, 923, 5, 31, 3—5, 9, 40, 1, 78, 82, 91, 8001), cl. X Brună Alexandrina (7827, 9, 40, 2, 78, 9, 85, 923, 5, 33—5).

ŞTIUBIENI (Suceava) *S. g.* cl. VII Airimiţoaie Mina (2631, 3, 4, 6, 43, 51, 5, 9, 62, 5), Ciuclea Veronica (2632, 3, 6, 9, 43, 51, 5, 9, 62, 5), Cuzub Ana (2632—4, 6, 43, 5, 9, 51, 5, 62), Cuzub Maria (2615, 32, 3, 4, 6, 9, 43, 5, 9, 57), Horoşincu Ion (2632—4, 6, 8, 9, 43, 9, 51, 65), Pavel Florica (2632—4, 6, 9, 43, 51, 5, 9, 62), cl. VIII Blezniuc Aurora (2649, 51—3, 5—7, 9, 62, 3, 5, 6), Bunica Lia (2636, 9, 45, 9, 51, 5, 7, 9, 60, 2, 4, 5), Cuzub Iulian (2638, 45, 51, 2, 8, 63—5, 62, 6, 7935), Dănălache Eugenia (2632—4, 6, 8, 9, 43, 5, 51, 7, 933, 4), Dămii Marilena (2638, 46, 51, 3, 5, 7, 9, 62, 4, 7934), Fecioru Lucia (2615, 32—4, 6, 7, 9, 43, 5, 6, 934), Fusu Iulian (2613—5, 29, 2632—4, 6, 8, 45), Horiceanu Virginia (2638, 46, 9, 51, 3, 5, 7, 9, 62, 4), Hudişteanu Maria (2649, 51, 3, 5, 7, 9, 60, 2, 4, 5), Leucă Geta (2632—4, 9, 43, 51, 2, 5, 60, 2), Moruz Rodica (2638, 45, 6, 9, 51, 3, 5, 7, 9, 62, 4, 7934), Moruz Stela (2636, 8, 45, 6, 9, 51, 3, 5, 7, 9, 62, 7934), Sîdic Fănica (2615, 20, 9, 33, 4, 6, 43, 5, 6, 7934).

SUSANI (Argeş) *S. g.* cl. VI Niţu Nicoliţa (2613, 5, 7, 8, 9, 21, 3, 31, 2, 6)

TARICENI (Ploieşti) *S. g.* cl. IV Constantin Marin (2614, 9, 20, 32—4, 6, 8, 43, 7957).

TECUCI. *L. 2* cl. VII Mustănică Doru (2614, 9, 29, 32, 3, 6, 53, 7, 65), Popescu Dorel (2618, 27, 35, 6, 41, 3, 53, 5, 9, 61, 7879, 938, 40), Seuleanu Mircea (2614, 8, 32—4, 6, 44, 53, 7, 65), cl. VIII Buta Mariana (2614, 8, 20, 7, 32—4, 6, 43, 6), cl. X Bobaru Gh. (7873, 4, 8, 923, 5, 8, 32—5, 41, 57), Lazea Alin (7873, 4, 6, 8, 9, 923, 5, 8, 31, 3—5, 80, 5, 7, 99, 8020), Păunescu L. Doru (7877, 8, 9 913, 23, 5, 30—5, 9, 41, 51, 7), Popa C. Corneliu (7873, 8, 9, 923, 5, 32, 5, 7, 70, 6, 8020), Aizic Al. (absolvent) 7883, 900, 7, 8, 20, 1, 3, 5, 8, 71, 4, 5).

TIMIŞOARA cl. VII Roxana Hubent (2598, 604, 7, 18, 20, 1, 4, 32, 3, 41), *S. g. 10* cl. VI Ivănescu Marius (2613—21, 9), *S. g.* 10 cl. VII Pop George (2653—5, 7, 8, 61, 3—7), *L. 1* cl. X Bunişa Dan (7873—9, 84, 5, 933, 4, 7, 41, 4, 8020, 5), *L. 2* cl. VIII Tufan Adriana

(2618, 9, 20, 3, 32, 6, 7, 57, 63), cl. VII Ungureanu Ioana (2618, 32—4, 6—8, 40, 1, 3), cl. X Dörr Robert (7873, 4, 6, 8, 9, 85, 925, 31, 3, 40, 1), Gross Gabriel (7821, 74, 8—80, 5, 925, 8, 31—5, 9, 40, 1), Kintsch Dieter (7867, 74, 6 8, 9, 923, 5, 33, 5, 60, 77—9, 85, 8, 8020), Laigner Alfred (7870, 4, 6, 7, 83—5, 907, 23, 5, 8, 31, 3—5, 57, 60), *Rațiu Tudor* (7167, 9, 74—81, 3—5, 97, 907, 19, 20, 3—6, 930—41, 4), Wagner Cornel (7873, 4, 5, 8, 9, 923, 5, 33, 41, 77, 80, 9, 982, 90, 8020), *L. 5* cl. VIII Gundosch Hedvig (2640—3, 63, 5,6, 7933—5), Iancu Marieta (2640—3, 63, 5, 6, 7933—5), *L. 7* cl. VI Bâlă Pompiliu (2598, 9, 604, 5, 7, 9, 31, 3, 6, 8, 9, 46, 50—3, 7, 9—61, 4), *L. 7* cl. VIII Teodorescu Silvia (2622, 3, 5, 7, 9, 30, 40, 1, 6, 62, 4, 6), *L. 10* cl. IX Băleanu Emanuel (2628, 30, 46, 67, 7875, 8, 9, 85, 944, 57, 8018, 9, 20, 5), Bărboș Rodica (2627, 8, 30, 66, 7878, 9, 933, 5, 6, 41, 8018, 9, 20), Giagim Cornel (2628, 30, 67, 7876, 9, 85, 944, 57, 8018, 9, 20, 5), Gros Odeta (2728, 30, 67, 7876, 8, 9, 85, 933, 44, 57, 8019, 20), cl. X Lupescu Mărioara (2628, 30, 45, 58, 7878, 9, 933—6, 44, 57, 8020), Mihailovici Delia (2628, 30, 45, 7878, 9, 933—6, 44, 57, 8020), Someșan Ioan (2628, 30, 67, 7875, 8, 9, 85, 944, 57, 8018, 20, 5), *L. „E. Murgu"* cl. VI Anușa Dan (2613—5, 8, 20, 32—4, 6, 43), cl. IX Marincă Vasile (2613—5, 7—21, 3, 4, 6, 8, 30, 7867, 73—6, 8, 9), *L. de muzică* cl. VI Colțoiu Virgil (2597—9, 613, 32—4, 8).

TINCA (Crișana) *L.* cl. IX Ianoș Ioan (2627, 9, 30, 66, 7, 74—8, 9, 933—5, 9, 41,8020).

TITEȘTI (Argeș). *S. g.* cl. VI (2632—6, 8, 43, 51—3, 60, 2), cl. VII Chioveanu Ionel (2612, 23, 33, 43, 51, 7, 9, 62), Mărcoiu Ion (2633, 41, 3, 9, 51, 5, 7, 62), cl. VIII Mohanu Gh. (2577, 600, 5, 6, 34—6, 8, 9, 43, 5, 60, 7934).

TÎRGOVIȘTE. *L. 1* cl. VIII Avasilichioaie Adrian (2613, 20, 3, 7, 30, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 43, 4, 51, 7873, 4, 8, 9, 933), Ungureanu Virgil (2631—4, 6—8, 40, 6, 7933), cl. IX Andronescu V. Călin (2627, 30, 65—7, 7873, 4, 8, 9, 933, 6, 40, 8020), Arabagiu Aurel (2646, 65, 7, 7913, 33—7, 9, 940, 1, 9, 57, 78—80, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 3, 8001, 5, 19, 20, 1), Popa Cornel (2646, 7, 67, 7874, 5, 8, 9, 85, 913, 33—5, 78, 9, 80, 4), *L. 2* cl. XI Călugăru Constantin (7900, 7, 11, 13, 21, 40, 9, 64, 70, 1, 4—8, 80, 3—5, 7, 8, 91, 3, 8009, 26), Erlic Alexandru (7918 20, 1, 3, 5, 6, 8, 31, 2, 40, 9, 64, 74, 5), Ilie Theodor (7921, 32, 71, 4, 5, 6, 83, 97, 8020, 1, 6), *Stan Nicolae* (7900, 7, 9, 14, 8, 20, 1, 3—6, 8, 30, 1, 2, 44, 9, 57, 60, 2, 4, 70—3, 6—8, 2—7, 71—5, 7, 90, 3, 7, 8001, 4—7, 9, 10, 5, 26, 70, 1, 4, 5, 81, 92, 103, 7, 10, 1, 4—6, P).

TG. CĂRBUNEȘTI (Oltenia) *L.* cl. IX Ciungu Stelian (2646, 7, 65—7, 7867, 73, 933—41, 9, 57, 74, 78—80, 2, 7, 90, 3, 9, 8000, 1, 14, 9, 20 73, 933—41), Doloc Gheorghe (2628, 9, 30, 45, 73, 4, 8, 9, 933, 5, 8020), Bușneag Dumitra (7867, 83, 5, 923, 5, 8, 32—5, 7, 8, 41, 9, 57, 64, 976—80, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 7, 8001, 14, 9, 20, 1, 2, 6, 9), Ciungu Petre (2627—30, 7873, 4, 8, 9, 933—5), 41, 8020), cl. X Colțescu Ion (7925, 33, 49, 76, 9, 980, 2, 7, 90, 7, 8001, 14, 20, 22, 6).

TG. JIU. *S. g. 1* cl. VII Truşcă Doina (2620, 3, 6, 7, 40, 1, 57, 63, 6, 7). *S. g. 4* cl. VIII Arjoca Cătălin (2613—5, 9, 18—20, 3, 7, 31—4, 6, 7, 9, 41, 3, 5, 6, 7879, 8, 9, 934, 5, 7), Drăghescu Lidia (2632, 3, 6, 8, 41, 7933, 4), *S. g. 8* cl. X Iscrulescu Ilie (2596—600, 5, 31—4), *L. 1* cl. VI Oproiu Dan (2613—5, 8, 23, 7, 30, 2, 3, 6), cl. IX Brădișteanu Șerban (2623, 30, 3, 4, 7, 8, 41, 51, 3, 8, 7878, 9, 933, 5, 8, 57), Crețan Doina (2598, 601, 4, 9, 23, 7, 30, 4, 46, 63, 7, 7830, 933, 5, 7, 8020), Croitoru Sabin (2629, 30, 66, 7, 7878, 9, 933—5, 41, 8019, 20), Dumitrescu Gabriela (2627, 30, 46, 65, 7—9, 933—5, 41, 8019, 20), Ernășel Mircea (2630, 3, 4, 6, 40, 3, 5, 6, 51—3, 5, 61, 3, 5, 7, 7873, 4, 9, 933—5, 40, 1, 8020), Ghidiceanu Valeriu (2613, 4, 7—9, 30, 3, 51, 7, 60, 7879, 933, 4), Iliescu Teodor (2604, 8, 14, 8, 23, 7, 27, 9, 7878, 9, 933, 4, 41), Mincea Grigore (2027, 8, 30, 42, 66, 7, 7874, 5, 8, 9, 85, 933—5, 40, 1, 78, 82, 4, 993, 8001, 3, 11, 9, 20), Mitran Ilie (2618, 23, 32, 3, 4, 7, 41, 6, 51, 2, 61, 7, 7933, 8020), Negomireanu Nicolae (2620, 7, 30, 4, 7, 61, 7, 7878, 930, 4, 5, 40, 57, 8020), Ozum Doina (2609, 27, 30, 46, 65, 7, 7835, 78, 933—5, 41, 8020), Pasăre Constantin (2627, 9, 30, 62, 6, 7, 7878, 933—5, 57, 8019, 20), Păsărin Florentina (2623, 30, 2, 4, 7, 41, 51, 2, 3, 8, 61, 3, 7, 7933, 5, 57, 8020), Păsărin Iorgu (2627, 9, 30, 2, 3, 46, 51, 65, 73, 933—5, 41), Pîrjol Mihai (2627, 9, 30, 46, 66, 7, 7873, 8, 9, 933, 4, 5, 8019, 20), cl. X Bicoi Eugen (7913, 25, 8, 31, 33—5, 39—41, 4, 57, 64, 85, 8020), Pudrea Dorel (7923, 5, 33, 4, 44, 54, 76, 9, 82, 5, 7, 8001, 20), Rodeanu Ion (7910, 20, 8, 32, 49, 70, 1, 2, 6, 82, 5—8, 90, 1, 3, 7, 9, 8000, 1, 4, 14, 8, 9, 20, 1, 2, 5, 6, 8, 31), cl. XI *Diaconu P. Ilie* (7907, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 7, 8, 3, 1, 2, 49, 57, 70—93, 6, 7, 9—8001, 3.7, 9, 10, 25, 6, 8, 31, 2, 5).

TG. LAPUȘ. (Maramureș). *L.* cl. XI (2632—4, 6, 8, 51, 7, 9, 64), Carmen Maria (2632, 3, 4, 6, 7, 8, 51, 7, 9), Dragomir Ion (2632—4, 6—8, 42, 57), Engler Marinel (2632, 3, 6—8, 51, 7, 8), Faur Otilia (2632—4, 6—8, 49, 51, 7), Gaspar Andrei (2631—4, 6—8, 49, 51), Ghedut Aurel (2632—4, 6—8, 42, 9, 51, 7), Imrek Andrei (2632—4, 6—8, 42, 9, 51, 7), Manu Angela (2632, 4, 6—8, 43, 9, 51, 7), Mihalache Emilia (2632—4, 6—8, 43, 51, 7), Orban Haginal (2631—4, 6—8, 43, 51, 7), Plop Tiberiu (2631—4, 6—8, 49, 51, 7), Solomon Maria (2632—4, 6, 8, 49, 51, 7), Steiu Maria (2631—4, 6—8, 57), cl. VII Dragoman Augustin (2643, 6, 58, 7, 9, 62, 3, 7), Gaspar Ianoș (2636—40, 3, 55, 7, 9), Imreh Istvan (2636, 8, 9, 40, 3, 57, 8, 62, 5, 7), cl. X Pop Vasile (7827—30, 5, 74, 8, 9, 925, 33, 4, 6, 41, 57), Vlasin Miron (7878, 9, 923, 5, 31, 3—6, 9, 40, 1, 57, 8020), Giurgiu Timofte (7923, 5, 32—6, 9, 40, 1, 4,

57, 8019, 20, 1), Indre Ioan (7874, 8, 85, 9, 925, 33—6, 9, 41, 57, 8020), Oana Sofron (7867 74, 8, 923, 5, 31, 3—9, 8020), Rus Ioan (7878—85, 923, 5, 31, 3—5, 9, 40, 4, 5, 8020, 1), cl. XI Mesesan Stefan (7820, 1, 4, 40, 9, 51, 918, 9, 20, 3—6, 8, 31, 2).

TG. MUREŞ. *S. g.* cl. VIII Bagothhai Iulius (2622—5, 7, 8, 30, 7873, 4, 8, 9), Moca I. Constantin (2622—5, 7, 8, 30, 7873, 4), cl. VII Pop Doina (2617—9, 22—5, 8, 30, 7), cl. VI Ceuca Marcel (2613—5, 7—9, 22, 3, 5, 7), Cîmpineanu Cecilia (2613—5, 7—9, 22, 3, 5, 7), Moga Mariana (2613—5, 23, 5, 7), Tiberiu Winkler (2613—5, 7—9, 22, 3, 5, 7), cl. VIII Miculi Mircea (2614, 23, 7, 30, 51, 2, 5, 63), Boldor M. Eva (2614, 5, 9, 20, 1, 6—8), Chiriță Gh. (2622—5, 7, 8, 30, 7873, 4), Sălăgeanu Nicolae (2613—6, 9, 20, 34, 6, 49, 51), Vaida Iancu (2614, 23, 7, 30, 8 51, 2, 5, 63), Moldovan Emil (2627, 36, 42, 3, 6, 65, 7916, 33, 4, 5, 41), Moldovan Rodica (2614, 42, 51, 2, 4, 60—3, 7934), Boliac Marius (2626, 7, 36—41, 3, 6, 7, 51, 2, 7874, 5, 8019, 20), cl. X Palade Valerian (7873—5, 8—80, 3, 5, 933—5, 9—41, 57, 76, 8018—21, 6, 8, 31), Pop H. Călin (7864, 6, 7, 9, 71, 5—7, 81—8, 96), Turcu Cl. Ion (7913, 23, 5, 7, 8, 31, 4, 8, 7, 9, 41, 4, 866, 7, 75, 84, 6, 9).

TÎRGU NEAMȚ. *L.* cl. VI Baciu Maria (2613—5, 8, 9, 21, 36, 8), Bîrliba Rodica (2613—5, 8, 9, 21, 36), Bobu Viorel (2613—5, 8, 9, 20, 1, 36, 8), cl. XI Stîngu Mugurel (7867, 83, 93, 900, 4, 9, 11, 8, 20—2, 20—2, 5, 9, 64, 73.

TÎRNĂVENI. *L. 1* cl. IX Gruia Doina (2630, 47, 6, 7, 7934, 8, 40, 1, 78, 80, 2, 8020), cl. XI Gruia Călin (7880, 93, 900, 7, 8, 13, 6, 21, 44, 9, 59, 71, 5—9, 82—4, 6—8, 92, 3, 5, 9, 800. 1, 5, 6, 7, 9, 10, 4, 21), *L. 2* cl. VI Benyi Elisabeta (2613—21, 7) Doszlop Margit (2613—8, 20, 1), Halmaggi Ileana (2613—21, 7), Laza Ionel (2613—6, 8, 36, 8, 51, 2, 6), Laszlo Magdalena (2613—6, 8—21, 7), Racz Eva (2613—20, 7), Rozman Maria (2613—20), Szabo Eva (2613—21, 7), Szakacs Stefan (2613—7, 9, 21), Bartha Ilona (2615, 8—23, 8), Gaspar Gheorghe (2613—6, 8—20, 2, 7), Karacsony Margareta (2615, 8—23, 7, 9), cl. VII Pethö Ilona-Iboly (2615—6, 8—23), Török G. Iolan (2613, 5, 8—22, 7).

TOHANUL VECHI (Brașov). *S. g.* cl. VIII Zamfir Nicolae (2610, 3—5, 7—21, 3, 6—30, 7879).

TOPLIȚA (Reg. M. A. Maghiară) cl. VI Crăciun Ilie (2613, 32—4, 6, 43, 51, 9), Croitor Dorina (2613, 4, 32—4, 6, 49, 51, 5, 9, 60), Gheorman Olga (2613, 20, 32—4, 6, 43, 55, 9, 60), Imsel Ildico (2613, 20, 32, 3, 6, 43, 55, 7, 9), Ivaș Magda (2613, 4, 32—4, 6, 43, 9, 51, 5, 9, 60), Pop Sabina (2632—4, 6, 49, 51, 5, 7, 9, 60), Sanda Zaharia (2613, 5, 20, 32—4, 43, 55, 9), cl. VII Cristian Tiberiu (2618, 22, 3, 37, 54, 8, 63, 7), cl. VIII Braic Viorel (2630, 9, 43, 6, 61—6, 933), Păşcan Mihai (2639, 43, 6, 61—6, 7933), cl. IX Bividiu Ioan (2630, 46, 66, 7878, 9, 933, 4, 8—41, 8020), cl. X Spaciu Eugen (7874—9, 933—6, 8—41, 8019, 20, 8).

TULCEA *S. g.* cl. VI Stoicescu Constantin (2650, 1—3, 7, 9, 60, 4), cl. X Ionescu Florin (7878—80, 5, 934, 5, 9, 40, 1, 3, 8, 9), Ivanov Liliana (7920, 3, 5, 30, 1, 3, 4, 5, 76, 8020, 5, 8, 77, 89).

TURDA. *S. g.* cl. V Kiss Ioan (2596—9, 2614—6, 8), cl. VI Botezatu Lenuța (2613, 4, 8, 31—3, 7, 50—3, 9, 60), *L. 2* cl. IX Bedö Ladislau (2627, 30, 45, 7873, 4, 6, 8, 9, 933—5, 80, 19, 20), Boeru Traian (2627—30, 46—7, 65, 7, 7933, 4, 6, 40, 1), Rusu Ovidiu (2627, 9, 30, 7873—5, 8, 9, 80, 939, 40, 1, 57), Toma Adela (7874, 5, 8, 933, 5, 78, 82, 6, 8, 93, 8006), cl. X *Gheorghizan Mihai* (7821, 5, 7, 30, 46, 78, 9, 923, 5, 8, 33—5, 41, 57, 920, 39, 40, 9, 78, 82, 5, 6, 8, 90, 1, 3, 9, 8001, 5, 6, 14, 9, 20, 1), Fanea Mircea (7923, 5, 8, 31, 4—6, 9, 40, 1, 4, 8), *Florea Vasile* (7874, 5, 8, 930, 3, 5, 8, 33, 4, 5, 41, 9, 57, 78, 9, 82, 5, 6—91, 3, 7, 9, 8001, 4—6, 14, 20, 1, 8), Marin Octavian (7874, 923, 5, 8, 33, 5, 40, 1, 9, 57, 82, 4—8, 8019), Mitruș Dan Ion (7933—6, 9—41, 4, 8019, 20—2).

TURNU SEVERIN. *S. g.* cl. VII V.ăduț Maria (2636, 7, 41, 3, 6, 57, 9, 60, 3, 4, 7), Bivolaru Vasile (2613—5, 8—20, 3—5), *L. 1* cl. VII Pasmangiu Nicolae (2618, 23, 30, 2—4, 6, 7, 62, 3), cl. IX Pasmangiu Ștefan (2627, 30 m 7873—9, 924, 33, 4, 8019, 20), cl. X Chiriță Mircea (7880, 1, 4—6, 925, 44, 8, 9, 60, 8018, 20, 1. 2, 4, 5, 6, 8, 9, 31, 5) cl. XI Egher Liviu (7918, 20, 1, 3, 8—32, 49, 70, 6, 7, 83, 8), *L. 2* cl. VIII Bojincă Mihai (2623, 39, 41, 3, 63, 6, 7, 7879, 933, 5, 41, 8019), Nuculescu Mircea (2627, 61—3, 7, 7665, 868, 79, 933—5), cl. IX Bădescu Iulian (2627, 8, 30, 46, 7, 7874, 5, 8, 9, 80, 932—5, 7—40, 1).

TRUSEȘTI (Suceava). *L.* cl. VII Vieru Radu (2614, 8, 9, 21, 31—3, 6, 41, 3), cl. IX Andrei Victor (2646, 65—7, 7875, 933—5, 9, 40, 78, 82, 8001, 19, 20, 1), Balan Rodica (2629, 66, 7, 7873, 4, 6, 933—6, 40, 1, 9, 8021), Carpiuc Elena (2627, 30, 66, 7873, 4, 8, 9, 933—5, 41, 8021), Călin Constantin (2646, 58, 65—7, 7875, 933—5, 9—41, 78, 82, 8001, 19—21), Crîșmaru Constantin (2627, 30, 46, 66, 7, 7873, 4, 8, 79, 933—6, 9, 41, 8020), Mardare Vasile (2627—30, 46, 65, 7873—5, 8, 9, 933—6, 9, 40, 1, 8019—21), Munteanu Petru (2627, 30, 65—7, 7873—5, 8, 9, 933—5, 8019, 20), Omofrei Constantin (2627, 30, 65—7, 7873, 4, 8, 9, 933—6, 8020), Pavel Gavril (2628, 9, 46, 65—7, 7873, 4, 8, 82, 933—6, 40, 1, 8001, 20, 1, 6, 30), Rusu Valeriu (2627, 9, 30, 45, 6, 65, 6, 7, 7873, 4, 8, 9, 933—5, 40, 1, 78, 80, 8020, 1), Sonohat Laurențiu (2627, 30, 65—7, 7873, 4, 8, 9, 933—6, 41), Vărvărucă Constantin (2627, 9, 30, 45, 6, 65—7, 7873, 4, 8, 9, 933—6, 41, 8019, 20), Tănasă Gg. (2646, 65, 6, 7, 7873, 8, 933—5, 40, 1, 78, 82, 8001, 3, 17, 8, 20, 1, 6), cl. XI *Roșu Mircea* (7820, 1, 3—5,

7, 9, 30, 3, 5, 37—45, 7, 9, 51, 2, 63—7, 81, 3, 5, 96, 910, 20, 3, 5, 8, 30, 1, 2, 43, 4, 60, 4).

TĂNDEREI (Bucureşti) *L.* cl. X David Al. (7875, 85, 923, 5, 41, 76, 8, 85, 7, 91, 8001, 20, 6, 8), cl. XI *Nedelcu Nicolae* (7900, 7, 13, 8, 9, 20—8, 30—2, 43, 4, 9, 57, 62, 70, 1, 3, 5, 7—86, 8, 90, 1, 3, 8004—6, 9, 10).

ŢICLENI (Oltenia). *S. g.* cl. VIII Popescu Gh. (2623, 7, 8, 30, 63, 5—7).

ŢINTEA (Ploieşti) *S. g.* cl. VII Lungu Mihaela (2621, 3, 5, 35—9, 42—4).

UNIREA (Cluj). *S. g.* cl. VIII Popa Eugenia (2632—4, 8—42).

URECHEŞTI (Galaţi) *S. g.* cl. VII Dragomirescu Ion (2614, 8, 20, 3, 32, 4, 6, 49, 51, 7), Ilie Ştefan (2632—51, 51—3, 5, 8, 63), cl. VIII Gheorghică Valeria (2632, 3, 6, 40, 5, 56—8, 63, 6), Nicokau Adela (2632, 6, 42, 5, 7, 57, 8, 62, 3, 7).

URLAŢI (Ploieşti), *L.* cl. XI *Vasile Ştefan* (7866, 83, 900, 3, 18, 9, 21, 2, 4, 6, 9, 30, 70, 7, 8, 80—93, 7, 8000, 1, 4—7),

URZICENI (Bucureşti). *S. g.* cl. VII Buga Mihai (2617, 25, 38, 51—3, 5, 7, 8, 60, 3), cl. VIII Diaconu Luminiţa (2623, 5, 9, 43, 5, 62, 4, 79, 7933).

UŞUREI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Pîrvu Gh. (2631—4, 6, 8, 41, 2, 3, 5), Popescu Daniela (2597, 600, 4, 7, 13, 5, 8, 21, 7, 30, 7879)

ZALĂU (Cluj). *L.* cl. X Fogarassy Edith (7867, 74—80, 3, 4, 925, 32, 3, 5), Keresztes Eva (7867, 74—9, 83, 4, 925, 33, 5), Tater Vasile (7867, 74—80, 3—5, 925, 32, 3, 5), cl. XI Neufel Petru (7864, 7, 93, 900, 18, 21, 5, 31, 2, 49, 53, 7, 77). cl. IX Groza Alexandrina (2623, 8, 61, 3, 6, 7, 7875, 934, 9, 40, 1, 8020), Ilieş Lucia (2623, 4, 45, 6, 7873, 933—7, 41, 8020), Pop Cornel (2627, 9, 30, 45, 63, 5, 7, 7874, 8, 9, 933, 5, 8020), Csillag Ştefan (7867, 75—80, 3—5, 925, 32, 3, 5), cl. X Fülop Gh. (7867, 74—6, 7, 9, 80, 3, 4, 5, 925, 32, 3, 5), Vlasiu Iuliu (7875, 7, 84, 5, 935, 8, 9 40, 4, 9, 57, 8020), cl. XI Szocs Koloman (7881, 900 11, 8, 9, 21, 2, 43, 9, 57, 8, 9, 60).

ZLATINA (Hunedoara) *S. g.* cl. V Scoarţa Ştefan (2613—6, 31—4)

VADUL CRIŞULUI (Crişana) *L.* cl. X Sala Gavril (7827—29, 32, 5, 42, 5, 74, 5, 8, 9, 84, 5, 7933).

VALEA SADULUI (Oltenia) *L.* cl. IX Lubeni Ioan (2627—30, 45, 6, 7876, 8, 9, 933—5, 39—41), Pătrăşcoiu Emil (2627—30, 45, 7864, 6, 8, 9, 933—5, 9, 40, 1). Popescu, Ion (2627, 65—7, 8, 30, 7074, 8, 9, 933—5, 8020), Tetileanu Constantin (2627, 8, 30, 45, 6, 7873, 7—9, 933—5, 40, 1), Ungureanu Aurică (2627, 80, 30, 65—7, 7874, 8, 9, 933—5, 8020), Vîlceanu Nicolae (2627—30, 65—7, 7873—4, 8, 9, 933, 4, 8019, 20).

VASLUI. *L.* cl. VIII Bîrlădeanu Aurora (2623, 39, 43, 6, 7933, 5, 74, 8, 9), cl. IX *Bumă Abramovici* (7867, 70, 86, 7, 907, 8, 28, 46, 74, 77—80, 2, 84—7, 9—91, 3, 4, 7, 9, 8003, 5, 11, 3, 5, 17—22, 6, 8, 9, 34, 6), cl. X Condurache Vasile (7879, 928, 77—9, 82, 4, 4, 7, 90, 1, 3, 7, 8001, 5, 10, 4, 8, 20, Gurguţă Ioan (7876, 8, 923, 5, 8, 923, 5, 8, 31, 7, 9, 77, 8, 85, 93, 7, 8020, 6).

VADASTRA (Oltenia) *S. g.* cl. VII Netoi Georgeta (2601, 14, 7, 8, 19, 20, 2, 36).

VADASTRIŢA (Oltenia) *S. g.* cl. VII Ghiţu Constantin (2613, 18—21, 3, 6, 31—6, 8, 9, 43, 5), cl. VIII Bălan Ioana (2631—4, 6, 8, 9, 41—3, 5, 6), Drăgoescu Ion (2613, 8, 9, 23, 6, 32—4, 6, 8, 9, 43, 5), Iliuţă Ion (2613, 4, 8, 23, 32—4, 6, 8, 9, 41, 3), Istrate Elena (2613, 8, 9, 20, 2, 3, 5, 9, 32—4, 6, 8, 41, 3, 5, 7933, 7), Predoi Florian (2613, 32—9, 41—6, 9, 51, 2, 5, 7, 65, 7957), Sălcianu Ştefana (2632—6, 8, 9, 42—4, 6, 51, 5, 7, 7957), Stănescu Svachie (2631—4, 6, 8, 9, 42, 35, 51, 7).

VĂDENI (Galaţi). *S. g.* cl. VIII Cosar Vasilica (2613—5, 8, 9, 21—3, 7874, 8, 9).

VĂLENI (Argeş). *L.* cl. VIII Iliescu Mihai (2627, 32—4, 6, 41, 57, 7933—5, 8020), cl. X Bejliu Emil (7833, 5, 74, 5, 7—9, 83, 5, 6, 923, 5, 33—5).

VEREŞTI (Suceava) *S. g.* cl. VIII Hutanu Gheorghe (2622, 4, 7, 30, 9, 40, 1—3, 6, 61, 23—5, 7, 7878, 933, 5).

VICOV DE SUS (Suceava). *L.* cl. IX Cotos Aurel (6272, 8, 30, 45, 66, 7874, 8, 9, 933, 4, 8018, 20).

VICTORIA (Suceava). *S. g.* cl. VIII Romaniuc Ştefan (2623, 7, 30, 9, 41, 3, 61, 2, 3, 7878, 9, 8020),

VIDRA (Galaţi). cl. XI Ciocan Nică (7821, 3—5, 37, 83, 5, 913, 8, 20, 3, 8, 30, 44, 8020).

VIIŞOARA (Cluj). *L.* cl. IX Roşca Mircea (2630, 45, 6, 7874, 9, 85, 916, 33—6, 9, 41).

VIŞEU DE SUS (Maramureş) *S. g.* cl. VIII Zavaczki Gh. (2630, 7874, 5, 8, 9, 933—5), *L.* cl. XI Griguţă Gh. (7862, 6, 7, 9, 75, 8, 9, 85, 93, 5, 7, 9, 907, 13, 8, 20, 1, 3—5, 32, 44, 6, 9, 57).

VORNICENI (Suceava) *L.* cl. IX Amarandei Gh. (2629, 30, 45, 6, 66, 7874, 8, 9, (33—6, 41, 8018, 20), Dăscăleanu Aurel (2627, 9, 30, 45, 6, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 5, 6, 41, 9019, 20), Chiorăscu Ioan (2630, 45, 67, 74, 9, 7933, 4, 8019), Curcă Corneliu (2627, 9, 30, 84—6, 67, 7879, 936, 41, 8018), Nechita Dumitru (2627, 9, 45, 6, 66, 90, 7874, 8, 933, 6, 41, 4020), Grădinaru Ion (2627, 9, 30, 45, 6, 66, 7, 7874, 8, 9, 933, 5, 8018, 9 20), Luncă Gh. (2627, 30, 46, 65—7, 7874, 8, 933—5, 41, 8020), Toşcuţă Neculai (2627, 9 90, 7878, 9, 933—6, 841, 8020).

VULCAN (Hunedoara) *S. g.* cl. VI Ghergely Zoltan (2613, 14, 20, 33, 4, 43, 51, 7, 64), Grama Margareta (2613—5, 8, 20, 1, 3, 43, 56), Kiraly Zoltan (2615, 6, 8, 9, 33, 6, 8, 9), Molnar Maria (2613, 4, 6, 8, 9, 20, 51, 7), Tokes Iosif (2613—5, 8—20, 33, 51, 7), Iuhasz Agneta (2613—5, 8, 36, 8, 43, 55, 7), cl. VII Cigher Elisabeta (2613, 4, 8, 9, 20, 3, 32, 3), Ssiki Elisabeta (2613, 4, 8, 9, 20, 3, 32, 57), Fazakas Maria (2614, 8, 9, 23, 32, 36, 6, 57, 64), Cseh Viorica (2613, 4, 8, 23, 32, 3, 57), Grünwald Maria (2613, 8, 9, 20, 3, 32, 3, 6, 57, 8), Hidvegi Irina (2613, 4, 8, 9, 3, 32, 3, 6, 57), cl. VIII Csiki Ileana (2600, 1, 4, 6—9, 13, 5, 8, 9, 21, 23, 7, 33, 51, 2, 63), Fazakaş Estera (2613, 5, 7, 8, 9, 20, 3, 7, 38, 51), Grunwald Ileana (2613, 5, 8, 9, 27, 32, 8, 52, 7), *L* cl. VI Bălaşiu Cristina (2606, 13, 4, 8, 31, 57, 60, 4), Isacu Fulvius (2613, 4, 31—4, 6, 51, 2, 7), cl. VII Bălăşiu Ştefan (2606, 14, 9, 20, 34, 57, 60, 1, 3, 4, 6), Timiş Viorica (2599, 606—8, 18, 20, 37, 9) cl. VIII Gurtavencă Sorin (2622, 3, 41, 61, 3, 7, 7874, 5, 8, 9, 933—5, 91, 8019), Mateeascu Dana (2613—5, 22, 3, 7, 9, 30, 7873), Tirdă Victor (2622, 3, 5, 7, 41, 63, 4, 7878, 9, 933, 4), cl. IX Gurtavenco Alexandru (2646, 7, 65—7, 7978, 80, 90, 3, 7, 8004, 16, 18, 9, 20)

Pînă la 15 aprilie 1967 s-au mai primit soluţii bune de la :

ABRUD (Cluj). *L. 1* cl. VIII Băbuţ Cornel (2643, 61, 3, 7, 83, 4, 7934, 41, 8097), T. Adriano (2661—7, 7936, 87, 93, 7, 7, 8019, 20), cl. IX Balea Viorel (2665—7, 84, 7, 9, 7930, 3, 4, 6, 40, 1, 57, 82, 2019, 20, 95, 7—101), Ciurea Firmilian (2665, 7, 84, 7933, 5—7, 40, 57, 78, 80, 2, 7, 8001, 20, 75, 95, 7), Găină Aurel (2665, 7933—6, 9, 41, 4, 78, 80, 2, 4, 7, 97, 8001, 75), Geangălău Mircea (2665—7, 84, 7, 9, 7933—6, 9, 41, 57, 78. 80, 2, 7, 97, 8001, 19, 20, 95, 7, 100), Ispas Liviu (2646—7, 7933—6, 9—41, 57, 78, 80, 7, 8001, 19, 20), Suflarsky Francisc (2665, 7, 84, 5, 7, 7933, 5, 6, 57, 8001, 18, 20, 75, 97, 9, 100), Sandor Iosif (2666, 7, 84, 7, 9, 7933, 4, 5, 61, 57, 82, 7, 8001, 19, 20, 97, 100), cl. X Coroiu Elena (7923, 5, 31—5, 85, 8001, 8—20, 8, 51, 61, 88, 90, 100), Felea Ion (7923, 5, 8, 31, 3—7, 41, 4, 7, 57, 8019—20, 51, 98, 101), cl. XI Cioară Voichiţa (7918, 20, 1 32, 57, 62, 5, 8, 9, 83, 8004, 14, 84, 8, 9), Matiesek Andrei (7920, 9, 32, 43, 57, 74, 5, 8, 9, 83, 8004, 61, 75, 84, 8), Mignea Sabin (7918, 20, 3, 5, 9, 32, 43, 57, 4, 9, 8004, 6, 51, 75, 88), Vaju Mariana (7907, 13, 8, 20, 1, 5, 8, 9, 32, 70, 1, 3—5, 85),.

ADJUD (Bacău). *S. g. 1* cl. VIII Mega Gh. (2632—4, 6, 7, 45, 50, 1, 3), *L. 1* cl. IX Angheluţă Gelu (7913, 25, 8, 41, 3, 4, 8, 40, 77, 8, 82, 4, 93, 7, 8001, 4, 5), Călin Sofia (7913, 21, 5, 8, 31, 3, 57, 77, 8, 80, 2—4, 6, 7, 93, 7, 8001, 4, 5, 101), Ciobotaru Romeo (7904, 7, 11, 4, 21, 2, 36, 7, 49, 50, 9, 76, 7, 86, 91, 7, 8001, 17—20, 35), Jitaru Ortansa (7920, 2, 3, 8, 31, 6, 9, 43, 56, 76, 7, 81, 3, 4, 8, 90, 8001, 6, 43, 8, 50, 1, 8, 61, 3, 5, 9, 80, 1, 4, 8, 90, 7—101), Orița Constantin (7904, 11, 2, 5, 22, 6, 30, 6, 9, 47, 8, 50, 9, 66), Stan Ionel (7907, 8, 14, 6, 21, 32, 5—7, 9, 41, 4, 9, 70, 2, 6—80, 2, 4—93, 7, 9—8001, 4, 6, 10, 1, 20, 2), Vasilache Emil (7913, 8033, 43, 8, 9, 53, 4, 60, 1, 3, 4, 7, 74, 8, 81, 4, 8, 90, 107, 11), cl. XI Apostu Gheorghe (7975, 8045, 8, 51, 61, 5, 73, 8, 88—90, 9, 107, 11), Canteş Gheorghe (7909, 16, 66, 7, 8003, 25, 51, 60—2, 88, 90, 103, 12), Roşculeţ Constantin (7986—8, 90, 3, 8001, 4, 6, 9, 20, 39, 51, 8), Vasiloiu Nelu (7977—80, 2—90, 8006, 9).

AGIRBICIU (Braşov). *S. g.* cl. VI Tilff Hans (2632, 4, 60, 9. 74), cl. VII Mora Elena (2635—41, 53—62, 4—7, 72—5, 7—81, 3, 4, 6, 9).

ALBA IULIA *S. g. 1* cl. VIII Cîndrea Mircea (2643, 6, 62, 3, 5, 81, 2, 4, 9), Raţiu, Brutus (2639, 41, 3, 6, 7, 61, 3, 81, 3, 4, 7, 9), *S. g. 2* cl. VII Tudor Eugenia (2638, 9, 57 9, 74, 81—3), *L. 1* cl. X Bişboacă Nicolae (7923, 33, 5, 5, 97, 8020, 6, 48, 51, 6, 61, 5, 81, 4, 8, 99, 100, 11). Gheorghiu Călin (7923, 5, 8, 33, 5, 85, 8019, 20, 48, 51, 61, 90, 7, 8, 100), *Magda Mircea* (7907, 11, 3, 8—26, 8, 30—2, 59, 64, 70—3, 5—8, 80, 2—8, 93, 9, 8000, 5—7, 10, 21, 2, 39, 40, 3, 5, 7, 8, 50. 1, 6, 8, 9—61, 3—6, 9, 70, 8, 9, 81, 2, 4, 7, 8, 90, 1, 3).

ALBENI. *S. g.* cl. VII Belega Nicolae (2636, 7, 43, 6, 70—3, 5, 81, 3, 4), Popescu Mugurel (2636, 7, 40, 1, 3, 72, 3, 5, 81, 3).

ALEŞD (Crişana). *L. 1* cl. VII Kajanto Adrian (2633, 4, 6, 8—41, 3).

ALEXANDRIA (Bucureşti). *L. 1* cl. IX Moraru Victor (2667, 84, 7, 7933—6, 9, 40, 8019, 20, 97, 8), cl. X Marin Elena (7933—5, 7, 41, 4, 8019, 20, 6, 97, 9—101, 11), cl. XI Pisică Nina (7918—20, 1, 3, 5, 6, 8, 31, 2, 64, 70, 1, 4, 6—8, 80, 2, 3, 8, 93, 8006, 9), *L. 2* cl. IX Andone Ilie (2665—7, 84, 7, 7933—6, 41, 8019, 20, 97, 100), Pîrvu Victor (2665, 7, 87, 7924, 33—5, 40, 1, 8020, 97), Tancu Vasile (2665—7, 84, 7, 7933—6, 41, 8019, 20, 97, 100).

ASTILEU (Crişana). *S. g.* cl. VIII Albuţ Doina (2639, 43, 5 6, 64, 5, 80, 9).

ALUNIŞIU (Argeş). *S. g.* cl. VII Stelea Constanţa (2613, 23, 8, 30, 2, 3, 51, 5, 9, 60, 7867, 78).

ARAD. *S. g.* cl. VI Petrilă Dan (2632, 6, 8, 9, 51, 7—61), *S. g. 5* cl. V Peureş Marta (2633, 6—9, 57, 9, 60, 7957), *S. g. 12* cl. VII Popovici Rodica (2636, 8—40 m 3, 55, 63, 4), *S. g. 14* cl. VII Dreuceanu M. Florin (2636, 7, 43, 6, 53, 9—61), Miclăuş Elena 2623, 43, 54, 6, 31, 6, 8020, 2), Moldovan Virginia (2636—8, 41, 55, 7, 60, 1, 3, 4), Sfîrîilă Silvia (2623, 4, 7, 43, 61—3, 8020, 2), *L. 1* cl. IX Stoian Rodica (2647, 65—7, 7933—5, 8—41,

8018—20), cl. X Bora Cornelia (7923, 4, 30, 6, 9, 40, 6, 7, 9, 8, 2, 4—8, 90, 1, 6). Pătru Ionel (7923, 4, 30—3, 6, 9—41, 74, 6—80, 2, 4—8, 90, 1, 3, 6, 8001, 4, 5, 9—11, 9—21, 5, 6, 8, 48, 51, 8, 61, 3, 5, 78, 80, 8, 90, 9), Mînzat Dăbrînca (7925, 31, 6, 78, 85, 8020, 8, 51, 90, 9, 100), Nădrău Dorin (7923, 5, 33, 5, 6, 8, 57, 78, 80, 2, 4—6, 91, 8020), Neamţu Sorin (7907, 9, 20—3, 5, 8, 31, 2, 62, 4, 75—8), *Pîrvulescu Constantin* (7972, 6—8, 80, 2, 4—90, 2, 3, 7, 9, 8001, 3, 4, 7, 9, 11, 4, 5, 8—22, 5, 6, 8, 4, 31, 45, 8, 51, 4, 8, 61, 5, 9, 70, 80—2, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 10, 1), Simandan Gh. (7914, 6, 23, 8, 31, 2, 6, 7, 41, 4, 57, 70, 6, 9, 84, 90, 6, 8001, 4, 10, 51, 88, 90, 7, 9, 100, 9). Tărnaş Ana (7933—7, 9, 41, 5, 57, 2019, 21, 99, 100), *L. 2* cl. VII Giugiulan Ion (2636 8, 41, 3, 5, 57, 61), *L. 3* cl. IX Miclăuş Călin (2646, 65—7, 9, 7933, 5, 6, 40, 1, 2018—20, 100), *L. 4* cl. VI Ander Iosef (2632, 4, 7—8, 49—53, 7, 61, 4), Vancu Emil (2631, 2, 4, 6—9, 50—2, 7, 64), cl. IX Taraş Cornelia (2684, 7, 7933—7, 40, 1, 57, 8018, 20, 101), cl. X Francz Adalbert (7910, 3, 22, 3, 5, 8, 30, 4, 6, 7, 9—41, 57, 60, 4), Hirsch Ladislau (7928, 36, 57, 70, 7, 8, 80, 2, 3, 5, 6, 8, 91, 3, 9, 8004, 5, 28), Hubert Kotskarina (7933—7, 9—41, 4, 51, 7, 2018, 20), cl. XI Anghel Paul (7918—20, 3, 6, 8—31, 4, 6, 56, 64, 78—88, 2022)

ARDUD (Maramureş). *L. 1* cl. X Földes Adalbert, Knoblan Ileana, Toma Clara (7923, 5, 31—6, 41, 4, 57, 64).

AVRIG. *L. 1* cl. XI Vintilă Maria (7920, 3, 8, 70—2, 3, 5, 8020, 8, 9, 32),

BUCUREŞTI. *S. g. 3* cl. V *Grigore Elena* (2648, 62, 5, 9—89, 7936, 8, 9, 41, 4, 77—80, 4—93, 5—7, 8, 8000, 1, 3, 4, 6, 7, 9—14, 7—22, 8, 8109, P). *S. g. 4* cl. VII Udrea Bogdan (2644, 7, 54, 7—9, 61, 4, 7, 9—73, 5, 7—81, 3), *S. g. 5* cl. V Chenzbraum (2631—4, 6, 9—41, 3), Mihăilă Maria (2532—4, 51, 1, 2, 70, 1), Octav Haradja (2631—4, 50—2, 69—71) cl. VI Mocănescu Liana (2632—4, 6—9, 41, 5, 6), cl. VII Dobre Dacia (2635—8, 41, 3, 4, 58, 67, 72), Lazăr Anca (2631—6, 8—41, 3), cl. VII Leibovici Anton (2634, 6—9, 41, 3, 7933), Streja Dan (2632—4, 6—8, 40, 1, 3), *S. g. 10* cl. VI Margarit Laurian (2632, 3, 6—9, 51, 5, 7, 60), Oprea Constantin (2632, 50, 1, 5, 7—9, 62, 4, 5, 9—72, 5, 81), *S. g. 19* cl. VIII Suciu Alexandru (2639—47, 7933—6, 9—41, 57), *S. g. 21* cl. VII Dumitru Sorin (2531, 4, 5, 51, 3, 8, 70, 1, 5, 6, 81, 7), cl. VIII Mosescu Stela (2641, 3, 4, 7933, 5, 41, 8019, 20),Profir Paul (2639—41, 3, 6, 7, 71, 2, 4—7, 7934, 8019), *S. g. 23* cl. VI Vişoiu Dorin) 2631—3, 5, 6, 46, 73, 5), cl. VII Deciulescu Anca (2654, 5, 7, 8, 60, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 60, 1, 3, 4, 72—5, 80—3, 6, 7, 8101), cl. VIII Constantinescu Theodor (2656, 8, 60, 9—74, 6, 81, 2, 7936, 8019, 8100), Voiculescu Rodica (2651, 2, 5, 8, 72, 83, 4, 8097), *S. g. 26* cl. VII Boguleanu Adriana (2632, 3, 6, 8, 57, 70—2, 4, 7, 81, 3, 4), Cucu Constantin (2633, 41, 50, 5, 7, 8, 60, 9, 70—2, 5, 7, 80, 2, 3, 9), Osman Petrişor (2643, 55, 7, 8, 70—2, 4, 7, 81—3), *S. g. 46* cl. VI Andreescu Cristina (2651, 510—3, 71, 4, 5, 80), cl. VII Dodu Andrei (2636, 8, 9, 30, 54, 9, 61—4, 78, 80, 5), *S. g. 50* cl. VIII *Ianuş Gh.* (2639, 40, 3, 4, 6, 7, 61—7, 80—4, 6—9, 7924, 33—6, 9, 41, 57, 78, 82, 5, 7, 93, 8001, 4, 10, 18—21, 54, 71, 91, 7—9), *S. g. 75* cl. VII Adrian Mihaela (2637, 8, 40, 3, 4, 55, 7, 61), *S. g. 77* cl. VII Grigorescu Florin (2631—8, 41, 4), *S. g. 95* cl. VIII Gîţă Mijai (2639, 41, 3, 4, 6, 7933—5, 41, 80, 8118, 20), *S. g. 96* cl. V Simion Rodica (2635, 53, 6, 60, 9, 76, 82, 9), *S. g. 99* cl. VI Retter Dan (2632—6, 8, 31—3, 5), *S. g. 102* cl. VII Negru Gabriela (2651, 8, 61, 70—41), Cristescu Elena (2632, 6, 42, 55, 7, 8, 70, 1, 3—5), *S. g. 129*, cl. VI Oncescu Mihaela (2632, 3, 6—8, 43, 53, 60), Teodorescu Mihaela (2835—8, 53—52), 72—6), *S. g. 122* cl. VII Blitzetein Emilia (2636—8, 40, 1, 3, 55, 7, 9, 60, 3), *S. g. 128* cl. VI Miroiu Doina (2632—4, 6—9, 46, cl. VII Ghiuţa Georgeta (2655, 7—62), cl. VIII Bolintineanu Teodora (2639, 41, 4, 6, 7935, 55, 6, 43), Dumitrescu Claudia (2641, 3, 4, 6, 7933—6), Găiculescu Smaranda (2639, 3, 4, 6, 7933, 5, 7), Grigorescu Mirena (2641, 3, 4, 6, 7933—6), *S. g. 145* cl. VI Dicu Ştefan (2631—4, 6, 8, 9, 43), Şerban Laurenţiu (2631—4, 6—9), cl. VII Cornescu Marius (2631—4, 6, 8—41, 51, 3), Faita Alexandru (2631—4, 6, 8—41, 51, 3), Tătuţ Gelu (2631—4, 6, 8—41, 51, 3), cl. VIII Popa Elena (2632—4, 6—41, 53, 65, 9—72, 7933, 4), Vasile Florica (2651—4, 69, 70, 2, 4, 9—81), *S. g. 150* cl. VI Cartianu Sorina (2651, 3, 5, 7, 60, 70, 1, 4, 5), Mănescu Doina (2632, 6, 50, 60, 71, 3—5), Săvulescu M. (2632, 6, 8, 9, 57, 60, 9—71), *S. g. 151* cl. VII Călin Viorel (2632—4, 51, 1, 2, 7, 9, 61—3), *S. g. 163* cl. VII Florescu Rodica (2672—6, 81, 3, 94, 5), *S. g. 166* cl. VI Constantinescu Viorel (2632—4, 6—8, 51, 5, 7, 9, 60, 73, 4), cl. VII Ivanev Lucia (2631—40, 2, 3, 6, 7, 7933—6, 57), Pamfil Virgil (2653—9, 41, 3, 53, 5, 60), Preda Viorica (2632—4, 6—9, 43, 6—9, 43, 6, 57, 9, 60, 2, 4, 5), *S. g. 175* cl. V Chiriţă Rodica (2631—4, 50—2, 9, 70), *S. g. 189* cl. VI Iliescu Bogdan (2638, 9, 43, 53, 4, 5, 8, 64), cl. VII Bistor Vasilica (2636, 8—41, 3, 57), *S. g. V. Alecsandri* cl. V Ionescu Cristian (2631—4, 52, 69—71), cl. VIII Ionescu Daniel (2631—6, 8, 9, 41, 3, 6, 9, 50—67, 9, 70—7, 9—84, 7, 9, 7933, 4, 57, 8100, 1, 19, 20, 98), Ursu Stelian (2632—4, 6, 7, 9, 45, 7933—5), *Student Simion Andrei* (7907, 8, 11—2, 8—23, 5, 6, 8—32, 48, 53, 7—60, 2—4, 70—93, 5, 7, 9—8007, 9—11, 3, 5, 21, 2, 8—32, 7, 9, 4, 43, 5, 7, 8, 50, 1, 8—63, 5, 9—71, 3—5, 8, 9, 81, 2, 4, 5, 8, 90), Ulici Vasile (7907, 11, 8, 20—2, 32, 71, 3, 5, 8059, 61—3, 6, 74, 9), *L. 1* cl. IX Alexandru Andrei (7933—6, 8—41, 57, 64, 8019—21, 5, 7, 8, 100), Milalcu Mihaela (2646, 64—7, 7933, 4, 6, 41, 78, 82, 91, 3, 8001, 97), Ştefaniu Călin (2645, 65—7, 7936, 8, 77—80, 2, 4, 6—8001, 3, 4, 7, 10—12, 5, 8—21, 32), *Ştefănescu Dan* (2645—8, 65—7, 7908, 13, 24, 8, 32—4, 4,

57, 78—80, 2, 6, 7, 9—93, 5, 7, 9—8001, 4, 6, 10, 8—21, 5), Vijelie Luminița (7913, 25, 30—6, 9—41, 4, 8, 57), Zaharia Dan (2646—8, 67, 87, 7936, 41, 4, 7, 8018—21), cl. X Biță Dan (7923, 5, 8, 30—5, 44, 7, 51, 3, 7, 8, 64), Borghez Iulana (7923, 5, 31, 3—5, 41, 97, 8048, 51, 61, 81, 8, 90), Olteanu Ștefan (7977, 8, 80, 2, 4, 5, 91, 3, 8001, 3, 4, 9, 18—22, 51, 3, 4, 70, 5, 80, 1, 8, 90, 1, 7, 100, 4, 111), cl. XI Georgescu Carmen (8047—9, 51, 8, 60, 1, 3, 78, 9, 81, 2, 4, 57, 8), Nicodionescu Anca (7913, 18—21, 3, 5, 30, 2, 70, 1, 3, 4, 6, 8021), Teișanu Cornel (7918—32, 70—8, 80, 2, 3, 5, 6, 91, 2, 8001, 48, 51, 8, 60, 1, 81, 2, 8), Vardali Petre (7913, 23, 5, 8, 30—6, 41, 57, 8, 64, 936, 70, 2, 6, 8, 80, 2, 5, 7, 91, 39, 8004, 10, 20, 1, 8, 2, 47, 8, 50, 1, 4, 61, 3, 5, 71, 8, 80, 1, 4, 8, 90, 7, 101, 3), *L. 4* cl. IX Iliescu Stelian (2628, 9, 46, 7874, 5, 9, 933—5, 9—41, 8020), Milahache Cristian (2646, 65, 7, 87, 7933—6, 9—41, 8019, 20), Schiopu Mircea (2665—7, 87, 7935, 6, 9, 40, 8018—20, 97, 100, 1), cl. X Bircul Corna (7920, 3—5, 33, 6, 41, 4, 8018—20, 95, 7, 8), Burileanu Corneliu (7923, 34, 6, 9, 49, 74, 8018—22, 8, 31, 43, 8, 9, 51, 4, 6, 8, 61, 3, 5, 71, 5, 80—2, 4, 8, 90, 1, 7, 8—100, 11), Ionică Ion (7920, 1, 3, 5, 31, 3, 4, 9—41, 4, 77, 8, 82, 6, 8, 93, 8001, 6, 10, 9—21, 51—4, 65, 80, 8, 90, 1, 7, 9, 100, 11). *L. 5* cl. VI Marinescu Maria (2633, 5, 7, 9, 43, 6, 9—53) Popescu Enrica (2631—8), cl. VII Chitic Cătălina (2631—44, 6), Cristina Ilea (2632, 4, 6—9, 43, 6, 40, 51, 4, 17, 9—61, 3, 4, 6, 7, 9, 72—5, 81, 4, 8099), Dobrotescu Diana (2638, 44, 57, 60, 3, 5, 78, 84), Dumitrescu Gabriela (2631—44, 6), Malișa Mihaela (2651—4, 7, 8—60, 1, 3, 6, 7, 8018), cl. VIII Gorun Irina (639, 41, 3, 7, 61—4, 7, 71, 80, 1, 3, 9, 7933—5), cl. IX Bucur Ion (2645, 6, 66, 7, 7924, 34, 6, 9, 44, 9, 57, 78, 82, 4, 6, 7, 91, 3, 8000, 1, 4, 20, 1), Nedelescu Miahi (2646, 65—7, 7933—6, 9—41, 8018—21), *L. 6* cl. VIII Moldovan Tudor (2632, 4, 6, 40, 7933—5, 57), cl. IX Raica Adriana (2645—7, 7933—41, 8018—20), Weiner Irina (2646. 7908, 12, 24, 33, 4, 6, 7, 9, 31, 78, 82, 4, 91, 3, 7, 8001), *L. 7* cl. VI Taler Doina (2632, 4, 6, 7, 49, 57, 9, 70, 2, 5), cl. VII Lustig Adrian (2632—4, 6, 8, 9, 41 m 51—3), cl. VIII Bădescu Gabriel (2640, 1, 67, 8, 705, 6, 7933, 5, 41), cl. X Mateescu Alexandru (7933, 7, 9, 49, 57, 60, 8018, 21, 6, 31, 6581, 8, 90), Taler Adrian (7936, 64, 84, 90, 8051, 65, 78, 81, 8 90, 1, 9, 100), *L. 8.* cl. VIII Marinescu Mihaela (2646, 63, 6, 81, 3, 9, 8097, 500), cl. X Cinteză Mircea (7904, 23, 5, 8, 30, 1, 3—41, 4, 9, 51, 7, 60, 4), *L. 10* cl. VII Dobrin Ana (2660, 3, 4, 7, 83, 93, 4, 7, 9), Iotzu Mihaela (2663, 4, 7, 83, 93, 4, 6, 7), cl. VIII Gofriță Gabriel (2634, 46, 7936, 40, 78, 80, 2, 4, 6, 91, 3, 9, 8001, 21), Pătrîngenaru Victor (2631—41, 3—7, 7933—5, 9, 41), Petcov Alexe (2633—6, 7933, 5, 6, 9), Vereț Octavia (2626, 80—3, 704—7 cl. X Cherechez Dana (7925, 31, 5, 9, 8012, 51, 81, 8, 90, 1, 9), Iosifescu Irina (8020, 2, 6, 8, 31, 51, 65, 81, 4, 90, 7, 134,9, 54), cl. XI Voicu Alina (7918, 20, 1, 3, 5, 8, 30—2, 60, 4, 70, 1, 6), *L. 11* cl. IX Georgescu Marius (2665—7, 7933, 5—7, 40, 1, 82, 91, 8019, 20, 80 95, 7, 100, 1), Saraga Mircea (2666, 7, 7933—6, 39—41, 8018, 20, 1), cl. X Badea Laurențiu (7934—6, 41, 76, 86—8, 91, 9, 8051, 74, 5, 88), Claiman Mișu (7864, 73—6, 9, 80, 4, 5, 7, 8, 91, 925, 33—6), Enscoi Mihai (7941, 57, 77, 8, 80, 2, 8004, 6, 10, 51, 88, 97), Klan Adrian (7933, 77, 8, 80, 1, 5, 91—3, 7, 8006, 20), Petrescu Corneliu (7936, 41, 57, 76—8, 82, 6, 7, 94, 5, 8001, 5, 14), Popovici Mugur (7913, 23, 5, 31, 3, 6, 40, 9, 57, 60, 76, 8—80, 2, 5—7, 9, 91, 7, 9, 8001, 6, 15, 26), Sporea Șerban (7920, 3, 5, 8, 33, 4, 9, 77—80, 2, 3, 6, 93, 8019—21, 48, 52, 8061, 5, 84), Ștefănescu Bogdan (7903, 11, 20, 5, 31, 3—6, 9—41, 6, 57, 77—91, 3, 5, 9, 8001, 4, 10), *Țigoiu Victor* (7923, 5, 8, 21, 2, 4, 6, 9, 40, 4, 57, 8019, 21, 8, 31, 2, 48, 51, 2, 4, 8, 63, 5, 71, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 11), Vladu Adrian (7913, 20, 5, 31, 3, 5, 8, 9, 49, 60, 4, 70, 8—80, 7, 9, 93, 4, 7, 8004, 5, 18, 20), cl. XI Manolescu Mircea (7907, 18—23, 5, 32, 63, 4, 70—2, 5, 6), *L. 12* cl. VII Avandici Irina (2636, 7, 9, 44, 57, 63, 7933, 80, 91, 8020), *L. 13* cl. IX Anastasiu Marinela (2667, 84, 7, 7933, 6, 9, 40, 8019, 20, 91, 7, 100), Anghelescu Rodica (2667, 8, 84, 5, 7, 8018, 20, 97—100), Bădulescu Paul (2632, 6, 47, 51, 2, 80, 7, 7933, 9, 8099, 100), Berceanu Barbu (2646—8, 65—8, 84—9, 7903, 4, 16, 33—5, 7, 9, 40), Costache Marian (2667, 84, 7, 7933, 5, 6, 8018, 95, 8—100), Gheorghiu Liliana (2645, 65, 87, 7933—7, 41, 8020, 99—101), Heberling Doina (2667, 87, 9733—7, 41, 8019, 20, 99, 101, 61), Ionescu Ștefan (2667, 84, 7, 7933—7, 41, 78, 80, 20, 99, 100), Mirică Constantin (2645, 6, 66, 84, 7, 7935, 6, 8045, 7—100), Olteanu Șerban (2645, 6, 65, 7, 84, 7935, 8018, 95, 8—101), Panaitopol Horia (2684, 7, 7933, 6, 9, 8020, 95—101) Popescu Mihai (2665, 84, 7, 706, 8, 7939, 41, 8019, 97, 9 100, 61), Seremeta Dorin (2645—7, 68, 7933—41, 8018, 20), Spătaru Vasile (2627, 9, 30, 45, 65, 7, 7873, 9, 933. ., 57, 8020), Stan Elena (2684, 7, 7942, 78, 82, 4, 6, 7, 93, 9, 8091, 7, 100, 1), Stănescu Mugur (7933—6, 41, 77, 8, 80, 2, 4, 8097, 9, 100, 19, 20), Senrea Florina (2645, 65—7, 7933—5, 8018, 20, 97, 9—101), Tacorian Cristina (2665, 6, 84, 7933, 4, 6, 41, 4, 57, 8099—101), Văduva Adriana (2667, 84, 7, 7933, 6, 78, 82, 6, 8020, 1, 97,—101),9 Veiser Tania (2666, 7, 84, 7, 7933, 5, 40, 8020, 95, 8—100), Vineș Dan (2645, 67, 87, 7933 5, 6, 41, 8019, 97, 9—101), Vișan Gabriela (2667, 87, 7933, 5, 6, 9, 8017, 20, 1, 97—100), cl. X Alexandrescu Viorica (7909, 11, 3, 24, 5, 8, 31, 3, 9, 41, 8021, 2), Blitz Andrei (7924, 49, 8049, 51, 61, 3, 74, 8, 90, 142), Cristoiu Victor (7925, 31, 3, 77, 85, 90, 3, 7, 9, 8001, 5, 26, 51, 6, 65, 88, 90, 1, 111), Grosoșiu Victor (7923, 5, 31—5, 77, 80, 5, 8028, 84), Hromei Constantin (7923, 5, 78, 8028, 48, 61, 3, 131, 3, 4, 9, 42, 3, 73). Livescu Dorel (7920, 3, 5, 8, 31, 4, 8, 51, 6, 60, 4, 8134, 5, 7, 8, 47, 8, 67, 74, 6, 85, 6, 92), Mărășescu Niculae

(7924, 5, 77, 8, 80—5, 95, 8020, 5), *L. 15* cl. VI Deliu Anca (2631—9, 43), cl. VII Dan Gabriela (2632, 6, 7, 63, 70—2, 81, 91, 2, 7, 9, 701, 5), cl. IX Ion Ion (2645, 6, 65, 7, 84, 5, 7, 9, 7933—7, 9—41, 78, 80, 2, 4, 7, 91, 3, 9, 800, 19, 20, 80, 95, 7—101), *L. 20* cl. VII Pasnicu Cornel (2637, 9—41, 4, 61—4), cl. IX Ciocîlteu Ştefania (2646, 65—7, 7933—6, 9—41, 8020, 1), cl. X Gihac Viorel (7977—80, 2, 4—7, 9—91, 3, 4), Herling M. (7938, 71, 3, 6, 8, 9, 51, 3, 4, 6, 7, 9, 60, 2, 9, 70, 3, 95, 7, 9, 8001, 6, 7, 9, 11, 13, 5), *L. 21* cl. VIII Rosenberg Anda (2644, 61, 3, 7, 8, 84, 5, 7, 7933, 4), *L. 22* cl. IX Bădescu Smaranda (2645—7, 7933—42, 51, 7, 64), Calman Vlad (2645, 6, 65—7, 84, 7, 7933, 5, 6, 41, 8019, 20, 97—101), cl. X *Atanasiu Dragu* (7904, 7, 10, 12, 20, 3, 8, 30—3, 8, 40, 1, 3, 4, 8, 9, 57, 9, 60, 70, 6—8, 80, 2—5, 9, 92, 7, 8000, 1, 4, 6, 7, 18, 20, 1, 8, 9, 31, 2, 5, 48, 51, 8, 61, 5, 70, 1, 3, 5, 81, 8, 90, 103, 17, 24), Blagoev Borislava (7931, 5, 60, 4, 76, 8019, 48, 51, 6, 8, 65, 81, 8, 90), Bolintineanu Şerban (7904, 10, 23, 5, 8, 30—4, 6, 8, 9, 57, 60, 4), Georgescu Radu (7921, 7, 8, 35, 6, 41, 51, 70, 2, 7, 84, 9, 93, 8, 8001, 4), *Kaufmann Miron* (7908, 18, 20, 6, 35, 6, 8, 41, 4, 50, 6, 71, 8001, 2, 5, 14, 25, 8, 30, 1, 5, 45, 8, 51, 6, 8, 60, 1, 5, 71, 4, 5, 81, 2, 8, 90, 1, 103, 10), Manciu Daniel (7831, 933—6, 9, 40, 57, 60, 82, 8006, 20, 6, 51, 81, 4, 8, 100), Minea Gh. (7904, 5, 10, 3, 5, 20, 1, 6, 8, 32, 8, 44, 9, 54, 6, 8, 9, 64, 8), Niculescu Marian (7911, 23, 5, 30—4, 6, 8—40, 57, 60, 7, *Buiculescu Valentin* (7909, 19—22, 6, 8, 9, 31, 2, 57, 8, 64, 70—90, 3, 4, 7, 9, 8005, 6, 8), Puiu Cornel (7935, 49, 76, 8, 80, 2, 90, 8001, 6, 19—21, 3), Sergiescu Vlad (7904, 7, 8, 10, 2, 3, 28, 32, 7, 8, 48, 9, 51, 8, 60), Sandru Doru (7910, 2, 8, 20, 3, 5, 31—4, 8—40, 51), *L. 23* cl. X Dragomir Ion (7923, 5, 8, 33, 4, 6, 41, 8019, 20, 96, 7, 88, 100, 1), *L. 24* cl. VIII Ilieş Victor (2631, 7, 51, 5, 70, 2, 81, 3), cl. IX Frişov Puşa (2645—7, 7933, 4, 6, 40, 1, 8018, 20, 97—9), *L. 28* cl. V Gradin Bogdan (2631, 4, 8, 9, 50, 1, 2, 5, 6), cl. VI Butnaru Silvian (2651, 9, 65, 9—73, 5, 80), Lupu Sorin (2650, 1, 9, 60, 4, 71—3), Nicolau Bogdana (2640, 69—75, 80, 1), cl. VIII Nicolau Anca (2640, 1, 61, 3, 4, 6, 7, 87, 7933, 4, 6, 8020), cl. IX Dobre Nicolae (2665, 7, 84, 7, 7933—7, 9—41, 8018, 20, 99, 100, 1), Tudose Mihai (2646, 7, 66, 7, 7933—6, 9—41, 8077—20), cl. X Dragomir Lazăr (7933—6, 9—41, 8017—21), *L. 30* cl. VII Bucur Corina (2632, 3, 7, 8, 49, 51, 2, 70, 1), Popa Elena (2633, 8, 49, 51, 2, 70, 1, 83), Traiman Emil (2632, 3, 6, 8, 51, 7, 62, 70, 2), cl. IX Cercel Cornelia (7933—7, 9—41, 8019 20, 97, 8, 100, 1, 11), cl. X Creangă Doru (7933, 5, 6, 44, 9, 57, 8018, 21, 2, 6, 8, 9, 31). Platz Alexandru (7925, 51, 4, 7, 66, 70, 2, 6—80, 2, 4—7, 91—5, 7, 8000, 3—6, 18, 28, 9, 35, 43, 51, 6, 65, 75, 88, 109, 11, 6, 24), *L. 32* cl. VIII Manolache Virgil (2638, 41, 5, 7, 9, 50—2, 61—7, 77—86, 9, 7913, 33, 4, 9, 41, 8019, 21, 2, 97, 8, 100), *L. 34* cl. VII Damian Andreo (2632, 4, 6, 9, 40, 3, 58—63), Kiriacescu Constantin (2636—41, 3, 6), Meşina Elena (2630, 4, 6, 7, 40, 1, 54, 5, 61, 3, 6, 7, 72—4, 82, 7933, 8017, 20, 1), *L. 36* cl. VII Crabineanu Adrian (2631, 4—40, 4, 51, 5, 7), Rusu Cristina (2631—4, 6—8, 40, 51, 4, 8, 9, 61, 3, 4, 7), cl. VIII Dobre Mariana (2639, 40, 3, 63, 4, 7, 81, 2, 7933, 8097, 9, 100), cl. X Drăgoicea Mihai (7911, 20, 3, 60, 76, 7, 8004, 5, 18, 29, 48, 51, 61, 75, 6, 8, 90, 103), Gaivoronski Boris (7925, 8, 33—6, 9—41, 3, 9, 78, 80, 2, 5, 8004, 20, 6), Tătaru Nicolae (7923, 5, 8, 31, 44, 9, 8018, 21, 8, 31, 48, 51, 75, 88), *L. 37* cl. IX Projaciu Victoria (7933—7, 41, 8020, 39, 100, 1, 2665, 7, 84, 7), Niţu Melania (2665, 7, 84, 7, 7933—5, 7, 41, 8020, 100, 1), Petrescu Adriana (2665, 7, 84, 7, 7933—7, 41, 8020, 99—101), Văcărescu Mirela (2665, 7, 84, 7, 7933—7, 41, 8020, 99—101), cl. XI Cercel Vasile (7907, 1, 8, 21, 3—5, 9, 31—3, 64, 70, 2, 8060, 81, 8, 90), *L. 39* cl. VIII Matei Mihaela (2639, 41, 4, 7933—5, 41, 57), Ioniţa Georgeta (2632, 3, 6, 8, 9, 41, 3, 5, 6), *L. 42* Florescu Gabriela (2637, 8, 40, 1, 3, 61, 3, 6, 7, 7933, 5, 9).

BUHUŞI (Bacău). *L. 1* cl. VI Pavalache Silviu (2632—4, 8, 64, 72—4), cl. VII Aciobăniţei Maria (2635—7, 9, 40, 3, 53, 5, 8, 60—4, 5, 70—2, 4, 5, 8, 9, 81—3), Popescu Teodor (2635—9, 41, 3, 6), Solomon Constantin (2631—9, 41, 3, 5, 6).

BUŞTENI (Ploieşti) *L. 1* cl. XI Sicoe Traian (7918, 21, 5, 32, 57, 77—84, 6, 8, 8040).

BUZĂU. *S. g. 1* cl. VII Avram Eugenia (2636, 9, 41, 3, 4, 63, 83, 9), *L. 1* cl. VII Barbu Ion (2670—5, 80, 1, 3), cl. VIII Chilichidis Liliana (2639, 43, 62, 70, 81, 4, 7933, 6, 8097, 101), cl. IX Burboi Maria (2665—7, 7924, 33, 5—41, 57). Constantinescu Florin (2645, 6, 65—7, 7933—6, 9—41, 4, 8020), Wester Gherda (2645, 6, 65—7, 7933—6, 9, 40, 1, 57, 8019, 20), cl. X Daneţ Niculae (7923, 33, 49, 57, 64, 76, 8018, 21, 31, 2, 45, 8, 51—4, 8, 60, 1, 5, 74, 6, 81, 4, 8, 9, 103, 10, 1, 5, 6), cl. XI Zlatovici George (7972, 8048, 51, 3, 60, 3, 5, 78, 80—2, 8, 90, 1), *L. 2* cl. X Constantin Nicolae (7925, 8, 31, 57, 60, 72, 6—8, 81, 3, 5, 7, 91, 8004—6, 21, 2, 5, 48, 51, 60, 1, 5, 8—71, 4, 5, 81, 8, 90).

BUZIAŞ (Banat). *L. 1* cl. VI Vestroezy Dittmar (2631—3, 6, 8, 9, 41, 3), cl. VII Heintz Greta (2632—4, 6, 7, 40, 1, 3).

BACĂU. *S. g. 4* cl. VII Nicolau Corneliu (2636—8, 41, 3, 57, 61, 72), *S. g. 5* cl. VII Profir Lidia (2638—41, 3, 58, 63, 4, 72), Tomulescu Florentina (2637—41, 3, 63, 72), Mocanu Alexandra (2633, 6, 7, 51, 4, 7—9, 61, 3, 5, 70—2, 5), Paraschiv Nicuşor (2636, 7, 43, 6, 55, 9, 60, 3, 72, 4, 83, 7933), Profir Lidia (2638—41, 3, 58, 63, 4, 72), *S. g. 6* cl. V Păduraru Laurian (2631—4, 50—2, 69—71), *S. g. 8* cl. V Botez Mihai (2638, 9, 49, 50, 9, 70, 1, 8), Creţu Mihaela (2633, 8, 9 43, 6, 51, 70, 5), cl. VI Rusu Mihaela (2632, 3, 6, 8, 43, 52, 5, 9, 73, 4), Samson Lili (2632, 3, 6, 8, 43, 71, 3, 4), cl. VIII Andronache Gabriela (2631,

51, 2, 4—7), *L. 1* cl. VIII Lazăr Marius (2661, 7, 80, 1, 3, 4, 7, 7933, 5, 8020, 111), Vais Poliana (2632, 3, 6, 8, 9, 41, 4, 5, 6, 7933, 41), cl. IX Acsinte Constantin (2645, 65—7, 7934, 6, 9—41, 82, 8019—21), Cartaş Radu (2645—7, 7933—7, 9—41, 3, 4), Gărgărea G. (2646, 67, 84, 7, 9, 7933—5, 9—41, 8097, 8, 100), Lazarovici Filuchs (2646, 66, 7, 7933, 7, 40, 1, 4, 8018—22), Mărăşescu Ştefan (2646, 65—7, 7933, 4, 7, 40, 4, 8019, 20, 2, 97, 8), Munteanu Radu (2684, 6, 7, 9, 7936, 7, 9, 40, 4, 8019, 100, 111), Munteanu Sorin (2646, 2666, 7, 7933—7, 39—41, 4), Paraschiv Teodor (2646, 7, 66, 7, 87, 7933, 6, 9—41, 8020, 100, 1), Tioc Alexandru (2646, 65—6, 7933—7, 9—41, 8019—22), Tofan Ioan (2665—7, 84, 6, 7, 9, 8019, 20, 97—100), Tucu Cezar (2646, 7, 65—7, 84, 7, 9, 7933—6, 9—41, 8019, 20, 97, 9—101), cl. X Sofronie Gh. (7923, 5, 8, 31, 3—7, 9—41, 3, 4, 57), *L. 2* cl. X Bursuc Magdalena (7933, 5, 8—40, 4, 7, 8, 8011, 20, 1, 8), Panaite Florentina (7933, 5, 8—40, 4, 8, 9, 8011, 20, 1, 8), cl. XI Cojocaru Mircea (7907, 20—2, 5, 6, 9—32, 53, 63, 4, 71, 2, 6, 6, 8051, 60, 88, 90), Iurea Vasile (7927, 30, 44, 9, 53, 60, 2—4, 70—85, 7, 8, 90, 3, 6, 8005, 6, 31, 9, 51, 8, 60, 1, 75, 88, 90, 116), *L. 3* cl. IX Vladimirescu Ana (2667, 84, 7, 9, 7933—6, 8080, 91, 8, 100), cl. X Geangu Constantin (7933—6, 9, 41, 8019, 20, 8, 97, 9, 100), Severin Florin (7874, 6, 8, 9, 85, 933—6, 9—41, 8019, 20, 8, 97, 9, 100).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. X Deleanu Silvestru (7936, 7, 8019, 21, 6, 8, 48, 51, 65, 88, 97—100), Despa Ana (7933—6, 41, 4, 5, 7, 8019, 20, 2, 4, 6), Paulescu Victor (7925, 33—5, 7, 9, 40, 57, 8051, 8, 61, 5, 88, 90, 9), Raicu Ion (7925, 33—6, 9, 40, 4, 57, 8018, 20, 6, 100, 11), Rodeanu Ion (7936, 49, 9, 72, 4, 6, 8022, 4, 48, 58, 61, 70, 5, 8, 82),

BALŞ. Absolvent Stoian Gh. (7920, 1, 3, 5, 8, 30, 2, 49, 71, 3, 6, 8043—5, 8, 51. 6, 61, 5, 75, 8, 81, 8, 9), *S. g. 2* cl. VII Voiculescu Luminiţa (2641, 54, 7—9, 62—4), *L. 1* cl. IX Petrescu Constantin (2666, 7, 84, 7916, 33, 4, 9, 41, 4, 57, 8019, 20, 97, 100), cl. X Brînaru Constantin (7913, 23, 5, 8, 30, 1, 6, 9—41, 4, 51, 60, 4), cl. XI Chiriţa Constantin (7918, 70, 1, 5, 8026, 31, 56, 8, 60, 2, 73, 4, 8, 81, 8, 90).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

1967 AUG 1

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Evidenţiaţii trebuie să aibă la aceeaşi expediere cel puţin 35—45 soluţii bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluţii şi la problemele propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele două numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeţ semnate şi în plic separat cu menţiunea probleme propuse. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiţi şi redactaţi de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V—VIII vor fi anunţaţi în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit într-un plic cel puţin 10 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puţin 15 probleme. Orice elev poate trimite soluţii şi la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.B. unui coleg care să devină un nou abonat.

★

Tirajul fiind limitat, G.M.B. se trimite mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată pentru numerele 10—12 (6 lei). Preţul este de 2 lei exemplarul.

Abonamentele se vor face prin oficiile poştale locale.

I. P. „Informaţia" — c. 5532.

INDEX 14601

Lei 2

E1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMANIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — septembrie 1967

9

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONTJA 1863

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B

Anul XVIII, nr. 9, septembrie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Numărul divizorilor unui număr dat şi suma lor de Gh. A. Chiţei, Deva	385
2. Olimpiada IX internaţională de matematică 1967. Problemele date la lucrările serise (8446—8452)	389
3. Caleidoscop matematic de Fabian Csaba, Hunedoara	390
4. Note matematice de Gh. Belcin, I. Diaconu, D. Bătineţu D. Ralescu, D. Cartianu şi V. Sergiescu	391
5. Probleme rezolvate (7447, 7458, 7461, 7462, 7463, 7468 : E : 2459, 2481, 2486)	398
6. Chestiuni de examen (8453—8482)	405
7. Probleme propuse (8483—8509)	411
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2786—2802)	416
9. Cărţi noi	419
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	419

Anul XVIII | 9 | septembrie

O mare parte din materialul publicat în acest număr a fost elaborat de Filiala din Hunedoara a Societăţii de Ştiinţe matematice din Republica Socialistă România.

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă, N., profesor; *Grosu A., profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ollescu C.*, profesor: *Păvăţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea, R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei. 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

E 1426

GAZETA MATEMATICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

SERIA B

Anul XVIII, nr. 9 septembrie 1967

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

NUMĂRUL DIVIZORILOR UNUI NUMĂR DAT ȘI SUMA LOR

de *Gh. A. Chiței*, profesor, Deva

În cele ce urmează arătăm cum se poate determina numărul divizorilor unui număr N precum și suma acestora.

Fie N un număr compus oarecare. Descompunînd acest număr în factori primi pe care să-i notăm cu literele $p_1, p_2, \ldots, p_n$ și respectiv gradul lor de multiplicitate cu literele $a, b, c, \ldots, k, l$ — pentru că unii dintre factori se repetă — obținem descompunerea canonică a numărului N:

$$N = p_1^a p_2^b p_3^c \ldots p_n^l$$

Pentru a găsi divizorii numărului N, vom proceda astfel: scriem în stînga liniei verticale, de mai jos, pe un rînd, toate puterile numărului prim „p_1" pe al doilea rînd puterile numărului prim „p_2" și tot așa din aproape în aproape pînă la ultimul factor.

1) $p_1^0, p_1^1, p_1^2, p_1^3, p_1^4 \ldots, p_1^a$	$p_1^0 p_2^0, p_1^1 \cdot p_2^0, \ldots, p_1^a \cdot p_2^0, p_1^0 \cdot p_2^1, \ldots$ $p_1^a \cdot p_2^1, \ldots, p_1^a, \cdot p_2^b$
2) $p_2^0, p_2^1, p_2^2, p_2^3, \ldots, p_2^b$	$p_1^0 \cdot p_2^0, \cdot p_3^0, p_1^1 p_2^0 p_3^0, \ldots . p_1^a, p_2^b p_3^c \ldots .$
3) $p_3^0, p_3^1 \ldots, p_3^c$	. . . . .
. . . . .	$p_1^0 p_2^0 \ldots . p_{n-1}^0 \cdot$ . . . . .
$n)$ $p_n^0, p_n^1, p_n^2, \ldots, p_n^l$	$p_1^0 \cdot p_1^0 \ldots . p_n^0, \ldots p_1^a \cdot p_2^b \cdot p_3^c p_n^l$

Înmulțim fiecare număr de pe rîndul (1) cu fiecare număr de pe rîndul (2), iar produsele obținute le scriem în dreapta verticalei; vom obține astfel $(a + 1)(b + 1)$ numere.

Înmulțim apoi fiecare număr din dreapta verticalei cu fiecare număr de pe rîndul (3); obținem $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$ numere. Acest proces se continuă pînă cînd se înmulțește fiecare număr de pe rîndul n cu fiecare număr din dreapta verticalei obținut de la înmulțirea cu numerele de pe rîndul $(n - 1)$. În felul acesta vom obține în dreapta verticalei, după ultima înmulțire, $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \ldots . (l + 1)$ numere, care sînt divizorii numărului N, deoarece potrivit condiției enunțate mai sus, factorii primi ai acestor numere se află printre factorii primi ai numărului N

la puteri cu exponenți mai mici sau cel mult egali cu cei ai numărului N.

Ajungînd aici, se pune întrebarea „Oare numărul N nu are și alți divizori care nu se află printre cei cuprinși în tabloul de mai sus obținuți după înmulțirea cu fiecare număr din ultimul șir, din stînga verticalei?"

La această întrebare se poate răspunde că nu mai sînt alți divizori ai numărului N afară de cei ce fac parte din cele $(a+1)\ (b+1)\ \ldots .\ (l+1)$ numere obținute după modul de lucru indicat mai sus.

Într-adevăr, să presupunem că „d" este un divizor oarecare al numărului N. De aici rezultă că:

$$N = d \cdot m$$

Descompunînd pe N, d și m în factori primi și ținînd seama de teorema că „Un număr natural mai mare ca unitatea poate fi descompus numai într-un șir unic de factori primi", urmează că descompunerile canonice ale numerelor N și d. m sînt identice. Deci, factorii primi ai lui d sînt numai o parte din factorii primi ai lui N.

Însă, după felul cum am obținut cele $(a+1)\,(b+1)\ \ldots .\ (l+1)$ numere din tabloul nostru urmează că el cuprinde toate produsele ce se pot forma cu factorii primi ai lui N. Prin urmare d este unul din divizorii lui N, care se găsește în tabloul nostru și nu unul străin de aceștia.

Ținînd seama de cele arătate mai sus, rezultă că, numărul divizorilor unui număr compus ne este dat de formula:

$$P = (a+1)\,(b+1)\,(c+1)\ \ldots\ (l+1)$$

în care $a, b, c, \ldots, l$ sînt exponenții factorilor primi din descompunerea canonică a numărului N.

Altă metodă. Dacă cercetăm tabloul de mai sus observăm că la același rezultat se poate ajunge făcînd produsul numerelor:

$$(p_1^0 + p_1^1 + \cdots + p_1^a)\ (p_2^0 + p_2^1 + \cdots + p_2^b) \cdots (p_n^0 + p_n^1 + \cdots + p_n^l) \qquad \text{(A)}$$

în care factorii sînt formați din suma numerelor care aparțin respectiv rîndurilor 1, 2, ... n.

Într-adevăr, după efectuarea produsului se obține în dreapta egalului o sumă. Fiecare termen al acestei sume, care este de forma:

$$d = p_1^{a'} \cdot p_2^{b'} \cdot p_3^{c'} \cdot \cdots \cdot p_n^{l'}$$

unde:

$$\begin{aligned} 0 &\leqslant a' < a \\ 0 &\leqslant b' < b \\ &\cdots\cdots \\ 0 &\leqslant l' < l \end{aligned} \qquad \text{(B)}$$

este un divizor al numărului N. Această afirmație se justifică în felul următor:

Ținînd seama de inegalitățile (B), rezultă că:

$$p_1^a \vdots p_1^{a'}\ ;\quad p_1^b \vdots p_2^{b'}\ ;\ \cdots\ ;\ p_n^l \vdots p_n^{l'}$$

Însă, din descompunerea canonică, $N \vdots p_1^a$; urmează că N este divizibil și cu divizorii lui p_1^a deci: $N \vdots p_1^a$. Pe baza aceluiași raționament deducem că: $N \vdots p_2^{b'}$; $N \vdots p_3^{c'}$; ...; $N \vdots p_n^{l'}$

Pe de altă parte, ținînd seama de teorema: „Dacă un număr dat se divide separat prin două numere prime între ele, atunci acel număr se divide și prin produsul lor" putem deduce că: $N \vdots p_1^{a'} \cdot p_1^{b'}$. Repetînd acest raționament, din aproape în aproape, găsim că:

$$N \vdots p_1^{a'} \cdot p_2^{b'} \cdot p_3^{c'} \cdots\ p_n^{l'}$$

Cu alte cuvinte, am pus în evidență că „d'' este un divizor al numărului dat N, ceea ce ne propusesem mai sus să facem. Însă pentru a putea să stabilim cîți divizori are numărul N trebuie să mai demonstrăm încă două chestiuni și anume :

(c) — doi termeni oarecare din suma provenită în urma efectuării produsului de mai mulți factori (A) nu sînt egali și

(d) — numărul dat N nu mai are alți divizori decît pe termenii sumei ce se obține efectuînd produsul (A).

Pentru cazul (c) procedăm astfel : presupunem că am avea doi termeni egali, de exemplu $d_1 = d_2$, adică :

$$p_1^{a_1'} \cdot p_2^{b_1'}, \cdots p_m^{l_1'} = p_1^{a_2'} \cdot p_2^{b_2'} \cdots \cdot p_n^{l_2'}$$

Ținînd seama de faptul că descompunerea canonică este unică, de aici deducem că :

$$a_1' = a_2'; \quad b_1' = b_2', \cdots, \quad l_1' = l_2'.$$

Acest rezultat ne duce la concluzia că cei doi termeni d_1 și d_2 au provenit din înmulțirea acelorași numere, ceea ce nu este posibil în cazul efectuării produsului (A).

Pentru cazul (d) vom proceda astfel : să presupunem că q este un divizor oarecare al numărului N, deci : $N \mid q$.

Folosind descompunerea canonică, considerăm pe r ca unul din factorii primi ai lui q. diferit de $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Din faptul că am presupus că $N \mid q$ și $q \mid r$ putem deduce că $N \mid r$. Însă, rezultatul la care am ajuns este imposibil, deoarece r fiind prim cu factorii $p_1, p_2, \ldots, p_n$, adică :

$$(p_1, r) = 1 ; \ (p_2, r) = 1 ; \ (p_n, r) = 1$$

avem :

$$(p_1^a, r) = 1 ; \ (p_2^b, r) = 1 ; \ (p_n^l, r) = 1.$$

Conform teoremei care ne spune că dacă un număr este prim cu fiecare din factorii unui produs, atunci acel număr va fi prim și în raport cu întreg produsul considerat, rezultă că :

$$(p_1^a \cdot p_2^b \ldots p_n^l, \ r) = 1.$$

sau :

$$(N, r) = 1$$

Acest rezultat ne spune că în descompunerea canonică a lui q nu pot intra factori primi diferiți de cei ce intră în descompunerea canonică a lui N.

De aici deducem că orice divizor al lui N se află printre termenii sumei care rezultă din efectuarea produsului de mai mulți factori (A). Prin urmare produsele calculate reprezintă pe toți divizorii diferiți ai lui N.

Numărul acestor divizori îl deducem astfel : primul factor din produsul (A) este o sumă care are $(a + 1)$ termeni, al doilea factor are $(b + 1)$ termeni .... iar ultimul $(l + 1)$ termeni. Cum am văzut că printre produsele calculate nu sînt două egale rezultă că numărul produselor calculate, cu alte cuvinte numărul divizorul lui N este dat de următoarea formulă :

$$P = (a + 1)(b + 1) \ldots (l + 1).$$

Exemplu : Cîți divizori are numărul 1008?

Descompunerea canonică a numărului 1008 este :

$1008 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$

$a = 4 ; \ b = 2 ; \ c = 1$

$P = (4 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30.$

Calculul sumei divizorilor unui număr

Am văzut mai sus că dacă descompunerea canonică a numărului N este :

$$N = p_1^a \cdot p_2^b \cdot p_3^c \cdot \ldots \cdot p_n^l$$

numărul divizorilor lui l-am găsit plecînd de la produsul:

$$(p_1^0 + p_1^1 + \ldots + p_1^a)\ (p_2^0 + p_2^1 + \ldots + p_2^b) \ldots$$
$$(p_n^0 + p_n^1 + \ldots + p_n^l)$$

Prin efectuarea acestui produs de mai mulţi factori se obţine o sumă ai cărei termeni, am văzut că formează mulţimea divizorilor lui N.

Pentru a calcula această sumă, pe care să o notăm cu S, adică:

$$S = (p_1^0 + p_2^1 + \ldots + p_1^a)(p_2^0 + p_2^1 \ldots + p_2^b) \ldots . (p_n^0 + p_n^1 + \ldots + p_n^l) \quad (1)$$

(suma unei progresii geometrice).

observăm că ea se reduce, de fapt, la calculul factorilor din membrul al doilea. Să începem cu primul pe care să-l notăm cu S_1, deci:

$$S_1 = p_1^0 + p_1^1 + \ldots + p_1^{a-1} + p_1^a \quad (2)$$

sau:

$$S_1 = 1 + p_1 + p_1^2 + \ldots + p_1^a = 1 + p_1(1 + p_1 + \ldots . + p_1^{a-1}) \quad (3)$$

Observăm că paranteza la care am ajuns, ţinînd seama de egalitatea (2), se mai poate scrie:

$$1 + p_1 + p_1^2 + \ldots . + p_1^{a-1} = S_1 - p_1^a \quad (4)$$

Deci, egalitatea (3) se poate scrie:

$$S_1 = 1 + p_1(S_1 - p_1^a) = 1 + p_1 S_1 - p_1^{a+1} \quad (5)$$

$$S_1 = \frac{p_1^{a+1} - 1}{p - 1} \quad (6)$$

Într-un mod asemănător se calculează

$$S_2 = p_2^0 + p_2^1 + \ldots + p_2^b = \frac{p_2^{b+1} - 1}{p_2 - 1} \quad (7)$$

. . . . . .

$$S_n = p_n^0 + p_n^1 + \ldots + p_n^l = \frac{p_n^{l+1} - 1}{p_n - 1}$$

Înlocuind în egalitatea (1), obţinem următoarea formulă care ne dă suma divizorilor numărului N:

$$S = \frac{p_1^{a+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{b+1} - 1}{p_2 - 1} \cdot \ldots \cdot \frac{p_n^{l+1} - 1}{p_n - 1}$$

Exemplu: Să se găsească suma divizorilor numărului 1008. Descompunerea canonică a numărului 1008 este:

$$1008 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$S = \frac{2^{4+1} - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^{2+1} - 1}{3 - 1} \cdot \frac{7^{1+1} - 1}{7 - 1}$$

$$S = \frac{31}{1} \cdot \frac{26}{2} \cdot \frac{48}{6} = 31 \cdot 13 \cdot 8 = 3224.$$

OLIMPIADA IX INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICI

organizată în Jugoslavia în intervalul 30 iunie — 12 iulie 1967

Problemele date la olimpiadă *)

Lucrarea I — 5 iulie 1967 (timp de lucru 4 ore)

Problema 1

8447. Fie $AB = a$ și $AD = 1$ lungimile laturilor unui paralelogram $ABCD$ și α măsura unghiului DAB. Toate unghiurile triunghiului ABD sînt ascuțite.

Să se demonstreze că:

Cele patru cercuri K_A, K_B, K_C, K_D de rază 1, ale căror centre sînt vîrfurile A, B, C, D acoperă paralelogramul (adică $ABCD \subset K_A \cup K_B \cup K_C \cup K_D$) dacă și numai dacă

$$a \leqslant \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha.$$

(6 puncte)

Problema 2

8448. Dacă o muchie și numai una a unui tetraedru are lungimea mai mare ca unu, să se demonstreze că volumul tetraedrului este $\leqslant \frac{1}{8}$.

(7 puncte)

Problema 3

8449. Fie k, m, n numere întregi, pozitive și $m + k + 1$ un număr prim mai mare decît $n + 1$. Se consideră numerele

$$c_s = s(s + 1)$$

pentru $s = 1, 2, \ldots, n, \ldots$

Să se arată că produsul

$$(c_{m+1} - c_k)(c_{m+2} - c_k) \ldots (c_{m+n} - c_k)$$

este divizibil prin produsul

$$c_1 c_2 \ldots c_n.$$

(8 puncte)

Problema 4

Lucrarea II — 6 iulie 1967 (timp de lucru 4 ore)

8450. Fiind date două triunghiuri $A_0B_0C_0$ și $A'B'C'$ cu unghiurile ascuțite, în ce mod este posibil să se construiască unul dintre triunghiurile

---

*) La problemele 8447—8452 se primesc soluții pînă la 15 decembrie 1967.

ABC asemenea cu $A'B'C'$ și circumscrise lui $A_0B_0C_0$ (convenind că : AB trece prin C_0, BC prin A_0, CA prin B_0 și că A, B, C corespund respectiv punctelor A', B', C').?

Dintre aceste triunghiuri să se construiască triunghiul de arie maximă.

(*6 puncte*)

Problema 5

8451. Se consideră șirul $\{c_n\}$ definit astfel :

$$c_1 = a_1 + a_2 + \ldots + a_8$$
$$c_2 = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_8^2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$c_n = a_1^n + a_2^n + \ldots + a_8^n$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_8$ sînt numere reale, care nu sînt toate egale cu zero.

Știind că printre termenii șirului $\{c_n\}$ o infinitate de termeni sînt egali cu zero, să se determine toate numerele n pentru care $c_n = 0$.

(*7 puncte*)

Problema 6

8452. La o întrecere internațională sportivă se vor distribui m medalii în decurs de n zile.

În prima zi au fost date 1 medalie și $\frac{1}{7}$ din cele $m - 1$ rămase, în ziua a doua au fost date 2 medalii și $\frac{1}{7}$ din ceea ce a rămas astfel, etc.

În fine, în ziua a au fost date cele n medalii care rămăseseră.

Cîte zile a durat întrecerea și cîte medalii au fost distribuite ?

(8 *puncte*)

CALEIDOSCOP MATEMATIC

Numere perfecte în baza doi

Deja grecii au observat faptul că unele numere au proprietatea de a fi egale cu suma divizorilor săi (exceptînd însuși numărul). Ei atribuiau o însemnătate deosebită acestor numere și le-au numit *numere perfecte*. Mai tîrziu numerele perfecte au fost studiate mai mult din superstiție iar unii atribuiau acestor numere chiar un caracter divin.

Un număr perfect este de exemplu numărul $6 = (1 + 2 + 3)$ sau numărul $28 = (1 + 2 + 4 + 7 + 14)$.

Euclid a demonstrat că fiecare număr care se poate reprezenta sub forma $2^{n-1}(2^n - 1)$, unde $2^n - 1$ este un număr prim, este un număr perfect.

În anul 1957 la Stockholm s-a verificat pe un calculator electronic cel mai mare număr prim de forma $2^n - 1$ ($n = 3217$) și astfel s-a obținut și cel mai mare număr perfect

$$2^{3216}(2^{3217} - 1)$$

care are aproximativ 2 000 de cifre. Acest număr perfect reprezintă al 18-lea număr perfect cunoscut pînă în momentul de față. Este interesant că nu s-a găsit nici un număr perfect impar și nici nu s-a demonstrat că nu există.

Reprezentarea lui Euclid pentru numere perfecte ne sugerează scrierea lor în baza doi. Astfel $2^{n-1}(2^n - 1)$ în baza doi va fi:

$$\underbrace{11\ldots1}_{n}\ \underbrace{0\ldots0}_{n-1}$$

Se poate observa că și n trebuie să fie prim. În cazul $n = 2$ și $n = 3$ obținem 110 și 11100 care sînt tocmai numerele 6 și 28 primele două numere perfecte în baza doi. Verificarea numerelor perfecte pe un calculator revine la a verifica numerele prime formate dintr-un număr prim de cifre unu.

Fabian Csaba, Hunedoara

NOTE MATEMATICE

37. Generalizarea problemei 7696

Dacă a și b sînt numere naturale astfel încît $2b^a + 1$ este prim, atunci

$$E = \sum_{n=1}^{2(2b^a+1)} b^{b^a\cdot(2n-1)}$$

se divide cu $2b^a + 1$.

Dînd pe b^{b^a} factor comun, E devine:

$$E = b^{b^a} \cdot \sum_{n=1}^{2(2b^a+1)} b^{2b^a\cdot(n-1)} \tag{1}$$

Deoarece $2b^a + 1$ este prim, conform teoremei lui *Fermat* avem:

$$b^{2b^a} - 1 \equiv 0 \mod (2b^a + 1)$$

De asemenea

$$b^{2b^a\cdot(n-1)} - 1 \equiv 0 \mod (2b^a + 1)$$

unde:

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 2(2b^a + 1)$$

Rezultă deci că fiecare termen al sumei de la (1), prin împărțirea cu $2b^a + 1$ dă restul 1 și pentru că există $2(2b^a+1)$ termeni, putem scrie:

$$E = b^{b^a}[\mathfrak{M}(2b^a + 1) + 2(2b^a + 1)] = \mathfrak{M}(2b^a + 1)$$

Pentru $b = 5$ și $a = 3$ se obține problema 7696.

Gh. Belcin, profesor București

38. Asupra unei inegalități

În cele ce urmează sînt expuse alte două demonstrații, diferite de cele cunoscute, ale inegalității ce există într-un triunghi: $R \geqslant 2r$.

1. Considerăm cunoscuta inegalitate:

$$(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geqslant 9, \tag{1}$$

unde a, b și c sînt numere strict pozitive.

Punînd $a = r_a$, $b = r_b$ și $c = r_c$ inegalitatea (1) devine :

$$(r_a + r_b + r_c)\left(\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}\right) \geqslant 9, \qquad (2)$$

dar $r_a + r_b + r_c = 4R + r$ și $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ (egalități demonstrate în Trigonometrie, manual pentru clasa X, pag. 156).

Deci inegalitatea (2) devine : $(4R + r)\frac{1}{r} \geqslant 9$ sau :

$$4R + r \geqslant 9r, \quad \text{adică} \quad R \geqslant 2r.$$

2. Considerăm inegalitățile evidente :

$a + b \geqslant 2\sqrt{ab}$; $b + c \geqslant 2\sqrt{bc}$; $c + a \geqslant 2\sqrt{ca}$ a, b și c fiind numere pozitive. Inmulțind inegalitățile de mai sus, membru cu membru, obținem :

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geqslant 8\,abc, \qquad (3)$$

punînd $a = r_a$; $b = r_b$ și $c = r_c$ inegalitatea (3) devine :

$$(r_a + r_b)(r_b + b_c)(r_c + r_a) \geqslant 8\,r_a\,r_b\,r_c, \text{ dar}$$

$(r_a + r_b)(r_b + r_c)(r_c + r_a) = 4Rp^2$, (egalitate demonstrată în paragraful 16.41 din Geometria triunghiului de *Traian Lalescu*) și

$$r_a\,r_b\,r_c = p^2\,r.$$

Deci inegalitatea devine :

$$4Rp^2 \geqslant 8p^2r \text{ sau } R \geqslant 2r.$$

Egalitatea are loc cînd $r_a = r_b = r_c$ deci cînd triunghiul este echilateral

Diaconu P. Ilie, elev liceul 2 Tg. Jiu

39. Asupra problemei E : 1665

Fie $b \geqslant 2$ baza unui sistem de numerație. Ne propunem să rezolvăm următoarele probleme :

a) Fiind dat un număr N scris în baza b, să se determine numărul de cifre (în baza b) de care avem nevoie pentru a scrie toate numerele de la 1 pînă la N inclusiv.

b) Știind că pentru a scrie (în baza b) toate numerele de la 1 pînă la N inclusiv, avem nevoie de k cifre să se determine numărul N.

Pentru rezolvare vom nota cu $a = b - 1$ cifra maximă a sistemului de numerație cu baza b, și :

$$A_i = \underbrace{aa\ \ldots\ aa}_{i}, \qquad (i = 0, 1, 2, 3, \ldots; A_0 = 0) \qquad (1)$$

$$B_i = \underbrace{a\,00\ \ldots\ 00}_{i-1}, \qquad (i = 0, 1, 2, 3, \ldots; B_0 = 0) \qquad (2)$$

$$S_i = \sum_{j=0}^{i} j\,B_j, \qquad (i = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots) \qquad (3)$$

Vom trece acum la rezolvarea propriu zisă a problemei :

a) N fiind un număr în baza b, există un număr natural n (în baza b) astfel încît :

$$A_{n-1} < N \leqslant A_n, \qquad \text{deci,} \qquad N = A_{n-1} + P \qquad \text{cu } P > 0 \qquad (4)$$

Pentru a scrie toate numerele de la 1 pînă la A_{n-1} avem nevoie de S_{n-1} cifre iar pentru a scrie toate numerele de la $A_{n-1}+1$ pînă la $A_{n-1}+P$ avem nevoie de nP cifre. În total pentru a scrie toate numerele de la 1 pînă la N ne trebuie $k = S_{n-1} + nP$ cifre. (5)

b) Deoarece k este un număr scris în baza b, rezultă că exsită un număr natural n (scris în baza b) astfel încît $S_{n-1} < k \leqslant S_n$.

Dar conform relației (5) avem $P = \dfrac{k - S_{n-1}}{n}$ și deci (4) ne dă $N =$

$= A_{n-1} + \dfrac{k - s_{n-1}}{n}$ (6)

Caz particular. Dacă $b = 10$ și $N = 16000000$ atunci $k = 116888897$ cifre, adică problema E: 1665 din *G.M.-B.*

D.M.Bătinețu, Iași

40. Asupra șirului recurent $t_n = pt_{n+1} + qt_{n-1}$

Considerăm șirul de numere $\{t_n\}_{n\in N}$ definit prin relația de recurență

$$t_n = pt_{n+1} + qt_{n-1} \qquad (1)$$

p, q fiind constante reale.*

Ne propunem să aflăm expresia termenului general al șirului (t_1 și t_2 fiind dați).

Din (1) scoatem relația echivalentă :

$$t_{n+1} = \frac{t_n - qt_{n-1}}{p} \qquad (1')$$

Dînd în (1') valorile $n = 2, 3, 4, \ldots$ calculăm succesiv

$$t_3 = \frac{t_2 - qt_1}{p}, \qquad t_4 = \frac{(1-pq)t_2 - qt_1}{p^2}, \qquad t_5 = \frac{(1-2pq)t_2 - q(1-pq)t_1}{p^3}$$

Observăm deci că t_n este de forma :

$$t_n = \frac{P_n t_2 - qQ_n t_1}{p^{n-2}} \qquad (2)$$

P_n, Q_n, fiind polinoame (de același grad sau nu) în pq. Vedem că $Q_5 = P_4$, $Q_6 = P_5$, etc. Vom arăta mai departe că $Q_n = P_{n-1}$.

---

* vezi: *Șiruri recurente* de *A.I.Marcușievici*.

Din (1') și 2 avem:

$$t_{n+1} = \frac{t_n - qt_{n-1}}{p} = \frac{\dfrac{P_n t_2 - qQ_n t_1}{p^{n-2}} - \dfrac{qP_{n-1} q^2 Q_{n-1} t_1}{p^{n-3}}}{p} =$$

$$= \frac{P_n t_2 - qQ_n t_1 - pqP_{n-1} t_2 + pq^2 Q_{n-1} t_1}{p^{n-1}}$$

$$\text{Deci } t_{n+1} = \frac{t_2 (P_n - pqP_{n-1}) - qt_1 (Q_n - pqQ_{n-1})}{p^{n-1}} = \frac{t_2 P_{n+1} - qt_1 Q_{n+1}}{p^{n+1}}$$

de unde obținem relațiile de recurență pentru P_n și Q_n

$$P_{n+1} = P_n - pqP_{n-1} \tag{3}$$

$$Q_{n+1} = Q_n - pqQ_{n-1} \tag{3_2}$$

Deoarece $Q_5 = P_4$, obținem $Q_6 = P_5$, $Q_7 = P_6$ și deci $Q_n = P_{n-1}$ (ceea ce se poate demonstra și prin inducție). Rezultă că termenul general al șirului (1) este:

$$t_n = \frac{P_n t_2 - qP_{n-1} t_1}{p^{n-2}} \tag{2'}$$

Să calculăm cîteva polinoame P_n succesive. Obținem $P_4 = 1 - pq$, $P_5 = 1 - 2pq$ $P_6 = 1 - 3pq + p^2q^2$, $P_7 = 1 - 4pq + 3p^2q^2$, $P_8 = 1 - 5pq + 6p^2q^2 - p^3q^3$, etc.

Observăm că P_n e de forma:

$$P_n = 1 - a_n^1 pq + a_n^2 (pq)^2 + \ldots + (-1)^k a_n^k (pq)^k \tag{3}$$

a_n^i $(i = 1, 2, \ldots, k)$ fiind constante reale pe care le vom determina (indicii superiori nu se vor confunda cu puterile).

Înlocuind (3) în (3_1), obținem:

$$1 - a_{n+1}^1 pq + a_{n+1}^2 (pq)^2 + \ldots (-1)^{k+1} a_{n+1}^{k+1} (pq)^{k+1} = 1 - pq (a_n^1 + 1) +$$

$$+ p^2q^2 (a_n^2 + a_{n-1}^1) + \ldots + (-1)^k (pq)^k \left(a_n^k + a_{n-1}^{k-1}\right)$$

Identificînd coeficienții, găsim relațiile de recurență pentru a_n^i $(i = 1, \ldots, k)$

$$\begin{aligned} a_n^1 + 1 &= a_{n+1}^1 \\ a_n^2 + a_{n-1}^1 &= a_{n+1}^2 \\ a_n^k + a_{n-1}^{k-1} &= a_{n+1}^k \end{aligned} \tag{4}$$

Observăm că a_n^1 apar de la $n \geqslant 4$, a_n^2 de la $n \geqslant 6$, în general a_n^k de la $n \geqslant 2(k+1)$.

Cu alte cuvinte (observînd expresiile polinoamelor $P_4, P_5, \ldots, P_8$) constatăm că în polinoamele de indice par $2k$ apar termeni de forma $(-1)^{k-1} (pq)^{k-1}$.

Să așezăm coeficienții a_n^i sub forma unui tablou, ca mai jos:

$$\begin{array}{ccccc} a_4 & a_5^1 & a_6^1 & \ldots & \\ & \nearrow\downarrow\nearrow\downarrow & & & \\ a_6^2 & a_7^2 & a_8^2 & \ldots & \\ & \nearrow\downarrow\nearrow\downarrow & & & \\ a_8^3 & a_9^3 & a_{10}^3 & \ldots & \end{array} \tag{T}$$

Folosind relațiile de recurență (4), observăm legea de formare a șirurilor a_n^i de la $n \geqslant 2(i+1)$ (a se vedea direcția săgeților).

Dar la P_n $(n \geqslant 4)$ avem $a_4^1 = 1$, $a_5^1 = 2$, ..., $a_n^1 = n - 3$.

Mai constatăm că coeficientul termenului în pq la gradul cel mai mare (în polinoamele P_n de indice par) este întotdeauna 1 (adică $a_{2m}^k = 1$). Formăm tabloul următor:

$$
\begin{array}{ccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \ldots \\
\nearrow\downarrow & \nearrow\downarrow & \nearrow\downarrow & & & & \\
1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & \ldots \\
\nearrow\downarrow & \nearrow\downarrow & & & & & \\
1 & 4 & 10 & 20 & \ldots & & \\
1 & 5 & 15 & \ldots & & & \\
\vdots & & & & & &
\end{array}
\qquad (T')
$$

Direcția săgeților arată legea de formare a liniilor. Evident, fiind dată linia 1-a și coloana 1-a, putem calcula toate elementele celorlalte linii, pe baza formulelor (4).

O proprietate a tabelului (T') este faptul că coloana a-i^{-a} este identică cu linia a $(i-1)^{-a}$ (începînd de la al doilea element din linie).

Așezăm tabloul (T') sub forma următoare:

$$
\begin{array}{lccccccc}
 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 & P_8 & P_9 & \ldots \\
pq & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \ldots \\
(pq)^2 & & & 1 & 3 & 6 & 10 & \ldots \\
(pq)^3 & & & & & 1 & 4 & \ldots
\end{array}
\qquad (T'')
$$

Tabelul (T'') se folosește astfel: în P_9, coeficientul lui pq este 6, al lui $(pq)^2$ este 10 și al lui $(pq)^3$ este 4.

Observăm că linia 1-a este formată din elementele C_1^1, C_2^1, C_3^1 ... (unde prin C_n^k am notat combinările de n elemente luate cîte k).

Deci tabelul (T'') devine:

$$
\begin{array}{cccccccc}
P_4 & P_5 & P_6 & P_7 & P_8 & P_9 & & \\
C_1^1 & C_2^1 & C_3^1 & C_4^1 & C_5^1 & C_6^1 & \ldots & \\
 & & C_2^2 & C_3^2 & C_4^2 & C_5^2 & \ldots & \\
 & & & & C_3^3 & C_4^3 & \ldots &
\end{array}
\qquad (T_1)
$$

De altfel, aceasta se vede și pe baza relațiilor (4), considerînd formula cunoscută $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.

Într-o coloană avem termeni de forma C_k^1, C_{k-1}^2, C_{k-2}^3, ...

Să calculăm elementele coloanei de indice $2k$ (corespunzătoare lui P_{2k}).

Acestea sînt C_{2k-3}^1, C_{2k-4}^2, ... C_{2k-m-2}^m astfel ca $m = 2k - m - 2$ deci $m = k - 1$. Rezultă că elementele căutate sînt C_{2k-3}^1, C_{2k-4}^2 ... C_{k-1}^{k-1} și deci elementele coloanei de indice $2k + 1$ vor fi: C_{2k-2}^1, C_{2k-3}^2, ..., C_k^{k-1}.

Deci, înlocuind coeficienții în (3), obținem:

$$P_{2n} = 1 - C_{2n-3}^1 pq + C_{2n-4}^2 (pq)^2 + \ldots + (-1)^{n-1} C_{n-1}^{n-1} (pq)^{n-1}$$

$$P_{2n+1} = 1 - C_{2n-2}^1 pq + C_{2n-3}^2 (pq)^2 + \ldots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} (pq)^{n-1} \qquad (5)$$

Folosind formulele (2') și (5) putem calcula termenul general t_n al șirului (1). Mai precis:

$$t_{2n} = \frac{t_2 P_{2n} - q t_1 P_{2n-1}}{p^{2n-2}} \text{ și } t_{2n+1} = \frac{t_2 P_{2n+1} - q t_1 P_{2n}}{p^{2n-1}}$$

Polinoamele de forma (5) se bucură de o serie de proprietăți pe care le vom stabili în cele ce urmează:

1. Astfel, dacă în (1) facem $p = q = \frac{1}{2}$, obținem șirul $t_n = \frac{t_{n+1} + t_{n-1}}{2}$ care este o progresie aritmetică. Se știe că termenul general este $t_n = t_1 + (n-1)r$ unde $r = t_2 - t_1$

Deci $t_n = (n-1)t_2 - (n-2)t_1$ și cum (din (2')):

$$t_n = \frac{t_2 P_n - \frac{t_1 P_{n-1}}{2}}{\frac{1}{2^{n-2}}} = 2^{n-2} P_n t_2 - 2^{n-3} P_{n-1} t_1, \text{ rezultă } P_n = \frac{n-1}{2^{n-2}}$$

Înlocuind (în P_{2n} de exemplu) $p = q = \frac{1}{2}$ obținem identitatea $2^{2n-2} - 2^{2n-4} C_{2n-3}^1 + + 2^{2n-6} C_{2n-4}^2 + \ldots + (-1)^{n-1} C_{n-1}^{n-1} = 2n - 1$

2. Relația (3_1) se mai scrie sub forma

$$P_n - P_{n+1} = pqP_{n-1}$$

Facem $n = 4, 5, \ldots, k+1$, și, adunînd, obținem:

$$P_4 - P_{k+2} = pq(P_3 + P_4 + \ldots + P_k)$$

Dar $P_4 = 1 - pq$, deci

$$P_3 + P_4 + \ldots + P_k = \frac{1 - P_{k+2} - pq}{pq} = \frac{1 - P_{k+2}}{pq} - 1$$

formulă care dă suma primelor k polinoame.

3. Dacă facem $p = 1$, $q = -1$, obținem șirul $t_{n+1} = t_n + t_{n-1}$, care este un șir de tip *Fibonacci*.

Dar $t_n = t_2 P_n + t_1 P_{n-1}$, din relația (2'). Deci termenul general al șirului Fibonacci se poate calcula cu formulele:

$$t_{2n} = t_2(1 + C_{2n-3}^1 + C_{2n-4}^2 + \ldots + C_{n-1}^{n-1}) + t_1(1 + C_{2n-4}^1 + C_{2n-5}^2 + \ldots + C_{n-1}^{n-2})$$

$$t_{2n+1} = t_2(1 + C_{2n-2}^1 + C_{2n-3}^2 + \ldots + C_n^{n-1}) + t_1(1 + C_{2n-3}^1 + C_{2n-4}^2 + \ldots + C_{n-1}^{n-1})$$

Dacă $t_1 = t_2 = 1$, obținem șirul Fibonacci propriu-zis.

4. Facem $p = q = -1$ și, folosind metoda de la 1, obținem

$$P_{3k+1} = 0, \qquad P_{3k} = (-1)^{k-1}, \text{ etc.}$$

5. Încheiem cu unele proprietăți ale șirului inițial $\{t_n\}_{n \in N}$ deduse chiar din relația de recurență (1).

Scriind-o sub forma $pt_{n+1} = t_n - qt_{n-1}$, dăm valorile $n = 2, 3, \ldots$. Adunînd și făcînd reducerile obținem:

$$t_1 + t_2 + \ldots + t_n = \frac{qt_n - pt_{n+1} + (p-1)t_1 + pt_2}{p + q - 1}$$

Considerăm $p + q > 1$ $(p > q > 0)$ și $t_1, t_2 > 0$.

Evident $t_i > 0$ $(i = 3, 4, \ldots, n)$. Din formula de mai sus (căci și $\sum_{i=1}^{n} t_i > 0$), avem:

$$pt_{n+1} < qt_n + (p-1)t_1 + pt_2$$

Deci obținem succesiv:

$$pt_{n+1} < qt_n + pt_1 + pt_2 < pt_n + pt_1 + pt_2$$

Rezultă $t_{n+1} - t_n < t_1 + t_2$. Dînd valori lui $n = 1, 2, \ldots$ și adunînd obținem:

$$t_n < nt_1 + (n-1)t_2$$

Mergînd pe această cale se pot stabili și alte proprietăți ale șirurilor de forma (1) și ale polinoamelor (5).

De exemplu, identificînd relația de la 3, cu formula cunoscută a lui *Binet*, cititorul poate obține alte identități.

Pentru $p = q = 1$ găsim problema *7872* din *G.M.-B.* pag. 543.

Dan Ralescu, elev București

41. Generalizarea problemelor 7742 și 7807

Considerăm inegalitatea lui *Jensen* :

$$f\left(\frac{p_1x_1 + \ldots + p_nx_n}{p_1 + \ldots + p_n}\right) \leqslant \frac{p_1f(x_1) + \ldots + p_nf(x_n)}{p_1 + \ldots + p_n}, \tag{1}$$

unde $p_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ sînt numere pozitive nu toate nule iar $x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ sînt numere reale aparținînd unui interval I pe care funcția $f : E \to F$ este convexă, $E \subset R$. $F \subset R$ și $I \subset E$.

Dacă funcția f este concavă pe I, atunci inegalitatea (1) își schimbă sensul, iar dacă numerele x_i sînt egale sau dacă funcția f este liniară, atunci are loc egalitatea.

Fie $p_i = \frac{1}{n}$; $x_i > 0$ și $f(x) = x^m$ cu $m \in R$.

Derivata a doua $f''(x) = m(m-1)x^{m-2}$ indică următoarele :

a) Dacă $m \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$, atunci funcția f este convexă pe I.

b) Dacă $m \in (0, 1)$, atunci funcția f este concavă pe I.

c) Dacă $m = 0$ sau $m = 1$, atunci funcția f este liniară,

În cazul a) inegalitatea (1) devine :

$$\left(\frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}\right)^m < \frac{x_1^m + \ldots + x_n^m}{n}, \tag{2}$$

în cazul c) precum și atunci cînd numerele x_i sînt egale, are loc egalitatea, iar în cazul b) se schimbă semnul.

1. Inegalitatea (2) pentru $(n-1)$ numere x_i se poate scrie :

$$\frac{x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m - x_i^m}{(x_1 + x_2 \ldots x_n - x_i)^{m-1}} > \frac{x_1 + \ldots + x_n - x_i}{(n-1)^{m-1}} \tag{3}$$

Sumînd după i obținem :

$$\frac{x_2^m + \ldots + x_n^m}{(x_2 + \ldots + x_n)^{m-1}} + \frac{x_1^m + x_3^m + \ldots + x_n^m}{(x_1 + x_3 + \ldots + x_n)^{m-1}} + \ldots + \frac{x_1^m + x_2^m + \ldots + x_{n-1}^m}{(x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1})^{m-1}} > \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{(n-1)^{m-2}} \tag{4}$$

iar în cazul c), precum și atunci cînd numerele x_i sînt egale, are loc egalitatea.

Pentru $m = 2$ se obține inegalitatea din problema 7742.

2. Considerăm sistemul de ecuații $\sum_{j=1}^{n} x_j - x_i = a_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, $(a_i,\ x_i) > 0$.

Soluțiile acestui sistem sînt

$$x_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} a_j - (n-1)a_i}{n-1} \tag{5}$$

deci condiția de compatibilitate este $\sum_{j=1}^{n} a_j - (n-1)\,a_i > 0$. (6)

În cazul a), inegalitatea (2) se poate scrie pentru $(n-1)$ numere astfel:

$$\frac{x_1^m + \ldots + x_n^m - x_i^m}{n-1} > \left(\frac{x_1 + \ldots + x_n - x_i)^m}{n-1}\right)^m$$

Sumînd după i rezultă:

$$(n-1)^m(x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m) > (x_2 + \ldots + x_n)^m + \ldots + (x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1})^m \tag{7}$$

Introducînd în (7) valorile numerelor x_i din relațiile (5) rezultă

$$\begin{aligned}[-(n-2)\,a_1 + \ldots + a_n]^m + [(a_1 - (n-2)\,a_2 + \ldots + a_n]^m + \ldots \\ + [a_1 + \ldots + a_{n-1} - n - 2)\,a_n]^m > a_1^m + a_2^m + \ldots + a_n^m.\end{aligned} \tag{8}$$

În cazul b) are loc o inegalitate de sens contrar, iar în cazul c) și atunci cînd numerele a_i sînt egale, are loc egalitatea.

Pentru $m \in N$ și $n = 3$, din (8) se obține inegalitatea din problema 7807.

Dan Cartianu și *Vlad Sergiescu*, elevi București

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7446

Se dă ecuația:

$$x^4 - 2mx^3 + (m-1)^2x^2 + 2\,(m^2 - m - 1)\,x + m^2 - 2m = 0$$

a) Să se determine soluțiile ecuației date din rezolvarea a două ecuații de gradul II;

b) Să se determine în funcție de m expresia:

$$E = \frac{x_1x_2}{x_1 + x_2} + \frac{x_3x_4}{x_3 + x_4}$$

Alexandru Filipoiu, student București

Soluție. a) Ecuația se mai poate scrie:

$$x^4 + 2x^2 + 1 - 2m\,(x^2 + 1)\,(x + 1) + (m^2 - 1)\,(x^2 + 2x + 1) = 0$$

sau $(x^2 + 1)^2 - 2m\,(x^2 + 1)\,(x + 1) + (m^2 - 1)\,(x + 1)^2 = 0$

de unde prin împărțirea cu $(x+1)^2$ avem :

$$\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)^2 - 2m\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right) + m - 1 = 0$$

Notăm $\frac{x^2+1}{x+1} = z$ și obținem :

$$z^2 - 2mz + m^2 - 1 = 0,$$

de unde $z_1 = m+1$; $z_2 = m-1$ și deci obținem două ecuații de gradul II în x care ne dau soluțiile ecuației date :

$$x^2 - (m+1)\,x - m = 0 \qquad (1)$$

și

$$x^2 - (m-1)\,x - m + 2 = 0 \qquad (2)$$

(b) Avem $x_1 + x_2 = m+1$; $x_1x_2 = -m$

$$x_3 + x_4 = m-1;\ x_3x_4 = -m+2$$

și deci

$$E = -\frac{m}{m+1} - \frac{m-2}{m-1} = \frac{-m(m-1) - (m+1)(m-2)}{m^2-1} =$$

$$= \frac{-m^2+m-m^2-m+2m+2}{m^2-1} = -2\cdot\frac{m^2-m-1}{m^2-1}.$$

Problema 7458

Considerăm funcția $z(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$ *și fie* L *domeniul maxim de definiție. Raportînd* L *la planul bidimensional, considerăm punctele* $M_1(x_1, y_1)$ *și* $M_2(x_2, y_2)$ *din primul cadran, astfel încît* $\{M_1, M_2\} \subset L$, *și definim transformarea de centru* M_1 *care face să corespundă lui* M_2 *punctul* $M_3(x_1y_2 + x_2y_1,\ x_1x_2 + y_1y_2)$

a) *Să se arate că* M_3 *poate fi în interiorul sau în exteriorul lui* L *și să se afle extremele coordonatelor sale.*

b) *Să se găsească centrul* M_1 *dacă transformarea este identică.*

c) *Să se cerceteze transformarea care are ca centru originea axelor de coordonate.*

Dan Ralescu elev București

Soluție. a) Deoarece $z(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$, trebuie să avem : $-x^2-y^2+4 \geqslant 0$ sau $x^2+y^2-4 \leqslant 0$, deci L este format din totalitatea punctelor din interiorul cercului $x^2+y^2-4=0$ sau de pe cerc.

Observăm că raza cercului este 2, deci

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 2;\ 0 \leqslant y_1 \leqslant 2;\ 0 \leqslant x_2 \leqslant 2;\ 0 \leqslant y_2 \leqslant 2.$$

deci

$$0 \leqslant x_1y_2 + x_2y_1 \leqslant 8,$$

$$0 \leqslant x_1x_2 + y_1y_2 \leqslant 8,$$

de unde rezultă că M_3 se poate găsi în exteriorul sau în interiorul lui L.

b) Transformarea identică, transformă pe M_2 în el însuși, deci :

$$M_3 (x_1y_2 + x_2y_1,\ x_1x_2 + y_1y_2) \equiv M_2 (x_2,\ y_2)$$

Egalînd coordonatele lui M_3 și M_2 :

$$x_1y_2 + y_2y_1 = x_2,$$

$$x_1x_2 + y_1y_2 = y_2$$

de unde obținem $x_1 = 0$, $y_1 = 1$ deci $M_1 (0, 1)$ este centrul căutat.

c) Deoarece M_1 este chiar se avem $M_1 (0, 0)$, de unde $M_3 (0,0) \equiv M_1 (0, 0)$

Deci prin această transformare, originea transformă orice punct în origine.

Problema 7461

Se dă un unghi BAC și un punct M în interiorul său. Un cerc variabil trecînd prin A și M mai intersectează pe AB în N și pe AC în P. Se cere locul geometric al centrului de greutate, al centrului cercului circumscris și al ortocentrului triunghiului MNP. (În legătură cu nota matematică: Asupra unei teoreme a lui D. Pompeiu, din G.M.F. — B nr. 2/1964).

Petre Liviu, Tîrgoviște

Soluția autorului. Fie N' și P' respectiv proiecțiile lui M pe AB și AC. Patrulaterul $AN'MP'$ este inscriptibil deci cînd N se află în N' atunci P se află în P'.

Triunghiurile $MN'N$ și $MP'P$ sînt asemenea, deoarece $\sphericalangle N'NM = \sphericalangle P'PM$, deci $\frac{N'N}{P'P} = \frac{MN'}{MP'}$ = constant. Rezultă că dacă N se deplasează uniform pe dreapta AB, atunci și P se deplasează uniform pe dreapta AC.

Rezultă (Vezi nota matematică amintită) că locul geometric al mijlocului R al segmentului NP este o dreaptă pe care R se deplasează uniform.

Centrul de greutate G al triunghiului MNP este omoteticul lui R în raport cu centrul M, raportul de omotetie fiind $\frac{2}{3}$, deci locul lui G este tot o dreaptă pe care G se deplasează uniform.

Locul centrului O al cercului circumscris triunghiului MNP este evident mediatoarea segmentului AM. Dacă N se deplasează uniform pe dreapta AB, atunci și mijlocul lui AN deci și mediatoarea lui AN se deplasează uniform. Dar O este intersecția mediatoarei lui AM cu mediatoarea lui AN, deci și O se deplasează uniform (se deduce ușor conform teoremei paralelelor echidistante. Vezi și problema 6348 din *G.M.B*— nr. 5 pe 1965 pag. 210). Se știe însă că ortocentrul H al oricărui triunghi împarte exterior segmentul OG în raport constant . Rezultă, conform notei matematice amintite, că locul lui H este tot o dreaptă.

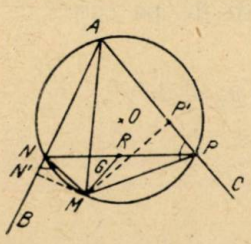


Fig. 1

Observare. Pentru a nu restrînge generalitatea problemei unghiul BAC se înlocuiește cu dreptele AN' și AP' așa cum se procedează de fapt în soluția problemei.

Problema 7462

Să se găsească toate soluțiile ecuației

$$x^2 + \frac{1}{2}y^2 = z^2$$

în numere întregi și pozitive prime între ele două cîte două.

Călin Gasparic, student București

Soluție. Problema revine la a găsi formulele care ne dau soluțiile prime între ele x, y și z ale ecuației

$$x^2 + \frac{1}{2}y^2 = z^2. \qquad (1)$$

Dacă două din numerele x, y, z soluții ale ecuației au un divizor comun diferit de 1 atunci îl are și al treilea număr.

De exemplu dacă x și y sînt multiplii unui număr n atunci avem $\left(\frac{x}{n}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{n}\right)^2 = \left(\frac{z}{n}\right)^2$, egalitate obținută prin împărțirea ambilor membri ai ecuației cu n^2. Dar membrul stîng este întreg căci $x = x_1 n$ și $y = y_1 n$ deci și $z = z_1 n$. Numerele x și z trebuie să fie impare căci este evident că y trebuie să fie un număr par. Acum să căutăm soluțiile ecuației (1), soluții în numere naturale și prime între ele două cîte două. În prealabil voi arăta că dacă z și x sînt prime între ele atunci $(z + x, z - x) = 1$ în cazul cînd sau z sau x este par și $(z + x, z - x) = 2$ cînd ambele sînt impare caz ce-l vom folosi aici.

Demonstrație. Dacă $z + x$ și $z - x$ ar avea un divizor comun (a, d), atunci l-ar avea și suma și diferența lor adică $(2x, 2z) = a$ dar cum $(z, x) = 1$ avem $(2x, 2z) = 2$ deci $z + x$ și $z - x$ îl au ca divizor comun pe 2 în cazul cînd ambele numere z și x sînt impare și $(z + x, z - x) = 1$ cînd unul e par și celălalt impar,

Ecuația dată se mai scrie

$$2x^2 + y^2 = 2z^2 \text{ sau } 2(z^2 - x^2) = y^2 \text{ sau}$$

$$2(z - x)(z + x) = y^2. \text{ Știm că } (z - x, z + x) = 2 \qquad (2)$$

[ ] Distingem două cazuri :

1) $\frac{z - x}{2} = \text{impar}$ și avem $\left(\frac{z - x}{2}, z + x\right) = 1$

2) $\frac{z + x}{2} = \text{impar}$ și avem $\left(\frac{z + x}{2}, z + x\right) = 1$

Ecuația dată sub forma (2) implică :

Cazul 1). $4 \cdot \frac{z - x}{2}(x + z) = y^2$; cu relațiile $z - x = 2a^2$; $z + x = b^2$; $y = 2ab$ (3)

Rezolvînd sistemul (3) avem $x = \frac{1}{2}(b^2 - 2a^2)$;

$$z = \frac{1}{2}(b^2 + 2a^2),\ y = 2ab$$

unde $b = \text{par}$, $a = \text{impar}$ și $(a, b) = 1$.

Cazul 2). $\left(\frac{z+x}{2}, z-x\right)=1$ cu $\frac{z+x}{2}=$ impar. Ecuaţia devine

$$4\frac{z+x}{2}(z-x)=y^2 \text{ care ne dă } z+x=2a^2,\ z-x=b^2,\ y=2ab \quad (4)$$

Rezolvînd sistemul (4) obţinem

$$x=\frac{1}{2}(2a^2-b^2);\quad z=\frac{1}{2}(2a^2+b^2);\quad y=2ab,$$

unde $a=$impar, $b=$par şi $(ab)=1$.

Reunind (I) cu (II) obţinem soluţiile

$$x=\pm\frac{1}{2}(b^2-2a^2),\ y=2ab,\ z=\frac{1}{2}(b^2+2a^2).$$

Punînd acum $a=m$ şi $b=2n$, obţinem formulele

$$x=\pm(2n-m^2),\ y=4mn,\ z=(2n^2+m^2)$$

unde m şi n sînt numere naturale, $m=$impar şi $(m, n)=1$.

Problema 7463

Se consideră în spaţiu două cercuri neconcurente şi cîte un punct pe fiecare dintre ele. Să se afle un al treilea cerc care să aibă cu fiecare dintre cele două cercuri date cîte o pereche de puncte comune, fiecare pereche conţinînd cîte unul din punctele date.

Tudor Zamfirescu, Bucureşti

Soluţia autorului. Fie Ω şi ω centrele cercurilor date (Ω) şi (ω) iar M şi m punctele date respectiv pe (Ω) şi (ω). Perpendiculara în Ω pe planul $[\Omega]$ al cercului (Ω) înţeapă planul mediator P al segmentului Mm în N iar perpendiculara în ω pe planul $[\omega]$ al cercului (ω) înţeapă planul P în n. Planul perpendicular din M pe Nn intersectează cercurile date în patru puncte conciclice şi soluţia este aflată.

Pentru justificarea acestei construcţii, să arătăm mai întîi că n aparţine planului P' construit mai sus. În adevăr, Nn se află pe planul mediator al lui Mm, deci Mm este perpendiculară pe Nn, de unde rezultă că n se află pe P'.

Fie M' intersecţia diferită de M a lui P' cu cercul (Ω), m' intersecţia diferită de m a lui P' cu cercul (ω) iar O intersecţia lui P' cu Nn. Să dovedim că $OM'=OM=Om=Om'$. Este clar că, O aparţinînd planului mediator al lui Mm, avem $OM=Om$. Planul ΩNn este perpendicular pe $[\Omega]$. Cum P' este perpendicular pe planul ΩNn, rezultă că orice punct de pe dreapta de intersecţie a planelor P' şi ΩNn, în particular punctul O, este egal depărtat de M' şi M. Deci $OM'=OM$; analog, $Om=Om'$

Discuţie. Dacă N şi n coincid, avem o infinitate de soluţii, întrucît rolul dreptei Nn de mai sus poate fi jucat acum de orice dreaptă ce trece prin N. Dacă Nn este perpendiculară pe măcar una dintre tangentele în M şi m la cercurile date, atunci nu există soluţie întrucît $M\equiv M'$ sau $m\equiv m'$. Dacă N nu poate fi construit, adică m se află pe $[\Omega]$, atunci m' este intersecţia diferită de m a lui $[\Omega]$ cu (ω) iar M' este intersecţia diferită de M a cercului Mmm' cu (Ω)

(dacă cercurile Mmm' și (Ω) sînt tangente, problema nu are soluție). Dacă m' nu poate fi găsit distinct de m, adică $[\Omega]$ conține tangenta în m la (ω), dar $[\Omega] \neq [\omega]$, atunci problema nu are soluție. În fine, dacă $[\Omega] \equiv [q\omega]$, atunci există, evident, o infinitate de soluții.

Problema 7468

Să se determine un număr x așa încît pentru orice număr natural n să avem :

$$9.2^{4n-1}.x^2 - 3.2^{n-1}.(2^{n+2} - 1)\,x + (2^{4n+1} - 2^{2n} - 1) < 0$$

C. N. Tudor, București

Soluția autorului. Rezolvăm ecuația :

$$9.2^{4n-1}.x^2 - 3.2^{2n-1}.(2^{2n+2} - 1)\,x + (2^{4n+1} - 2^{2n} - 1) = 0$$

al cărui discriminant este :

$$\Delta_n = [3.2^{2n-2}(2^{2n+2} - 1)]^2 - 9.2^{4n-1}(2^{4n+1} - 2^{2n} - 1) =$$

$$= 9.2^{4n-4}(2^{4n+4} - 2^{2n+3} + 1) - 9.2^{8n} + 9.2^{6n-1} + 9.2^{4n-1} =$$

$$= [2^{4n-1} + 2^{4n-1}] = 9.2^{4n-4}(1 + 2^3) = 9^2.2^{4n-4} > 0$$

Prin urmare

$$x_{1,2,n} = \frac{3.2^{2-n}(2^{2n+2} - 1) \pm 9.2^{2n-2}}{9.2^{4n-1}}$$

adică :

$$x_{1,n} = \frac{2^{2n+1} - 2}{3.2^{2n}}, \qquad x_{2,n} = \frac{2^{2n+1} + 1}{3.2^{2n}}$$

Pentru ca inegalitatea din enunț să aibă loc trebuie ca numărul x căutat să satisfacă pentru orice n inegalitățile :

$$x_{1,n} = \frac{2^{2n+1} - 1}{3 \cdot 2^{2n}} < x < \frac{2^{2n+1} + 1}{3 \cdot 2^{2n}} = x_{2,n}$$

Dar cum șirurile $\{x_{1,n}\}_{n \in \mathbb{N}}$ și $\{x_{2,n}\}_{n \in \mathbb{N}}$

au aceiași limită și anume :

$$\lim_{n \to \infty} x_{1,n} = \lim_{n \to \infty} \frac{2 - \frac{1}{2^{2n}}}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{n \to \infty} x_{2,n} = \lim_{n \to \infty} \frac{2 + \frac{1}{2^{2n}}}{3} = \frac{2}{3}$$

urmează că singura soluție a problemei este dată de $x = \frac{2}{3}$.

Verificare. Înlocuind $x = 2/3$ în membrul stîng al inegalității din enunț obținem, oricare ar fi n, valoarea -1.

Problema E : 2459

În triunghiul ABC, laturile AC și BC sînt egale. Punctele D și E sînt pe AC și $AD = DE = EC$. Sînt date $BD = 8{,}5$ m și $BE = 10$ m. Să se calculeze aria triunghiului BDE.

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. Fie D', E', C' proiecțiile punctelor D, E, C pe AB.

Aria $BDE = \frac{1}{3}$ aria ABC, deoarece cele 3 triunghiuri în care este împărțit triunghiul ABC, au bazele egale și aceeași înălțime. Să calculăm pe AB și pe CC' :

$$DD'^2 + D'B^2 = BD^2 \text{ adică } \frac{CC'^2}{9} + \frac{25}{36} AB^2 = 8{,}5^2$$

$$EE'^2 + BE'^2 = BE^2 \text{ sau : } \frac{4CC'^2}{9} + \frac{16}{36} AB^2 = 10^2$$

Aceste două ecuații cu necunoscutele CC' și AB dau $CC' = 12$ și $AB = 9$.

$$\text{Aria } BDE = \frac{1}{3} \cdot \frac{12 \cdot 9}{2} = 18 \text{ m}^2$$

Problema E : 2481

Cu $\frac{1}{5}$ din salariul său, un lucrător cumpără 5 m pînză finet și 6 m pînză șifon, și-i mai rămîn 7 lei.

Dacă ar fi cumpărat cîte un metru mai mult din fiecare fel de pînză, ar fi rămas dator 37 lei. Metrul de șifon este de trei ori mai scump decît metrul de finet.

Cît costă metrul de pînză din fiecare fel și ce salariu are lucrătorul?

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. Surplusul de cîte un metru de pînză din fiecare fel costă $37 + 7 = 44$ lei, sumă ce reprezintă valoarea a 4 m finet ; un metru finet costă 11 lei și un metru șifon 33 lei.

5 m finet și 6 m șifon valorează $55 + 198 = 253$ lei, așa că $\frac{1}{5}$ din salariu $= 253 + 7 = 260$ lei.

Salariul întreg $= 260 \times 5 = 1300$ lei.

Problema E : 2486

Să se găsească mulțimea poligoanelor convexe care au un număr de diagonale mai mic ca 100.

I. Teodorescu, Galați.

Soluție. Fie $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ un poligon convex, cu n laturi. Din fiecare vîrf se pot duce la celelalte $n-3$ vîrfuri care nu sînt vecine cu el, un număr de $n-3$ diagonale. În total din toate cele n vîrfuri se vor duce $n(n-3)$ diagonale. În acest calcul fiecare diagonală este socotită de două ori, ca unind două vîrfuri opuse. Numărul N al diagonalelor va fi deci :

$$N = \frac{n(n-3)}{2}$$

unde $n \geqslant 4$.

După enunțul problemei va trebui să avem

$$\frac{n(n-3)}{2} < 100$$

sau

$$n^2 - 3n - 200 < 0$$

Trinomul $n^2 - 3n - 200$, are o singură rădăcină pozitivă:

$$\frac{3 + \sqrt{809}}{2}$$

așa că soluțiile problemei sînt numerele naturale n care satisfac inegalitățile

$$4 \leqslant n < \frac{3 + \sqrt{809}}{2}$$

Partea întreagă a numărului $\sqrt{809}$, este 28, care nu convine, prima care convine este 27, și atunci avem soluțiile

$$4 \leqslant n \leqslant 15$$

Mulțimea poligoanelor căutate, este compusă din 12 poligoane convexe, cu numărul de laturi:

$n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$

și numărul diagonalelor respective :

$N = 2, 5, 9, 14, 20, 27, 35, 44, 54, 65, 77, 90.$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Concursul de matematică — etapa regională, 23 martie 1966

Clasa a IX-a, lucrarea I

8453. Fie expresia :

$$E(x) = \sqrt[6]{x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\left(3x^2 + \frac{1}{4}\right)} + \sqrt[4]{x(x-1) + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 - 4x + 1}\,.$$

Se cere : a) Să se arate că $x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\left(3x^2 + \frac{1}{4}\right)$ este cubul unui binom.

b) Să se aducă $E(x)$ la forma cea mai simplă stabilind şi mulţimea valorilor lui x pentru care expresia are sens.

c) Să se cerceteze dacă $E(x)$ are valori pentru $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$, $x = -1$ şi în caz afirmativ să se afle aceste valori. Să se calculeze $E(x_0)$ unde

$$x_0 = a^2 + 2a + \frac{3}{2}$$

Gh. Ruse, Piteşti

8454. Un grup de 33 elevi sînt împărţiţi în trei colective A, B, C, fiecare colectiv avînd cîte 16 elevi.

Ştiind că 5 elevi din A sînt şi în B, 7 elevi din A sînt şi în C, iar 3 elevi sînt în toate cele trei colective, se cere :

a) Cîţi elevi pot face parte numai dintr-un colectiv.

b) Cîţi elevi pot face parte numai din 2 colective.

L. Ţene

Clasa a IX-a, lucrarea II

8455. Fie $ABCDEF$ un hexagon înscris într-un cerc de centru O şi rază R, laturile AB CD, EF fiind egale cu raza cercului.

Dacă se notează cu I, a, d, j, k respectiv mijloacele segmentelor BC, OS, OD, DE, FA, să se arate că :

a) Patrulaterul $IOaB$ este inscriptibil

b) Triunghiurile adI şi Ijk sînt echilaterale.

Clasa a X-a, lucrarea I

8456. Se consideră într-un plan P un cerc de centru O şi rază r, o dreaptă Δ paralelă cu planul P, aflată la o distanţă $2r$ de planul P şi a cărei proiecţie pe planul P taie cercul dat în punctele A şi B. Se notează cu Q planul determinat de dreapta Δ şi O, centrul cercului dat, cu I punctul de intersecţie al tangentelor în A şi B la cercul dat şi cu C şi D punctele în care aceste tangente întîlnesc dreapta de intersecţie a planelor P şi Q. Se cere :

a) Unul din unghiurile diedre formate de planele P şi Q fiind de 30° să se determine lungimile segmentelor AB, MI şi MC, unde M este piciorul perpendicularei duse din O pe dreapta Δ.

b) Să se arate că planele determinate de (MI) cu (MC) şi cu (MD), notate respectiv R şi S, sînt perpendiculare pe planul Q.

c) Unghiul plan al diedrului format de planele R şi S fiind x, iar unghiul plan al diedrului format de planele R şi P fiind y să se arate că $x = 2y$.

N. Peligrad şi *S. Simion*, Piteşti

8457. *) Fie A, B, C trei mulţimi.

a) Să se arate că dacă sînt îndeplinite condiţiile $A \cup B \subset A \cup C$ şi $A \cap B \subset A \cap C$, atunci $B \subset C$.

b) Să se arate că dacă $B \subset C$, atunci : $A \cup B \subset A \cup C$ şi $A \cap B \subset A \cap C$.

C. Ionescu-Ţiu

Clasa a X-a, lucrarea II

8458. Să se calculeze suma

$$\frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{(a+b)(a+2b)} + \frac{1}{(a+2b)(a+3b)} + \ldots + \frac{1}{[a+(n-1)b](a+nb)}$$

W. Maurer, Sighişoara

*) Aceeaşi problemă s-a dat şi la clasa a XI-a, la lucrarea II.

8459. Se dă expresia : $E(x) = m\sin^4 x + (m-n)\cos^4 x + n\cos^2 x$.
a) Să se arate că dacă $0<n<m$, atunci

$$\frac{2m+n}{4} < E(x) < m$$

b) Pentru care valori ale lui x expresia $E(x)$ are valoare maximă sau minimă.
c) Să se determine m şi n astfel încît să avem $E(x) = \cos 4x$

Miron Oprea, Ploieşti

Clasa a XI-a, lucrarea I

8460. Se consideră funcţia $f(x) = x^2 + 5x + 6$.
a) Să se arate că pentru orice $x \in N$ (N este mulţimea numerelor naturale) expresia

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 6}{f(x)}$$

nu este număr întreg.
b) Să se calculeze :

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{95n}{6} - \sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{k}{n}\right)\right]$$

c) Să se studieze derivabilitatea funcţiei

$$g(x) = \begin{cases} f^2(x), & \text{dacă } x < -2 \\ \ln^2(1+f(x)), & \text{dacă } x \geqslant -2 \end{cases}$$

d) Să se calculeze pentru $x<-2$, derivata de ordinul n a funcţiei $\ln f(x)$.

Traian Cohal, profesor Iaşi

Clasa a XI-a, lucrarea II

8461. Într-un cerc de rază R se dă patrulaterul convex înscris $ABCD$, cu latura BC fixă şi egală cu l_3 (latura triunghiului echilateral înscris în acest cerc) şi latura $AD = l_6$ (latura hexagonului regulat înscris), punctele A şi D fiind mobile şi situate pe arcul mare BmC.
a) Să se afle locurile geometrice ale punctelor P şi P' de intersecţie a dreptelor BD cu AC şi respectiv AB cu DC. Se cere şi soluţie geometrică.
b) Să se arate că dreapta PP' trece printr-un punct fix. Să se arate de asemenea că paralela dusă prin P' la dreapta ce trece prin P şi mijlocul lui BC, trece printr-un punct fix.
c) Să se afle minimul şi maximul lungimii segmentului PP'.

C. Caragea, Constanţa

Şcoli profesionale — anul I, lucrarea I

8462. Să se rezolve sistemul

$$\frac{8(3x-2)}{3y-2} = \frac{8x-13}{y-4{,}5},$$

$$\frac{9x-1}{2y-1} = \frac{2(9x-5)}{4y-5},$$

$$x\left(1-\frac{1}{z}\right) + y\left(1+\frac{1}{z}\right) = 2$$

8463. Se dau polinoamele :

$$P(x,y) = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3; \qquad Q(x,y) = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$$

şi se cere :

$$a)\ P(x,y) - Q(x,y); \qquad b)\ \frac{P(x,y)}{Q(x,y)};$$

c) Valoarea numerică a expresiei

$$E = \frac{1}{Q(x, y)} = \frac{1}{P(x, y)}, \text{ pentru } x = 2 \text{ și } y = -3$$

D. Iliescu, Craiova

Școli profesionale — anul I, lucrarea II

8464. Se consideră un paralelogram $ABCD$ cu BC de 10 cm, CD de 16 cm și unghiul BCD de 120°. E și F fiind picioarele perpendicularelor coborîte din vîrful A pe laturile DC și BC, se cere: a) Să se afle aria triunghiului AEF, b) Distanța de la vîrful A la latura EF.

I. V. Maftei, București

8465. Să se afle aria triunghiului curbiliniu format de trei cercuri tangente cunoscînd că cercurile au aceeași rază și că perimetrul triunghiului curbiliniu este de 18 cm.

Iulian Năsturică, Lupeni

Școli profesionale — anul II, lucrarea I

8466. Se dă ecuația $m^2x^2 + \sqrt{m}\,x + 1 = 0$

a) Fără a rezolva ecuația să se formeze ecuația care admite ca rădăcini inversele rădăcinilor date.

b) Să se stabilească valoarea parametrului m, astfel ca ecuația obținută să admită asemenea rădăcini încît $\frac{2}{3}$ din una să fie egal cu $\frac{3}{2}$ din cealaltă.

c) Să se stabilească valoarea parametrului m, astfel încît membrul stîng al ecuației date să fie pătrat perfect.

Biro Aladar, Lupeni

Școli profesionale—anul II, lucrarea II

8467. Se dă o piramidă cu baza un hexagon regulat avînd latura de 6 cm, iar fețele laterale înclinate cu 60° față de bază:

a) Să se afle aria totală și volumul piramidei.

b) Să se afle raza cercului circumscris triunghiului determinat de secțiunea axială ce trece printr-una din muchiile piramidei.

Gheorghe Rizescu, București

Licee pedagogice — anul I, lucrarea I

8468. Două întreprinderi de stat vor să cumpere un autocamion și un autoturism. Se asociază să le cumpere. Autocamionul costă 176 500 lei iar autoturismul 54 550 lei. Prima întreprindere plătește pentru autocamion $\frac{5}{8}$ din suma pe care o avea ea și pentru autoturism $\frac{1}{8}$ din suma pe care o avea ea. A doua întreprindere plătește din suma pe care o avea $\frac{4}{9}$ pentru autocamion și $\frac{2}{9}$ pentru autoturism.

a) Ce sumă de bani avea fiecare întreprindere?

b) Cu se sumă a contribuit la cumpărarea autocamionului, respectiv a autoturismului, fiecare întreprindere?

c) Ce sumă de bani le-a mai rămas celor două întreprinderi?

Circa Viorica, Deva

Liceul pedagogic—anul I, lucrarea II

8469. a) Să se rezolve ecuația :

$$\frac{1}{bc - bx} - \frac{1}{ac - ax} = \frac{2}{b^2 - bx} - \frac{2}{ab - ax};$$

b) discuție.

Circa Viorica, Deva

8470 Să se afle numerele de două cifre astfel ca diferența cifrelor să fie egală cu citul cifrelor.

Licee pedagogice—anul II, lucrarea I

8471. Se dă expresia :

$x(2 - 3x)^5 + x^3(1 + 2x^2)^7 - x^4(3 + 2x^3)^9$

Se cere :

a) Să se determine termenul care conține pe x^5

b) Dacă valoarea termenului găsit la punctul a) este 2 575 000, să se determine valoarea reală a lui x.

Mitrofan Maria, Deva

8472. Suma $S_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \ldots + \frac{2n-1}{2^n}$; $(n \in N)$ verifică relația :

$$S_n = u_1 + u_{n+1} = \frac{1}{2} S_n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}, \text{ unde } u_n = \frac{2n-1}{2^n}.$$

Să se demonstreze egalitatea :

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \ldots + \frac{2n-1}{2^n} = 3 - \frac{2n+3}{2^n}$$

a) prin calcularea lui S_n din relația de mai sus,

b) prin metoda inducției complete.

Licee pedagogice — anul II, lucrarea II

8473. Trapezul $ABCD$ are unghiurile A și B de 90°, baza mică $AS = a$, baza mare $BC = b$ și latura oblică $DC = a + b$. Fie E mijlocul laturei AB și F piciorul perpendicularei din E pe DC. Se cere :

a) Să se arate că aria trapezului este egală cu produsul dintre dublul mediei aritmetice a bazelor și media geometrică a lor.

b) Să se arate că triunghiurile DEC și AFB sînt dreptunghice.

Mitrofan Maria, Deva.

Licee pedagogice — anul III, lucrarea I

8474. Să se găsească patratul perfect de forma $abdc$, unde ab; $a + b$; $c - b$ și b sînt patrate perfecte.

8475. Doi muncitori locuiesc în același bloc și lucrează la aceeași uzină situată la o distanță de 1260 m. Muncitorul cel tînăr face distanța de acasă pînă la uzină în 20 minute, cel vîrstnic în 30 minute. Într-o zi cel vîrstnic pleacă spre uzină cu 5 minute înaintea celui tînăr. Se întreabă după cîte minute este ajuns de cel tînăr și în ce punct al drumului ? În altă zi la 10 minute după plecarea împreună de acasă a celor doi muncitori pleacă din același loc și în același sens un biciclist care face distanța pînă la uzină în 6 minute. După cît timp îi ajunge pe fiecare și la ce distanță se găsesc atunci muncitorii unul de altul ?

Licee pedagogice, anul — III, lucrarea II

8476. Într-un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul drept în A, se duce bisectoarea interioară a acestui unghi. Ea împarte ipotenuza în două segmente, unul de $10\frac{5}{7}$ m şi celălalt de $14\frac{2}{7}$ m.

a) Să se afle catetele acestui triunghi.

b) Prin A se duce o pralelă AD la BC aşa fel ca trapezul $ABCD$ să fie isoscel. Să se determine lungimea segmentului AD.

c) Să se afle raportul dintre aria acestui trapez şi cea a triunghiului ADC.

Dalvina Bergheanu, Bucureşti

Licee pedagogice — anul IV, lucrarea I

8477. Să se afle un număr de 3 cifre $\overline{abc}$ care să fie multiplu de 5 şi care divizat cu 5 să dea pentru cît numărul format din ultimele 2 cifre bc.

8478. Într-o excursie, unui grup de elevi pentru a coborî de pe munte i-au trebuit $\frac{3}{5}$ din timpul necesar pentru urcarea pe munte; coborîrea a necesitat cu 1,2 ore mai puţin decît urcarea. La ce înălţime s-a făcut urcuşul, ştiind că la urcarea pe munte, în $\frac{1}{5}$ ore se parcurg în medie 106,2 m.

Licee pedagogice — anul IV, lucrarea II

8479. Se consideră un exagon regulat $ABCDEF$ cu latura de 4,5 dm. În vîrful A se ridică pe planul exagonului, perpendicular, $AP = 12$ cm.

a) Să se calculeze distanţa de la punctul P la fiecare vîrf al exagonului.

b) Pe oblica cea mai lungă PD se consideră un punct M la distanţa de x dm de punctul P şi se duce prin M paralela MN la DA (N fiind pe AP). Să se exprime lungimea segmentului MN în funcţie de x.

c) Să se determine x astfel ca aria triunghiului PMN să fie de 2,16 dm.

d) Să se calculeze unghiul dreptelor CE şi PD precum şi al planelor PCE şi PAD.

Dalvina Bergheanu, Bucureşti

Şcoli tehnice de maiştri — anul I, lucrarea I

8480. Se dă

$$\sin x = \frac{3}{5}; \quad \frac{\pi}{2} < x < \pi.$$

Să se calculeze $\sin 4x$ şi să se stabilească în ce cadran este extremitatea arcului $4x$.

8481. Să se determine valorile lui a pentru care ecuaţia

$$\frac{2(a+b)}{6-ax} = 1$$

are rădăcină pozitivă, subunitară.

Em. Rainhamer, Bucureşti

Şcoli tehnice de maiştri — anul I, lucrarea II

8482. Fie x_1, x_2 ($x_1 \leqslant x_2$) rădăcinile ecuaţiei

$$3x^2 - \pi x - 3x + \pi = 0.$$

Se consideră triunghiul ABC circumscris unui cerc (O) de rază x_1 şi avînd unghiul din B egal cu x_2 radiani.

a) Să se calculeze ipotenuza triunghiului ABC;

b) Să se afle valoarea raportului dintre aria triunghiului ABC și aria exagonului regulat înscris în cercul (O);

c) Să se calculeze volumul și aria corpului născut prin rotirea triunghiului ABC în jurul ipotenuzei.

Constantin Leba, Petroșeni

PROBLEME PROPUSE*)

8483. Un siloz este alimentat de două benzi transportoare. Benzile transportoare lucrînd simultan, silozul se încarcă în 6 ore. În cazul cînd jumătate din siloz se încarcă de prima bandă transportoare iar restul de cea de a doua bandă transportoare, silozul va fi încărcat în 13 ore și 30 minute. În cîte ore se încarcă silozul de fiecare bandă transportoare?

Aladar Biro, profesor Lupeni

8484. Dacă un tren ar merge cu viteza medie de 60 km/oră ar ajunge la destinație cu 90 minute mai devreme, iar dacă ar merge cu viteza medie de 50 km/oră ar ajunge la destinație cu 72 minute mai tîrziu. Care este lungimea drumului și cu ce viteză trebuie să meargă trenul pentru a ajunge la timp la destinație?

Maria Iancu, Alba Iulia

8485. Pe baza mare AB a unui trapez $ABCD$ se ia un punct E $BE \parallel CD$ iar pe baza mică CD un punct H astfel încît $EB = DH$. Dreapta DE taie latura BC în F iar BH taie dreptele AD, AC în L respectiv M.

Să se arate că

$$\frac{MA}{ML} \cdot \frac{MH}{MC} = \frac{AB}{CD} \pm \frac{FE}{FD}$$

(punctele E și H fiind situate ambele în interiorul sau pe prelungirile bazelor).

I. Șiclovan, Petroșeni

8486. Să se determine un număr de patru cifre știind că raportul dintre suma ultimelor două cifre și suma primelor două cifre este 1,3 și că împărțind răsturnatul numărului la acel număr se obține cîtul 3 și restul 1790.

Duda Iordan, elev Petroșeni

8487. Dintr-o placă dreptunghiulară trebuie confecționată o piesă hexagonală regulată, astfel ca două laturi opuse ale hexagonului să fie situate pe două laturi opuse ale dreptunghiului și două vîrfuri opuse

*) IX (8483 — 8486); X (8487 — 8492); XI (8493 — 8497); S (8498 — 8509).
Soluțiile se primesc pînă la 30 noiembrie 1967.

ale hexagonului să fie situate pe celelalte două laturi ale dreptunghiului. Să se stabilească ce relație trebuie să existe între laturile dreptunghiului pentru ca în condițiile problemei să se poată construi piesa hexagonală.

Aladar Biro, Lupeni

8488. Să se simplifice fracția

$$\frac{x-\sqrt[5]{z^2}+\sqrt[3]{y^2}-2\sqrt[6]{x^3y^2}}{x-2\sqrt[6]{x^3y^2}+\sqrt[3]{y^2}-2\sqrt[10]{x^5z^2}+\sqrt[5]{z^2}-2\sqrt[15]{y^5z^3}}$$

Al. Bîldea, Petroșeni

8489. Un trapez dreptunghic s-a rotit în jurul acelei laturi care nu formează cu bazele unghiuri drepte. Proiecția acestei laturi pe baza mare este de 18 mm, înălțimea trapezului este de 24 mm. Se mai știe că diagonala mai mică a trapezului este perpendiculară pe latura neparalelă. Să se afle volumul și aria corpului de rotație.

Sara Kelemen, prof. Vulcan

8490. Se consideră 3 cercuri de raze x, y și z.

a) Să se determine poziția relativă a celor trei cercuri pentru care este satisfăcută relația :

$$y^2+2yz+z^2=2x^2+y^2+z^2+2xy+2xz$$

b) Să se determine aria triunghiului OO_1O_2 pentru $x=1$, $y=2$, $z=3$.

c) Să se determine aria figurii cuprinse între cele trei cercuri pentru $\arccos\frac{x+y}{y+x}=52°$.

Voicu Cristea, Benic

8491. Să se arate că numărul $N=17^n+3^{n+3}\cdot 11^n+4\cdot 5$ este divizibil cu 32.

Petru Turdășan, Călan

8492. Dacă x, y și z sînt unghiurile unui triunghi oarecare, atunci

$$-3\left(\sin\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2}\cos\frac{z}{2}+\cos\frac{x}{2}\sin\frac{y}{2}\cos\frac{z}{2}+\sin^2\frac{z}{2}\right)+$$

$$+2(\cos^2x\cdot\cos^2y+\cos^2y\cdot\cos^2z+\cos^2z\cdot\cos^2x+\sin^2x\cdot\sin^2y+\sin^2y\cdot\sin^2z+$$
$$+\sin^2z\cdot\sin^2x)-(\sin 2x\cdot\sin 2y+\sin 2y\cdot\sin 2z+\sin 2z\cdot\sin 2x+\cos 2x+$$
$$+\cos 2y+\cos 2z)=0$$

Gh. Licker, Vulcan

8493. Să se arate că

$$\sin x + \cos 2x + \sin 3x + \cos 4x = 4\cos x \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right).$$

Ioan Szekely, Alba Iulia

8494. Să se rezolve ecuația :

$$6\cos^4 x + 25\sin x\cos^2 x - 24\cos^2 x + 24 = 0.$$

Ioan Szekely, Alba Iulia

8495. Să se arate că în orice triunghi există relația :

$$\sum r_a \cdot \sum \cos^2 \frac{A}{2} \geqslant \frac{S}{4Rr}(\sum a)^2$$

I. Șiclovan, Petroșeni

8496. Se consideră funcțiile

$$T_1(x) = x + \frac{1}{x};\quad T_2(x) = x^2 + \frac{1}{x^2};\quad \ldots;\ T_n(x) = x^n + \frac{1}{x^n};\ \ldots$$

a) Să se calculeze

$$\sum_{p=1}^{n} T_p(x);\ \sum_{p=1}^{n} T_{2p}(x);\ \sum_{p=1}^{n} T_{2p+1}(x).$$

b) Să se arate că oricare ar fi n și oricare ar fi x avem :

$$1 - \frac{1}{2^n}\left[\sum_{k=1}^{n} T_{2^k h_p}^2(x) - \sum_{k=1}^{n} T_{2k+1_p}(x)\right] = 0,\ n \in N$$

Petru Turdășan, profesor, Călan

8497. Se consideră funcțiile

$$T_1(x) = x + \frac{1}{x};\ T_2(x) = x^2 + \frac{1}{x^2};\ \ldots;\ T_n(x) = x^n + \frac{1}{x^n},$$

a) Să se arate că oricare ar fi n, $T_n(x)$ se poate exprima prin : $T_1(x)$; $T_2(x)$; ... ; $T_{n-1}(x)$.

b) Să se arate că expresia $E = \sum_{p=1}^{n} T_p^2(x) + \sum_{p=1}^{n} T_{2p-1}(x) - \sum_{p=1}^{2n} T_p(x) = 2n$

Petru Turdășan, Călan

8498. Se dă mulțimea dreptelor definite de ecuația

$(\lambda^2 - 4\lambda + 1)x - 2(\lambda^2 + \lambda + 1)y - 7\lambda^2 + 8\lambda - 7 = 0$; unde $\lambda \in R$

a) Să se studieze natura mulțimii de drepte definite de ecuația dată și să se figureze regiunea din plan ce acoperă această mulțime de drepte.

b) Să se scrie ecuația bisectoarei reale a unghiului format de dreptele de frontieră ale regiunii determinate la punctul *a)* și să se determine λ corespunzător ei.

Ion Butulescu, Petroșeni

8499. Fie $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x - 1}$ unde $a,b \in R$. Se cere :

a) Să se determine a și b astfel ca graficul funcției să fie tangent dreptei $y = -2x + 13$ în punctul de abscisă $x = 2$.

b) Să se reprezinte grafic funcția $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x - 1}$ unde a și b au valorile determinate la punctul a).

c) Să se arate că punctele de extrem ale graficului și punctul de intersecție al asimptotelor sînt coliniare.

d) Să se găsească locul geometric al mijloacelor coardelor curbei reprezentative, paralele cu tangenta $y = -2x + 13$.

Al. Bîldea, Vulcan

8500 Să se arate că ecuația $x^3 - 21x^2 + 35x - 7 = 0$,

admite rădăcinile $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{7}$, $\operatorname{tg}^2 \frac{2\pi}{7}$, $\operatorname{tg}^2 \frac{3\pi}{7}$.

C. Ionescu-Țiu

8501. Se dau cercurile : $(C_1)\ x^2 + y^2 + 4x = 0$, $(C_2)\ x^2 + y^2 - 6x = 0$.

a) Dreptele $\lambda x - y = 0$ taie respectiv cercurile (C_1) și (C_2) în punctele $(B_1 ; B_2)$ și $(D_1 ; D_2)$ altele decît originea O. Să se arate că aceste patru puncte B_1, B_2, D_1, D_2 sînt pe același cerc (C) a cărui ecuație se cere.

b) Dacă λ variază, mulțimea cercurilor (C) sînt concentrice și cuprinse între două cercuri fixe (γ_1) și (Γ_1) ale căror ecuații să se determine.

c) O tangentă variabilă la cercul γ_1 taie cercul Γ_1 în punctele M, N. Să se determine locul geometric al centrelor cercurilor ce trec prin M, N și prin centrul lui γ_1.

St. Musta

8502. Să se reprezinte grafic în intervalul $(0,360°)$ funcțiile

$$f(x) = \frac{4\sin^2 2x - 1}{\cos x} ; \quad g(x) = \sqrt{f(x)} \quad \text{și} \quad h(x) = \frac{1}{f(x)} .$$

C. Ionescu-Țiu

8503. Să se arate că în orice triunghi

$$AP + BP + CP \geqslant 6r$$

unde P este un punct din interiorul triunghiului, iar r raza cercului înscris.

8504. Se dă funcția : $f(x) = \frac{nx}{x^2 + x + n^2}$, unde n este un număr natural.

a) Să se determine punctele de extrem ale graficului funcției.

b) Pentru ce n natural unul din extremele funcției se află pe prima bisectoare a axelor de coordonate?

c) Dacă se notează $a_n = \max f(x)$, să se arate că

$$a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_n = \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!},$$

oricare ar fi n natural.

N. Bebea

8505. Notăm cu m_a, m_b, m_c, G, lungimile medianelor și centrul de greutate ale unui triunghi ABC, iar cu r_1, r_2, r_3, R razele cercurilor BGC, AGC, AGB, ABC. Să se stabilească relația:

$$r_1 r_2 r_3 = \frac{m_a^2 . m_b^2 . m_c^2}{27 R^2 \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C}$$

Corneliu Georgescu

8506. Să se arate că

a) $\cos(\sin x) > \sin(\cos x)$ pentru orice $x \in R$.

b) $\operatorname{ctg}(\sin x) > \operatorname{tg}(\cos x)$ pentru $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Ioan V. Maftei, profesor București

8507. Într-un cerc se dă coarda fixă $EF = 3a$ pe care punctul P o împarte în două părți egale iar punctele M și N o împart în trei părți egale.

Din punctul A variabil pe cerc se duc coardele AMB, APC și AND.

a) Să se demonstreze că

$$\frac{2}{MB^2} + \frac{2}{ND^2} - \frac{81}{16 PC^2} = K \text{ (constant)}$$

b) Folosind o poziție particulară a punctului A, să se determine K (constanta de la punctul a).

Ilie Stănescu

8508. Se dau două axe perpendiculare Ox și Oy un punct fix A pe Oy și un punct M mobil pe Ox. Fie L respectiv M simetricele punctelor A și O față de M. Dreapta LN, taie o paralelă prin A la prima bisectoarea a axelor în P, iar dreapta PM taie pe Oy în Q.

a) Să se arate că patrulaterul $APLQ$ este un paralelogram. Să se determine poziția lui M astfel ca acest paralelogram să fie romb.

b) Să se afle locul geometric al punctului de intersecție al dreptelor AN și OP.

c) Să se arate că ortocentrele H_1 și H_2 ale triunghiurilor ALP și ALQ sînt colineare cu M.

d) Să se afle minimul lungimii segmentului $H_1 H_2$.

Gh. Popescu

3509. Să se arate că

$$\sin\frac{\pi}{22}+\sin\frac{\pi}{14}+\cos\frac{\pi}{11}+\cos\frac{\pi}{7}+\sin\frac{5\pi}{22}=$$

$$=1+\sin\frac{3\pi}{22}+\cos\frac{2\pi}{11}+\sin\frac{3\pi}{14}.$$

C. Ionescu-Țiu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PENTRU CLASELE V—VIII *)

E: 2786. Să se determine cifrele a, b astfel ca fracția $\frac{8a96}{39b}$, să se simplifice cu 23.

Voicu Cristea, Benic

E: 2787. Trei brigăzi de mineri dau în 6 zile 960 t cărbune. Prima brigadă de mineri extrage într-o zi cu 20 t cărbune mai puțin decît a doua, iar a treia brigadă extrage cît primele două împreună. Să se afle producția pe zi a fiecărei brigăzi.

Ileana Jurca, Vulcan

E: 2788. Un vas plin cu ulei cîntărește 225 kg. Dacă ar fi umplut cu vin ar cîntări 245,25 kg. Să se afle capacitatea vasului și greutatea vasului gol știind că un litru de vin cîntărește 99 decagrame, iar un litru de ulei cîntărește 9 hectograme.

D. Bota, Petrila

E: 2789. Să se efectueze expresia:

$$\frac{\left(3+\dfrac{\sqrt{\frac{49}{81}}}{0,(7)+\frac{2}{9}}:1,(5)\right):1+\dfrac{1+0,5}{1+\dfrac{1+0,(5)}{0,7}}}{1+\dfrac{\frac{2}{3}\cdot 0,(3)}{\sqrt{0,25}}}:0,0(6)-0,(6)$$

M. Enache, profesor Petroșeni

E: 2790. La unul din sectoarele Exploatării miniere Vulcan, producția brută de cărbune planificată pe trimestrul al 3-lea al anului 1966 a fost de 44 600 t. Producția planificată pe prima lună a trimestrului este egală cu producția planificată pe luna a II-a, iar producția planificată pe ultima lună a trimestrului este cu 500 t mai mare decît producția planificată pe luna anterioară.

---

* V (E: 2786—2788); VI (E: 2789—2792); VII (E: 2793—2797); VIII (2798—2802). Soluțiile se primesc pînă la 30 noiembrie 1967.

La acest sector s-au realizat în acest trimestru 46 256 t de cărbune. În luna a II-a s-au realizat cu 668 t mai mult decît în luna a I-a, iar în luna a III-a cu 224 t mai puțin decît în luna a II-a. Să se afle ce procent reprezintă realizarea din prima, a doua și a treia lună a trimestrului față de producția planificată din aceste luni și ce procent reprezintă realizarea pe întregul trimestru față de planul trimestrial (cu exactitatea de o zecime).

Kelemen Sara, profesor Vulcan

E : 2791. Cooperativa agricolă de producție din Sîntandrei (reg. Hunedoara) are 1054 ha teren arabil. 8% din teren este dat în folosința membrilor, restul de teren — proprietate obștească — este cultivat. Suprafețele cultivate cu grîu și orz sînt în raportul $\frac{13}{3}$; suprafețele cultivate cu orz și porumb în raportul $\frac{5}{22}$; grîu este cu 116 ha mai mult decît porumb ; cartofi cu 18 ha mai puțin decît orz ; suprafața cultivată cu sfeclă de zahăr este $\frac{1}{3}$ din suprafața cultivată cu orz, iar restul cu legume. Să se afle suprafața fiecărei culturi.

M. Ciorobiță, Deva

E : 2792. Să se efectueze următoarele operații lucrînd numai cu fracții ordinare, iar operațiile dintre paranteze să fie efectuate numai prin simplificări

$$E = \frac{\left(3{,}625 + 0{,}25 + 2\,\frac{3}{4}\right) : \left(28{,}75 + 92\,\frac{1}{4} - 15\right) : 0{,}0625}{\left(5\,\frac{6}{25} - 2\,\frac{1}{4} + 0{,}625\right) : \left(\sqrt{0{,}000625} + 5{,}375 - 2\,\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{656}{723}}$$

Ion Szekeley, Alba Iulia

E : 2793. Se consideră cercul O în care se cunoaște lungimea diametrului său $BC = 35$ mm. Pe cerc se alege un punct A așa fel încît depărtările sale față de extremitățile diametrului considerat să afle în raportul $AB : AC = 3 : 4$. În punctul A se duce tangenta la cerc care întîlnește același diametru în punctul P. Se cere :

a) Să se determine distanțele punctului A la extremitățile diametrului BC.

b) Să se calculeze distanța punctului P la centrul cercului precum și lungimea tangentei AP.

A. Horhoianu, prof. Lupeni

E : 2794. Într-un trapez dreptunghic suma inverselor bazelor este $\frac{6}{175}$ iar diferența lor este $\frac{1}{175}$. Latura înclinată pe cele două baze fiind 25 cm, să se afle aria trapezului.

Maria Iancu, Alba Iulia

E : 2795. O placă de metal dreptunghiulară cu dimensiunile de 5 dm și 2 dm se îndoaie astfel ca unul din vîrfuri să ajungă în centrul plăcii. Să se calculeze ariile celor două părți formate.

M. Ciorobiță, Deva

E : 2796. Să se calculeze perimetrul trapezului cu diagonalele perpendiculare știind că bazele sînt $2a$ și a și că una din diagonale face cu baza mare un unghi de 30°.

Vasile Turdășan, profesor Cugir

E : 2797. În triunghiul dreptunghic ABC proiecția catetei AB pe ipotenuza BC este de a cm și face cu cateta un unghi de 60°. Să se determine în funcție de a, aria și volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului în jurul ipotenuzei BC.

Voicu Cristea, prof. Benic

E : 2798. Să se simplifice fracția

$$F(x) = \frac{x^2\sqrt{a} - (1 + a - \sqrt{a})\,x - (1 + a)}{x^2\sqrt{a} - (1 - a - \sqrt{a})\,x - (1 - a)}$$

și să se rezolve ecuația

$$F(x) + \frac{x\sqrt{a} + 1 - a}{x\sqrt{a} + 1 + a} = 0$$

Vasile Turdășan

E : 2799. Pe un plan P se așează o sferă de rază R și un con de rază 12 cm a cărui generatoare face un unghi de 45° cu planul P, înălțimea fiind de două ori raza sferei. La o distanță de $\frac{2}{3}$ din raza sferei se duce un plan Q paralel cu planul P. Să se determine :

a) Volumul conului de deasupra planului Q.

b) Aria secțiunii sferei cu planul Q.

H. Gavril, Alba Iulia

E : 2800. Să se rezolve sistemul :

$$\frac{1}{x + \dfrac{2}{y - \dfrac{3}{x}}} = \frac{1}{x - \dfrac{2}{y - \dfrac{5}{x}}}$$

$$\frac{1}{y}\left(4 - \frac{7}{x}\right) = 5$$

Maria Ionescu, prof. Alba Iulia

E : 2801. Dintr-un triunghi echilateral cu înălțimea de $8\sqrt{3}$ cm se face o piramidă astfel ca mijloacele laturilor triunghiului să fie vîrfurile bazei piramidei, iar vîrfurile triunghiului să formeze vîrful piramidei. Se cere volumul piramidei și aria laterală.

I. Racoceanu, prof. Petroșeni

E: 2802. Să se arate că dacă $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$, atunci $(a - b + x)(a - b) + (b - c + x)(b - c) + (c - a + x)(c - a) = 0$, ori care ar fi x.

C. Ionescu-Țiu

CĂRȚI NOI

1. Descartes *„Geometria"* Editura științifică, 1966.

Cartea cuprinzînd 142 pagini se publică pentru prima dată în traducere românească după tratatul de geometrie al filozofului francez *René Descartes* (1596—1650), publicat în 1637 ca anexă la opera sa filozofică *„Discurs asupra metodei"*.

Cuprinsul : cartea I : Probleme pe care le putem construi întrebuințînd numai cercuri și drepte, cartea II : Despre natura liniilor curbe, cartea III : Despre construcția problemelor care sînt solide, sau mai mult decît solide.

2. Egmont Colerus *„De la tabla înmulțirii la integrală"* Editura științifică, 1967. Cartea lui E. Colerus tradusă din limba germană, se adresează cititorilor care au cunoștințe la nivelul școlii generale. Autorul reușește să facă accesibile noțiunile de matematică predate în liceu, prin renunțare la demonstrație și prin utilizarea stilului anecdotic. El inițiază pe cititor în teoria sistemelor de numerație, în analiza combinatorie, algebra elementară și în calculul diferențial și integral făcînd apel mai mult la intuiție decît la înlănțuirea logică a noțiunilor. Cuprinsul : I. O adevărată cabală, II. Sistemul zecimal, III. Sisteme de numerație cu diferite baze, IV. Simboluri și ordine, V. Analiza combinatorie, VI. Permutări, VII. Combinări în sens restrîns, VIII. Aranjări, IX. Primii pași în algebră, X. Notația algebrică, XI. Operații algebrice, XII. Fracții ordinare, XIII. Ecuații, XIV. Ecuații diofantice, XV. Puteri negative și fracționare, XVI. Numere iraționale, XVIII. Fracții sistematice, XVIII. Funcții (derivata algebrică), IX. Teorema lui Pitagora, X. Funcții trigonometrice, XXI. Numere imaginare, XXII. Coordonate, XXIII. Geometria analitică, XXIV. Problema cuadraturii, XXV. Diferențiale și problema rectificării, XXVI. Relațiile între citul diferențial și ordinul de integrare, XXVII. Trei feluri de numere, XXVIII Formula binomului, XXIX. Cuadratura parabolei lui Arhimede, XXX. Serii, XXI. Tehnica calculului diferențial, XXXII. Maxime și minime, XXXIII. Tehnica calculului integral, XXXIV. Valoare medie și integrală definită, XXXV. Alte probleme de cuadratură, XXXVI. Logaritmi, XXXVII Interpolare, extrapolară, încheiere.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME *

Pînă la 1 mai 1967 s-au mai primit soluții bune de la:

BĂBENI (Argeș). *L. 1* cl. VI Lemnaru Eugen (2631—6, 8, 9, 43, 6, 7957), cl. VII Muja Gelu (2653, 61, 3, 4, 7, 72, 8, 80—2, 4—7, 9, 7935), cl. IX Bălășoiu Constantin (2645, 6, 65—7 m 7933, 4, 6, 9—41, 8018—20, 97, 8, 100), cl. X Vasile Constantin (2843, 5, 8, 51—4, 8, 61, 9—71, 5, 8, 81, 4, 8, 91, 5, 7), Cristea Ion (7913, 20, 3, 5, 31, 3—6, 41, 57, 8021, 6, 51, 88, 90, 7),

BĂICOI (Ploiești). *S. g.* cl. VI Dogaru Eugenia (2631—9), cl. VII Cristea Elena (2635—41, 3), cl. VIII Iancu Nicoleta (2639—41, 3, 5—7, 7933—6, 9—41, 57), cl. IX Ungureanu Mihaela (2645, 65, 7, 87, 9, 7933, 4, 6, 41, 8019, 20, 97—101), cl. X Bădărău Gh. (7923, 5, 33, 6, 40, 4, 8019—21, 51, 61, 7, 81, 8, 100).

BĂICULEȘTI (Argeș). *S. g.* cl. VIII Petrescu Denisa (2614, 23, 32, 3, 6,40, 5, 51, 62).

BĂILE GOVORA (Argeș). *L. 1* cl. VIII Cîrciumărescu Janeta (2639, 43, 6, 64, 5, 84, 7933, 5, 6), cl. X Nițu Gh. (7923, 5, 8, 33, 5, 44, 61, 64, 67, 78, 80, 2, 5, 6, 93, 8001, 5, 14, 20, 2) cl. XI Hoară Vasile (7913, 20, 6, 8—31, 48, 9, 64, 8048, 51, 61, 75, 81 8, 90).

* Evidențiații sînt scriși cu litere cursive.

BĂILEŞTI (Oltenia). *S. g. 2* cl. V Olaru Mihaela (2632—4, 9, 50, 1, 60, 70).

BĂLCEŞTI *L. 1.* cl. IX Băbeanu Jean (2637, 41, 6, 61, 3, 6, 7, 7933—5, 41, 8014, 20), Mogoi Viorel (2646, 65—7, 84, 7933—6, 8—41, 57, 2019, 20), cl. X Marinică Ion (7941, 2, 4, 7, 51, 4, 7, 60, 4, 6, 8017—21), cl. XI Zamfiroiu Paul (7921, 5, 64, 71, 2, 5, 8039, 48, 51, 8, 60, 1, 5, 81, 2, 8, 90, 121)

BECHET (Oltenia) *L. 1* cl. IX Ştefănescu Marian (2665, 84—7, 9, 7936, 8097—101), cl. XI Cojocaru Ion (7907, 9, 11, 3, 8—21, 3—6, 8—32 m 49, 53, 5, 7, 60, 2—4, 70, 1, 3—5, 8021, 4, 6, 8, 9, 31, 2, 4—7).

BEIUŞ. *L. 2* cl. VI Laslău Radu (2632—4, 6, 8, 51, 2, 64, 5, 9, 75, 81).

BELINT (Banat). *L. 1* cl. X Borchescu Ioan (7923, 5, 8, 33, 5, 9, 44, 57, 72, 4, 6, 8021, 2, 8).

BENIC (Hunedoara). *S. g.* cl. VII Crişan Ana (2633, 6, 57, 63, 6, 70, 1, 4, 83).

BERCA (Ploieşti). *S. g.* cl. VI Ion Nicolae (2622—4, 6, 50, 1, 7, 60, 9, 70, 2, 5).

BERCHIŞEŞTI (Suceava). *S. g.* cl. VII Ianoş Viorica (2636—9, 41, 3, 55, 60).

BERTEA (Ploieşti). *S. g. 2* cl. VI Belciug Gh. (2633, 6, 8, 9, 52, 3, 5, 70, 1, 3, 5, 81), Bizu Cristian (2631—6, 8, 51, 5, 7, 9, 60), Bratu Grigore (2638, 43, 50, 2, 3, 69—73, 5, 81), Bratu Victor (2633, 4, 8, 43, 9, 52, 3, 69—71, 4, 6), Bucur Elena (2631, 4, 8, 9, 43, 9, 52, 3, 9, 69—71, 3—5), Dumitru Doina (2638, 9, 43 m 53, 5, 65, 9—75), Goagă Gh. (2363, 8, 9, 43, 9, 53, 70—2 m 4, 5), Moraru Luca (2636, 8, 9, 43, 9, 50, 2, 3, 9, 69—71, 3, 5), Rajoiu Adrian (2631—4, 6, 8, 43, 50—3 m 70, 1, 3, 5, 81), cl. VII Rujoiu Petre (2640, 4, 55, 65, 9—75, 83—6), Sinca Constantin (2638, 40 m, 3, 4, 55, 69—75), cl. VIII Căldură Mariana (2631, 9, 44, 53, 62, 5, 9—71, 3—5, 81, 4, 5, 7936, 8029, 101), Costache Constantin (2639, 41, 4, 56, 69—75, 80, 1, 3—9, 7932, 4, 6—8, 80, 93, 9—101, 11), Dimache Ana (2631, 3, 9, 49, 50, 2, 7, 65, 70, 1, 5, 81, 3, 4, 7933—6), Ionică Ionel (2631, 8—40, 9, 52, 3, 69—71, 3, 4, 81, 3—5, 7933, 4, 6, 80, 8020, 99, 100, 1), Neagu Constanţa (2638, 40, 4, 53, 6, 9, 62, 9—76, 80—7, 7936, 7, 8099—101), Rujoiu Voica (2633, 9, 40, 9, 50, 2, 3, 7, 70, 1, 4, 5, 80, 4, 9, 7934—3, 8020), Şinca Gh. (2631, 3, 8, 44, 9, 52, 3, 69, 74, 81, 3—9, 7933, 4, 6, 87, 8020, 99, 100, 1, 11), Zaharia Gh. (2614, 8, 9, 23, 31—4, 6, 8—41, 3, 4, 9, 50, 1, 3, 5, 7, 63, 5, 70—3, 80, 4, 7933—7, 57, 8020, 100).

BICAZ (Bacău). *L. 1* cl. VIII Daraban Cristian (2641, 3, 61—3, 6, 7, 81—3, 7941, 82, 6, 8001), cl. IX Bataliuc Cristian (2666, 7, 7933, 4, 9, 57, 78, 80, 2, 8001, 20—2, 91), Darban Sorin (2646, 7, 66, 7, 84, 7916, 4, 8—41, 57, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 8001, 3, 4, 18, 20—2, 53, 4, 69, 91, 7), Roportica Eugen (2667, 7933, 4, 6—41, 78, 80, 2, 6, 7, 8054, 67, 71), cl. X Colceriu Alexandru (7923, 5, 9, 34, 6, 48, 9, 51, 64, 72, 4, 8001, 4, 6, 11, 8, 9, 48, 51—4, 8, 61 m 3, 9, 70, 5, 8, 81, 4, 8, 90, 1, 5, 7, 9, 100, 3, 9, 11). Coman Adrian (7130, 6, 9—41, 61 m 3, 9, 70, 5, 8, 81, 4, 8, 90, 1, 5, 7, 9, 100, 3, 9, 11). Coman Adrian (7130, 6, 9—41, 4, 4, 8, 72, 6, 7, 80, 2, 5—7, 90, 6, 7, 9, 8001, 4, 11, 20—2, 6, 48, 51, 80—2, 8, 90, 111).

BĂICOI. *L. 1* cl. X Gheorghiu Ştefan (7923 40, 91, 7, 8022, 51, 8, 88, 90, 1, 7, 109), Manolache Florin (8048, 51, 61, 3, 5, 78, 80—2, 4, 8, 90, 1, 148), Manolescu Decebal (7913, 32, 6, 74, 6—8, 80, 2, 5—7, 90, 1, 6, 7, 9, 8001, 4, 5, 18, 20, 2), Nancă Florin (7930—2, 4, 6, 9, 40, 64, 74, 6, 7, 82, 5, 6, 90, 3, 7, 8004, 5, 20), cl. XI David Dumitru (7919, 21, 8—31, 43, 8, 59 m 60, 2, 4)

BIRDA-DETA (Banat). *S. g.* cl. 6 Iakob Hanza (2632—4, 6, 55, 7, 60, 5),

BISTRIŢA (Cluj). *L.* 1 cl. X Pop Iacob (7923, 8, 30, 1, 6, 7, 44, 9, 76, 8026, 8, 31), Saridon Lucia (7914, 20, 3, 36, 40, 57, 78, 9, 80, 5, 90, 3, 8004, 20), Timofte Corneliu (7911, 20, 36, 77—97, 9, 8001, 4, 6, 7, 10, 1, 4, 9—21, 6, 8), cl. XI Chiş Nicolae (7918, 20, 1, 3, 5, 6, 8—32 m 57, 71, 6—80), Cotoc Ioan (7907, 9, 11, 2, 8, 20—32, 44, 7, 9, 53, 7, 9, 60, 2—4, 71—6, 8021, 6, 8, 9, 31, 2), Gagea Alexandru (7909, 22, 47, 47, 53, 60, 4, 70—6, 8021, 8, 31, 2), Iliaş Marcel (7918, 21 m 3, 7, 8, 30—6, 41, 3, 4, 6, 53, 7, 63, 4), Vădan Ioan (7907, 11, 8—23 m 5, 6, 8—32, 4, 9, 60, 3, 4), *L. 2* cl. VI Herinean Nicolae (2632—4, 6—9, 43, 6, 51, 7, 9), Mihoc Emil, Mihalca Adrian (2633, 4, 6—9, 49, 51, 7, 61), Pătru Angelica (2632—4, 6, 8, 9, 43, 6, 51, 7), Podaru Maria (2632—4, 6, 8, 9, 43, 3, 6, 51, 7), Rus Angela (2632—4, 6, 8, 9, 43, 6, 51, 7, 9), Rus Niculina (2632—4, 6—9, 43, 6, 51, 7, 9, 60), Tupter Gabriela (2633, 4, 6, 8, 9, 43, 6, 51, 7, 60), cl. VII Iliescu Florin (2632, 6—9, 41, 3, 6, 51, 7), Nicula Mariana (2632—4, 6, 9, 40, 3, 6, 51), Pinticaru Dana (2632—4, 6, 7, 9, 40, 3, 6, 51), Pupăza Gh. (2632—4, 7—9, 43, 6, 51, 7).

BÎRLAD. *S. g. 4* cl. VI Debita Mihai (2631—7, 50, 60, 70, 2, 4), L. 1 cl. IX Chiorăscu Gh. (2645, 84, 7933—6, 9—41, 57, 8020, 101, 11), cl. X Tulei Ioana (7918, 20, 1, 3—5, 8, 9, 32—6, 9, 40, 64, 76, 85—7, 8020, 1), *L. 2* cl. V Strugaru Doirina (2631—4, 49—52), cl. VI Baciu Costel (2632, 4, 6, 8, 51, 4, 5, 7), Lepădatu Rodica (2632, 6, 49, 51, 3, 5, 7, 9, 60), Leţcoi Carmen (2632, 3, 6, 8, 9, 50—3, 5, 7—60), Popa Marian (2650, 2, 5, 7, 8, 60, 2), Ruse Dan (2632—4, 6, 8, 51, 5, 7, 61), Steinberg Jecky (2650—3, 5, 7, 9—61), Vlădescu Mircea (2632—4, 50—2, 5, 7), cl. VII Danis Mircea (2636, 9, 43, 6, 54, 8, 61, 3), Gheorghiu Dan (2636—8, 59, 61, 2, 73, 5, 80, 1, 3), Mîndrescu Volodea (2636, 8, 54, 5, 8, 63—5, 7). Roşca Nelu (2636, 7, 9, 43, 58, 63—5). Talmasan Sorin (2636, 7, 9, 58, 61—5, 7), Timofte Dan (2636, 9, 43, 54, 8, 61, —5, 7), cl. X Răşcanu Aurel (7925, 31—6, 9—41 m

57, 9, 60, 4), Trifoi Doru (7933, 5, 6, 8018—20, 8, 48, 51, 2, 8, 63, 7, 80—2, 4, 8, 99—101, 8, 11), *L. 3* cl. V Cernat Cornel (2631—4, 6, 8, 50—3, 70), Dumitru Dănuț (2631—4, 6, 8, 50—3), cl. VII Păis Stefan (2632, 3, 6, 8, 43, 51, 2, 7, 60, 1, 4), cl. IX Rusu Doina (2645, 65—7, 84, 7, 7933—6, 9—41, 8029, 100), *L. Gh. Gheorghiu Dej* cl. IX Mateiaș Adrian (2684, 7, 9, 7932, 4, 6, 9, 41, 8018—20, 65, 97, 9, 100), cl. X Bîrlan Gabriela (7923, 5, 8, 33—6, 9, 8019, 20, 88, 90, 7, 9, 100, 10, 1), Copceac Dumitru (7918, 20, 1, 32, 64, 78, 80, 2, 5, 6, 8001, 48, 51, 97), Tofan Elena (7918, 20, 1, 4, 5, 33, 41, 64, 74, 85, 7, 8067, 90, 100, 10, 1)

BÎRCA (Oltenia). *L. 1* cl. IX Proca Stefan (2684, 7, 9, 7925, 40 9, 57, 77—80, 5—8, 90, 3, 9, 8001, 4, 8), cl. X Popa Stefan (7914, 23, 5, 8, 31—4 m 7, 40, 1, 4, 57, 74, 70, 6—80, 2, 5, 8, 91, 3, 9—8001, 4, 5, 19, 20, 28, 48, 51, 61, 81, 90).

BLAJ. *L. 1* cl. X Laţa Ion (7933—7, 9—41, 8020—2, 6, 8, 31), cl. X Olaru Mihai (7933, 4, 6, 8—41, 4, 51, 8020—2, 6, 8, 31, 97, 100, 3, 4, 11, 7). Pădurean Nicolae (7936, 9, 40, 51, 74, 8, 80, 2, 5, 6, 90, 3, 800, 13, 4, 20—2, 6, 8, 31, 48, 51 m 8, 61, 3, 5, 74, 80, 1, 4, 8, 90, 1, 7, 9, 100, 11).

BOBULEŞTI (Suceava). *S. g.* cl. VIII Vasiliu Mihai (2639, 43, 62, 3, 5, 79—81, 4).

BOCŞA (Banat). *S. g. 1* cl. VI Motoc Nicolae (2632—4, 6, 7, 51, 60, 1, 4), *L. 1* cl. X Rohm Inge (7914, 23, 5, 8, 30—2, 7, 9—41, 7, 72, 8019).

BOGZA (Ploieşti). *S. g.* cl. VIII Croitoru Cornelius (2640, 1, 3, 6, 63, 4, 81—4, 7).

BOLDEŞTI (Ploieşti). *S. g.* cl. VII Tudoran Marieta (2633, 4, 6, 8, 9 m 51, 7, 70, 1, 5), cl. VIII Bilciurescu Olga (2631—9, 41, 3, 5—7, 51, 2, 5).

44, 7, 9, 53, 7, 8, 60, 3, 4, 70, 1, 4, 6, 8006, 20, 5, 6, 8), *L. 1* cl. IX Băieţel Nicolae (2646 7, 65—7, 84, 7, 7933, 5, 6, 40, 8016, 20, 95), Năchită Petru (2646, 65, 7, 7933, 7, 78, 80, 2, 4, 7, 93, 5, 7, 9, 8001, 11, 20, 100), cl. XI Mustatea Stancu (7907, 3, 8, 20, 3—5, 30, 2, 44, 63, 4, 71, 4—9, 88, 91, 2, 8004, 10, 26).

BORCA (Bacău). *S. g.* cl. VIII Cîrjă Rodica (2645, 57, 62, 5, 70, 1, 81, 7934),

BORDENI (Ploieşti). *S. g.* cl. VI Drăgan Gh. (2631—7, 51, 2)—

BOTOŞANI *S. g. 3* cl. VI Filip Virgil (2633, 43, 51, 5, 8, 62, 5, 70, 2, 4, 8), Iftimie Dumitru (2634, 6, 43, 51, 5, 7, 9, 62, 5, 9—71, 3), Lazarovici Horia (2632, 3, 7, 8, 51, 70—21), cl. VII Dănilă Theodora (2658, 61, 2, 4, 77, 80—2), *S. g. 6* cl. VIII Răileanu Gh. (2639, 62, 35, 7, 80, 1, 3), Ungureanu Florin (2639—41, 3—6, 62—5), *S. g. 7* cl. V Anghel Elena (2632—4, 50—2, 69—71), Pietrescu Marina (2632—4, 50—2, 69—71), cl. VII Fîntînă Maria (2635, 6, 8, 9, 41, 3, 61, 72, 5, 81), Jerean Geta (2635, 8, 9, 43, 57, 61, 72, 3, 5, 81), Serediuc Doina (2635, 6, 8—41, 3, 61, 73, 81), Tănase L$_4$dia (2636, 8, 9, 41, 3, 5, 72, 3, 5, 81), cl. VIII Zaharia Liuba (2639, 45, 61, 36, 80, 1, 4), *L. 1* cl. VII Gîncă Mihai (2657, 62, 71—6, 8—81, 3), Pavliuc Cornelia (2651, 2, 5, 7, 60, 3, 5, 7), Pintilie Sergiu (2639, 57, stantin (7923, 5, 8, 33—6, 44, 57, 8020, 5, 48, 51, 88, 90, 100, 1), cl. XI Goldenberg Daniel (7918, 20, 1, 3, 5, 8, 31, 2, 64, 70, 1, 3, 6, 8043, 5, 7, 8, 54. 8—61, 3—5, 79, 81, 2, 4, 7—91), *L. 2* cl. VII Bilanschi Iulian (2636, 41, 3, 54, 7, 8, 60, 1, 3), Luca Petru (2651, 5, 8, 60, 1, 3, 4, 7), Stan Silvia (2641, 51, 5, 8—62, 7), *L. 2* cl. 9 Moldoveanu Rodica (2646, 65—7, 84, 7933—6, 40, 1, 8020, 100), Neamţu Elena (2665—7, 84, 7, 7933—6, 9, 41, 800, 98, 100), Taşcu Stefănică (2665—7, 7933—6, 8, 40, 1, 8019, 20), *Şc. econ. an I Lafontain Constantin* (2646, 7, 66, 85, 6, 8, 7832, 912, 33, 4, 6, 9, 40, 2, 4, 9, 57, 91, 8, 8015, 8, 9, 25, 75, 99), Iluţă Georgeta (2644, 7, 67, 85, 7, 7911, 33, 57, 82, 6, 91, 8001, 17, 21, 6, 91), Pavel Liviu (2625, 7, 8, 30, 44, 6, 7, 7, 67, 7864, 6, 74, 5, 7—9, 911, 2, 24, 33, 5, 7, 9, 40, 4, 9, 57, 78, 82, 84. 6, 7, 91, 8, 800, 20), Podovei Ion (2644, 67, 84, 5, 7, 7911, 2, 23, 5, 41, 4, 78, 82, 4, 6, 7, 97, 8001, 17, 20, 2, 6, 101), an II Ivan Viorica (7910, 2, 3, 25, 8, 34, 6, 7, 42, 4, 51, 64, 77, 9, 98, 8004, 5, 18, 24, 8, 31, 43, 8, 51, 75, 88, 90, 103), Judele Elena (7910, 11, 3, 4, 20, 3, 5, 8, 34, 7, 53, 64, 72, 85, 8004, 5, 15, 28, 9, 31)

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. IX Orbulescu Petre (2665, 84, 9, 7933—6, 57, 8020, 97, 9—101, 8, 11), Piescu Cătălina (2645, 7, 65—7, 84, 7, 9, 7874, 910, 1, 41, 8018, 20, 41, 97—101).

BRAD. *S. g. 2* cl. VIII Trufaşu Dan (2680—4, 7, 9, 8111), *L. 1* cl. X Căpăţînă Livia (7925, 36, 40, 1, 57, 76, 8020, 8, 51, 8, 97, 100, 4, 17), Portal Wilhelm (7923, 5, 33—6, 40, 1, 8019, 1, 8019, 20, 97, 8 100), Coloja Rada (7970, 1, 3—6, 8021, 2, 6, 8, 31, 2, 7).

BRAŞOV. *S. g. 3* cl. VI Popovici Delia (2632—4, 6, 8, 51—3, 7, 60), cl. VIII Munteanu Adrian (2631—3, 6, 8, 41, 50, 1, 70, 1, 70, 7, 5, 81, 3, 9, 7933, 4, 6, 79, 8019, 100, 1, 2, 97), *S. g. 9* cl. VIII Diaconu Valuţa (2641, 5, 63, 72, 83, 4, 7, 7934—6, 41, 8097), *S. g. 18* cl. VII Carp Nicolae (2639, 40, 53, 4, 6—61), Ioan Mariana (2632—4, 6, 9, 41, 51, 7, 63). *L. 1* cl. XI Bătătorescu Anton (7903, 7, 9, 10, 2, 3, 7—26, 8—30, 2, 59, 60, 3), 70—3, 5—95, 7—1001, 3—11, 4, 21, 2, 8, 31, 2), *L. 3* cl. IX Făgărăşanu Constantin (7933, 5, 6, 9—41, 80, 2, 6, 91, 3, 8020, 6), Florian Marinela (2645, 65—7, 87, 7933—6, 9, 41, 8019, 20, 97—100), Horovitz Alexandra (2665, 84, 7, 9, 7933, 5, 6, 78, 82, 7, 8, 8020, 74, 5, 81, 97, 100), Mărgărit Viorel (2646, 85, 7, 7933—7, 9—41, 78—80, 2, 6, 91, 3, 8001, 20), Munteanu Sorin (7933—7, 7—41, 78—80, 2, 6, 8, 99, 8012, 9, 20), *L. 4* cl. VI Bularca Liliana (2632—4, 6, 51, 9, 62, 70, 1, 3), cl. VII Avram Florin (2631—4, 6, 8, 41, 3, 51, 61, 3), Barbu Mihai (2632, 3, 6, 7, 41, 65, 7, 63—5), Bîrsan Niculae (2632, 3, 6, 8, 41, 3, 51, 63, 4), Dăneţ

Eugenia (2632—4, 6, 8, 41, 51, 63), Feldioreanu Dorin (2632—4, 6, 41, 51, 9, 63), Grigorescu Cristea (2632, 3, 6, 8, 41, 2, 51, 8, 62, 3), Nema Mircea (2632—4, 6, 41, 3, 51, 63), Niculescu Marinela (2632, 3, 6, 8, 41, 3, 51, 8, 62, 3), Pop Cristian (2632, 3, 6, 41, 9, 51, 62, 3), Popa Mircea (2632, 3, 6, 7, 41, 9, 51, 5, 63, 4), cl. VIII Boreanu Mihaela (2631—4, 6, 8, 41, 3, 6, 51, 2), Borgoman Emil (2650—2, 5, 63, 7, 9—74, 8, 80, 1, 3, 5, 1097, 101, 11), Dițescu Dan (2633, 6—9, 41, 51, 8, 66), Gale Patricia (2631—4, 6, 9, 41, 6), Munteanu Mihaela (2632—4, 6, 8, 43, 6, 51, 7). Nistor Andrei (2633, 5—9, 41, 3, 4, 6), Pascu Gh. (2633, 6, 8, 41, 6, 51, 60, 3, 71, 2, 9, 80), Teodorescu Florin (2639, 44, 5, 64, 80, 1, 3, 4, 7933, 99, 101), cl. IX Bomtaș Adrian (2647, 67, 7933, 4, 7, 9, 80, 20—2, 73—81, 4, 9).

BRAICA (Crișana). *S. g.* cl. VI Domocoș Ecaterina (2632—4, 6, 63, 5, 7, 9).

BRĂILA. *S. g. 3* cl. VII Nedelcu George (2635—41, 3), Radu Margareta (2635—9, 41, 3, 53, 5, 7, 9, 60, 2—4), *S. g. 4* cl. V Albici Sorin (2631—4, 51, 51—3), *S. g. 7* cl. VI Ciucă Viorica (2632—4, 6, 8, 9, 43, 51, 7, 9, 61, 4), Nistor Valentin (2632, 3, 6—9, 43, 6), Pop Doinița (2632—4, 6, 8, 51—3, 7, 9, 60), cl. VII Manas Pericle (2649, 51, 5, 7, 60, 1, 3, 4, 6, 7, 7934, 40, 78, 82, 7, 93, 93, 9), *S. g. 10* cl. VII Florescu Liliana (2636—9, 41, 3, 6, 53, 5, 63, 4), *S. g. 12* cl. VI Ciupercă Viorica (2632—9, 51, 3, 7, 9, 60), *S. g. 16* cl. VI Aelenei Corina 2632, 6, 8, 57, 70, 1, 3, 5), Aioniță Silviu (2631—4, 6, 56, 7, 9), Badache Ionel (2635, 6, 40, 3, 58, 9, 63, 73, 80, 1), Băilă Adrian (2632, 3, 6, 8, 43, 65, 75, 81), Miclău Karmen 2632, 4, 6, 43, 51, 764, 9, 70, 1, 5), Osman Micheram (2632—4, 6, 43 m 51, 7, 64), cl. VII Kiru Steluța 2635, 6, 9, 43, 53, 5, 8, 9, 63, 72, 4, 5, 9—81, 3), Semergiu Rose-Marie 3, 5, 70—2, 81, 3, 7933, 5 8101), *L. 1* cl. X Petre Voica (7923—5, 8, 3, 5, 6, 40, 3, 9, 57), Răileanu Vasilica (7912, 23, 5, 31, 6, 9, 43, 64, 74, 6, 85, 91, 8001, 19, 20, 2), Sîrbu Cornelia (7923—5, 8, 30, 1, 6, 9, 40, 3, 5, 7, 74, 6, 8001, 20, 97, 104, 11), *L. 2* cl. IX Buhaciu Costică (2646, 7, 7933—42, 8020), Crăciun Viorel (2647, 65—7, 87, 7934, 6, 9—41, 8019, 20, 97—100), Dragomir Gh. (2667, 8, 84—7, 9, 8018, 21, 47—100), Dragomir Luminița (2665, 6, 84, 7, 7933—6, 9, 40, 8099, 100), Jorgoveanu Joița (2666, 7, 84, 7, 7933—6, 9, 41, 8097, 8, 100), Tomescu Florin (2646, 65, 6, 87, 7933—6, 41, 80, 9, 20, 97, 100), cl. X Zurcherman Leon (7904, 12, 6, 23, 8, 60, 4, 72, 6, 85, 92, 8021, 2, 6), *L. 3* cl. IX Bogdan Marilena (2666, 84, 7, 7933—6, 41, 8020, 99—101), Băcanu Florentina (2686, 84, 7, 7933—6, 41, 8020, 99—101), Crivăț Alexandru (2645—7, 65, 7, 7933, 5, 6, 9—41, 9, 8018—20), Grimberg Alina (2667, 84, 7, 7933—6, 41, 8097, 9, 100, 1), Pascali Carmen (2667, 7, 84, 7, 7933—6, 41, 100, 97, 8), cl. X Cocei Liviu (7925, 77—80, 2, 4—7, 90, 1, 8028).

BRĂNEȘTI (București). *L. 1* cl. X Nedu Aurel (7923, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 6, 7, 9—4 4, 9, 58, 8020, 2, 5, 6, 8, 31), Nicola Ion (7921, 3, 5, 8, 31, 3, 4, 6, 7, 9—41, 4, 9, 72, 6, 8020—2, 6, 8).

BREAZA (Ploiești). *S. g. 2* cl. V Muscalu Maria (2632—4, 6, 51, 51a, 70, 1), cl. VIII Muscalu Gh. (2639, 81, 3, 4, 7, 7933, 5, 57, 8100), *L. 1* cl. VI Florescu Liliana (2632—4, 6—8, 57, 70, 1), cl. IX Ghiauș Carmen (2645, 6, 65—7, 7933—5, 41, 8018—21), *L. militar* cl. IX Ivanovici Vasile (7977—81, 3—5, 90, 3, 8004, 6, 48, 51, 6, 8, 60, 1, 6, 70, 6, 81, 8, 90), cl. X Mirică Ion (7923, 5, 31, 3, 5, 6, 8—40, 9, 57, 62, 4, 6, 8020—2, 5, 8, 31, 48, 50, 1, 4, 8, 61, 7, 70, 5, 8, 80, 1, 4, 8, 90, 1, 5, 107, 9, 11, 5, 12), Pascale Petre (7913, 23, 5, 31, 3, 4, 9, 57, 8018, 20, 1, 6, 8), cl. XI Petre Romulus (7907, 18, 20, 1, 5, 6, 32, 3, 56, 9, 63, 4, 71, 3, 4, 6), Toma Gh. (7909, 22, 30, 43, 60, 3, 4, 73, 7—9, 82, 6, 7, 90, 2, 3, 8, 4, 5, 10, 26, 8) Vasii Ion (7918, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 31, 4, 60, 71, 3, 5—7).

BUCEGI (Suceava). *L. 1* cl. VI Bulgariu Cătălina (2636, 57, 9, 60, 70, 1, 4, 5).

BUCEARDEA (Brașov) *S. g.* cl. VII Dobîrtă Otilia (2636—9), 55, 7—9, 81).

BUCOV (Ploiești) *S. g.* cl. VIII Dima Voica (2638, 41, 61, 3, 4, 6, 7, 70, 1, 7935, 57).

CALAFAT. *L. 1* cl. IX Dobrin Mielu (2666, 7, 84, 7, 7936, 41, 8019, 20, 97, 8, 100, 11).

CARACAL. *S. g. 2* cl. VII Barbu Cornelia (2632—4, 6, 8, 51, 70, 2), Iacobescu Fănel (2633, 6, 9—41, 3, 61, 3, 4), Nicola Florin (2636—41, 3, 4, 60, 1, 3), *S. g. 5* cl. VI Negrilă Ion (2633, 4, 9, 55, 7, 70, 1, 4), cl. VIII Mihăilescu Mihai (2639—41, 3, 63, 7, 7933, 8020), cl. VIII Boșcov Gh. (2677—84, 7—9, 9054, 67, 9, 75, 97, 8, 100, 1), *L. 1* cl. X Stoica Tudorel (7940, 4, 6, 8—80, 2, 4—8, 90—3, 9, 8001, 4, 6, 10, 5, 9, 20, 6, 47, 8, 51, 4, 8, 60, 1, 3, 5, 7, 9—71, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 7, 8, 90, 97—101, 7, 11), *L. 2* cl. IX Negrilă Gh. (2684, 7, 7933—6, 41, 78, 8080, 99, 100), cl. X Andrei Octavian (7913, 20, 5, 8, 31, 6, 41, 76, 82, 5, 8, 91, 3, 6, 8006, 10), Enache Gheorghița (7920, 3, 36, 78, 80, 2, 5, 6, 80, 1, 3, 9, 8026, 8, 48. 51, 8, 60, 1, 5, 80, 2, 8, 81, 1, 5, 7—101, 11).

CARANSEBEȘ. *L. 1* cl. V Dinescu Călina (2631, 3, 4, 8, 9, 51, 2, 5, 9, 60) Munteanu Adriana (2631—4, 50—3, 9), cl. VI Oprea Gabriela (2633, 5, 7, 9, 43, 6, 55, 7, 9), cl. VII Vonica Alexandra (2632—7, 41, 3, 51, 2, 8, 61), cl. VIII Poiană Zoe (2634—40, 6, 62, 3, 70, 1), Romanescu Adrian (2631—9, 41, 2, 4, 6—8, 81, 5, 7, 9, 60, 2—6, 7933—41, 8019, 20, 97—101). *L. 2* cl. V Liebman Eva (2655, 8—60, 2, 3, 78, 80, 1, 3), cl. IX Bobor Maria

2684—7, 7933—5, 8019, 20, 97—100), Fărcădean Felicia (2684—7, 7933—6, 41, 8019, 20, 9(7—100).

CARASOVA (Banat). *S. g.* cl. VIII. Vatov Gh. (2631—3, 6, 9, 41, 63, 5, 7933, 5).

CAREI. *L. 1* cl. IX Haller Izabella (2684—7, 7936, 79, 80, 90, 9, 8007, 97, 8, 160).

CAP. ALENA (Crişana). *S. g.* cl. V Grădinaru Dorel (2631—4, 43, 50—2, 69, 70).

CARTOJANI (Bucureşti). *S. g.* cl. VI Cîrstea Ion (2631—8, 50—3, 5, 7, 60).

CALAN (Hunedoara). *S. g.* cl. VII Durlescu Smaranda (2636, 7, 9, 57, 8, 61, 3, 4, 78, 81, 2), *S. g. 2* cl. VIII Ciobanu Julieta (2632, 6, 57, 61—3, 6, 7, 81), Ciobotea Rodica (2632, 4, 6, 41, 63, 4, 70, 1, 84), Cîndroiu Dorel (2632, 6, 43, 6, 57, 64, 70, 1, 3, 81, 7933), Muntean Rodica (2632, 3, 45, 51, 7, 60, 3, 4, 6), Strîmbeanu Raisa (2636, 61, 3, 6, 7, 71, 2, 5, 83), Tausch Lia (2632, 6, 51, 7, 8, 63, 70, 83), Tomuţa Emil (2633, 43, 55, 70, 1, 3—5, 9, 81, 3, 4, 8101), *L. 1* cl. VI Stoicoi Eugen (2632, 3, 6, 8, 51, 2, 5, 9, 60), cl. X Anghel Tamara (7925, 33, 5, 9, 41, 77, 8, 82, 93, 5, 7, 8001, 4, 5, 10, 4, 21, 31, 51, 3, 8, 81, 90, 100, 11), Oancă Marius (7923, 5, 31, 3, 6, 7, 44, 8, 82, 5, 7, 90, 1, 8001, 4, 5, 20, 8).

CĂLĂRAŞI. *L. 2.* cl. IX Constantin Cornelia (7920, 3, 5, 8, 31, 2, 64, 75, 8084, 51, 81, 21, 90, 130), Dumitrache Ruxandra (2645, 7, 65—7, 7933—6, 41, 80—20), Moldoveanu Ion (2646, 66, 7, 84, 7, 9, 7933, 4, 6, 40, 1, 8019, 20, 97, 100).

CĂZĂNEŞTI Slobozia (Bucureşti). *L.* 1 cl. IX Mazilu Floarea (2645, 66, 7, 84, 7, 7933—5, 57, 8020, 99—101), Stan Viorica (2645, 65, 7, 84, 7, 7933—5, 57, 8020, 99, 100, 1), cl. X Simion Constanţa (7907, 10, 8, 21, 31, 41, 7, 58, 74, 80, 4, 99, 8004, 18, 26, 32, 6, 48, 50, 81, 8, 90, 1, 6, 101, 6, 139, 40, 2).

CEHU SILVANIEI (Maramureş). *L. 1* cl. X Cuceu Ion (7928, 39, 40, 72, 4, 6, 8018—20, 6, 43, 51, 8, 74, 5, 88), Pop Nicolae (7908, 28, 36, 72, 6, 8018), 51, 75, 81, 8, 90, 7, 100), Sfară Gh. (7923, 8, 34, 64, 76, 8021, 51, 61, 5, 88, 97, 100, 4, 11).

CEICA (Crişana). *S. g.* cl. VIII Coiţă Vasile (2649—52, 5, 7, 8—64, 6—73, 5—8, 80—7, 9, 7934, 78, 80, 8020, 95, 7, 9, 100, 1) Neagu Ion (2631, 4, 6, 40, 50, 9, 63, 7, 71, 81, 9), Troie Valeriu (2669—73, 5—7, 80—3, 7, 9).

CELARU (Oltenia). *S. g.* cl. V Enache Floarea (2632—4, 8, 9, 43, 6, 51, 2, 60), Ciocîrlan Maria (2632—4, 6, 9, 46, 57, 9), cl. VI Ciocîrlan Steşian (2632, 9, 43, 6, 57, 9, 62, 71, 4, 5), Constantinescu Fanela (2632—4, 6, 9, 43, 51, 70, 1), Ene Ilie (2632, 3, 6, 8, 43, 6, 51, 74), Fieraru Ioana (2634, 57, 9, 60, 4, 70, 1, 4, 5), Giucă Tudoriţa, Ilie Floarea (2632—4, 6, 8, 9, 43, 51, 7), Preda Marin 2639, 46, 55, 62, 70, 1, 3—5), cl. VII Andrei Elena, Ilie Ilie (2636, 8, 9, 43, 57, 9, 62, 3, 5), Petcu Marian (2639, 46, 52, 4—5, 81), Stancu Silviu (2637, 57, 9—65), cl. VIII Dinu Floarea, Iliescu Elena (2641, 6, 65, 81, 3, 4, 7935, 57, 8020, 101), Marcu Elena (2639, 46, 62—5, 83, 4, 7933, 57, Tiţa Oprica (2641, 6, 83, 4, 7934, 5, 7, 8020, 97, 101).

CETATE (Oltenia). *L. 1* cl. X Gafiţa Traian (7920, 1, 3, 5, 8, 9, 8048, 51, 3, 4, 8, 74, 84, 8, 90).

CHEBOAIA (Ploieşti) *S. g.* cl. VII Alexandru Constanţa (2637, 40, 1, 54, 7, 8, 61, 3, 6, 7, 71, 2).

CHIŞINEU CRIŞ (Cluj) *L. 1* cl. VI Arsu Doina (2631—6, 9, 43, 6, 50—2, 5, 7, 9—61, 7—2), cl. IX Arsu Aristiţa (2645, 6, 65, 84, 7, 95, 9, 7933—6, 48, 8020, 100), Puta Maria (2667, 84, 5, 7, 7932, 4, 6, 9, 44, 57, 78, 86, 91, 8018, 20, 1, 97, 9, 100).

CIOCOVA. Ghelnar Alex. (2632—8, 52—4).

CIPRIAN PORUMBESCU (Suceava). *S. g.* cl. VII Oniga Constantin (2632, 6—9, 41, 3, 60, 3).

CÎLNIC (Oltenia). *S. g.* cl. VII Mutulescu Anişoara (2632, 4, 6, 41, 51, 63, 9—72), cl. VIII Lăudat Nicolae (2651, 61, 3, 7, 70—3, 81, 3, 4, 9, 97, 8).

CÎMPENI (Ploieşti). *S. g.* cl. V Mărăcineanu Nicolae (2631—3, 51, 2, 69—71), cl. VI Frone Viorel (2631—4, 6, 8, 57, 60), cl. VII Dinu Constantin, Luca Virgil (2636, 8, 9, 43, 57, 9, 60, 3).

CÎMPENI (Cluj). *L. 1* cl. X Pleşa Ion (7930, 6, 44, 9, 51, 70, 8, 80, 2, 84—4, 99, 8001, 3, 7, 14, 8—22, 6, 8, 31, 43, 8, 51, 3, 4, 61, 5, 7, 75, 8, 80—2, 4, 8, 90—2 m 7, 102—4, 6, 7, 11).

CÎMPIA TURZII. (Cluj). *S. g. 3* cl. VI Mărginean Cornelia (2636—8, 53, 5, 7—9 62), Todea Mircea (2638, 8, 53, 5, 8—60, 2, 75), *S. g. 14* cl. VII Plămădeală Elena (2632—4, 43, 55, 74, 5, 81), L. 3 Giurgiu Viorel (2632—4, 6, 8, 9, 51, 3, 5, 7), cl. VII Toader Marta (2635, 7, 41, 54, 61—3, 81, 3), cl. IX Adi Octavian (2665—7, 84, 7, 9 m 7934, 6, 44, 8001, 19, 20, 95, 7, 100), Barbu Ştefan (2646, 7, 84, 5, 7, 7934, 5, 40, 1, 57, 8020, 97, 100), Crăciunaş Mircea (2646, 65—7, 7934—6, 9—41, 8019, 20), Ganea Monica (2645—7, 7903, 16, 33, 5, 7—40, 4, 57), Ignat Gh. (2645, 7, 67, 85, 7, 8, 7934—6, 8020, 97, 9—101), Kopros Francisc (2446, 67, 84, 7, 7933—5, 9—41, 57, 8019, 20, 95, 7), Petridean Maria (2646, 84, 5, 7, 9, 7933—6, 57, 8020, 97, 9—101), Romaşcanu Emil (2484, 5, 7, 7974, 87, 8003, 47, 50, 4, 63, 7, 71, 4—6, 81, 81, 5, 8—101, 7, 11, 7), Roşca Mircea (2647, 64—7, 84, 7936, 44, 78, 80, 6, 7, 8001, 19), Turian Gavrilă (2645, 7, 65—7, 84, 7936, 40, 4, 78, 86, 7, 8001,

20), cl. X Coța A. (7920, 36, 41, 72, 8, 80, 93, 8019, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 5), Romașcanu Corneliu (7913, 23, 5, 8, 31—7, 44, 57, 64, 70, 2).

CÎMPINA (Ploiești). *S. g. 1* cl. V Popescu Viorel (2631—4, 49—51, 70, 1), *L. 1* cl. VI Ștefănescu Cristina (2631—9, 46, 7, 9—62, 4, 9—82), cl. VII Ciornei Cecilia, Mocanu Cezar (2649, 51, 3, 4, 7—9, 61, 3, 70—4), Stoica Luminița (2637, 40, 1, 54, 8, 61, 3, 72, 4), cl. IX Ivașcu Ciprian (2666, 7, 87, 7, 9, 7933—6, 9, 41, 8097, 9, 100), cl. X Androne Teodor (936, 79, 80, 2, 5, 93, 8001, 2, 4, 5, 11, 20, 51, 63, 9, 90, 101), Bogadmovici Adrian (7934, 40, 9, 87, 91, 3, 8006, 10, 51, 6, 61, 5, 88, 90, 9), Dogaru Viorica (7923, 5, 8, 3, 3—6, 41, 4, 57, 8020, 51, 100), Nichifor Mihai (7913, 25, 33, 5, 41, 57, 77, 8, 82, 8020, 51, 97, 100), Spulber Cătălin (7920, 3, 5, 8, 30, 2—4, 49, 57, 60, 4), Vlad Lucian (7923—5, 8, 31, 3—6, 9—41, 4, 9, 51, 7, 77—80, 2, 5—8, 90—4, 7, 9—8001, 3, 4, 6, 10, 7—21, 6), Tănăsescu Aurel (7923, 5, 31, 3—7, 9—41, 9, 57), cl. XI Andrei Gh. 7920, 2, 3, 6, 8, 30—2, 63, 4, 71, 4—81, 3, 4, 8004—6), Ivașcu Florin (7951, 71—4, 82, 4—7, 90—3, 6, 9—8001, 4—7, 9, 14, 5, 26, 8, 31, 48, 61, 9, 71, 3—5, 88), Marin Ion (7970, 5, 8039, 45, 8, 51, 9—62, 5, 78, 9, 81, 8, 90), *L. 2* cl. IX Dragomir Adrian (2667, 84, 7, 9, 7933, 4, 6, 9, 40, 80, 8020, 5, 98—101, 11), Gunea Silvia (2646, 65, 7, 7916, 33, 5, 9, 41, 57, 82, 4, 6, 91, 7, 8000, 1, 18—21, 5), Moraru Lucian (2665—7, 84, 7, 7933—7, 41, 82, 93, 8019, 20, 97, 8, 100, 1), cl. X Capraru Marian (7933, 4, 7, 9, 40, 74—8, 80, 2, 5—7, 8019—21, 8, 52—4, 84, 8, 90, 8, 9, 101, 4), Muscaliuc Valeria (7923, 33, 41, 41, 76, 801—2, 90, 3, 100, 1), Naghel Alea (7937, 41, 7, 51, 77, 9, 80, 2, 6—8, 8020, 1, 5, 31, 2).

CLMPULUNG MOLDOVENESC. *S. g. 1* cl. VIII Dorobăț Elena (2634, 6, 55, 7, 70, 2, 5, 81—4), *S. g. 4* cl. V Piticaru Lucian (2631—4, 51, 2, 70, 1), Stănescu Silviu (2631—4, 51, 2, 70, 1), cl. VI Bodbărescu Constantin (2632, 3, 5—8, 57, 61), L. 3 cl. IX Dideiloan (2646, 65—7, 84, 7, 9, 7933—5, 8018—20, 97—100), L militar cl. X Burg Eduard 7867, 74—6, 8, 9, 83, 5, 925, 33—5, 7, 40, 1, 9, 60, 8018—20, 6, 8), Diaconescu Grigore (7923, 5, 31, 5, 9, 40, 57, 76, 8020, 6, 65, 88, 97, 100), Duhan Iordache (7913, 23, 5, 30, 3—5, 9, 41, 41, 4, 57, 70, 2, 6, 8019—21, 5, 8), Georgescu Aurelian (7913, 5, 23, 5, 30—7, 9—41, 4, 56, 60, 70, 2, 6, 8019, 20, 2, 5, 6, 8, 35), Hendrea Leontin (7913, 20, 5, 31—5, 43, 4, 7, 72, 6018, 20, 6, 8), Pintilie Costinel (7923, 30, 3, 5, 9, 41, 4, 57, 70, 2, 6, 8020, 8), Pîslaru Gheorghe (7867, 74—6, 8, 9, 83, 5, 925, 33—5, 7, 40, 1, 9, 60, 8019, 20, 2, 6, 8). Turluianu Ion (7924, 8, 33—6, 57, 76, 8020, 6, 8, 51, 8, 98, 100), cl. XI Postolache Iulian (7909, 18—21, 32, 71, 3, 5, 8130, 51, 9—62, 88, 91), Rotaru Nicolae (7957, 8, 70, 1, 7—9, 83, 6, 8, 90, 3, 8045, 8, 51, 9, 61, 65, 78, 88).

CÎMPULUNG MUSCEL. *S. g. 2* cl. VIII Drăgan Dan (2631, 4, 41, 50, 1, 7, 8, 8, 60, 3, 70, 1, 7933, 5), Mitroi Gh. (2631, 4, 6, 41, 5, 57, 63, 7933—5), cl. IX Dumitru Aurel (2645, 7932—9, 41, 4, 57), Sima Tiberiu (2645, 6, 67, 8, 7933—6, 59, 8019, 100, 1), cl. X Pohariu Nicolae (7927, 8, 30, 2, 4—7, 9—41, 4, 6, 8017—21, 8, 9, 31, 2, 43, 5, 8, 51, 6, 60, 1, 81, 5, 8, 90, 5, 7—100, 7, 9—11, 5, 7).

CELARU (Oltenia). *S. g.* cl. V Enache Floarea (2632—4, 8, 9, 43, 6, 51, 2, 60 Ciocîrlan Maria (2632—4, 6, 9, 46, 57, 9), cl. VI Ciocîrlan Stelian (2632, 9, 43, 6, 57, 9, 62, 71, 4, 5), Constantinescu Fănela (2632—4, 6, 9, 43, 51, 70, 1), Ene Ilie (2632, 3, 6, 8, 9, 43, 6, 51, 74), Fieraru Ioana (2634, 57, 9, 60, 4, 70, 1, 4, 5), Giucă Tudorița, Ilie Floarea (2632—4, 6, 8, 9, 43, 51, 7), Preda Marin (2639, 46, 55, 62, 70, 1, 3—5), cl. VII Andrei Elena, Ilie Ilie (2636, 8, 9, 43, 57, 9, 62, 3, 5), Petcu Marian (2639, 46, 52, 4, 72—5, 81), Stancu Silvia (2637, 57, 9—65).

CLUJ. *S. g. 3* cl. VII Murariu Mihaela (2631—44, 6, 7933, 5, 7), *S. g. 4* cl. VII Goșea Lidia (2653, 5, 67, 72, 7, 9—83, 7, 9, 7933, 6, 41, 80, 8101), *S. g. 5* Nagolde Feladetak (2631—4, 6, 8, 9, 42, 4, 6), *L. 1* cl. IX Mureșan Marian (2665—7, 84, 7, 9, 7933, 4, 6, 8, 41, 78—80, 2, 7, 90, 2, 3, 7, 9, 8001, 4, 13, 20, 74, 80, 97, 8, 109), cl. X Crișan Ezekel (7933—41, 4, 6, 8, 9, 57), Ghic Ioan (7933—40, 4, 8, 9, 57, 8018, 29, 6, 8, 31), Hudrea Mihail (7934, 6, 8, 44, 8, 8018, 21, 6, 8, 30, 1), *L. M. Eminescu* cl. V Bonda Eugen (2631—4, 49—52), cl. VI Bucuresar Mihaela (2631—7, 51), Suciu Ileana (2632, 6, 60, 9—72, 4), *L. G. Coșbuc* cl. VI Ciotoiu Uliana (2632—4, 6, 9, 43, 5, 6), cl. XI Cărpineanu Caudiu (7918, 20—3, 5, 6, 32, 62—4, 70—2, 6), *L. E. Racoviță* cl. VI Mărinceanu Ofelia (2632—4, 53, 60, 1, 4, 70—2), Pană Teodor (2631, 49, 50, 7, 61, 70—2), cl. VII Cristea Georgeta (2672, 3, 5—9, 80—3), Duța Marian (2635, 9—41, 3, 53—5, 61), Naghiu Alexandru, (2658, 63—5, 72—4, 80, 1), Șerban Monica (2631—4, 7—41, 3, 51, 3, 8, 60, 3, 6, 70—2, 4, 5), cl. VIII Oprea Liviu (2639, 43, 83, 4, 9, 7933—5, 8019), *L. Gh. Barițiu* cl. V Roșcău Radu (2632—4, 8—52), cl. VI Igna Mirela (2635—9, 43, 6, 9—53), Morariu Vlad (2632, 4, 6, 7, 51, 7, 70, 1), Popa Mihaela (2634, 5, 46, 50—2, 7, 9, 60), Rădulescu Mircea (2632, 3, 7, 8, 51, 7, 70—3), cl. VII Guță Carmen (2636, 4—41, 3, 59, 60, 2, 3, 81, 2) Lateș Marian (2632, 4, 6, 9, 40, 3, 51, 8, 73, 8—81), Roșcău Manuela (2636—41, 3, 4, 6), Vițelaru Liana (2631—3, 6—8, 40, 5, 53, 5, 63), cl. VIII Iancic Bubu (2654, 5, 8, 61, 84, 7933, 8022, 95, 7, 8, 100, 1), cl. IX Huțan Ioan (2646, 65—7, 84, 7, 7933—5, 41, 8020, 97, 9, 100), *L. 8* cl. VI Arisir Valeriu (2632—8, 51, 7, 61), cl. VII Dău Lucica (2636, 7, 40, 61, 70—2, 4), Zamfir Felicia (2632—4,

6—8, 40, 3), cl. VIII Kaytar Maria (2639—41, 3, 4, 6, 7933, 4, 41, 57), Popo Liviu (2632, 9—41, 3, 6, 61, 3), cl. IX Comănescu Sorin (2645—7, 65—7, 7933, 6, 8—41, 8019, 20), Rovenşa Iancu (2628, 9, 30, 46, 65, 7878, 9, 93, 933, 5, 41, 8020), Vasiliu Liviu (2646, 67, 84, 7933, 6, 78, 87, 91, 8020, 89, 100), cl. X Alexandrescu Emil (7878, 923, 5, 31, 3—5, 44, 9, 9, 58, 8048, 51, 61, 6, 75, 8, 80, 1, 4, 8, 90), Benedek Iosif (7921, 3, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 9—41, 9), Berceanu Cornelia (7977, 180, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 3, 7), Roşca Rodica (7918, 21, 3, 31, 3, 9, 41, 9, 76, 87, 93, 9, 8004), Butam Mioara (7923, 5, 8, 31—3, 5, 9, 44, 57, 74, 7, 8), Cadar Ileana (7923, 5, 31—5, 41, 4, 57, 70, 6, 8020, 88, 90), Cîmpian Gh. (7912, 3, 23, 8, 30—5, 8—41), Dindea Mircea (7925, 35, 78, 9, 82, 5—7, 99, 8084, 8, 90), Gavrea Ioan (7910, 2, 23, 31, 3, 9, 44, 8, 9, 57, 8, 60), Gurău Octavian (7923, 8, 39, 40, 74, 6, 8019—21, 6, 8, 31), Moldovan Mariana (7977—80, 2, 4, 5, 7, 8, 90, 8010, 20), Pop Mircea (7904, 21, 5, 30, 1, 5, 41, 4, 9, 57, 64, 8022), Galvanu Ruxandra (7914, 6, 23, 5, 8, 31, 3—5, 9, 40, 4), Gascu Vasile (7928, 34—6, 8048, 51, 8, 61, 3, 7, 84, 8, 90), Statler Elisabeta (7923, 5, 31, 6, 57, 74, 6, 8, 80, 2, 5, 31), Stoica Radu (7876, 8, 9, 85, 923, 5, 30—13, 44, 9), Tudoran Tudor (7864, 7, 74—6, 8—80, 3—5, 7, 912, 3, 25, 8, 30—6, 41, 4, 9, 57, 60, 4), Vuşcan Viorica (7231, 3, 5, 7, 76—80, 2, 4, 6, 8020, 1), *L. 10* cl. VII Mişan Ioan (2631—6, 8, 9, 51, 5), Oprişan Ovidiu (2632—4, 6—8, 43, 51—3), *L. 11* cl. VIII Brosz Iohanna (2641—3, 6, 63, 4, 7933, 4), Cischi Vera (2639—43, 6, 7933—5), Gyärgy Eva (2639, 42, 62, 4, 5, 7933—5, 8020), Lazăr Ştefan (2633, 6, 7, 9, 41—4), Lorinczi Ferenc (2646, 65, 7, 7933—6, 41, 78, 8019, 20), Nagy Isvan (2636, 40, 2, 3, 7933—6), cl. IX Nagy Tunde (2634, 7933—41, 57, 82), L. 15 cl. VI Dăscălescu Lucian (2634, 6, 8, 9, 43, 6, 9—52), Olteanu Lenuţa (2631, 3, 4, 6, 41, 70—4, 83, 4), *L. Energetic an I Gligor* Traian (2666, 7, 84, 7, 7933—6, 41, 8020, 98—101). *Student* Popescu Adriana (8043, 5, 8, 51, 6, 8, 61, 5, 75, 8, 81, 2, 4, 7, 8, 90, 9, 101, 30—5, 7—40, 2—7, 61, 2, 73, 85).

CODLEA (Braşov). *L. 1* cl. VIII Costea Maria (2662, 6, 70, 1, 81, 2, 7936, 8100), Dumitrescu Lucica (2670, 1, 7, 80, 1, 4, 7, 8098—101).

COMARNIC (Ploieşti). *L. 1* cl. VI Beldica Elena (2632, 3, 8, 55, 7, 9, 60, 70, 1, 5, 81), cl. XI Aldasaro Augustin (7907—9, 11, 3, 6, 18—23, 5—32, 49, 60, 2—4, 70—93, 9—8001, 4—6, 9—11, 4, 21, 8), Enoaie Ion (7918, 21, 3, 5, 31, 2, 64, 77, 8, 80, 3, 6, 93, 8006, 48, 78, 88, 90).

COMĂNEŞTI (Bacău). *L. 1* cl. IX Alexandru Ciprian (2646, 67, 708, 7933, 5, 6, 49, 67, 8018, 20, 71, 81), cl. X Anastasoaie Viorel (7923, 31, 3, 4, 6, 9, 40, 9, 57, 72, 6, 8017, 18, 26, 57, 88), Creţu Vasile (7923, 30, 1, 3, 5—7, 9—41, 9, 72, 6, 8, 80, 2, 6, 7, 91, 3—5, 7, 8001, 18, 9, 22, 5, 6, 8, 4, 31, 48, 51, 61, 75, 88, 90), Voiadeş Geta (7923, 5, 31, 3, 9, 40, 9, 72, 6, 8018, 75, 88), cl. XI Grigoraş Gh. (7907, 18—23, 6, 8—30, 2, 57, 62—4,71, 2, 5, 6, 8028, 31, 9, 40, 5, 7, 8, 51, 2, 8—61, 3, 5, 78, 9, 81, 2, 4, 7—91, 103).

CONSTANŢA. *S. g. 4* cl. VI Dediu Marilena (2637—4, 6, 7, 8, 67), Gheorghiu Anca Adrian (2663—4, 6, =, 78, 82, 4, 7, 78, 82, 4, 7, 91, 9, 8004, 20), Munteanu Constanti (7913, 32—7, 9—41, 4, 7, 9), Panait Cornel (2646, 65—7, 98, 7933—6, 8, 9, 41, 8020, 95, 7, 100, 1), cl. X Ciurea Traian (7907, 12, 3, 20, 5, 30, 3, 5, 6, 8, 9, 41, 5, 9), Constantin Elena (7910, 25, 8, 33, 76, 82, 6—8, 8001, 6, 20, 1), Gogoaşă Cornel (7920, 3, 5, 8, 31, 3, 6, 9, 76, 82, 5, 8020), Ionică Ştefan (7910, 1, 20, 4, 9, 33, 45, 8, 57, 60, 4, 70—2, 4, 6—80, 4, 5, 90, 3, 7, 8004—6, 10, 8—20, 5, 6, 8, 32), *L. 2* cl. IX Lichiardopol Nicolae (2646, 67, 84—7, 9, 7933—5, 8, 40, 1, 78, 86, 90, 1, 3, 8014, 8—20, 69, 71, 81, 97, 9), Voinescu Eleonora (2645—7, 65—7, 7936, 8018—20, 69, 75, 81), *L. 3* cl. VIII Avramescu Mircea (2651, 6—8, 63, 4, 70—6, 81—3, 7, 8019, 20, 97, 100, 1), Constantinescu Vasilica (2651, 51, 4, 7, 8, 61, 65, 9), cl. X *Achif Inesel*(7920, 3—5, 7, 8, 30, 2—5, 7, 9—41, 4, 7—9, 57, 60, 4, 70, 2, 6, 8, 9, 84—8, 2, 3, 7, 9, 8001, 5, 6, 10, 5, 9, 26, 8, 31, 9, 45, 7, 8, 51), Brînzeanu, Laurenţiu (7920, 3—5, 8, 30—3, 5—7, 9—41, 57, 60, 4, 72, 7—80, 2, 4—8, 90—3, 5, 7, 8001, 4, 6, 10, 1, 58, 61, 90), Bulică Ion (7920, 3, 5, 36, 9—41, 4, 7, 57, 76—8, 86—8, 93, 7, 8000, 1, 20, 51, 61, 5, 90), Drăghilă Mioara (7903, 16, 24, 5, 37, 8, 40, 1, 76, 80, 2, 4, 7, 95), Ghiţă Gh. (7920, 3—5, 7, 8, 30—5, 40, 9, 57), *Safta Elena* (7918, 21, 3, 32, 63, 70, 3, 6—8, 8—4, 6—8, 90, 2, 3, 5—7, 9, 8000, 1, 5, 10, 5, 28, 31, 9, 43, 5, 7, 8, 51, 3, 4, 6, 60, 5, 7, 85, 8, 90, 1), Safta Nicolae (7923, 72, 6—80, 4—7, 9, 90, 3, 6, 9—8001, 6, 10, 5, 31, 48, 51, 6, 60, 5, 74, 5, 81, 8, 90, 8134, 48), Suru C. (7920, 30, 6, 7, 9, 64, 72, 8048, 51, 4, 6, 65, 100, 11), cl. XI Chirpac Veronica (7920, 3, 5, 8, 30, 3, 76—80, 3—5, 7, 9, 90, 2, 8004, 5), Drăguţ Valentina (7907, 8, 22, 8 m 30, 70, 7, 7, 8, 80, 2—4, 9, 40, 2, 5, 6, 9, 8000, 3—6, 8019—212, 100, 1), cl. X Boldea Gh. (7910, 3, 23, 5, 31—4, 8—40, 9, 51, 7, 72, 6, 8, 84—6, 90, 3, 9, 8004, 5, 20, 6, 8, 9), Lucaci Mioara (7923), (7923, 5, 8, 31, 3—5, 40, 57, 60, 4, 72, 6, 80, 5, 6, 90, 1, 3, 7, 8, 8001, 31), cl. XI Nitu Niculae (7910, 2, 3, 9, 21, 3—5, 8, 31, 64, 70—2).

CORABIA. *L. 1* cl. XI Marinaş Sergiu (7918, 20, 1, 5, 31, 2, 4, 8043, 51, 81, 4, 8).

COSTEŞTI (Argeş). *S. g.* cl. VII Marian Viorel (2632, 3, 6, 6, 8, 9, 51, 4, 8, 61, 3, 7), cl. VIII Constantinescu Puiu (2640, 4, 61, 77—84, 7, 9), cl. XI Ionescu Octavian (7921, 2, 4, 59, 63, 4, 79—81, 4, 92, 7, 8004, 26, 45, 7—9, 51, 8—61, 3—5, 71, 3, 8, 81, 2, 7 8, 90, 103).

COSTEŞTI (Ploieşti). *S. g. 6* cl. VI Ionescu Dumitru (2632, 6, 9, 53, 63, 4, 9—71, 3, 5, 81).

COSTIŞA (Bacău). *S. g.* cl. VII Mocanu Elena (2632, 3, 50, 1, 7, 61, 3, 7, 89), cl. VIII Cosma Elisabeta (2632, 3, 51, 2, 7, 67, 70, 1), Sîrbu Eugenia (2632, 3, 50, 1, 7, 70, 7933).

COTATCU (Galaţi). *S. g.* cl. VIII Iorga Gh. (2632—4, 7, 8, 42, 3, 50—3, 7, 8, 61, 7, 9, 71).

CRAIOVA. Absolvent (Bătrînea Ion (7911, 3, 8, 34, 7, 8, 62, 3, 74, 6, 82, 6, 91, 2, 5, 6, 9, 9001, 6, 9, 14, 9, 20, 4, 39, 40, 5, 7, 8, 51, 78, 81, 2, 8, 90, 1, 9), *S. g. 3* cl. VI Pîrvu Mihai (2632, 3, 6, 8, 51, 2, 7, 69, 73, 5), *S. g. 7* cl. VIII Passoiu Paul (2631, 7, 50, 1, 7, 70, 1, 3, 5, 6, 80, 7935), *S. g. 8* cl. VII Varga Ecaterina (2639, 43, 62, 3, 5, 6, 80, 7), *S. g. 9* cl. VIII Filipaş Veronica (2640, 1, 66, 7, 83—7), *S. g. 11* cl. VII Sîrbu Cristian (2636—41, 3, 4, 54, 5, 7—67), *S. g. 18* cl. V Cotora Cristea (2631—4, 8, 42, 6, 51, 3, 69), *S. g. 23* cl. VI Enescu Mircea (2636, 7, 50—3, 5, 9, 60), Velcea Marin (2632—4, 6,,8 51 7, 60, 70—2), *L. 1* cl. VI Stăncuţ Adriana (2633, 6, 51, 7, 64, 70—2), cl. VII Gorunescu Florin (2631—41, 4, 6, 6, 70, 7933, 5), cl. VIII Deca Anghel (2643, 6, 7933—5, 41, 8019, 20, 97, 8, 100), cl. IX Ponoveanu Cristina (2665, 7, 89, 7933—5, 8—41, 8019—21, 97, 8, 100), cl. XI *Pătra Cristian* (7907, 12, 3, 8—21, 3, 5, 8, 30—2, 43, 7, 8, 57, 8, 60, 3, 4, 70—6, 8—93, 7, 9—8007, 9, 10, 2, 4, 21, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 4, 9, 43, 5, 7, 8, 51, 6, 9—66, 9—71, 3—5, 8, 9, 81, 2, 8, 90, 107, 9—11, 6, 24), *L. 2* cl. VIII Nicolescu Mihai (2640, 3, 6, 7, 63, 4, 6, 7, 81, 7933), cl. IX Belu Silvia (2646, 7, 66, 7, 84, 7, 8937, 9, 40, 1, 8019, 20, 95, 7, 8100), Buşneag Andreias (2666, 7, 87, 7933, 4, 9—41, 8019, 20, 97, 100), Pîrvu Marin (2645—7, 54, 7, 84, 7, 7933—6, 8, 41, 8019, 97, 1001), Sbora Ilie (2665, 6, 84, 7, 7933, 4, 6, 41, 8019, 20, 100, 1), Teodorescu Dan (2646, 7, 65—7, 7933—41, 8018—20), cl. X Anghel Siminică (7933—6, 41, 57, 78, 80, 2, 6, 90, 1, 3, 8001, 4, 5, 28, 90, 100, 1), Bîrlădeanu Mariana (7925, 31, 3, 5, 8020, 48, 51, 61, 81, 4, 90, 5, 7, 100, 1), Brontea Gh. (7925, 8, 833, 5—7, 9, 41, 77, 8, 82, 5—8, 99, 8001, 14, 9, 20, 8, 51, 90, 7, 9—101, 3, 7, 10), Căldăraru Florin (7923—5, 31, 3—6, 40, 1, 60, 74, 8, 85, 6, 90—3, 9, 8005, 20, 1, 31), Dobreanu Iulian (7925, 8, 32—6, 9—41, 57, 72, 8, 80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 7, 9—8001, 4, 5, 8, 10, 9, 20, 8, 51, 67, 81, 8, 90, 7), Dumitrana Irina (7923, 6, 31, 3, 6, 7, 9, 40, 80, 2, 5, 6, 90, 1, 9, 8001, 14, 9—22, 6, 8, 43, 8, 51, 3, 4, 80, 1, 91, 7, 100, 1, 4, 7), Gheorghel Doina (7933—5, 41, 57, 67, 78, 4, 6—8, 93, 7, 9, 8001, 14, 20, 1, 8, 97—9, 112), Gurgui Dan (7933, 4, 9—41, 51, 8019—22, 97, 9, 100, 11), Marinescu Victor (7923—6, 8, 30, 2—5, 6, 7, 44, 9, 74, 7, 8, 80, 2, 4—6, 90, 3, 8010, 47, 8, 51, 61, 3, 7, 70, 5, 8, 81, 2, 8, 90, 115, 5), Petrescu Luiza (7923, 5, 33, 4, 6—41, 6, 55, 78, 80, 2, 4—8, 90, 3, 6, 7, 8019, 20, 8, 43, 51, 61, 88, 90, 7—101, 3, 7, 10), Pilat Corina (7933, 4, 6, 57, 80, 2, 7, 8, 93, 7, 9, 8014, 20, 8, 9—101, 3, 7, 10), Stănescu Ovidiu (7911, 3, 8, 20, 1, 3, 5, 33, 4, 6, 9, 41, 57, 77, 80, 2, 4—6, 8, 91, 2, 6, 7, 9, 8001, 4, 20, 1, 4, 6, 8), Stănoiu Horia (7925, 33, 4, 41, 9, 78, 80, 5—7, 90, 2, 3, 8001, 4, 5, 28), Vicol Dan (7923, 5, 8, 31, 3—6, 40, 1, 57, 64, 78, 80, 2, 5, 7, 93, 7, 9, 8004, 20, 4, 6, 51 63, 97, 9, 100, 1, 3, 7, 10, 1), *L. 3* cl. VI Băcanu Cristina (2632, 3, 6, 8, 60, 4, 70—5), Ioviţ, Adrian (2636, 8, 51, 3, 60, 4, 72—5), cl. VII Catănescu Liliana (2635, 8, 41, 3, 53, 6, 8, 72a 3), Juga Violeta (2631—3, 5—7, 9—41, 3, 6), cl. XI Mărăşescu Sebastian (7913, 20, 5, 31,, 2, 4, 78, 83, 8, 8047, 51, 60, 1, 3, 4, 94), Văncica Oprea (8047, 8, 51, 9, 61—3, 5, 75, 8, 81, 2, 4, 8, 90), *L. 4* cl. IX Mărănică Emilia (2665—7, 84, 7, 9, 7933—6, 9, 40, 80, 8—20, 99), cl. X Dima Grigore (7874, 6, 83, 5, 913, 25, 30, 32—7, 9—41, 70, 80, 4—7, 90, 3, 8001, 19—21), Dinu Ştefan (7879, 923, 5, 33—5, 9—41, 57, 80, 2, 5, 90, 8020), Ristoiu Veronica (7874, 9, 83, 923, 32—5, 7, 40, 5, 70, 8, 87, 8019), cl. XI Cioc Oia (7897, 918, 1, 3, 5, 6, 31, 2 64, 75—7, 8020), *L. 5* cl. XI Marinescu Mihai (7933—41, 4, 9, 53, 67, 8018—20), *S. muzică şi arte* cl. VI Ivan Florentin (2632, 3, 8, 9, 51, 2, 9, 61, 71, 3, 4, 81), *S. g.* cl. VII Gerea Nicolae (2636—6, 41, 4, 55, 70, 1, 9).

CRISCIOR (Hunedoara). *S. g.* cl. VIII Iovan Dorin (2646, 65, 6, 81—3, 7933, 6).

CRISTEŞTI (Cluj). *S. g.* cl. VII Mînzat Gheorghe (2632—4, 51, 2, 6, 7, 63—5, 9—71, 3, 5, 81).

CUDALBI (Galaţi). *S. g.* cl. VII Bobu Sofiţa (2631—4, 6, 8, 9, 43, 51, 2, 60, 3), Caşu Paraschiva (2631—4, 6, 51—3, 60, 70, 4, 7, 80, 1), Draguş Paraschiva (2631, 4, 40, 6, 52, 3, 70, 4, 5, 7, 80, 1), Goga Maria, Grecu Anişoara (2631, 4, 8, 46, 52—4, 67, 70, 4, 5, 7, 80, 1), Huzum Nicolae (2631, 2, 4, 6, 8, 40, 51, 2, 6, 7, 74, 5, 7)., Lungu Georgeta (2631, 2, 4, 6, 8—40, 2, 3, 5, 6, 51, 2, 60, 3, 77), cl. VIII Pojoga Elena (2631, 2, 4, 6, 8—41, 51, 2).

CUGIR (Hunèdoara). *L. 1* cl. VIII Păunescu Ovidiu (2633, 63, 5, 70—2, 4, 5, 8, 81), cl. XI Muntean Traian (7919, 28, 30—2, 43, 4, 9, 58, 60, 2—4).

CURTEA DE ARGEŞ. *L. 1* cl. IX Diu Mihail (2666, 7, 7924, 33, 7, 9, 41, 5, 6, 8020), Jianu Emil (2665, 84, 7, 9, 7933, 4, 6, 41, 8020, 97, 100).

DĂRĂBANI (Suceava). *L. 1* cl. X Aionese Mihai (7869, 73, 6, 8—81, 3—5, 7, 8, 902, 4, 7—10, 2—4, 8, 23, 5, 6, 8, 30, 1, 5, 7, 5).

DĂBULENI (Oltenia). *L. 1* cl. X *Negriţoiu Mişu* (7923, 5, 32—5, 49, 51, 7—80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 4, 8010, 8, 26, 8, 36, 45, 8, 9, 51, 4, 61, 3, 5, 9, 71, 5, 8, 81, 2, 8, 90, 1, 7, 100, 1, 3, 111, 6).

DĂRMĂNEŞTI (Ploieşti). *S. g.* cl. VIII Cătănescu Nicuiina, Iamandache Maria, Neculcea Maria (2639—41, 6, 61, 3—57, 7934, 8097, 100), Leca Constantin (2639, 41, 3—6, 61—7).

DEJ (Cluj). *L. 1* cl. V Horgoş Tiberiu (2632—4, 51, 2, 69—71), cl. IX Cosma Adrian (2645, 65, 84, 7, 7933—6, 9, 78, 80, 2, 6, 93, 9, 8001, 100), Vaida Liviu (2646, 65, 7, 7933—7, (2645, 65, 84, 7, 7933—6, 9, 78, 80, 2, 6, 93, 9, 8001, 100), Vaia Lidviu (2646, 65, 7, 7933—7, 9, 40, 8019, 20), cl. X Gruia Lucian (7934, 6, 74, 8004, 6, 48, 65, 81, 2, 4, 8, 90, 100), Peter Călin (7974, 8020, 6, 8, 48, 51, 4, 61, 3, 5, 78, 81, 2, 4, 8, 90, 9), *L. 2* cl. VI Cora Ştefan (2632—4, 57, 61, 70—2), cl. VIII Borodi Adrian (2632—4, 6, 8, 9—41, 50—4, 7, 60, 1, 3—7, 7933—6, 41, 57, 8019, 20), Costin Carmen (2644, 50—3, 5, 7, 8, 60, 3—5, 7, 7936), Leţoiu Sorin (2637, 8, 40, 3, 5, 51, 2, 8, 60, 1, 7933, 6), Mănu Dorel (2632—4, 6, 43, 7, 57, 8, 67), Petrean Gh. (2645, 58, 68, 670—4, 8019, 97—9), Silaghi Lucian (2635, 58, 5, 7, 8, 65—7, 1, 7933, 5), cl. X Bizo Marinela (7930, 3—6, 41, 57, 8049, 51, 81, 4, 90, 9, 100), Chiorean Olimpia (7925, 33—6, 41, 57, 74, 8, 85, 97, 8051, 65, 81, 99, 8100), Cosma Augustin (7923, 5, 3, 4, 44, 78, 85, 7, 8020, 51, 61, 70, 88), Cozma Otilia (7933—6, 41, 78, 85, 93, 7, 8011, 51, 71, 100), Lucaciu Marian (7924, 33—5, 41, 57, 85, 97, 8051, 81, 99, 100), Socaci Maria (7925, 33, 5, 6, 57, 85, 7, 93, 7, 8007, 20, 51, 81, 8, 90, 7, 9), *Saplacan Gavril* (7923, 5, 32, 3, 5, 6, 9, 40, 2, 77, 8, 82, 5, 6, 90, 2, 3, 6, 8004, 6, 51, 2, 4, 6, 61, 5, 75, 80—2, 4, 8, 90, 5, 7, 100, 11), Spătaru Rodica (7923—5, 33, 5, 6, 85, 7, 93, 8007, 20, 51, 81, 8, 90, 7, 9), Solymorsy Zoltan (7423, 33—6, 9—41, 4, 77—80, 7).

DETA (Banat). *L. 1* cl. VII Mocofan Cornelia (2631, 6—8, 41, 3, 50—67, 9—78, 7934), cl. VIII Milici Vladimir (2639—41, 3, 6, 61—7), cl. IX Truţi Toma (2666, 7, 7933—5, 41, 57, 78, 9, 82, 8001, 18—20), cl. X Cnejevici (7939, 40, 4, 76, 8—80, 2, 5, 6, 90—2, 8001, 4, 18—22, 8).

DEVA (Hunedoara) *S. g.* cl. VI Crişan Grigore (2632—4, 6, 8, 51, 9, 60, 70, 1). Gropeanu Luminiţa (2632—4, 6, 8, 49, 51, 7, 9, 60), Palade Tudor (2632, 4, 6, 57, 9, 60, 73), Radu Mariana (2631—4, 6, 49, 57, 9, 60), *L. 1* cl. IX Ban Inocenţiu (2666, 7, 85, 7, 9, 7933, 5, 6, 9, 40, 8020, 1, 100, 11), Blenche Eugen (2665, 7, 7933—6, 9, 41, 57, 8029, 20, 32, 97), cl. X Mihăilă Mihaela (7911, 20, 36, 49, 50, 60, 71, 82, 3, 8007, 25, 45, 7, 8, 61, 3, 9, 71, 4, 5, 8, 81, 7—90, 101, 3, 7, 9, 11), *L. ped.* cl. VI Gribincea Carmen (2631—8), *L, ind constr.* cl. IX Angelescu Dan (2665—7, 7935, 9—41, 57, 8018, 9, 41, 2).

DOBROTEASA. *S. g.* cl. VIII *Ivănuş Nicolae* (2631—4, 6, 8, 40, 1, 3, 6, 50—5, 7, 9, 63, 4, 9, 70—3, 81, 3, 4, 9, 7932, 3, 77—9, 83, 5, 6, 91, 3, 9, 8009, 19, 20, 97, 100).

DOLHASCA (Suceava). *L. 4* cl. X Andronic Mihai (7923, 31—6, 40, 1, 4, 57, 8017—20), cl. XI Alexandrescu Clement (7918—23, 5, 6, 8, 32, 62—4, 70, 3—6, 8075).

DOROHOI. *S. g.* cl. V Veleşică Felicia, Botezatu Angelica (2632—4, 8, 43, 50—2), cl. VI Avram Sorin (2633, 4, 6—9, 43, 51, 2), Leizerovici Lăzărică (2631—4, 6, 9, 43), *S. g.* 2 cl. VI Fonia Rutty (2632, 4, 6, 49, 57, 70, 1, 4, 5), Pintilie Mariana (2631—4, 6, 8, 49, 52, 7, 9, 60). *L. 1* cl. X Zaharia Ioan (7930, 8024, 47, 51, 3, 6, 61, 5, 7, 70, 4, 8, 88, 90, 1, 9), cl. XI Gavril Viorel (7918—21, 3, 5, 6, 8—32, 57, 64), Pintilie Emil (8021, 3, 9, 40, 4, 6, 50, 1, 60, 1, 3, 6, 74, 8), *L. 2* cl. IX Scheib Eric (2646, 67, 84, 7, 9, 7933, 5, 6, 40, 8019, 20, 97, 8, 100), cl. X Jalubă Petre (7923—5, 9, 30, 1, 3—5, 7, 40, 4, 7, 9, 57, 64).

DRĂCŞANI (Bucureşti). *S. g.* cl. VIII Pătraşcu Ion (2638, 43—7, 63, 6, 7, 80—3).

DRĂGĂNEŞTI OLT (Argeş). *S. g.* cl. VII Mihalache Florica (2660—2, 4, 7, 72, 4, 7957), *L. 1* cl. X Ionescu Dumitru (7923, 8, 31, 4, 6, 41, 3, 4, 64, 72, 6, 8019, 28, 9, 31), Vîrban Ilie (7927, 8, 34, 41—4, 50, 64, 72, 6, 8019, 28, 9, 31), cl. XI Durigu Mircea (7907, 13, 9, 22, 3, 5, 8, 9, 31, 2, 43, 9, 50, 7, 9, 60, 2—4, 71, 4, 6—8, 81—3, 5—8, 92, 3, 7, 8021, 6, 32).

Student *Stelea Constantin* (7909, 11, 3, 4, 8—34, 6, 63, 4, 70—2, 4—8, 80, 3, 4, 92 8006, 20, 32, 43, 5, 7—51, 4, 8—62, 5, 74, 6, 7, 8, 81, 4, 5, 8, 90, 100), *S. g. 1* cl. VI Bărăscu Doina (2634, 7, 8, 51, 2, 9—61), Nedelcu Marius (2633, 6, 9, 43, 5, 51, 60, 70, 1, 5), Sterie Mituşa (2634, 51, 7, 9, 60, 9—72, 4, 5), Tănăsescu Sorin (2633, 7, 9, 51, 3, 7, 63, 75). *L. 1* cl. IX Vieru Gh. (2665—7, 84, 7, 9, 7933, 5, 6, 8018, 20, 99, 100), cl. X Ciungu Nicolae (7934, 6, 44, 78, 80, 2, 8020, 39, 43, 51, 8, 61, 78, 81, 8, 90, 100), Lungu Ion (7913, 21, 3—5, 8, 30, 1, 3—7, 9—41, 4, 6, 57, 8019, 20, 48, 51, 8, 61, 78, 81, 2, 4, 8, 90, 7, 9, 10, 11), cl. X. Palaghia Tudoriu (7912, 3, 23, 5, 8, 30—5, 7, 4, 1, 3, 4, 6, 7, 57, 64, 70, 8020, 1, 48, 51, 8, 61, 5, 78, 81, 8, 90, 111), Popa Nicolae (7913, 21, 3, 5, 8, 30—5, 7, 40, 3, 4, 57, 60, 7), cl. XI *Pleşa Ion* (7918, 21, 8, 30, 46, 7, 60, 71, 3, 5—8, 2—6, 8, 90, 3, 7, 8005, 6, 9, 28, 31, 45, 8, 51, 6, 8, 9, 60, 1, 6, 78, 81, 8, 90, 111).

DUDEŞTI (Galaţi). *S. g.* cl. VIII Neguţ Ştefan (2632, 6, 7, 40, 3, 54, 7—9, 61—3, 6, 7).

DUDEŞTII VECHI (Banat). *L. 1* cl. V Ciocanu Ana, Condan Aneta, Mircovici Marius, Vasilcin Anastasia (2631—4, 9—51, 69—71).

DUMBRĂVENI (Braşov). *L. 1* cl. VI Codlea Silvia (2632—4, 6, 51, 9, 70, 1, 4, 5) Rotaru Ioan (2632, 3, 6, 51, 5, 9, 70, 1).

DUMBRAVIŢA (Suceava). *S. g.* cl. VIII Agheorghesei Lucia (2633, 4, 7, 9, 59, 60, 2, 8).

DUMBRĂVIŢA (Braşov). *S. g.* cl. VIII Comănela Mihai, Gavrilă Dumitru, Rogoz Traian (2639—41, 3, 5, 6, 61, 3, 4, 6, 7).

EPURENI (Suceava). Absolvent Muraru Mircea (2641, 3, 4, 62, 3, 6, 7874, 8, 9, 933—6, 57).

FĂGĂRAŞ *L. 2* Gheorghian Maria (2639, 41—6, 616, 7933—5, 41, 8019, 20).

FĂGET. *L. 1* cl. IX Ilie Octavian (2646, 65, 7, 84, 7, 9, 7933, 5, 8, 41, 57, 8018—20, 97, 100).

FĂLTICENI (Suceava). *L. 1* cl. X Panţiu Maria (7925, 31, 3—5, 9, 44, 8020, 51, 65, 88, 90, 7, 9—101), *L. 2* cl. IX Eizicovits Somonel (2645, 6, 66, 7, 7933, 4, 6, 7, 41, 4, 8018—20), cl. X Grigorău Radu (7980, 5, 93, 8020, 8, 48, 51, 65, 75, 81, 2, 4, 9, 90).

FĂUREI (Galaţi). *S. g.* cl. VIII Panait Angheluţă (2652, 3, 7, 9, 60, 2—5, 7, 9—71, 3, 4, 6, 80—3), *L. 1* cl. IX Găurău Enache (2667, 84, 7, 7933, 5, 6, 9, 41, 57, 8020, 1, 95, 7, 9, 100), Tănase Ionel (2665—7, 84, 6, 7, 705, 8, 8095, 100, 1, 65).

FETEŞTI (Bucureşti). *L. 1* cl. IX Caraş Silviu (2645, 7, 65, 6, 83, 9, 7932—5, 41, 8018, 97, 100), Dimcea Ion (2665, 7, 84, 7, 7933—6, 9—41, 4, 8020, 1, 32, 100), Gnef Georgeta (2645, 66, 7, 84, 7, 9, 7933, 5, 6, 9, 8097, 100, 1), Marin Elena (2645, 67, 84, 7, 7933, 5, 6, 9—41, 8020, 1, 98, 100), Mihai Georgeta (2684, 7, 7933, 5, 6, 9, 41, 8020, 97, 8, 100, 1), cl. X Cojocaru Maria (7914, 25, 33—6, 41, 57, 8051, 81, 100, 11), Mladinovici Emil (7921, 34, 6, 41, 70, 1, 8019—21, 6, 31, 51, 8, 71, 81, 4, 8, 90, 7, 100), Popa Aneta (7914, 25, 32—4, 65, 57, 8020, 8, 81, 100, 1), Valuţă Mihai (7925, 31, 44, 74, 8, 80, 2, 5, 7, 90, 8020, 8, 51), cl. XI Guriţă Mariana (7913, 8—21, 3, 5, 6, 8, 9, 32, 43, 9, 53, 7, 70, 8028, 51), Sîrvulescu Roman (7919, 28, 31, 46, 62, 71, 5, 7, 80, 3, 7, 8, 95, 7, 8, 9, 8005, 6, 9, 28, 31, 47, 51, 6, 8, 61, 5, 75, 9, 81, 8, 90, 111, 21), Vasiliu Constantin (7928, 60, 2—4, 8039, 45, 7, 8, 50, 1, 6, 8—66, 74, 5, 8, 9, 81—8, 90, 1, 3, 7, 107, 10—2).

FETEŞTI GARĂ. *L. 1* cl. VI Pop Ioan (2632, 6, 8, 43, 55, 60, 72, 4), cl. IX Stoian Amelia (2645, 66, 7, 84, 7, 9, 7933—7, 8020, 97, 100, 1), cl. X Breată Caliopi (7913, 8, 25, 32, 70, 8018, 31, 3, 51, 8, 65, 71, 4, 5, 111), cl. XI Babiţă Ioachim (7913, 18, 20—3, 5, 6, 8—32, 62, 4).

FIENI (Ploieşti). *L. 1* cl. X Mircescu Gh. (7914, 28, 31, 4—7, 9—41, 4, 7, 57, 66, 76), Popescu Florin (7908, 20, 1, 3, 5, 31, 3, 6, 7, 40, 64, 75, 9, 80, 2, 5, 8, 8000, 4, 5, 9, 20, 6).

FILIAŞI (Oltenia). *L. 1* cl. X Oprescu Eugen (7933—5), 41, 4, 8019—21, 81, 97, 8, 100).

FILIPEŞTI (Bacău). *S. g.* cl. VI Anghel Codrin (2631—3, 5—8, 69—75, 80).

FOCŞANI. *S. g. 7* cl. VII Iacob Dan (2636, 8—41, 3, 6, 53, 5, 7, 9, 62—6, 70—5, 7—81, 3), *L. 1* cl. VII Sulman Adrian (2638—41, 3, 6, 7, 53, 67), cl. IX Apostu Traian (2665—7, 84, 7, 7933, 5, 6, 8018, 20, 97—101), cl. X Constantin Teodor (7920, 3, 5, 32, 3, 72, 8020, 48, 51, 3, 61, 5, 8, 100, 3).

FRATĂUŢII NOI (Suceava). *L. 1* cl. XI Cosovan Constantin (7913, 19, 21, 6, 9, 32, 49, 62—4, 75, 7, 8, 80, 6, 8074, 5).

FRINCEŞTI DEZROBIŢI (Argeş). *S. g.* cl. VIII Paraschiv Dumitru (2633—5, 7—9, 41, 3, 5, 6, 7933—5).

FURCENI (Galaţi). *S. g.* cl. VII Călin Elena, Epure Păune, Gheorghe Paraschiva (2632—4, 6, 8, 9, 43, 57), cl. VIII Breahnă Emil (2632—6, 8—40, 2—6), Vălin Maria (2632 6, 8—40, 2—6).

GĂIEŞTI. *L.* cl. IX Bădea Gheorghe (2666, 7, 84, 9, 7912, 3, 34, 9, 40, 90, 91, 3, 100, 5, 91, 8), Boianci Violeta (2645, 66, 84, 7936, 9, 57, 79, 97, 8019—21, 34, 95, 7, 100, 1), cl.X Constantinescu Constantin (8020, 6, 8, 51, 3, 4, 61, 5, 75, 81, 8, 90, 100, 7, 11), Stan Elena (7925, 31, 3, 4, 6, 57, 8020, 51, 88, 90, 9, 100, 1).

GALAŢI. *S.g. 7.* cl. VII Tanu Sorin (2669, 71, 2, 4, 6, 8—83), cl. VIII MîrzescuDoina (2637, 46, 61, 3, 84, 7, 7933, 5, 6, 8020, 97, 100), *S.g. 2v Bejan Ovidiu* (2632—9, 43, 5, 6, 51—64, 70—3, 8019, 20), *S.g. 24* cl. VII Costiniuc Florin (2631—3, 5—41, 3, 4, 6, 7933—6), cl. VIII Balaş Dorin (2632—4, 8, 9, 43, 70, 1), *S.g. 25* cl. VII Chiriac Constantin (2636, 51—3, 4, 7, 69—71, 3), *Liceul 1* cl. IX Popa Tüdorel (7933—7, 9, 41, 9, 88—80, 7, 93), Voinescu Uonel (2645—7, 63—7, 7933—6 8, 9—41, 8019, 20), cl. X Dumitriu Mihail (5923, 4, 8, 30, 4p, 4, 9, 57, 60, 77—80, 4, 5), *Katz Marian* (7907, 11, 20, 1, 3, 5, 8, 31, 4, 5, 41, 4, 8, 57, 70, 76—87, 90—3, 8001, 4, 6, 14, 20, 22, 6, 8, 31, 51, 61, 74, 8, 81, 4, 8, 100), Ludmer Bebi (7923, 5, 31, 3—7, 44, 8020, 88, 100), Lupu Silvia (7913, 28, 33, 9, 40, 4, 9, 37, 60, 76, 8021, 8) Sară Ionel (8911, 18, 21, 3, 5, 31, 4, 6, 9, 40, 9, 57), Siminică Mihăiţă (7911, 23, 5, 8, 30, 1, 44, 72, 6, 8, 82, 5, 8020, 31), Teacă Gheorghiţă (7922—6, 40, 1, 9, 57, 8021, 97, 8, 100, 11), cl. XI *Oprea Vasile* (79, 49, 91, 2, 7, 9, 8000, 9, 10 4, 5, 24, 9, 31m 9, 40, 4—52, 8—67, 80, 8, 80—2, 7—91, 124) Katz Carmi (7907—9, 08—23, 6, 8—32, 8—32, 4,9, 64), *L. 2* cl. XI Savin Alexandru (7907, 9, 13, 22—4, 7, 64, 70—81), *L. 3* cl. X Chiculiţă Alex. (7172, 4, 80, 5, 8001, 28, 48, 51, 61, 5, 78, 81, 8, 90). *L. 4* cl. VII Iba-novici Macrinela (2636—8, 40, 1, 3, 61, 2), cl. IX Adam Marcel (2646, 7, 65, 7, 7933—6, 8—41,

8020, 99), *L. 5* cl. IX Filipescu Andrei (2645—7. 74, 7. 7923—5, 8019, 20, 97, 8, 100), cl. X Carşote Stela (7923, 5, 31, 3, 5, 40, 4, 8020, 51, 65, 8, 84), cl. XI Breazu Livia (7907, 12, 3, 18, 20, 1, 6, 32, 75, 3, 7, 83, 7, 8), Dumitriu Ion (7918—23, 5, 6, 9, 30—3, 57, 63, 5, 71, 2), Teorescu Magda (7918, 20, 3, 30, 1, 71, 5, 6, 8045, 8, 51, 9, 61, 78, 81, 2, 8), *L. 7* cl. VI Moldovan Dolores (2631—8).

GĂLBINEŞI (Buzău). *S.g.* cl. V Grigore Elena (2631—4, 6, 8, 9, 43).

GHEJA (Mureş Aut-.Maghiară) *S.g.* cl. VII Todor Marin (2635—41, 3, 4).

GHEORGHENI. *L.* cl. IX Gal Eleonora (2648, 84—7, 7910, 33—5, 41, 8018—20,95, 7, 9, 100).

GHERLA (Cluj) *L. 1* cl. IX Baumgarten Alfred (2632—4, 6, 7, 57, 61, 5, 7, 7935—6, 8018—20), Costea Dragomir (2681—4, 7, 7936, 41, 57, 8018—20, 81, 97—101), cl. XI Lobonţiu Mircea (7920, 5, 77, 8, 83, 8006, 47, 8, 51, 81, 2, 4, 8, 90, 1), Molnar Iosif (7918—26, 8, 9, 32, 62).

GHIRDOVENI (Ploieşti) *S.g. 1* cl. VI Dedu Ioan (2635, 8, 43, 58, 9, 61, 3, 6, 7), Vîlceanu Cristian (2632—4, 6—9, 43, 51).

GÎNDIŢI (Roman) *S.g.* cl. VI Colonescu Elena (2632—9, 51—3, 7, 9).

GIRIŞUL DE CRIŞ (Crişana) *S.g.* cl. VII Pop Sultănica (2631—4, 6, 9, 41, 4). Miculiţa Ioan (2631—47), cl. VIII Sureu Ioan (2632, 40, 1, 4, 4, 51, 8, 60, 3—5).

GIURGIU. *S.g. 1* cl. VII Neaşcu Maria (2632, 4, 6, 43, 5, 51, 7, 63—5, 70—2, 4), *S.g. 4* cl. VI Radu Lucian (2637, 8, 50—3, 5, 7, 9, 60), *S.g. 5* cl. VIII Constanda Petrişor (2639, 43, 61—3, 81, 3, 7, 9, 8020), *S.g. 7* cl. VIII Ionescu Felicia (2675—7, 81—4, 9), Pitulice Viorel (2670—2, 4, 5, 9, 80, 1, 3, 4, 8098, 101), *L. 1* cl. IX Iorga Ion (2666, 7, 7933—5, 41, 8019, 20, 95, 7, 100), Nuţă Jean (7907, 11, 3, 25, 32, 8, 57, 86, 90, 3, 9, 101, 20), cl. X Chină Floarea (7913, 43, 8, 51, 61, 7, 80, 8, 90, 9, 101, 3), *L. 2* cl. X *Isar Aurelian* (7664, 83, 923—5, 8, 30—2, 4—41, 4, 67, 9, 57, 8, 60, 4, 70, 1, 4, 7—80, 2, 4, 5, 90, 2, 3, 5—7, 8, 8001, 4, 6, 18, 20), Răsuceanu Rodica (7911, 3, 4, 6, 8, 23, 5, 31, 2, 46, 7, 9, 51, 6, 77), Tena Ion (7936, 49, 9, 51—4, 6, 8, 61, 3, 5, 7, 75, 8, 80—2, 4, 7, 8, 90, 1, 3, 7—101, 3).

GOGOŞU (Oltenia). *S.g.* cl. VI Mihai Dan (2631—4, 8, 9, 49, 50—3, 5, 7—60).

GOHOR (Galaţi) *S.g.* cl. VII Turcu Ionica (2636, 8, 9, 41, 2, 57—61, 3).

GOIEŞTI (Iaşi) *S.g.* cl. VIII Iacon Constantin (2680, 81, 3, 4, 5, 7, 9, 7934, 6), Prisăcaru Toader (2661—4, 81—4, 7934, 56, 8019, 97).

GORUNA (Ploieşti) *S.g.* cl. VIII Barbu Constantin (2632—4, 8, 9, 46, 58, 60, 3, 77—81

GRĂDIŞTEA (Oltenia). *L.* cl. IX Bolovan Gheorghe (2645, 7, 65, 84—7, 7933, 6, 9,.' 41, 4, 9, 57, 9019, 20, 6, 63, 75, 80, 1, 4, 97, 100, 1).

GRĂJDANA. *S.g.* cl. VIII Tudor Sabina (2632, 4, 6, 3, 70, 71, 4, 7935, 5, 97, 100, 1),

GOVORA *L.* cl. VIII Costinea Ion (2639, 40, 3, 61—7), Preţescu Florentina (2639, 43, 6 62, 4, 7, 7935, 5, 6), cl. IX Preoţescu Mihaela (2646 65, 7, 84, 7, 7933—6, 8, 8020, 101) Purece Ioan (2665, 7, 7936, 7, 9, 41, 8018—20, 80, 11, 7, 8, 100).

GURA FOII (Argeş) *L.* cl. X Tiţa Lucian (7925, 33, 5, 7, 9, 40, 4, 57, 8026, 51, 81, 88, 100, 11).

GURABARZA (Hunedoara) *L.* cl. X Maschek Florin (7923, 5, 8, 31, 4—6, 41, 4, 57, 77, 8, 80, 2), cl. XI Romodan Rodica (7821, 5, 7, 40, 4, 9, 920, 3, 5, 30, 45).

GURAHONŢ (Crişana). *L.* cl. X. Jurcă Ştefan (7913, 8, 20, 1, 3, 5, 9—34, 44, 9, 59, 64, 78, 80, 2, 3, 90, 3, 8006, 51, 60, 1, 88).

GURA HUMORULUI (Suceava) *L.* cl. VI Munteanu Viorel (2631—6, 8—17, 3, 81) cl. IX Cotorarce Radu (7933—7, 8—41, 4, 57, 78—80, 2, 4, 8000, 4, 16, 9, 20, 75, 91, 97, 9, 100).

HAGIENI (Bucureşti) *S.g.* cl. VIII Radu Ion (2639—41, 4, 5, 61, 3, 7933—5), cl. V Voicilă Caliopia (2632—4, 49—52, 7).

HALEŞ (Ploieşti) *S.g.* cl. VII Dpagaru Angel (2613, 4, 32—8, 43), cl. VIII Panait Elisabeta (263—3, 6, 8, 63, 70, 1, 4, 933, 5, 8097, 100, 1).

HAŢEG (Hunedoara) *L.* cl. VIII Alicu Sanda (2641, 3, 61—4, 83, 7934).

HOISEŞTI (Bacău). *S.g.* cl. VI Mitrea Petru (2650—3, 5—7, 9, 60, 2, 4, 5).

HOMORICIU (Ploieşti). *S.g.* cl. VII Dragomir Ion (2636, 8, 9, 43, 57, 60, 3, 75, 81).

HUNEDOARA. *S.g. 3* cl. VIII Popescu Rodica (2632—4, 6, 9, 43, 5, 7934, 5), Retegan Maria (2632—4, 6, 8, 9, 40, 2, 3, 7933—5), *S.g.* 4 cl. VI Crăciun Adriana (2632, 6, 51, 2, 5, 7, 70, 1), cl. VII Ciortea Rodica (2636—44), Presecan Olimpia (2632—4, 6, 51, 2, 5, 70, 1), cl. VIII. Dimitriu Alexandra (2636, 43, 3, 5, 6, 84, 7933, 5, 101), Popescu Ion (2642, 3, 61—4, 81, 3, 8933—5, 101), *L. 1* cl. VI Raşcă Radu (2653, 5, 7—9, 62, 70—3, 5, 18), cl. VII Rusanowski Gh. (2635—9, 41, 3, 4), cl. IX Bereczki Iosif (2667, 8, 84—7, 9, 7933, 5, 7, 49, 20, 4, 99, 103, 12), Pitea Mihai (2645—7, 84, 7, 84, 7, 93, 3—5, 41, 57, 78, 80, 2, 4, 7, 933, 97, 8001, 19—21, 97—100), Poenaru Corneliu (2646, 65, 6, 84, 7, 7933—6, 8097—101), cl. XI Drăghici Gheorghe (7907, 9, 11, 22, 8, 30, 1, 63, 81, 93, 8001, 4, 6, 11), Lup Iosif (8022, 6, 45,7, 8, 51, 8, 60—3, 9, 70, 1, 4, 9, 81—5, 8—90), *Marinescu Alexandru* (7908, 18, 21—3, 5, 7, 8, 31, 2, 4, 48, 4, 6, 9, 56, 71, 3, 5, 7—80, 2—8, 90, 2, 3, 8002, 6, 28, 45,

7, 8, 70—2, 5, 71, 9, 81, 8, 90, 107), Popescu Mihail (7907, 9, 10, 9, 21, 4, 71, 5, 91, 9, 8001 6, 63), Sunda Vane (7009, 20, 70, 87, 92, 3, 9, 8001, 5, 6, 9. 60, 1, 73). *Ciotescu Ion* (7907,, 22, 89, 8039, 43—49, 3, 6, 8—66, 9—71, 4, 5, 8, —91, 9, 104, 4, 7—18, 6, 30).

HUŞI (Iaşi). *L.* cl. X Bălan Gheorghe (7918, 20, 1, 5—7, 30—3, 5, 6, 75, 801*a*—20, 6 8, 36), Iacob Mircea (7913, 23, 5, 8, 33—6, 9, 41, 57, 8018—20, 8, 32, 81, 99).

IABLANIŢA (Banat). *S.g.* cl. VII Tătucu Anton (2632—4, 6, 57, 8, 61, 1, 3, 70, 1).

IANCA (Galaţi). *L.* cl. VII Cimpoca Dan (2636—41, 3, 53, 5, 7, 60, 1).

IAŞI. *S.g. 1* cl. VI Rotaru Daniela (2632—4, 6, 7, 70—3), *S.g.* 12 cl. VII Ruxăndrescu Silvian (2632—4, 4, 46, 51, 2, 5, 60, 9—71, 7, 81), *S.g. 20*, cl. VIII Ignat Veronica (2641, 61, 3, 7, 81—6), *L. 1* cl. VI Crudu Liviu (2631—8, 50, 1), Deleanu Dan (2633, 5, 6, 8, 9, 43, 50, 1, 3), Gheorghiu Laurenţiu (2635, 5, 8, 43, 51, 9, 69—71, 5), Munteanu Valeriu (2633, 5, 6, 8, 9, 43, 9, 51, 3, 5, 70, 1), cl. VII Coter Florin (2632—4, 6, 40, 1, 3, 54, 5, 7—64 7), Rimer Matia (2636—9, 41, 3, 53, 8, 61, 7, 72—6, 7935, 5, 7), cl. IX Axel Herbert (2665—7, 84, 5, 7, 7937, 40, 19—21, 98—11), Drăgan G. (2665—7, 84, 7. 7933, 4, 9—41, 8019—21), Nedeianu Adrian (2645, 6, 65, 7, 84, 7933—5, 8018, 20, 97, 8, 100, 1), Petrăchioaie Dorin (2646, 84, 7935, 40, 1, 8097, 8, 100, 11), Tiga Radu (2665, 7, 84, 7, 7933—6, 40, 1, 80, 8020, 100), cl. X Beguş Spiridon (7910—2, 4, 20, 3, 5, 32, 9—41, 9), *L. 2.* cl. V. Sălceanu Alex. (2631—34, 49—52, 69—71), cl. VI Gavriş Doina (26—31—3, 8, 9, 43, 6, 50, 1, 7, 70), cl.VII Davidescu Cătălina (2635, 6, 8, 8, 9, 41—3, 6), cl. VIII Roteriu Corneliu (2638—40, 2, 3, 7933—6) cl. IX Finchelştein Nana (7933—6, 9—41, 8019, 2998—100), cl. X Iliescu Brînduşa (7907, 11, 8, 20, 3, 5, 7, 30—2, 5, 7, 41, 4, 8020, 6, 78), *L. 4.* cl. V Hovirneanu Teodor (2631,,3, 4, 49, 51, 2, 7, 69, 70), Raianu Mircea (2631—3, 50, 1, 2, 69, 89), cl. VI Baciu Baciu Dumitru (2632, 6, 50, 9, 60, 70, 1, 4), cl. VII Lupescu Silviu (2635—9, 41, 3, 4, 6, 7935 5, 57), Popescu Ioan (2632, 4—6, 8, 9, 70—2), cl. VIII Carosevici Constantin (2641, 2, 61—3, 6, 7932—5, 8020), cl. X Alexe Silvia (7925, 8, 31, 3, 5, 41, 4, 57, 60, 8018, 20, 2, 6, 8, 31, 88, 90, 111), Angelescu Romulus (7936, 74, 8018—21, 31, 51, 3, 63, 5, 75, 80, 1, 4, 8, 91, 7—101), Avram Ioan (7931, 3, 5, 9, 40, 4, 9, 57, 70, 8019, 20, 31, 48, 51, 65, 88), Filimon Viorel (7933—6, 9, 40, 8020, 5, 97, 9—101), Livadaru Iosif (7923, 8, 32, 40, 4, 70, 4, 8019—21, 31, 51), Săvescu Sanda (7913, 23, 33—6, 40, 1, 74, 8018—22), Vrasăzică Mihai(8911, 3, 8, 20, 1, 3, 5, 8, 30—2, 43, 57, 88), cl. XI Bejinaru Ioan (7911, 6, 8—21, 3, 5, 32, 70, 7, 8, 80, 3, 5, 6, 9, 90, 1, 51), *Huţanu Virgil* (7907, 18, 20, 1, 3—6, 8—32, 43, 70—4, 6—83, 5—8, 91—3, 5—7, 9, 8000, 1, 4—6, 32, 48, 81, 8, 90), Pascal Stelian (7918, 20, 1, 3, 5, 7—9, 31, 2, 70, 1, 7, 8, 80, 3, 5, 7, 8, 8004, 6, 48, 81), *Petraru Constantin* (7907, 11, 3, 6, 3, 1, 5, 8, 32, 70, 1, 4, 7, 8, 80, 3, 3, 5—91, 7048, 51, 60, 5, 7, 71, 4, 88), *Rusu Gheorghe* (7907, 11, 6, 8—21, 3—6, 8—32, 43, 70, 3, 5, 7—83, 5—90, 2, 8001, 5—7, 9, 29, 32, 47, 8, 51—4, 60, 1, 71, 3, 81, 5, 7, 7, 8), *L. 4* cl. IX Potec Monica (2665, 7, 84, 7, 7933—6, 9, 40, 8020, 99), *L. 6* cl. VI Radu Silion (2632, 3, 5—41, 3), cl. VII Vaisman Julien (2635, 68, 40, 1, 4, 6, 7933, 5), cl. IX Cherbiş Corneliu (2646, 65—7, 7933—7, 40, 1, 8019, 20, 97, 9, 100), *L. 7* cl. VII Ionanciac Liviu (2638, 54, 5, 7, 8, 63, 72, 83), cl. IX Bîrleanu Dorel (2646, 7933—7, 9—41, 57, 8017, 9, 21), Bulancea Valentin (7933—6, 9—41, 4, 57, 8019—21), Corduneanu Daniela 74, 6, 80, 5, 90, 3, 7, 20, 2), Grosu Rodica (7933—7, 9—41, 4, 57, 80—19, 20, 6, 8), *L. j.* cl. VI, Gogoncea Gabriel (2631—9, 43, 6, 7), Gogoncea Lilion (2531—47), cl. IX Gorbetii Maria (2645 5, 65, 7, 7933—6, 41, 8019, 20, 99), Rotenstein Sobol (2646, 66, 84, 5, 7, 7935, 5, 41, 8019, 32, 99, 101), Veisman Matias (2645, 6, 65, 6, 83, 4, 7, 7935, 6, 41, 8019), cl.X Gheorghiu Corina (7925, 8, 31, 3, 4, 57, 74, 8, 82, 93, 8018, 20, Iacob Lavinia (7923, 5, 8, 31, 3—5, 78, 82, 91, 3, 8020), *L.* cl. VII Vlad Marius (2651, 9, 60, 3, 9—73, 83), L. de muzică şi artă plastică cl. VIII Grimberg Bianca (2632—4, 6—40, 51, 7—9, 7933, 4).

ILEANDA (Cluj). *L.* cl. IX Şerban Ion (2665—7, 7933—6, 9—41, 6, 8019, 20).

INEU (Crişana) *L.* cl. VII Parafenie Radu (2635, 6, 9, 40, 3, 54, 5, 7, 60, 1, 3, 4, 72, 4), cl. VIII Volint Xexnia (2640, 3, 4, 6, 8, 52—4, 7, 70, 1, 81), cl. X Chelaru Florica (7925, 31, 3, 4, 6, 57, 8018, 20, 48, 51, 61, 5, 88, 90, 111), Groza Ioan (7923, 5, 33—6, 57, 76, 8018, 51, 8, 65), Ivănuş George (7933, 4, 6, 41, 57, 8018, 20, 43, 8, 51, 8, 61, 5, 70, 97, 8, 100, 1), Orădan Petru (7923, 5, 8, 31, 3—5, 8020, 48, 51, 8, 61, 5, 81, 4, 8, 90, 9), Stan Ilie (7923, 5, 32, 6, 40, 1, 76, 8020, 48, 51, 8, 61, 90, 9).

IONĂŞENI (Suceava). *S. g.* cl. VI Ionescu Constantin (2632—4, 6, 8, 50, 1, 7, 9).

IZBICENI *S.g.* cl. VIII Fota Elisabeta (2639, 42, 3, 6, 7, 63—6, 7933—6, 41).

IZVORUL (Bucureşti). *S.g.* cl. VII Berbec Gergira (2649, 51, 3, 4, 7, 8, 60, 1, 3, 6, 7).

JIBOU (Cluj). *S.g.* cl. VII Fiţ Mircea (2636. 41, 68, 60, 3, 70, 1, 4, 5, 9, 81, 3), *L.* cl. IX Silaghi Mircea (2646, 65—7, 89, 7933, 4, 6, 41, 8019, 20, 95, 7, 100,1).

JILAVA cl. XI *Teodorescu Sorin* (7107, 11, 3, 8—23, 25, 6, 8—32, 43, 9, 59, 60, 3, 4, 70—6, 8029, 31, 9, 50, 2—5, 7, 8, 51, 9—63, 5, 71, 4, 5, 8, 9).

JIMBOLIA (Banat). *L.* c. X Elfride Kreon (7925, 33, 77—80, 2, 5, 8, 99, 8004, 20), cl. XI Schwarter Karl (7920, 3, 7, 8, 48, 53, 7, 60, 6, 71, 8028, 48, 90).

JUGURENI (Argeş). *L.* IX Ghiţă Costică (2645, 65—7, 84, 9, 7880, 936, 78, 82, 8019—21, 80, 97, 100).

LĂCENI (Bucureşti) *S.g.* cl. VIII Rizea Georgeta (2633, 6, 43, 5, 51, 60, 3, 70, 1, 5, 81).

LAPUŞATA (Argeş). *S.g.* cl. VIII Voinescu Radu (2657—9, 41, 2, 6, 7933—5, 8019, 20)

LEHLIU — SAT (Bucureşti). *S.g.* cl. VI Gheorghe Lică (2613—5, 20, 1, 39, 60, 2), Stan Marin (2613, 5, 8, 39, 54, 9, 60, 2), cl. VIII Nedelcu Constanţa (2613—5, 7, 21, 3, 9, 7873, 9).

LIPOVA (Banat). *L.* cl. IX Wild Günther (7933—6, 9—42, 4, 57, 8019, 20, 21, 95, 101, 11), cl. X Rădulescu Mugurel (7923, 5, 8, 31, 3, 4, 9, 41, 70, 26, 8, 80, 2, 8, 90, 8019, 20—2, 5, 6), cl. XI Cuvineanu Petru (8043, 8, 50, 1, 6, 8—62, 4, 5, 75, 81, 4, 5, 8, 90, 3).

LITENI (Suceava). *L.* cl. VIII Tibichi Milica (2642, 62, 3, 5—7, 80, 1, 3), cl. IX Mande Florea (2666, 7, 84, 7, 7933, 4, 6, 8018, 20, 100, 1).

LIVADA (Oltenia). *S.g.* cl. VII Negrilă Dumitru (2632—4, 6, 43, 52, 5, 63).

LONEA (Hunedoara). *S.g. 2* cl. VIII Linca Ion (2632, 3, 6, 8, 43, 5, 6, 9, 51, 2, 8—60, 2—4, 70, 5, 6).

LUCĂCEŞTI (Bacău). *S.g.* cl. VIII Andrei Ludmila (2639—41, 4, 5, 50—4).

LUDUŞ (mureş Auto. Maghiară). *L. 2* cl. V Bacinschi Paul (2613, 4, 31—4, 49, 51), cl. VIII Gyarmati Gheorghe (2639—43, 5, 6, 7934—6).

LUGOJ *S.g. 3* cl. VII Matei Mihai (2623—5, 40, 1, 6, 61, 3, 5, 6), *S.g.* 5 cl. VII Manu Claudia (2632, 6, 8, 41, 57, 9, 63, 73, 4, 80), Negru Livia (2632, 3, 6, 57, 63, 7,71—4) *L. 1* cl. IX Cristea Rodica (2665—7, 84, 9, 7933, 4, 6, 8, 9, 31, 8020, 97, 8, 100, 1), cl. X *Bloch Ivan* (7907, 8, 10, 2, 20—5, 7, 8, 30, 3—7, 9—41, 3, 4, 6—9, 60, 72, 4, 8018—20), cl. XI Filip Traian (7921, 3, 5, 6—8, 30—2, 7, 40, 1, 70, 8018, 20, 9, 30—2) *Orbulov Petru* (7987—94, 6, 7, 9, 8000, 1, 4—7, 9—11, 25, 58, 57, 79, 81, 131—5, 8, 9, 44, 5, 8, 54).

Murariu Dorin (7907, 1,2, 3, 20, 1, 3, 5—8, 30—3, 6, 7, 40, 1, 7, 9, 70, 7, 8, 80, 1 3—5, 8018, 20), *L. 2* cl. V Danubianu Dragoş (2631—9), cl. X Botoroagă Mioara (7925, 33—7, 44, 76, 8020, 8, 51, 98, 100), Paul Lucia (7933—7, 44, 8020, 28, 51, 90, 7, 8, 100).

LUNCAVIŢA (Banat). *S.g.* cl. VIII Fiat Ana (2631—5, 8, 9, 32, 3, 52, 5, 7933, 5), Raescu Ana (2631—5, 8, 9, 43, 5, 52, 5, 60, 7933, 5).

LUPENI. *S.g. 1* cl. VIII Kiroly Zoltan (7933—5, 41, 2, 4, 5, 7, 70, 1), *S.g. 2* cl. VII Ardei Doina (2636, 5, 57, 61, 3, 72, 3), L. cl. IX Severineanu Lucian (2646, 65, 6, 84, 7, 7933—6, 41, 8018—20, 99), cl. X Ban Tiberiu (7911, 3, 20, 8, 30, 1, 6—40, 3, 57, 8), cl. XI Popescu Dumitru (7918—21, 3, 5, 7, 30—2, 64, 70, 1, 4, 5).

MĂGIN. *L.* cl. IX Cabana Niculina (2645.65, 7, 84, 5, 7, 7934, 6, 9, 41, 8097, 8, 101).

MĂLĂEŞTI (Iaşi). *S.g.* cl. VIII Necula Basile (2632, 3, 6, 8, 411, 3, 5, 7934, 57).

MALINCROV (Sighişoara) *S.g.* cl. VII Mangesius Helga (2631, 3, 4, 8, 51, 8, 63, 7935).

MÎNĂSTEIENI (Cluj). *S.g.* cl. VI Zîrbo Ioan (2636, 59, 9, 60, 2, 70—2, 4, 5). cl. VIII Goia Viorica (2645, 65, 70, 1, 84, 7933—5, 8020, 97).

MĂRĂŞEŞTI (Galaţi). *L.* cl. XI *Apostol Ovidiu* (7907, 18—21, 3, 5, 6, 8—32, 58, 63, 4, 71, 3, 4, 7—85, 7—90, 8000, 1, 4, 6).

MEDIAŞ (Braşov). *L. 1* cl. XI Langa Mircea (7918, 20—2, 5—8, 30, 2, 63, 4, 70, 1, 3, 5), *L. 2* cl. VII Hans Otto (2636, 8—41, 3, 6, 7933) cl. VII Klein Brigitte (2636, 8, 40, 1, 55, 7, 74, 81, 2), cl. XI Paulic Adrian (7911, 3, 4, 8—21, 3, 5, 30, 1) 71, 3—5, 78, 83, 5, 6, 8, 96 9, 8001, 4—6).

MEHADIA (Banat). *S.g.* cl. VIII Lalescu Livia (2631, 3, 4, 6, 8, 9, 42, 3). *L.* cl. IX Bojevici Dumitru (2665—7, 7934, 5, 9—41, 8020, 95, 8, 100), Hora Grigo re (2665—7, 7933—5 9—41, 891, 8, 100).

MIRELEŞTI (Argeş). *S.g.* cl. VI Gugiu Sergiu (2634, 4, 9, 57, 9, 70, 1, 5).

MIHĂILEŞTI (Argeş). *S.g.* cl. VII Boboacu Ştefan (2636—40, 55, 7, 8, 61—3, 6).

MIHAI VITEAZUL (Cluj). *L.* cl. X Zeicu Mircea (7867, 73—5, 8, 911, 20, 3, 5, 22, 3, 5, 6, 40, 1, 9).

MÎNDERŞTI (Suceava). *S.f.* cl. VII Constantin Dorin (2634, 57, 8, 60, 1, 3, 7, 72, 83, 4).

MÎNECIU-UNGURENI (Ploieşti). *S.g.* cl. VI Georgescu Dan (2632—9, 51, 3, 70), cl. VIII Baciu Emilia (2632—4, 6, 41, 3, 7933, 5—7), Georgescu Constantin (2631, 2, 4, 6, 7, 9, 43, 6, 7933, 5), Mihăilă Gheorghe (2632—4, 6, 7933, 5, 6, 57), Nica Elena (2615, 18, 23, 30, 44, 7878, 9, 933), Profirescu Alexandru (2632—4, 6, 8, 9, 46, 7836, 5, 6), Rătescu Magdalena (2631, 4, 6, 7, 9, 7933, 4, 6), cl. X Preda Elena (7921, 3, 5, 8, 31—6, 8—41).

MIRGHIA (Argeş). *S.g.* cl. VII Constantinescu Cornel (2636, 8, 9, 43, 55, 60—2, 5).

MIROSLŞVEŞTI (Iaşi). *S.g.* cl. VI Dumitrache Gabriela (2632—4, 6, 8, 9, 51, 3, 7, 70, 1).

MIZIL (Ploieşti). *S.g.* 1 cl. VIII Dumitrescu Doina (2650, 1, 6, 8, 32, 3, 61, 3).

MOINEŞTI (Bacău). *L.* cl. X C. Ciotlaş (7923, 5, 33, 5, 7—41, 72, 6, 82, 5, 6, 90, 1, 3, 4, 8001, 15, 8, 20—2, 36, 51, 81, 81, 2, 8, 90), Turdă Ioan (7923, 5, 33, 60, 8020, 31, 43, 8, 51, 61, 5, 81, 4, 8, 90, 100).

MOLDOVIŢA (Suceava). *L.* cl. X Darie Viorel (7933—5, 8—41, 8, 9, 51, 6, 7).

MOTRU (Oltenia). *L.* cl. X *Văcăroiu Doru* (7925, 36, 7, 9—41, 9, 57, 76—8, 82, 5—8, 90, 8014, 9—23, 6, 51, 8, 61, 5, 75, 80, 1, 7—101, 4).

MORENI (Ploieşti). *L.* cl. VI Andrei Horia 2631—3, 7, 49, 53, 5, 60, 6, 2, 70—5, 8), cl. VII Feldman Cristina (2631—44), Ilie Daniela (2633, 4, 6, 7, 40—2, 57—9, 63), Ionescu Dumitru (2636, 41, 57. 8, 61, 3, 72, 81), cl. X *Nedelcu Constantin* (7903, 20, 3—5, 8, 31—7, 9—41, 9, 57, 60, 4, 74, 7, 8, 82, 4—7, 93, 7, 8005, 20, 36, 48, 51—4, 74, 5, 8, 80, 1, 4, 8, 90i 7, 100), Păsătoiu Vasile (7913, 28, 30, 1, 4, 5, 44, 8, 57, 64, 70, 6—80, 2, 87, 90, 8004, 6, 20).

MOVILA RUPTĂ (Suceava). *S.g.* cl. VIII Cristian Aurel (2632—4, 6, 9, 51, 2, 7, 70, 1, 5, 81, 2, 4, 7933, 4, 6, 8101).

MOZĂCENI (Argeş). *L.* cl. IX Croitoru Elena (2645, 6, 65—7, 84, 7, 7933,6, 9, 41, 8020).

MURFATLAR (Dobrogea). *S.g.* cl. VII Burcescu Vasile (2631—4, 6—8, 41, 2), cl. VIII Grosu Viorel (2632, 3, 51, 2, 70, 1, 7933—5, 8019, 20).

NABLANT (Dobrogea). *S.g.* cl. V Leonte Ion (2631—4, 50, 69, 70, 1).

NADLAC (Banat). *L.* cl. IX Oprişa Paul (2646, 65, 7, 86, 9, 7933—5, 9, 40, 8018, 20, 97). cl. X *Ivanov Miodrad* (7931, 4, 6, 48, 9, 64, 70, 2, 6, 8, 80, 2, 5, 7, 90, 3, 6, 7, 8018, 20, 8, 48, 9, 51, 6, 8, 60, 1, 3, 5, 75, 8, 81, 2, 90, 9, 100).

NADRAG (Banat). *L.* cl. VII Rusz Geza 2653—5, 7, 61, 72—6), cl. VIII Popescu Ion (2642, 61, 2, 5, 7, 81—4, 7, 7933), cl. X Asztalos Dănilă (7923—5, 31, 80, 2, 4, 5, 93, 8005, 18, 43, 71, 5, 81, 8, 90), Popescu Pavel (7908, 9, 11, 20, 3—5, 8, 31, 3, 4, 6, 41, 3, 4, 6, 51, 6, 7, 77, 8, 80, 8018, 29, 61, 3, 5, 9, 74, 5, 81, 2, 4, 8).

NĂSĂUD (Cluj) *L.* 2 cl. IX Agrişan Lucia (2665, 7, 84, 7, 9, 7933, 5, 41, 8020, 97, 100, 1).

NEGOSTINA (Suceava) *S.g.* cl. VIII Müler Victor (2641, 3, 62, 3, 50, 80, 1, 4).

NEGREŞTI (Bacău). *S.g.* cl. VIII Ailincăi Dan (2650—3, 8—64).

NEGREŞTI OAŞ. (Maramureş). *L.* cl. X Ciocan Gheorghe (7910, 3, 6, 12, 36, 8, 47, 57, 8, 60, 72, 6, 7, 9, 80, 90, 48, 51, 4, 70, 4, 81, 8, 90, 7, 100, 1, 16).

NEGRU VODĂ (Dobrogea) *L.* cl. IX *Buştiuc Adrian* (7904, 10, 1, 3, 25, 1, 3—8, 40, 1, 4, 8, 9, 51, 7, 76, 8—80, 2, 4—7, 9, 90, 2, 3, 5—7, 9—8001, 4, 7, 13—15, 8—22, 6), cl. X *Brezoi Ion* (7920, 3, 6, 8, 33, 6,40, 1, 3, 4, 7—9, 64, 70, 8—80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 8000, 1, 5, 6, 18. 20, 1, 60, 1, 81, 8, 90, 7, 100), Bucur Dumitru (7914, 25, 8, 33—6, 9, 43 7, 9, 70, 6, 8—80, 5, 8000, 10, 30, 1, 6, 51, 60, 81, 8, 90), *Marica Ion* (7920, 3, 5, 8, 31, 3—6, 9—41, 57, 70, 7—80, 2, 4 7, 80, 7, 9—8001, 6, 20, 8, 48, 60, 5, 81, 4, 8, 90, 7, 100), *Pîrvu Dumitru* (7920, 3, 5, 8, 30—6, 9, 40, 1, 3—5, 60, 4, 70, 6—8, 80, 2, 6, 7, 8004, 19—21, 6, 8, 60, 5, 81, 4, 8, 90, 7, 100), *Treaşcă Slex.* (7920, 3, 5, 8, 30—6, 9, 40, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 57, 60, 4, 70, 6—8, 82, 5, 6, 90, 3, 9, 8001, 20, 6, 60, 5, 81, 8, 90, 7, 100). *Vărzaru Ion* (7920, 3, 5, 8, 33, 5, 6, 9—41, 3, 4, 7, 9, 70, 6—80, 2, 5, 6, 7, 90, 1, 3, 7, 8001, 1, 5, 20, 1, 60, 1, 5, 81, 8, 90, 7, 100).

NICOREŞTI (Galaţi). *S.g.* cl. VII Corban Gabriela (2601, 14, 5, 8, 32, 3, 6), Neamţu Petru (2632, 6, 8, 51, 3, 70, 1), Petraru Jenica (2632, 51, 61, 3, 70, 1), Ryu Petre (2631, 3—7, 9—41, 3).

NOVACI *L.* cl. X Păpurică Eugenia (7925, 33—6, 8020, 51, 61, 88, 90, 7, 100, 1, 11).

OBÎRŞIA NOUĂ (Oltenia) *L.* cl. XI *Diaconu Ialrian* (7907, 12, 3, 6, 25, 8, 70—88, 7, 9, 8001, 4, 6, 9, 10, 2, 4).

OBISLOV (Oltenia) *S.g.* 2 cl. V Bolovan Cornel (2632, 51, 3, 7, 9, 69—71, 3, 4, 81).

OCNA DEJ (Cluj). *S.g.* cl. VI Olaru Marcel (2635, 43, 6, 05—2, 5, 7, 61, 4).

OCNA MUREŞ. *L.* cl. VI Oancea Cecilia (2613, 5, 20, 32—6), cl. X Suciu Victor (7923. 5, 31, 3—6, 44, 6, 9, 74, 86, 8020, 2), cl. X Ursu Tiberiu (7925, 33—7, 74, 8, 80, 6, 8020, 51, 6, 81, 4, 90).

ODOBEŞTI (Galaţi). *L.* cl. IX Statache Costică (2645, 6, 65, 6, 7933—41, 8018—20).

ODORHEI. *L.* cl. X Verestoy Elemer (7925, 33—5, 7, 9—41, 4, 57, 74, 8018—21, 8), cl XI Peter Attila (7907, 18—21, 3—5, 8, 32, 62, 8047).

OGRADENA (Banat). *S.g.* cl. VIII Creţu Adriana (2639, 43, 46, 61, 3—5, 7).

OLARI (Crişana). *S.g.* cl. VIII Kalmar Zoltan (2632—4, 6, 8, 32, 51—3, 7, 9, 60, 3—6).

OLTENI (Bucureşti). *L.* Marinescu Liviu (7923, 5, 31, 3, 5, 44, 8020, 48, 51, 63, 5, 81, 8, 90).

OLTENIA (Bucureşti). *L.* cl. IX Pîrvu Monica (2645, 6, 65, 6, 84, 7, 7933, 5, 41, 20, 97, 8, 100).

ORADEA. *S.g.* 2 cl. VI Beleznay Andrei (2632, 3, 5, 7, 8, 51, 3, 9, 60), cl. VIII Frenkel Ernest (2635, 6, 41, 2, 4, 5, 7, 9, 60), Pajlos Alex. (2635, 7, 40—2, 4, 5, 7, 8), *L.* 1 cl. X Creţu Vladimir (7916, 23, 5, 49, 79, 80, 20, 8020, 6, 51, 6, 3, 5, 8, 90), Gheorghiu Radu (7925, 33, 49, 57, 85, 8020, 6, 56, 88, 111). Mova Traian (7923, 5, 8, 31, 4, 6, 9, 41, 64, 77, 8, 80, 5, 6), Negrău Mircea (7907, 11, 23, 7, 8, 30, 6—8, 41, 9, 72, 6—8, 80, 2, 3, 5—7, 80, 3, 7), cl. XI Vasile Nicolae (7918, 77—80, 3, 6—91, 3, 6, 7, 8002—4), L. 2. cl. VII (2635, 7, 8, 9, 41, 4, 53, 5, 60, 2, 70—2, 4, 5, 81), cl. X Luliis Elisbeta (7921, 2, 5, 49, 57,

8019, 20, 31, 51, 75, 88, 101, 11, 5), Manole George (7931, 4, 6, 40, 1, 57, 64, 70, 80, 5, 7, 92, 3, 7, 8004), *Tofan Emerie* (7913, 23, 5, 8, 31, 3, 5, 9—41, 4, 7, 9, 57, 74, 7—9, 82, 5, 6, 8, 9, 0, 13, 7, 8001, 4, 2, 31, 51, 61, 5, 70, 1, 5, 8, 81, 90, 9), cl. XI Cara Dorin (8038, 9, 48, 51—4, 6, 51—4, 6, 58—62, 4, 78, 81, 4), Mahail Ioan (8918, 20, 1, 3—7, 30—2, 62, 4, 71, 3, 5), L. 4 cl. X Leuca Teodor (7907, 8, 23, 5, 8, 31, 3, 45, 82, 5, 6, 90, 3, 8004, 14, 20, 2, 4), cl. XI *Bardău Florian* (7907, 8, 10, 3, 8, 9, 21—9, 60, 2—4, 70, 2, 6, 7, 8, 80, 8000, 1, 5—7, 21, 6, 32, 9, 43, 5, 6, 8, 9, 51—3, 6, 8—65, 75, 6, 8, 70—2, 90, 1, 112), *L. ped.* cl VIII Budeu Felicia (2636, 42, 57, 9, 60, 70, 1, 4, 5, 81), *Matias* Ervin (2631—4, 8, 43, 5, 6, 50—5, 9—64, 9—71, 3—7, 80, 1, 3, 4, 9, 5, 97, 600, 3, 13, 5, 8, 23, 32, 4). Muțiu Diana (2639), 40, 3—6, 57, 62, 5, 70, 1, 4, 79, 4, 57).

OR. DR. P. GROZA *L.* cl. VII Iancu Lucica (2643, 57, 62, 3, 70—3, 8, 80), c. VIII Oncean Ion (2641, 4, 61, 3, 4, 7, 81, 3, 4), cl. X Tîrla Ursu (7923, 5, 8, 30, 1, 3—6, 8—41, 4, 9), Török Arpad (7920, 3, 5, 7, 8, 30—6, 8—41, 4, 9).

ORĂȘTIE (Hunedoara) *S. g.* cl. V Vulcu Lucia (2631—4, 50, 1, 60, 70), cl. VI Bartha Victoria (2632, 3, 6, 50, 1, 9, 60, 74), Munteanu Ioan (2653, 7, 9, 60—2, 7, 70—2, 4, 5).

ORȘOVA. *L.* cl. VIII Boer Dumitru (2632—5, 44, 54, 5, 61), Ionescu Stana (2632—4, 6, 50, 1, 7, 63, 70—2, 83), Moruzi Nicolae (2632—4, 6, 43, 6, 51, 2, 60, 70, 1, 81, 3, 4, 7), Schimek Beatrice (2631—41, 8, 41, 7933, 4, 6), Sperdea Mircea (2638—41, 4, 67, 4, 8), cl. XI Cheresecu Ștefan (7918, 20, 32, 71—3, 5, 6, 8021, 3, 8, 70), Circior Corneliu (7918, 20, 43, 70—3, 5, 6, 21—3, 5).

OSTRA (Hunedoara). *S. g.* cl. VIII Dumitrescu Ștefan (2632—4, 6—40, 3, 5).

OȚELUL ROȘU. *S. g.* cl. VII Moica Gavril (2632, 4, 6, 43, 57, 70, 1, 3, 5), cl. VII Bolint Zoltan (2631—4, 6, 8, 41, 5), cl. IX Florea Ciorel (2646, 67, 84, 5, 7, 9, 7933, 5, 6, 9, 8020, 100), Simeria Rusalin (2646, 65, 7, 84, 7, 7933, 5, 8, 40—2, 8017, 8, 20, 97). Tuican Stela (2684, 5, 7, 8, 7936, 8019, 21, 96—101).

OVESEL (Oltenia). *L.* cl. VI Gordeanu Violeta (2634, 5, 8, 51, 7, 9, 60, 70, 1, 5), cl. VII Cîrtog Nicolae (2639, 41, 57, 8, 60, 2—4, 73) Firtat Aurelian (2637—9, 57, 60, 3, 4, 75), Iordache Mihai (2639, 41, 57, 9, 60, 73, 5, 81), cl. X Catană Victoria (7925, 44, 78—80, 2, 5—7, 90, 4, 8001, 4, 5), cl. XI Ciumăgeanu Constantin (7913, 8, 21, 3, 9, 32, 43, 9, 51, 7, 9, 62).

PADEA (Olteania) *S. g.* cl. VII Geantă Constantin (2638, 9, 41, 54, 7, 8, 60, 1, 3, 4), Julia Sergiu (2634, 6—41, 63).

PALANCA (București) *S. g.* cl. VIII Chineață Dumitru (2632—41, 6, 8, 9, 42, 3, 52, 7—60, 2—5), absolvent Năchită Petre (7933, 57, 78, 80, 2, 4, 7, 93, 5, 7, 9, 8001, 11, 20, 100).

PANCIU. *L.* cl. VI Curcă Dumitru (2596, 32, 3, 6, 8, 51, 4, 6, 9) Dumbravă Constantin (2633, 4, 6, 51, 5, 70, 1), cl. VIII Cudoli Iulia (2650, 1, 3, 5, 65, 70, 1, 3), Iordaniu Rodica (2632, 4, 6, 8, 9, 43, 70, 1), Minea Dumitru (2639, 41—7, 7933—5).

PĂTÎRLAGELE (Ploiești), *L.* cl. VII Ioniță Ion) (2654, 8, 1, 3, 4, 72, 81—3), cl. IX Gaborfi Georgeta (2667, 84, 7, 7933—6, 41, 8019, 20, 100, 1), cl. X Sibiescu Florin (7913, 4, 23, 5, 8, 32, 4—6, 41, 57, 70, 6, 8018, 20, 51, 81, 8, 101).

PĂUNEȘTI (Bacău). *S. g.* cl. VIII Neagu Viorica (2635, 42, 3, 5, 50—3, 6, 8, 60, 2, 7934, 35).

PECICA (Bănat). *L.* 1 cl. X Moldovan Constantin (7923, 5, 31, 3, 5, 7, 41, 4, 57, 78, 8, 82, 5, 91, 20, 8).

PERIAM (Banat) *S. g.* cl. VIII Wagner Richard (2639—42, 5, 7933—5).

PERIEȚI (Argeș). *S. g.* cl. VIII Popa Ion (2649—55, 9, 60, 270—5, 81, 2).

PETROȘENI *S. g.* cl. VI Siclovan Codruța (2631—9, 41, *S. g.* 4 XI VII Sadolescu Ion (2620, 3, 7, 41, 3, 57, 8, 63, 72—6, 81, 3—5), cl. VIII Brîncău Rodica (2632, 4, 8, 43, 51, 63, 9, 70), Duda Iordan (7934, 5, 7, 9, 40, 1, 4, 8017, 9, 20), 1, *S.g. 5* cl.VII Ciuciuc Adrian (2631—4, 6—9, 49, 54, 5, 7—9, 62), *L.* cl. X Schelker Eric (7923, 5, 8, 33, 70, 7, 80, 80, 8028, 78, 81, 8), Vincze Alex. (8048, 9, 58, 65, 7, 81, 4, 8, 90, 5, 7, 8, 100), cl. VI Ploeșteanu Ion (7970, 1, 8, 93, 8006, 29, 32, 48, 60, 1, 7, 5, 8, 81, 8).

PEȘTIUL MARE (Hunedoara) *S. g.* cl. VIII Tudor Ludovic (2639, 43, 61—5, 7, 81, 2).

PEȘTIȘANI (Oltenia). L. cl. IX Fuiorea Vasile (2666, 74, 7, 9, 7933, 5, 8019, 2, 97, 100, 1).

PIATRA NEAMȚ *S. g.* 2 cl. VII. Lămătic Constantin (2632, 3, 7, 46, 57, 8, 60, 1, 7), *L.* cl. XI Bagir Ilie (7944, 9, 53, 7, 63, 4, 21, 2, 8, 17, 10, 1).

PITEȘTI. *S. g. 10* cl. V Cîrlan Anca (2633, 4, 6, 51, 2, 69—71, 7, 82), *L.* 1 cl. IX Cotescu Marian (2646, 66, 7913, 33—6, 9—1, 57, 78, 80, 2, 96, 9), Iliescu Daniel (2646, 65—7, 20, 1, 84, 7, 7934, 40, 1, 9, 8097, 9, 100), Mătură Romeo (2646 65—7, 7933—6, 57, 78, 82, 6, 100), Popescu Nicolae (2665, —7, 85, 7933, 4, 8, 40, 8020, 97—100) Ruse Lilion (7978, 80, 2, 6, 7, 9, 93, 7, 9, 8000, 1, 10), cl. XI Bărbulescu Adrian (7907, 21, 3, 5, 8, 30—2, 44, 70, 8—80, 2, 5, 90, 3, 8001), Chirca Theodor (7910, 32, 5, 79, 44, 51, 8020, 2, 111), Dinu Horia (7923, 8, 31 —3, 5, 41, 9, 51, 7, 87, 8018, 20), Florescu Radu (7925, 78—80, 2, 5, 6, 90, 3, 9, 8001, 51, 4, 6, 65, 8, 90, 1), Militaru Ion (7921, 3, 5, 6, 8, 31, 3, 8 —40, 74, 8026, 6). Nedelcu Gheorghe (7921, 3, 5, 32, 3—6, 41, 9, 97, 78, 9, 97), Popescu Nicolae (7907, 25, 33, 4, 40, 1, 4, 57, 85, 93, 8001, 19—2,

ORSZÁGOS MUSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

1907 SZEP 1 3

6, 8, 88, 97—100) cl. XI *Lazăr Mircea* (7918, 21—3, 7, 30—2, 70, 5—80, 2—7, 92, 7, 9—8001, 5—7). *L.* 2 cl. X Dumitrache Virgil (7933—7, 44, 60, 8018—20, 8, 31), Szekely Karol (7933—5, 7, 44, 57, 60, 8018—20, 8, 31).

PLEŞEŞTI (Suceava) *S. g.* cl. VI Casandra Elena (2636—8, 51, 5, 7, 9—61, 72).

PLOIEŞTI *S. g.* cl. VIII Dumitru Mariana (2632, 46, 51, 63, 70, 1, 83, 7, 80), *S. g. 5* cl. VI Mocanu Maria (2657, 8, 70—5), *S. g.* 7 cl. VIII Niţu Teodor (2639—41, 62—6, 80—4, 7, 7933—7, 41, 8097, 8, 100) Tulea Vladimir (2641, 3, 6, 62, 3, 6, 7436, 41, 8019, 20), Vătăşanu Adrian (2640, 6, 61—3, 6, 7, 7933, 31, 8020), *S. g. 9* cl. VI Moldoveanu Persida (2632—4, 6, 8, 33, 61. 70—2, 5), cl. VIII Bădiţa Sevasta (2632, 4, 6—9, 41, 2, 7933—5), Berciu Elena (2631—4, 8, 43, 7933—5), *S. g. 12* cl. VI Dumitrescu Liana (2670—5, 7, 8, 80, 1). VIII Tiprigan Carmen (2639—45, 61, 4, 7955, 19, 8019), Vulcan Teodor (2661, 3, 40, 1, 3, 82, 3, 95, 7, 100), *S. g. 15* cl. VII Sişman Cristian 2632, 3. 6—9, 41, 5, 50, 2), *S. g. 21* cl. VIII Fătu Ştefan (2632—6, 41—3, 7933, 5, 6, 41), *S. g. 23* cl. VIII Constantinescu Cristian (2639, 41, 3, 6, 61—4, 6, 7, 81), Stoica Valentin (2631—9, 41—7). *L. 1* cl. VI Ardealeanu Ecaterina (2632—4, 6—8, 51, 2), Scheianu Dorin (2637, 52, 5, 7, 60, 1, 4. 9. 72) Topoleanu Gabriel (2661, 4, 70—5), cl. VIII Bădăluţă Daniela (2640, 5, 7933—5, 41, 57, 8019), Georgescu Isabela (2654, 8 61, 3. 7933, 5, 7, 8018, 20, 1), Gheorghiu Mihai (2639, 41, 7933—7, 41). Ilie Beatrice (2039, 43, 63—5, 80, 1. 3), *Nicolescu Ruxandra* (2632, 6, 43, 5, 61, 7—60, 5, 71—6, 80, 1, 3, 4, 7935—5, 41, 8097—101), cl. IX Dreptate Marcel (2846, 65—7, 7933—6, 40, 1, 8095, 7, 8, 1000, 1), Roibu Constantinescu (2645, 6, 84, 65, 6, 7933—6, 40, 8019, 20, 100, 1), cl. X Andrei Ştefan (7931, 6, 57, 77, 8, 80, 2, 4, 93, 8000, 6. 20, 51 88, 99, 111), Anghelescu Traian (7823, 4, 7, 30, 2, 3, 74, 8—80, 5, 925, 31—3), Ardeleanu Marta (7920, 3, 5, 8, 33—6, 57, 78—80, 2, 5, 6004—6), Capătoiu Mariana (7923, 5, 8, 33—5, 60, 82, 5, 7, 8004, 5, 20), Ciobotaru Sorin (7925, 31, 3, 6. 57, 77, 8, 80, 2, 4, 5, 8000, 6, 18, 51, 80, 90, 5, 107). *Dobrescu Laurenţiu* (7920, 3, 5, 31, 3—6, 9—41, 4, 57, 60, 4. 72—6—8, 82—2, 4—93, 8001, 5, 13—5, 8—21), Dumitrescu Virgil (7920, 3, 31, 3—5, 57, 8020, 2, 82, 4. 8, 90), Iordache Sorin (7920, 3, 5, 32, 3, 70, 7, 8, 82, 4—7, 93, 8020), Mircescu Gabriel (7920, 33, 4, 6, 57, 77, 87, 90—4, 8, 9—8001, 3—6, 16).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Epistolele trebuie să aibă la aceeaşi expediere cel puţin 35—40 soluţii bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut anunţul sau soluţia problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluţii şi problemele propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeţ semnate şi în plic separat cu menţiunea probleme propuse. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiţi şi redactaţi de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V-VIII vor fi anunţaţi în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit într-un plic cel puţin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puţin 12 probleme. Orice elev poate trimite soluţii şi la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.B. unui coleg care să devină un nou abonat.

★

Tirajul fiind limitat, G.M.B. se trimite mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată pentru numerele 10—12 (6 lei). Preţul este de 2 lei exemplarul.

ORSZÁGOS KÖZPONTI DOKUMENTÁCIÓS KÖNYVTÁR 1883

I. P. Informaţia — C. 5651

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — octombrie 1967

10

GAZETA MATEMATICA
SERIA B
Anul XVIII, nr. 10 — octombrie 1967

SUMARUL

	Pag
A IX-a Olimpiadă internaţională de matematică, 1967 de *C. Ionescu-Bujor* şi *Z. Bogdanof*	433
Corelaţii între ecuaţii trigonometrice şi algebrice de *C. Ionescu-Ţiu*	437
Note matematice de *C. Herling, Maria Iorga, Al. Mitaru, Eugen Lungulescu, D. Ialescu*	442
Probleme rezolvate (7517, 7520, 7526, 7547, 7550, 7569, 7595, 7596, 7599)	451
Chestiuni de examen (8510—8530)	457
Probleme propuse (8531—8564)	460
Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2803—2825)	466
Teme pentru activitatea în cercurile de matematică şi pentru studiul individual la elevii de clasele V—VIII	471
Rubrica rezolvitorilor de probleme	472

Anul XVIII 10 octombrie

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă N., profesor; *Grosu A., profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14—Tel. 14.46.53—Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, probleme propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII nr. 10 octombrie 1967

A IX-A OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICI

1. Inițiate acum nouă ani de țara noastră, Olimpiadele internaționale de matematici reunesc anual elevii de liceu cei mai talentați din mai multe țări la o întrecere pe tărîm matematic.

În 1966 această întrecere a avut loc la Sofia, a IX Olimpiadă internațională de matematici a fost organizată în acest an de Iugoslavia, în pitoreasca localitate Cetinie din munții Muntenegrului, iar a X-a Olimpiadă se va desfășura anul viitor la Moscova.

Olimpiadele internaționale de matematici sînt manifestări specifice epocii în care trăim.

În adevăr, sîntem contemporanii unei uriașe și vertiginoase revoluții în știință și în tehnică la care vor participa sub diferite forme și actualii elevi de liceu, atunci cînd vor deveni cercetători, matematicieni, fizicieni, chimiști, ingineri, economiști, tehnicieni. Dar în știința și tehnica modernă, matematica este un factor de prim ordin și ca urmare, specialiștii menționați mai sus trebuie să aibă o cît mai bogată și temeinică pregătire în domeniul matematicilor. Această exigență va crește încă în viitor.

Pregătirea, la care ne referim, își are începuturile chiar în școala generală și ea se dezvoltă în liceu. Iată pentru ce este încurajat tineretul atît în școală cît și prin manifestări organizate în exteriorul școlii, să-și formeze și să-și perfecționeze cultura matematică precum și capacitatea de a aplica materialul matematic. Concursurile de matematici, desfășurate anual în țara noastră și în numeroase alte țări ca : Anglia, Bulgaria, Cehoslovacia, Iugoslavia, Polonia, Suedia, U.R.S.S., Ungaria etc., au tocmai rolul de a stimula preocuparea unor mase cît mai mari de elevi pentru matematică, să pună în evidență pe acei care au talent la matematici și să ajute desăvîrșirea acestui talent. Aceste concursuri interne dau prilejul fiecărui tînăr să-și organizeze mai eficient activitatea matematică pe jaloanele fixate de exigența concursurilor, să-și confrunte propria pregătire cu aceea a altor tineri, să tragă din aceste confruntări învățăminte privitoare la munca sa viitoare. Iată de ce concursurile și olimpiadele de matematici nu sînt niște fapte diverse oarecare în viața școlară, ci manifestări foarte utile, cărora este bine ca elevii să le acorde o serioasă atenție.

Analoge sînt și obiectivele Olimpiadelor internaționale de matematici, bineînțeles la scară mai înaltă, mai pretențioasă, solicitînd un efort de pregătire susținut de lungă durată atît din partea elevilor, cît și din partea profesorilor acestora, întrucît în cadrul acestor olim-

piade se întîlnesc cei mai talentaţi, cei mai larg şi bine pregătiţi elevi veniţi din multe ţări.

Dar în epoca noastră, popoarele manifestă un interes mereu crescînd pentru cunoaşterea reciprocă, ca expresie a uriaşelor transformări sociale care au loc în lume, a ascensiunii nivelului cultural pe toate meridianele, a preocupărilor de a asigura pacea pe glob. În această privinţă de cea mai mare importanţă sînt acţiunile care prilejuiesc contactul şi cunoaşterea reciprocă a tinerilor din diferite ţări, astfel cum fac Olimpiadele internaţionale de matematici.

La Olimpiada de la Cetinie au fost prezenţi 99 de elevi din 13 ţări : Anglia, Bulgaria, Cehoslovacia, Franţa, Italia, Iugoslavia, Polonia, Republica Democrată Germană, România, Suedia, U.R.S.S., Ungaria. Ei sînt viitori oameni de ştiinţă, profesori, economişti ai acestor ţări şi colaborarea lor din zilele olimpiadei putem considera că este germenul colaborărilor pe care le vor stabili desigur mulţi între ei în viitor pe tărîmul ştiinţei şi al tehnicii.

2. Conform regulamentului Olimpiadei de matematici, fiecare ţară participantă a prezentat o echipă formată din 8 elevi sau absolvenţi din acest an ai liceului (Italia a avut o echipă numai cu 6 elevi, iar Franţa o echipă de 5 elevi). Echipa ţării noastre a fost formată din 8 tineri selecţionaţi dintre elevii care au obţinut cele mai bune rezultate la concursurile pe ţară din acest an şi care au avut o bogată activitate la Gazeta matematică seria B : Lungulescu Eugen (absolvent, liceul „N. Bălcescu" — Piteşti), Manolache Nicolae (absolvent, liceul „Mihail Sadoveanu" — Bucureşti), Pop Călin (clasa XI, liceul „Papiu Ilarian" — Tg. Mureş), Popa Eugen (absolvent, liceul nr. 3 Iaşi), Popescu Cartianu Dan (absolvent, liceul „Spiru Haret" — Bucureşti), Sergiescu Vlad (clasa XI, Liceul „Gheorghe Lazăr" — Bucureşti), Voiculescu Dan (absolvent, liceul nr. 21 Bucureşti).

Acestora li s-a acordat încrederea de a reprezenta ţara noastră la a IX-a Olimpiadă Internaţională de matematici. Prin ţinută şi comportare, în largă măsură prin rezultatele obţinute, echipa a răspuns cu cinste acestei încrederi.

3. Lucrările olimpiadei (cele pregătitoare, concursul propriu zis, corectarea şi notarea lucrărilor, stabilirea rezultatului), s-au desfăşurat după tradiţia ce s-a cristalizat în decurs de nouă ani.

În intervalul 2—4 iulie, juriul internaţional, format din cîte un reprezentant al fiecăreia dintre ţările participante, s-a întrunit, izolat de elevii concurenţi, la Budva pe ţărmul Adriaticei, pentru a discuta problemele ce urmau să fie date la concurs, sub preşedinţia Doamnei Ilić-Dajović Milica, profesor universitar din Belgrad, reprezentanta comitetului iugoslav de organizare a olimpiadei. Au fost alese 6 probleme dintre cele trimise de ţările participante, din materia de algebră, aritmetică, geometrie plană, geometrie în spaţiu, trigonometrie. Aceste probleme au constituit subiectele celor două lucrări scrise de concurs *) (cîte 3 probleme la fiecare lucrare). S-a stabilit şi punctajul maximal pentru fiecare problemă, maximul totalului de puncte al unui concurs fiind 42.

Problemele date în acest an la O.I.M. au solicitat mai intens capacitatea de investigaţie a elevilor, spiritul inventiv, perspicacitatea,

---

* Problemele sînt publicate în nr. 9/1967 din Gazeta matematică seria B

rigoarea justificărilor, deprinderea de a generaliza. Este probabil că în această direcție va merge și se va accentua conținutul Olimpiadelor internaționale de matematici în viitor.

4. Sîntem în ziua de 5 iulie. Ne îndreptăm spre monumentala clădire de piatră albă a liceului din Cetinie, unde se va ține concursul. În marea sală a festivității, 99 de tineri matematicieni din 13 țări, așezați la mesele de lucru, așteaptă începerea lucrărilor. Pe catedra masivă, care se întinde aproape pe toată lățimea sălii, mici steaguri ale celor 13 țări creiază o atmosferă solemnă. La catedră, reprezentanții înaltelor autorități școlare iugoslave și juriul internațional.

Ora $9^1/_2$. Începe scurta festivitate a deschiderii. Doamna Ilić-Dajović Milica salută pe rînd, în numele comitetului iugoslav de organizare a *O.I.M.*, cele 13 delegații prezente, apoi Secretarul de Stat al învățămîntului din Iugoslavia subliniază importanța acestei manifestări. Echipa de supraveghere împarte plicurile cu subiectele lucrării din prima zi, traduse în limba maternă a elevilor. La microfon se anunță succesiv în 13 limbi formula : „Candidații au 5 minute pentru parcurgerea enunțurilor și pentru a cere lămuriri asupra textului". Timpul se scurge implacabil. Apoi din nou la microfon în 13 limbi : Concursul a început, timpul de lucru este de 4 ore". Juriul părăsește sala, rămîn doar : colectivul de supraveghere și cele 99 de minți care șerpuiesc pe textul problemelor. Se așază liniștea, calmul. O liniște și un calm aparent, exterior, pentru că mințile lucrează intens, problemele sînt descompuse în elemente ca substanțele chimice în 99 de retorte care fierb, raționamentele se înșiruie, se destramă, se înfig crampoanele pentru ascensiunea unor piscuri neescaladate, apar primele sinteze. Ca fapt exterior, doar mersul rapid al creioanelor și pașii sacadați ai supraveghetorilor... A doua zi, căutarea reîncepe, cu alte probleme, cu alte semne de întrebare.

Astfel se desfășoară Olimpiada de matematici — fără stadion, fără zeci de mii de spectatori, fără tumult, fără comentar senzațional la microfon, dar cu aceeași încordare de voință a concurenților, cu aceeași intensitate maximă de efort depus în întrecerea cu aceeași energie cheltuită ca în marile competiții sportive mondiale.

5. Zilele concursului s-au terminat. Elevii se odihnesc pe plaja însorită de la Budva. Urmează corectarea lucrărilor, cîntărirea soluțiilor, compararea și notarea lor, apoi clasificarea.

Dintre cei 99 de concurenți, cinci au rezolvat toate problemele impecabil, au obținut 42 de puncte, numărul maxim de puncte. Printre acești cinci se numără și reprezentantul țării noastre, Voiculescu Dan. Ceilalți sînt : un elev din Bulgaria, doi elevi din R.D.G., un elev din U.R.S.S.

Juriul stabilește următoarele criterii pentru acordarea premiilor.
Premiul I elevilor cu 38—42 puncte,
Premiul II elevilor cu 30—37 puncte,
Premiul III elevilor cu 22—29 puncte.
Ca urmare, echipa țării noastre a obținut 6 premii și anume :

1 premiul	I	cu Voiculescu Dan	(42 puncte)
1 premiu	II	cu Popa Eugen	(34 puncte)
4 premii	III	cu Lungulescu Eugen	(29 puncte)
		Sergiescu Vlad	(28 puncte)
		Pop Călin	(23 puncte)
		Ralescu Dan	(22 puncte).

Este un rezultat bun. Ca număr de premii, echipa noastră se situează pe locul III, iar pe locurile I și II :

Locul	Țara	Premii I	Premii II	Premii III
I	U.R.S.S.	3	3	2
	Ungaria	2	3	3
II	R.D.G.	3	3	1
	Anglia	1	2	4

Celelalte țări au obținut :

Țara	Premii I	Premii II	Premii III
Bulgaria	1	—	1
Franța	—	—	—
Italia	—	1	1
Mongolia	—	—	1
Polonia	—	—	1
Suedia	—	—	2
Cehoslovacia	—	1	3
Iugoslavia	—	—	3

Pe țări, echipa noastră s-a plasat pe locul 5, cu un total de 214 puncte astfel : U.R.S.S. — 275 puncte ; R.D.G. — 257 puncte ; Ungaria — 251 puncte ; Anglia — 231 puncte ; România — 214 puncte ; Bulgaria — 159 puncte ; Cehoslovacia — 159 puncte ; Iugoslavia — 136 puncte ; Suedia — 135 puncte ; Italia — 110 puncte ; Polonia — 101 puncte ; Mongolia — 87 puncte ; Franța — 41 puncte (a participat numai cu 5 elevi doar la ultima lucrare).

Putem spune că în ansamblu echipa noastră a obținut un rezultat bun la Olimpiada internațională de matematici din acest an : am cucerit 6 premii, față cu 4 anul trecut la Sofia.

Cu toate acestea, considerăm că rezultatul este sub nivelul posibilităților școlii noastre, sub nivelul eforturilor depuse pentru promovarea învățămîntului matematic în licee și al condițiilor pe care statul nostru le crează acestui învățămînt. Cauzele acestor rezultate sub posibilități credem că trebuie să fie căutate în slabele preocupări pentru o pregătire organizată de lungă durată a elevilor ce se prezintă la O.I.M. În această direcție se impun măsuri.

Aceste măsuri se impun mai mult, cu cît în anii viitori numărul țărilor participante la O.I.M. va crește, iar conținutul concursului va fi mereu mai dificil, mereu mai orientat către o tematică modernă și către spiritul modern al matematicienilor. Este evident că și revistei noastre îi revin sarcini importante în acest sens.

6. La 12 iulie, a IX-a Olimpiadă internațională de matematică s-a încheiat, cu festivitatea de premiere a fruntașilor, cu banchetul tradițional și cu balul tineretului. Privind retrospectiv desfășurarea olimpiadei, trebuie să felicităm călduros comitetul iugoslav al celei de a IX-a O.I.M., pentru modul impecabil cum a organizat această întrecere și în primul rînd pe profesorul Dr. Vojin Dajović, secretarul general al Uniunii matematicienilor, fizicienilor și astronomilor din Iugoslavia, care a răspuns direct de întreaga organizare.

7. În cursul Olimpiadei au fost creiate și intervale de contact cu frumusețile naturale ale Iugoslaviei, cu instituții de cultură și artă. S-au organizat excursii la vîrful Lovcen din masivul muntos al Muntenegrului și la lacul Skadar. A fost vizitat orașul Titograd, capitala Muntenegrului și în continuare, pe valea rîului Morasa, cheile impunătoare ale acestui rîu, vestita mînăstire Morasa înființată la 1250, a cărei biserică păstrează picturi murale datînd din sec. XIII, lacul și rezervația naturală de la Biograd.

O altă excursie, a purtat pe participanți pe coasta Dalmată, le-a prezentat Dubrovnikul, perla Adriaticei iugoslave, localitatea marină cu luxuriantă vegetație mediteranee, în care se păstrează proaspătă, ca și cum de curînd ar fi fost construite, cetatea cu zidurile ei inexpugnabile și vechiul port, într-un decor de chiprii, chiparoși, de leandri multicolori și de smochini. În muzeele Dubrovnikului vedem manuscrise ale poeților dalmați, vechi tipărituri, ustensilele uneia dintre cele mai vechi farmacii din Europa.

Interesante sînt și cele două muzee din Cetinie cu conținutul lor de artă și de vechi creații ale tipografilor muntenegreni.

Nu putem încheia fără să subliniem contactele prietenești ale elevilor și cadrelor didactice din țările participante.

Privită în ansamblu, a IX-a Olimpiadă internațională de matematici și-a atins multiplele ei obiective.

Acum se deschid perspectivele olimpiadei a X-a din anul 1968. Astfel cum am arătat, exigența va fi sporită. Acest fapt trebuie să mobilizeze din timp pe toți elevii noștri participanți la concursurile interne de matematici în direcția unei pregătiri intense, pentru ca echipa ce ne va reprezenta anul viitor la *O.I.M.* să obțină succese și mai mari.

Pentru atingerea acestui obiectiv sîntem convinși că atît Gazeta Matematică seria B cît și profesorii vor sprijini și organiza în acest an și mai temeinic activitatea elevilor fruntași la matematici.

Constantin Ionescu-Bujor
și
Zlate Bogdanof

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

CORELAȚII ÎNTRE ECUAȚII TRIGONOMETRICE ȘI ALGEBRICE

de *C. Ionescu-Țiu*

Rezolvarea ecuațiilor trigonometrice folosind transformări de sume trigonometrice în produse trigonometrice și rezolvarea acelorași ecuații prin transformarea lor astfel ca necunoscuta să fie exprimată printr-o singură funcție trigonometrică a aceluiași unghi ceace duce la o ecuație algebrică, oferă prin identificarea rezultatelor obținute, concluzii interesante.

1) Fie ecuația $\sin 2x + \sin 3x = 0$, Avem

$$2 \sin \frac{2x+3x}{2} \cos \frac{2x-3x}{2} = 0 \text{ ; sau } \sin \frac{5x}{2} = 0, \quad \cos \frac{x}{2} = 0,$$

de unde

$$\frac{5x}{2} = k\pi \text{ ; } x_1 = \frac{2k\pi}{5} \text{ ; } x = 0, \quad \frac{2\pi}{5}, \quad \frac{4\pi}{5}, \quad \frac{6\pi}{5}, \quad \frac{8\pi}{5}, \ldots$$

$$\frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ ; } x_2 = 2k\pi + \pi \text{ ; } x = \pi, \quad 3\pi, 5\pi \ldots$$

Mai putem folosi relațiile

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \text{ și } \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x.$$

Ecuația dată devine :

$\sin x(2 \cos x + 3 - 4 \sin^2 x) = 0$, de unde $\sin x = 0$, $x = k\pi$, $x = 0$, $x = \pi$, iar din

$$2 \cos x + 3 - 4(1 - \cos^2 x) = 4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0,$$

rezultă

$$\cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}.$$

$$\text{Pentru } \cos x = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} > 0,$$

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \cos \frac{8\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ și } \cos \frac{4\pi}{5} = \cos \frac{6\pi}{5} = -\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4} < 0.$$

sau în grade sexagesimale $\cos 36° = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ și $\cos 72° = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$.

2) Ecuația $\sin 2x + \sin 5x = 0$, ne dă

$$\frac{7x}{2} = k\pi \text{ și } \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ ; } x_1 = \frac{2k\pi}{7},$$

$$x = 0, \quad \frac{2\pi}{7}, \quad \frac{4\pi}{7} \quad \frac{6\pi}{7}, \quad \frac{8\pi}{7}, \quad \frac{10\pi}{7}, \frac{12\pi}{7}, \ldots \text{ și}$$

$$x_2 = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \text{ ; } \frac{\pi}{3}, \quad \pi, \quad \frac{5\pi}{3}, \ldots.$$

Folosim relațiile $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ și $\sin 5x = 16 \sin^5 x - 20 \sin^3 x + 5 \sin x$.

Ecuația devine

$$\sin x(2 \cos x + 16 \sin^3 x - 20 \sin^2 x + 5) = 0,$$

sau $\sin x = 0$, care este verificată de $x = 0, \pi, \ldots$

$$16(1 - \cos^2 x)^2 - 20(1 - \cos^2 x) + 2 \cos x + 5 =$$

$$= 16 \cos^4 x - 12 \cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0,$$

care este verificată de $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} = \cos \frac{5x}{3} = \frac{1}{2}$.

Împărțind prin $(2\cos x-1)$, obținem

$$8\cos^3 x + 4\cos^2 x - 4\cos x - 1 = 0.$$

Ținem seama de rădăcinile aflate

$$\cos\frac{2\pi}{2} = \cos\frac{12\pi}{7};\quad \cos\frac{4\pi}{7} = \cos\frac{10\pi}{7};\quad \cos\frac{6\pi}{7} = \cos\frac{8\pi}{7}.$$

Prin urmare cele trei rădăcini ale ecuației $8y^3+4y^2-4y-1=0$ sînt

$$\cos\frac{2\pi}{7} > 0,\quad \cos\frac{4\pi}{7} < 0 \text{ și } \cos\frac{6\pi}{7} < 0.$$

Folosind relațiile între rădăcini și coeficienți avem:

$$\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = \frac{1}{8},$$

relații care se pot deduce și altfel.

3) Să procedăm acum invers.

Ecuația $8y^2+4y^2-4y-1=0$, admite ca rădăcini $\cos\frac{2\pi}{7}$, $\cos\frac{4\pi}{7}$, $\cos\frac{6\pi}{7}$. Prin urmare

$$\cos\frac{7\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}, \tag{1}$$

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2} \tag{2}$$

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = \frac{1}{8}. \tag{3}$$

Folosim relațiile: $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ și $\cos 3a = -3\cos a + 4\cos^3 a$.

$$\cos\frac{4\pi}{7} = 2\cos^2\frac{2\pi}{7} - 1;\quad \cos\frac{6\pi}{7} = -3\cos\frac{2\pi}{7} + 4\cos^3\frac{2\pi}{7}.$$

Relația (1) devine

$$4\cos^3\frac{2\pi}{7} + 2\cos^2\frac{2\pi}{7} - 2\cos\frac{2\pi}{7} - \frac{1}{2} = 0,$$

sau notînd

$$\cos\frac{2\pi}{7} = y, \text{ obținem } 8y^3 + 4y^2 - 4y - 1 = 0.$$

Observare. Deoarece $\cos\frac{4\pi}{7} = 2\cos^2\frac{2\pi}{7} - 1 = 2y^2-1$, obținem:

$$8(2y^2-1)^3 + 4(2y^2-1)^2 - 4(2y^2-1) - 1 = 0,$$

sau

$$64y_1^6 - 80y_1^4 + 24y_1^2 - 1 = 0.$$

Notăm $4y_1^2 = t$ şi obţinem ecuaţia

$$t^3 - 5t^2 + 6t - 1 = 0 \text{ care admite soluţia } t = 4\cos^2\frac{2\pi}{7}.$$

Relaţia $\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = \frac{1}{8}$, notînd $\cos\frac{2\pi}{7} = y$, devine

$$y(2y^2 - 1)(4y^3 - 3y) = \frac{1}{8},$$

sau

$$64y^2 - 80y^4 + 24y^2 - 1 = 0.$$

La fel relaţia

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}, \text{ devine}$$

$$y(2y^2 - 1) + y(4y^3 - 3y) + (2y^2 - 1)(4y^3 - 3y) = -\frac{1}{2},$$

sau

$$16y^5 + 8y^4 - 16y^3 - 6y^2 + 4y + 1 = 0, \text{ cu soluţia } y = \cos\frac{2\pi}{7},$$

$$(2y^2 - 1)(8y^3 + 4y^2 - 4y - 1) = 0.$$

4) Fie ecuaţia $\cos 2x + \cos x = 0$. Obţinem:

$$\frac{7x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{(7k+7)\pi}{7}; \quad x = \frac{\pi}{7}, \frac{3\pi}{7}, \frac{5\pi}{7}, \pi, \frac{9\pi}{7}, \ldots$$

$$\frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{(2k+1)\pi}{3}; \quad x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, \ldots$$

Folosind relaţiile $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ şi $\cos 5x = 16\cos^2 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$, ecuaţia devine

$$16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 2\cos^2 x + 5\cos x - 1 = 0$$

Pentru $x = \pi$, $\cos\pi = -1$, ecuaţia este verificată, şi pentru $x = \frac{\pi}{3}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, ecuaţia este verificată.

Descompunem în factori şi obţinem

$$16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 2\cos^2 x + 5\cos x - 1 =$$

$$= (\cos x + 1)(2\cos x - 1)(8\cos^3 x - 4\cos^2 x - 4\cos x + 1) = 0.$$

Prin urmare ecuaţia

$$8\cos^3 x - 4\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0.$$

admite ca rădăcini $\cos\frac{\pi}{7}$, $\cos\frac{3\pi}{7}$, $\cos\frac{5\pi}{7}$.

Deci

$$\cos\frac{\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}+\cos\frac{5\pi}{7}=\frac{1}{2},$$

$$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}+\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{5\pi}{5}+\cos\frac{3\pi}{7}\cos\frac{5\pi}{7}=-\frac{1}{2}\cdot$$

$$\cos\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{3\pi}{7}\cdot\cos\frac{5\pi}{7}=-\frac{1}{8}\cdot$$

Deoarece $\cos\frac{5\pi}{7}=-\cos\frac{2\pi}{7}$, ultima relație se mai scrie

$$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{8}\cdot$$

5. Fie ecuația
$\cos 5x+\cos 6x=0$. Obținem:

$$\frac{11x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2};\ x=\frac{(2k+1)\pi}{11};x=\frac{\pi}{11},\frac{3\pi}{11},\frac{3\pi}{11},\frac{5\pi}{11},\cdot\cdot,\text{ și}$$

$$\frac{x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2}\ ;x=(2k+1)\pi\,;x=\pi.$$

Mai folosind și relația

$$\cos 6x=32\ \cos^6x-48\cos^4x+18\cos^2x-1,$$

ecuația devine

$$32\cos^6x+16\ \cos^5x-48\cos^4x-20\ \cos^3x+18\ \cos^2x+5\cos x-1=0.$$

care are ca soluție $\cos x=-1$, deci $x=(2k+1)\pi$.

Împărțind prin $(\cos x+1)$ obținem
ecuația

$$32y^5-16y^4-32y^3+12\ y^2+6y-1=0$$

admite rădăcinile:

$$\cos\frac{\pi}{11},\ \cos\frac{3\pi}{11},\cos\frac{5\pi}{11},\cos\frac{7\pi}{11},\cos\frac{9\pi}{11}\cdot$$

6. Fie ecuația $\cos 6x-\cos 5x=0$. Obținem

$$\frac{11x}{2}=k\pi\,;x=\frac{2k\pi}{11}\,;x=0,\frac{2\pi}{11},\frac{4\pi}{11},\frac{6\pi}{11},\frac{8\pi}{11},\frac{10\pi}{11},\ldots\ ;\frac{x}{2}=k\pi\,;x=2k\pi.$$

Ecuația se mai scrie

$$32\cos^6x-16\cos^5x-48\cos^4x+20\cos^3x+18\cos^2x-5\cos x-1=0,$$

verificată pentru $\cos x=1$. Rezultă că ecuația
$32y^5+16y^4-32y^3-12y^2+6y+1=0$, are rădăcinile

$$\cos\frac{2\pi}{11},\cos\frac{4\pi}{11},\cos\frac{6\pi}{11},\cos\frac{8\pi}{11},\cos\frac{10\pi}{11}.$$

7. Fie ecuația $x^{2n} + x^{2n-1} + \ldots + x + 1 = 0$, (1)

sau

$\frac{x^{2n+1} - 1}{x - 1} = 0$, unde $x \neq 1$. Rădăcinile sînt:

$$x_k = \cos \frac{2k\pi}{2n+1} + i \sin \frac{2k\pi}{2n+1}, \ (k = 1, 2, 3, \ldots, 2n)$$

Ținem seama că $x_k \cdot x_{2n+1-k} = \cos 2\pi + i \sin 2\pi = 1$, obținem

$$(x - x_k)(x - x_{2n+1-k}) = x^2 + 1 - 2x \cos \frac{2k\pi}{2n+1}.$$

Notăm $x^2 + 1 = y$. ecuația (1) se mai scrie succesiv

$$x^{2n} + x^{2n-1} + \ldots + x_1 = (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_{2n}) =$$

$$= \left(y - 2x \cos \frac{2\pi}{2n+1}\right)\left(y - 2x \cos \frac{4\pi}{2n+1}\right) \ldots \left(y - 2x \cos \frac{2n\pi}{2n+1}\right) = 0$$

Prin egalarea coeficienților termenilor ce conțin pe cu x^{2n-1} se obține relația

$$\cos \frac{\pi}{2n+1} - \cos \frac{2\pi}{2n+1} + \cos \frac{3\pi}{2n+1} + \ldots + (-1)^{n-1} \cos \frac{n\pi}{2n+1} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

și alte relații asemănătoare.

Relația (2) care se mai scrie

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \cos \frac{k\pi}{2n+1} = \frac{1}{2} \quad (2')$$

se poate transforma în sumă de sinusuri, ținînd seama că $\frac{\pi}{2} - \frac{k\pi}{2n+1} =$

$$= \frac{2(2n+1)}{(2n-2k+1)\pi}$$ și obținem $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \sin \frac{(2k+1)k}{2(2n+1)} = \frac{1}{2}$ (3)

Alte aplicații se vor da ca probleme propuse.

NOTE MATEMATICE

42. Asupra problemei 7290

Pe laturile AB, AC ale unui triunghi oarecare se consideră punctele M, N, astfel ca:

$$\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$$

Să se demonstreze că dreapta MN trece prin centrul de greutate a triunghiului (Problema 7290).

În cele ce urmează vom da o soluție folosind calculul vectorial, presupunînd inițial că punctele M, G (centrul de greutate al triunghiului ABC) și N sînt necolineare (fig. 1).

În triunghiul ABC, notăm: $\overline{AC} = \bar{a}$, $\overline{AB} = \bar{b}$, $\overline{NC} = k_1\overline{AN}$ și $\overline{MB} = k_2\overline{AM}$. Cu aceste notații, relația din enunțul problemei devine:

$$k_1 + k_2 = 1 \tag{1}$$

Din relațiile vectoriale:

$$\overline{AN} + \overline{NC} = \overline{AC}; \quad \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AB} \tag{2}$$

și din notațiile făcute mai sus, deducem ușor:

$$\overline{AN} = \frac{1}{1+k_1}\,\bar{a}\,; \quad \overline{AM} = \frac{1}{1+k_2}\,\bar{b} \tag{3}$$

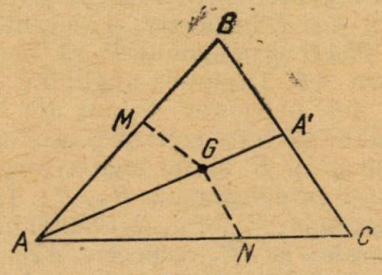


Fig. 1

În triunghiul AGM, avem:

$$\overline{MG} = \overline{AG} - \overline{AM} = \frac{\bar{a}+\bar{b}}{3} - \frac{1}{1+k_2}\,\bar{b} = \frac{(1+k_2)\,\bar{a} - (2-k_2)\,\bar{b}}{3\,(1+k_2)} \tag{4}$$

În triunghiul AGN, avem:

$$\overline{GN} = \overline{AN} - \overline{AG} = \frac{1}{1+k_1}\,\bar{a} - \frac{\bar{a}+\bar{b}}{3} = \frac{(2-k_1)\,\bar{a} - (1+k_1)\,\bar{b}}{3\,(k+k_2)} \tag{5}$$

$\left(\text{S-a ținut seama că } \overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AA'} = \frac{\bar{a}+\bar{b}}{3}\right)$

În relația (4) înlocuim $k_2 = 1 - k_1$ și obținem:

$$\overline{MG} = \frac{(2-k_1)\,\bar{a} - (1+k_1)\,\bar{b}}{3\,(2-k_1)}$$

Comparînd relațiile (5) și (6) se observă evident că vectorii $\overline{MG}$ și $\overline{GN}$ sînt colineari deci dreapta MN trece prin centrul de greutate al triunghiului ABC, notat cu G.

C. Herling, București

43. Generalizarea problemei 7767

Fie P un poligon convex oarecare și Q un poligon convex cu n laturi ($n \geqslant 3$) înscris în P fără a avea laturi situate pe laturile lui P. Atunci cel puțin unul din poligoanele exterioare lui Q determinate de acesta în P are

aria $< \frac{1}{2(n-1)}$ din aria poligonului P. (Pentru cazul cînd P și Q sînt triunghiuri se regăsește problema 7767).

Problema constă în a demonstra că minimul ariilor poligoanelor exterioare lui Q determinate de aceste în P este mai mic decît $\frac{1}{2(n-1)}$ din aria poligonului P.

Vom da o demonstrație prin inducție a acestei relații.

1. Fie $n = 3$. Demonstrăm acest caz prin reducerea lui la problema 7767. Fie A, B, C, vîrfurile triunghiului Q și P_A, P_B, P_C poligoanele exterioare triunghiului Q determinate în P de laturile BC, AC, AB respectiv. În primul rînd vom reduce problema la cazul cînd poligoanele P_A, P_B, P_C sînt triunghiuri. În acest scop notăm cu l_A, l_B respectiv, laturile poligonului P care pleacă din A și B respectiv, și alegem un punct C' pe prelungirea lui l_B astfel încît $C'AB$ și poligonul P_c să fie echivalente și situate de aceeași parte a laturii AB. Deoarece unghiul $C'AB$ este mai mic decît unghiul făcut de l_A cu AB, poligonul obținut din P prin înlocuirea poligonului P_c cu triunghiul $C'AB'$ este convex și este echivalent cu P. Analog se vor construi punctele A' și B' astfel încît triunghiurile ACB' și BCA' să fie respectiv echivalente cu poligoanele P_B, P_C. În felul acesta poligonul P poate fi presupus hexagon iar P_A, P_B, P_C triunghiuri. Mai mult, deplasînd punctele B' și C' pe paralele la AC, respectiv AB, se poate presupune că laturile $C'B$ și BA' ca și $A'C$ și CB' sînt în prelungire. Fie D un punct oarecare pe segmentul AB și fie C'' un punct pe prelungirea laturii BC', astfel încît aria triunghiului BDC'' să fie egală cu aria triunghiului BAC'. Fie B'' un punct de prelungirea laturii CB' astfel încît dacă E este punctul de intersecție al dreptei DB'' cu AC să avem aria triunghiului CEB'' egală cu aria triunghiului CAB' (fig. 1).

Notînd cu α suma unghiurilor BDC'' și BDB'', observăm că:

a) dacă punctul D se apropie de A, unghiul α se apropie de unghiul $C'AB' < 180°$;

b) dacă punctul D se apropie de B, unghiul α se apropie de un unghi ai mare decît $\sphericalangle xBC' + \sphericalangle xBB' > \sphericalangle xBC' + \sphericalangle xBA' = 180°$, unde x este n punct pe prelungirea lui AB dincolo de B.

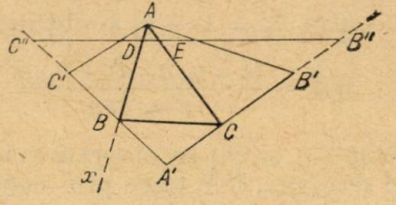


Fig. 1

Deoarece unghiul α variază continuu de la o mărime mai mică decît 180° la o mărime mai mare decît 180° în raport cu variația punctului D pe segmentul AB, deducem că există o poziție a punctului D pe acest segment pentru care să avem $\alpha = 180°$.

Considerînd punctul D în această poziție, notăm cu p', p'_A p'_B p'_C ariile triunghiurilor $A'C''B''$, $A'CB'$, CEB'', BEC'' respectiv, și cu p, p_A, p_B, p_C ariile poligoanelor P, P_A, P_B, P_C respectiv.

Prin construcția punctului D avem următoarele relații: $p' \leqslant p_1, p'_A = p_A, p'_B = p_B, p'_C \geqslant p_C$, iar din problema 7767 avem:

$$\min \{p'_A, p'_B, p'_C\} \leqslant \frac{1}{4} p',$$

de unde

$$\text{minim de } p_A, p_B, p_C < p'_A, p'_B, p'_C < \frac{1}{4} p, < \frac{1}{4} p,$$

ceea ce era de demonstrat.

2. Să presupunem acum relația adevărată pentru un număr $n \geqslant 3$ și fie Q un poligon cu $n+1$ laturi înscris într-un poligon P. Considerăm A, B, C trei puncte consecutive ale poligonului Q și notăm cu p_A, p_C po-

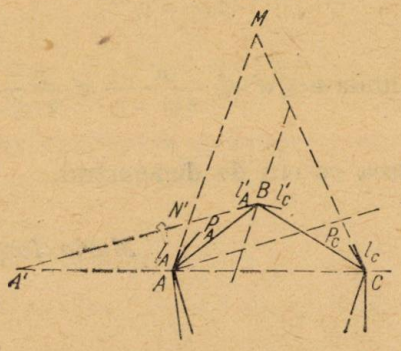


Fig. 2

ligoanele exterioare lui Q determinate de laturile AB și BC și cu l_A, l_C, laturile poligoanelor P_A și P_C care pleacă din A și C respectiv. În sfîrșit, notăm cu M punctul de intersecție al acestor două drepte presupunînd că nu sînt paralele (fig. 2).

Din cauza convexității lui P și din cauză că $n+1 \geqslant 4$ se pot alege întotdeauna trei puncte A, B, C astfel încît să avem sau $l_A \parallel l_C$ sau punctul B să fie interior triunghiului MAC. Presupunînd o astfel de alegere făcută, vom demonstra că cel puțin unul din poligoanele P_A sau P_C are aria mai mică decît aria triunghiului ABC.

Notăm cu l_A, l_C laturile poligoanelor P_A și P_C, respectiv, care pleacă din B și cu A' și C' (dacă există) puncte de intersecție ale dreptelor l'_A și l'_C respectiv cu dreapta AC (fig. 2).

Din cauza convexității lui P avem sau C între C' și A, sau A între C și A', sau cel puțin una din dreptele l_A, l'_C paralelă cu AC. Presupunem A între C și A' sau $l'_A \parallel AC$ și fie N punctul de intersecție al paralelei dusă prin B la l'_A cu paralela dusă prin A la l'_A și N' punctul de intersecție al dreptei l_A cu l'_A (fig. 2).

Deoarece prin construcție triunghiul BNA este interior triunghiului ABC, poligonul P_A este interior triunghiului $BN'A$ și triunghiurile BNA, $BN'A$ sînt egale se constată că aria triunghiului ABC este mai mare decît aria poligonului P_A.

În continuare, notăm cu P' poligonul obținut din poligonul P prin îndepărtarea poligoanelor P_A și P_C și cu Q' poligonul obținut din poligonul Q prin îndepărtarea triunghiului ABC. Fie p, p' ariile poligoanelor P,

P' respectiv, a minimul ariilor poligoanelor exterioare lui Q determinate de acesta în P și a' minimul ariilor poligoanelor exterioare lui Q' determinate de acesta în P'.

Prin construcția lui P' și Q' se observă că sînt satisfăcute următoarele inegalități :

$$p' \leqslant p - 2a,$$

$$a \leqslant a'.$$

Și întrucît Q' este înscris în P' și are n laturi din ipotezele inducției avem :

$$a' \leqslant \frac{1}{2(n-1)}\, p',$$

$$\text{de unde } a \leqslant a' \leqslant \frac{p'}{2(n-1)} \leqslant \frac{p-2a}{2(n-1)},$$

$a \leqslant \frac{p}{2(n-1)}$ ceea ce era de demonstrat.

Maria Iorga, prof. Găiești

44. Asupra relațiilor lui Euler într-un poliedru

Este cunoscută relația dintre numărul de vîrfuri V, de fețe și F de muchii M ale unui poliedru oarecare : $V + F = M + 2$.

Demonstrarea prin inducție matematică.

Teorema este adevărată pentru cîteva poliedre particulare și o verificăm pentru un poliedru oarecare.

Presupunem că relația este adevărată pentru un poliedru $V_1V_2V_3 \ldots$ cu V vîrfuri, F fețe și M muchii. Pentru a obține un poliedru care să aibă o față mai mult decît poliedrul inițial tăiem toate muchiile care pornesc dintr-un singur vîrf V_k cu un plan de secțiune P. Poliedrul obținut va avea o față în plus și anume poligonul de intersecție al volumului inițial cu planul P. Acest poligon are m laturi și m vîrfuri care constituie muchii și vîrfuri ale corpului nou format. Acest corp are $V + m - 1$ vîrfuri deoarece se adună noile vîrfuri formate și se scade vîrful îndepărtat ; $F + 1$ fețe deoarece s-a format o față în plus și $M + m$ muchii pentru că avem în plus cele m muchii ale poligonului de intersecție. Teorema lui *Euler* devine în acest caz

$$(V + m - 1) + (F + 1) = (M + m) + 2$$

sau

$$V + F = M + 2$$

relația adevărată de la care am pornit.

Deci teorema lui Euler fiind adevărată pentru un poliedru oarecare putem construi poliedre care să aibă cu $1,2 \ldots, p$ fețe mai mult decît poliedrul inițial și pentru care să fie adevărată teorema lui Euler.

De la poliedrul $V_1V_2V_3 \ldots$ putem construi poliedre care să aibă cu un vîrf mai mult și care să verifice relația lui Euler.

Luăm un punct O deasupra unei fețe poligonale $V_1V_2 \ldots V_m$ cu m laturi și m vîrfuri și-l unim cu toate vîrfurile poligonului. Presupunem deocamdată că punctul nu se găsește pe nici o muchie (prelungită bineînțeles) a poliedrului și în nici un plan al unei fețe. Pentru noul poliedru avem $V + 1$ vîrfuri pentru că am construit un nou vîrf O; $F + m - 1$ fețe deoarece m fețe sînt în plus (cele ale piramidei $OV_1V_2 \ldots V_m$) dar fața deasupra căreia am luat punctul nu mai constituie o față a poliedrului, $M + m$ muchii pentru că se adună muchiile OV_1, OV_2, $\ldots$, OV_m. Pentru acest poliedru relația lui Euler devine

$$(V + 1) + (F + m - 1) = (M + m) + 2$$

sau

$$V + F = M + 2,$$

relație adevărată.

Rămîn de studiat cazurile cînd punctu O se găsește în planul unei fețe (în afara poligonului) la intersecția a două plane sau la intersecția a trei plane.

I. Dacă O se află în planul $V_1V_2V_p \ldots V_k$ avem un poliedru care are $V + 1$ vîrfuri, $(F + m - 1) - 1$ fețe pentru că fața OV_1V_2 este în prelungire cu fața $V_1V_2V_p \ldots V_k$ și $M + m - 1$ muchii deoarece V_1V_2 nu mai constituie muchie distinctă.

$$V + 1 + F + m - 1 - 1 = M + m - 1 + 2$$

sau

$$V + F = M + 2$$

teorema lui Euler pentru poliedrul inițial.

II. Dacă O se află la intersecția a două plane deci pe prelungirea muchiei V_1V_k poliedrul obținut va avea $(V + L) - 1$ vîrful deoarece V_1 găsindu-se între V_k și O pe aceiași muchie nu mai constituie vîrf al poliedrului; $(F + m - 1) - 2$ fețe pentru că fețele OV_1V_2 și OV_1V_m nu mai constituie fețe distincte fiind în prelungire cu fețele $V_1V_2 \ldots V_k$ respectiv $V_1V_m \ldots V_k$ și $(M + m) - 2 - 1$ muchii deoarece V_1V_2 și V_1V_m nu mai constituie muchii iar V_1O și V_1V_k sînt în prelungire și constituie o singură muchie distinctă. Avem deci

$$V + 1 - 1 + F + m - 1 - 2 = M + m - 1 - 2 + 2$$

sau

$$V + F = M + 2$$

relația lui Euler.

III. Dacă O este intersecția muchiilor V_1V_k și V_2V_p raționamentul este analog ca pentru cazul II făcut însă de două ori și se obține aceeași teoremă a lui Euler $V + F = M + 2$.

În acest mod se pot obține de la un poliedru oarecare toate poliedrele care au cu $1, 2, \ldots, m$ fețe sau cu $1, 2, \ldots, p$ vîrfuri mai mult decît un poliedru inițial deci toate poliedrele și ele verifică teorema lui Euler.

Mitaru Alexandru, Satu Mare

45 Generalizarea problemei 7766 dată la O.I.M., 1966

Să rezolvăm sistemul de ecuații :

$$|a_1-a_2|x_2+|a_1-a_3|x_3+|a_1-a_4|x_4+\ldots+|a_1-a_n|x_n=k$$

$$|a_2-a_1|x_1+\qquad |a_2-a_3|x_3+|a_2-a_4|x_4+\ldots+|a_2-a_n|x_n=k$$

$$|a_3-a_1|x_1+|a_3-a_2|x_2+\qquad |a_3-a_4|x_4+\ldots+|a_3-a_n|x_n=k$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$|a_n-a_1|x_1+|a_n-a_2|x_2+|a_n-x_3+\ldots+|a_n-a_{n-1}|x_{n-1}\qquad =k$$

unde $k\in R$. și $a_1\neq a_2\neq\ldots\neq a_n$

Vom arăta mai întîi că dacă schimbăm pe a_i în a_j; pe a_j în a_i, pe x_i în x_j, pe x_j în x_j $(i,\ j\in\{1,\ 2,\ \ldots.,\ n\})$ sistemul nu se se modifică.

Putem presupune, fără a restrînge generalitatea că $i>j$.

Ecuațiile a i-a și a j-a ale sistemului dat sînt :

$$|a_i-a_1|x_1+a_i-a_2|x_2+\ldots+|a_i-a_j|x_j+\ldots+|a_i-a_i|x_i+$$
$$+\ldots.+|a_i-a_n|x_n=k \qquad (1)$$

$$|a_j-a_1|x_1+|a_j-a_2|x_2+\ldots+|a_j-a_j|x_j+\ldots+|a_j-a_i|x_i+$$
$$+\ldots.+|a_j-a_n|x_n=k \qquad (2)$$

Făcînd schimbările, avem

$$|a_j-a_1|x_1+|a_j-a_2|x_2+\ldots|a_j-a_i|x_i+\ldots.+|a_j-a_j|x_j+$$
$$+\ldots.+|a_j-a_n|x_n=k \qquad (3)$$

$$|a_i-a_1|x_1+|a_i-a_2|x_2+\ldots+|a_i-a_i|x_i+\ldots+|a_i-a_j|x_j+$$
$$+\ldots.+|a_i-a_n|x_n=k \qquad (4)$$

Observăm că relația (3) este chiar relația (2), dar că ordinea termenilor schimbată, iar relația (4) este relația (1).

Analog se arată că nici celelalte ecuații, nu se modifică.

Putem deci studia sistemul numai pentru ordinea :

$$a_1>a_2>\ldots.>a_n$$

Pentru o altă ordine a indicilor, vom face permutările corespunzătoare ale necunoscutelor.

Deci, dacă $a_1>a_2>\ldots.>a_n$, avem :

$$(a_1-a_2)x_2+(a_1-a_3)x_3+(a_1-a_4)x_4+\ldots+(a_1-a_n)x_n=k$$

$$(a_1-a_2)x_1+(a_2-a_3)x_3+(a_2-a_4)x_4+\ldots+(a_2-a_n)x_n=k$$

$$(a_1-a_3)x_1+(a_2-a_3)x_2+(a_3-a_4)x_4+\ldots+(a_3-a_n)x_n=k$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(a_1-a_{n-1})x_1+(a_2-a_{n-1})x_2+\ldots+(a_{n-2}-a_{n-1})(x_{n-2}+(a_{n-1}-a_n)x_n=k$$

$$(a_1-a_n)x_1+(a_2-a_n)x_2+\ldots+(a_{n-1}-a_n)x_{n-1}=k$$

Scădem ecuația a doua din prima, pe a treia dintr-a doua ... pe a n-a dintr-a $(n-1)$ — a. Cele n — 1 ecuații obținute, împreună cu ecuația a n-a formează un nou sistem echivalent cu primul :

$$(a_1 - a_2)(x_2 - x_1) + (a_1 - a_2)x_3 + (a_1 - a_2)x_4 + \ldots + (a_1 - a_2)x_n = 0$$

$$(a_3 - a_2)x_1 + (a_2 - a_3)(x_3 - x_2) + (a_2 - a_3)x_4 + \ldots + (a_2 - a_3)x_n = 0$$

$$(a_4 - a_3)x_1 + (a_4 - a_3)x_2 + (a_3 - a_4)(x_4 - x_3) + \ldots + (a_3 - a_4)x_n = 0$$

. . . . . .

$$(a_n - a_{n-1})x_1 + (a_n a_{n-1})x_2 + \ldots + (a_n - a_{n-1})(x_{n-1} + (a_{n-1} - a_n)(x_n - x_{n-1}) = 0$$

$$(a_1 - a_n)x_1 + (a_2 - a_n)x_2 + \ldots + (a_{n-1} - a_n)x_{n-1} = k$$

Deoarece $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq \ldots\ldots \neq a_n$, putem face simplificări. Rezultă :

$$-x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n = 0$$

$$-x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n = 0$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + \ldots + x_n = 0$$

. . . . . .

$$-x_1 - x_2 - x_3 \ldots x_{n-1} + x_n = 0$$

$$(a_1 - a_n)x_1 + (a_2 - a_n)x_2 + \ldots + (a_{n-1} - a_n)x_{n-1} = k$$

Din primele două ecuații se deduce $x_2 = 0$. Analog deducem

$$x_3 = x_4 = \ldots = x_{n-1} = 0$$

Ultima ecuație devine :

$$(a_1 - a_n)x_1 = k$$

și

$$x_1 = \frac{k}{a_1 - a_n}$$

Din prima ecuație mai rezultă

$$x_n = x_1 = \frac{k}{a_1 - a_n}$$

Prin urmare, dacă notăm cu $p_1, p_2, \ldots, p_n$ indicii lui a, pentru ordinea

$$a_{p_1} > a_{p_2} > \ldots > a_{p_n}$$

avem soluțiile

$$x_{p_1} = x_{p_n} = \frac{k}{a_{p_1} - a_{p_n}}$$

$$x_{p_2} = x_{p_3} = \ldots = x_{p_{n-1}} = 0$$

Pentru $n = 4$, $k = 1$, obținem problema 7766 dată la *O.I.M.* 1966

Bogdan Eugen Lungulescu, elev Pitești

46 O generalizare a inegalității Cauchy-Buniakovski

Presupunem că $a_i, b_i, \ldots, k_i$ $(i = 1,2, \ldots, n)$ sînt np numere pozitive. Vom demonstra inegalitatea :

$$(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \ldots + b_n^2)\ldots(k_1^2 + \ldots + k_n^2) > (a_1 b_1 \ldots k_1 + \\ + \cdots + a_n b_n \cdots k_n)^2 \qquad (1)$$

Pentru aceasta vom folosi și inegalitatea lui *Cauchy-Buniakovski* :

$$(\alpha_1^2 + \cdots + \alpha_n^2)(\beta_1^2 + \cdots + \beta_n^2) \geqslant (\alpha_1 \beta_1 + \cdots + \alpha_n \beta_n)^2 \qquad (2)$$

(pentru demonstrație, a se vedea, de ex. G.M.—B din mai 1963, pag. 261).

Inegalitatea (1) o dovedim folosind metoda inducției matematice (în raport cu numărul p de paranteze din membrul întîi).

Pentru $p = 2$ obținem inegalitatea Cauchy-Buniakovski. Presupunem inegalitatea adevărată pentru $p = p_1$, să arătăm că ea rămîne adevărată și pentru $p = p_1 + 1$.

Avem deci :

$$(a_1^2 + \cdots + a_n^2)(b_1^2 + \cdots + b_n^2)\ldots(k_1^2 + \cdots + k_n^2) > (a_1 \ldots k_1 + \cdots + a_n \ldots k_n)^2 \qquad (1')$$

și să arătăm că

$$(a_1^2 + \cdots + a_n^2)\ldots(k_1^2 + \cdots + k_n^2)(l_1^2 + \cdots + l_n^2) > (a_1 \ldots k_1 l_1 + \cdots + \\ + a_n \ldots k_n l_n)^2 \qquad (1'')$$

Notăm $a_i b_i \ldots k_i = m_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ deci relația (1'') se mai scrie :

$$(a_1^2 + \ldots + a_n^2)\ldots(k_1^2 + \ldots + k_n^2)(l_1^2 + \ldots + l_n^2) > (m_1 l_1 + \ldots + m_n l_n)^2$$

Dar din (1') avem :

$$(a_1^2 + \ldots + a_n^2)\ldots(k_1^2 + \ldots + k_n^2) > (m_1 + \ldots + m_n)^2$$

Înmulțind această relație în ambele părți cu suma $l_1^2 + \ldots + l_n^2$, obținem :

$$(a_1^2 + \ldots + a_n^2)\ldots(l_1^2 + \ldots + l_n^2) > (l_1^2 + \ldots + l_n^2)(m_1 + \ldots + m_n)^2$$

Rămîne de dovedit că :

$$(l_1^2 + \ldots + l_n^2)(m_1 + \ldots + m_n)^2 > (m_1 l_1 + \ldots + m_n l_n)^2$$

sau

$$\sum_{i=1}^{n} l_i^2 \left(\sum_{i=1}^{n} m_i^2 + A \right) > \left(\sum_{i=1}^{n} m_i l_i \right)^2$$

unde prin A am notat o sumă de termeni pozitivi.

Deci :

$$\sum_{i=1}^{n} l_i^2 \sum_{i=1}^{n} m_i^2 + A \sum_{i=1}^{n} l_i^2 > \left(\sum_{i=1}^{n} m_i l_i \right)^2 \qquad (3)$$

ceea ce este evident, deoarece:

$$\sum_{i=1}^{n} l_i^2 \sum_{i=1}^{n} m_i^2 > \left(\sum_{i=1}^{n} m_i l_i\right)^2$$

deci cu atît mai mult relaţia (3) va fi adevărată.

Rezultă că inegalitatea (1) are loc oricare ar fi numărul p de paranteze.

Dan Ralescu, elev Bucureşti

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7517

Fiind date dreptele D şi D_1 prin ecuaţiile lor $y = mx + n$ şi $y = m_1x + n_1$, precum şi punctul $P(x_0, y_0)$, să se găsească ecuaţia dreptei simetrică cu D faţă de P şi ecuaţia dreptei simetrică cu D faţă de D_1.

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluţia autorului. a) Căutăm simetricul A' al unui punct A de pe D şi prin A' ducem o paralelă la D. Fie $A(0, n)$ şi $A'(2x_0; 2y_0 - n)$; ecuaţia căutată este $mx - y + 2y_0 - 2mx_0 - n = 0$. Putem ajunge la acest rezultat şi altfel: pe lîngă simetricul lui A, mai găsim şi simetricul unui alt punct de pe D, de ex. $B\left(-\frac{n}{m}, 0\right)$ care este $B'\left(2x_0 + \frac{n}{m}, 2y_0\right)$ şi scriem ecuaţia dreptei ce trece prin două aceste puncte.

b) Căutăm intersecţia dreptei D cu axa de simetrie D_1 şi găsim $A\left(\frac{n_1 - n}{m - m_1}, \frac{mn_1 - m_1n}{m - m_1}\right)$. Ne mai trebuie coeficientul unghiular al dreptei simetrice; fie α acest coeficient, avem:

$$\frac{\alpha - m_1}{1 + \alpha m_1} = \frac{m_1 - m}{1 + mm_1}.$$

O altă soluţie a punctului b) este următoarea:

Ecuaţia dreptei căutată este de forma

$$y - mx - n + \lambda(y - m_1x - n_1) = 0.$$

Rămîne să fie determinat λ, punînd condiţia ca un punct de pe axa de simetrie să fie egal depărtat de cele două drepte simetrice. Se găseşte $\lambda = \frac{-(m_1^2 + 1)}{2(1 + mm_1)}$.

Problema 7520

Se consideră un triunghi dreptunghic ABC ($\sphericalangle A = 90°$). Fie M un punct mobil pe latura AB. Paralela din M la BC taie pe AC în P, iar perpendiculara din M pe BC taie pe BC în N. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului NP.

Nicolae Teodorescu, Bucureşti

Soluție dată de *autor.*

Vom arăta că locul geometric este o dreaptă care trece prin mijlocul E al ipotenuzei BC și prin mijlocul F al înălțimii din A pe BC. În acest scop este suficient să arătăm că punctele E, Q și F sînt coliniare. Considerăm AB axă Ox și AC axă Oy.

Notînd $\sphericalangle ABC = \alpha$ și $AB = a$; $AM = \lambda$, avem:

$$A(0, 0),\ B(a, 0),\ M(\lambda, 0),\ P(0, \lambda\operatorname{tg}\alpha),\ C(0, a\operatorname{tg}\alpha),\ N[(a - \lambda)\sin^2\alpha + \lambda,$$
$$(a - \lambda)\sin\alpha\cos\alpha)],\ D(a\sin^2\alpha,\ a\sin\alpha\cos\alpha)$$

Rezultă că punctul Q are coordonatele: $x = \dfrac{(a - \lambda)\sin^2\alpha + \lambda}{2}$; $y = \dfrac{(a - \lambda)\sin\alpha\cos\alpha + \lambda\operatorname{tg}\alpha}{2}$.

Punctul E are coordonatele $x_1 = \dfrac{a}{2}$, $y_1 = \dfrac{a\operatorname{tg}\alpha}{2}$.

Punctul F are coordonatele: $x_2 = \dfrac{a\sin^2\alpha}{2}$, $y_2 = \dfrac{a\sin\alpha\cos\alpha}{2}$.

Calculăm determinantul:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{(a-\lambda)\sin^2\alpha + \lambda}{2} & \dfrac{(a-\lambda)\sin\alpha\cos\alpha + \lambda\operatorname{tg}\alpha}{2} & 1 \\ \dfrac{a}{2} & \dfrac{a\operatorname{tg}\alpha}{2} & 1 \\ \dfrac{a\sin^2\alpha}{2} & \dfrac{a\sin\alpha\cos\alpha}{2} & 1 \end{vmatrix}$$

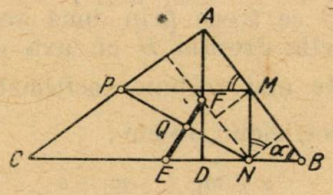


Fig. 1

Înmulțind linia III-a cu $1 - \dfrac{\lambda}{a}$ și adunînd linia II înmulțită cu $\dfrac{\lambda}{a}$ se obține linia I, deci:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ceea ce ne arată că locul lui Q este o dreaptă ce trece prin E și F.

Problema 7526

Să se arate că un număr natural se divide cu 7, dacă și numai dacă suprimîndu-i ultima cifră și scăzînd din numărul rămas dublul cifrei suprimate găsim un număr întreg divizibil cu 7. (În legătură cu articolul Congruențe, G.M.-B, 1966, p. 7).

Soluție dată de *Dan Apșan*, elev, Baia Mare.

Presupunem că numărul inițial este:

$$N_1 = \overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1} a_n}$$

și deci numărul la care ajungem este:

$$N_2 = \overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1}} - 2a_n$$

Avem:

$$N_1 = \overline{a_1 a_2 \ldots a_n} = 10 \cdot \overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1}} + a_n = 10\,(\overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1}} - 2a_n) + \\ + 21a_n = 10N_2 + 21a_n$$

Dacă $N_2 \vdots 7$, adică $N_2 = 7k$, avem:

$N_1 = 10N_2 + 21a_n = 7\,(10k + 3a_n)$, deci: $N_1 \vdots 7$.
Presupunem că $N_1 \vdots 7$, sau $N_1 = 7m$, și $N_2 \neq m7$. Avem:

$$10N_2 = N_1 - 21a_n = 7\,(m - 3a_n)$$

Deoarece $(10\,;\,7) = 1$, avem $N_2 \vdots 7$ ceea ce contrazice ipoteza făcută.
Prin urmare un număr natural se divide cu 7 dacă și numai dacă suprimîndu-i ultima cifră și scăzînd din numărul rămas dublul cifrei suprimate se obține un întreg divizibil cu 7, ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 7547

Se dă un șir finit de numere întregi $a_1, \ldots, a_n (n \geqslant 2)$. *Dovediți că există un subșir* $a_{k_1}, a_{k_2}, \ldots, a_{k_m} (1 \leqslant k_1 < k_2 < \ldots < k_m \leqslant n)$ *astfel încît* $a_{k_1}^2 + a_{k_2}^2 + \ldots + a_{k_m}^2$ *să se dividă cu* n.

Soluție. Între cele $n + 1$ numere $0, a_1^2, a_1^2 + a_2^2, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \ldots, a_1^2 + \\ + \ldots + a_n^2$ există cel puțin 2, de exemplu: $a_1^2 + \ldots + a_j^2$, $a_1^2 + \ldots + a_k^2 (j < k)$ care dau același rest la împărțirea cu n. Aceasta înseamnă că $a_{j+1}^2 + \\ + a_{j+2}^2 + \ldots a_k^2$ se divide cu n, ceea ce trebuia dovedit.

Problema 7550

Dovediți teorema: dacă două bisectoare interioare ale unui triunghi sînt egale, atunci triunghiul este isoscel.

Soluție. Fie ABC triunghiul dat și să presupunem că bisectoarele interioare ale unghiurilor A și B au aceeași lungime u. Prin A, B ducem paralele AB' și BA' la cele două bisectoare (vezi figura). Avem atunci:

$$\sphericalangle AA'B = \frac{1}{2}\alpha, \quad \sphericalangle ABA' = \frac{1}{2}\alpha, \text{ de unde}$$

$$AA' = AB = c \tag{1a}$$

Analog găsim

$$BB' = AB = c \tag{1b}$$

Fie H_1 omotetia de centru C, prin care punctului A îi corespunde punctul A'. Din (1a):

$$\frac{b + c}{b} = 1 + \frac{c}{b} \tag{2a}$$

Fie H_2 omotetia cu centrul C, prin care punctului B îi corespunde punctul B'. Conform (1b):

$$\frac{a+c}{a} = 1 + \frac{c}{a} \tag{2b}$$

Prin această omotetie bisectoarea unghiului B este transpusă în AB'.

Dacă presupunem $a > b$, atunci avem $\alpha > \beta$ de unde

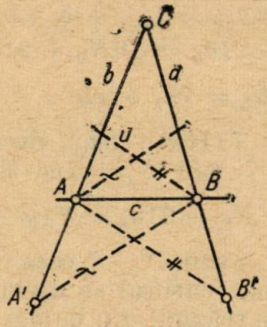


Fig. 1

$$\sphericalangle AA'B = 180° - \alpha < 180° - B = \sphericalangle ABB'.$$

Deoarece laturile egale ale triunghiurilor $A'BA$, ABB' au aceeaşi valoare c, rezultă dintr-o teoremă cunoscută că: $A'B < AB'$ (3)

Segmentele $A'B$ şi AB' corespund prin omotetiile H_1 şi H_2 la două segmente de lungime egală, rezultă: $k_1 < k_2$. Avem atunci

$$1 + \frac{c}{b} < 1 + \frac{c}{a},$$

de unde $a < b$, ceea ce contrazice presupunerea noastră că $a > b$.

Analog se arată că relaţia $a < b$ este imposibilă.

Rămîne unica posibilitate $a = b$, adică c.c.t.d.

Problema 7569

Considerînd graficele a două drepte paralele şi a altor două drepte perpendiculare, într-un sistem de axe perpendiculare, să se găsească direct relaţia dintre coeficienţii unghiulari ai primelor două drepte şi relaţia dintre coeficienţii unghiulari ai celorlalte două drepte folosind triunghiuri asemenea.

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluţia autorului. a) Fie dreptele D şi D_1, paralele, avînd ecuaţiile $y = mx + n$ şi $y = m_1x + n_1$. Triunghiurile OAB şi $OA'B'$ (fig. 1) sînt asemenea şi deci:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'}$$

dar, $OA = -\frac{n}{m}$, $OA' = -\frac{n_1}{m_1}$, $OB = n > 0$, $OB' = n_1 > 0$ aşa că:

$-\frac{n}{m} : \left(-\frac{n_1}{m_1}\right) = \frac{n}{n_1}$, de unde rezultă $m = m_1$

b) Dreptele D și D_1 sînt perpendiculare, taie axa Ox în A și A_1 și axa Oy în B și B_1. Ecuațiile acestor drepte sînt cele de la a).

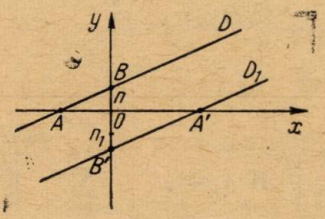


Fig. 1

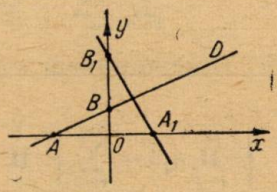


Fig. 2

Triunghiurile AOB și A_1OB_1 sînt asemenea (fig. 2); ținînd seamă de semne, avem:

$$\frac{-OA}{OB_1} = \frac{OB}{OA_1}; \quad \frac{-n}{m} : n_1 = n : \frac{n_1}{m_1},$$

de unde, $mm_1 = -1$.

Problema 7595

Arătați că există două drepte perpendiculare care împart un triunghi în 4 părți echivalente.

Soluție. 1. Pentru o direcție dată există o dreaptă paralelă la această direcție care împarte în două părți echivalente (demonstrația se face prin continuitate).

2. Considerăm o dreaptă D_1 care împarte triunghiul în două părți echivalente și o dreaptă D_2 perpendiculară pe ea cu aceeași proprietate. Atunci triunghiul e împărțit în 4 părți cu ariile $S_k (k = 1, 2, 3, 4)$, astfel încît:

$$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$$

$$S_1 + S_4 = S_2 + S_3$$

deci $S_1 = S_3$, $S_2 = S_4$.

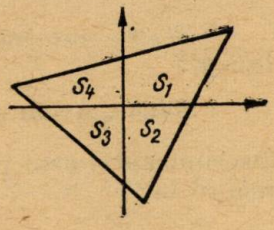


Fig. 1

3. Pentru a încheia demonstrația trebuie arătat că există o direcție α a primei drepte astfel încît $S_1 = S_2$. Considerăm funcția $S(\alpha) = S_1(\alpha) - S_2(\alpha)$ care observăm că e continuă. Atunci $S(\alpha) = -S\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$, deci dacă $S(\alpha) > 0$ avem $S\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$, prin urmare există

$$\gamma \in \left(\alpha, \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

astfel încît $S(\gamma) = 0$.

Problema 7596

Fie $a_1, a_2, \ldots, a_{2m}$ o progresie aritmetică de numere reale pozitive. Să se arate că:

$$\sum_{k=1}^{2m-1} \left(\sum_{i=k+1}^{2m} \sqrt[i-k+1]{\prod_{j=k}^{i} a_j} \right) \leqslant \frac{m}{2}(2m-1)(a_1 + a_{2m})$$

Caz particular:

$$\sum_{k=0}^{2m-1}\sum_{i=k+1}^{2m}\sqrt[i-k+1]{\frac{i!}{(k-1)!}}\leqslant\frac{m}{2}(4m^2-1)$$

Soluție. Descompunem suma:

$$\sum_{k=1}^{m-1}\left(\sum_{i=k+1}^{2m}\sqrt[i-k+1]{\prod_{j=k}^{i}a_j}\right)=\sum_{i=2}^{2m}\sqrt[i]{\prod_{j=1}^{i}a_j}+\sum_{i=3}^{2m}\sqrt[i-1]{\prod_{j=2}^{i}a_j}+\ldots+\sum_{i=2m-1}^{2m}\sqrt[i-2m+1]{\prod_{j=2m-2}^{i}a_j}+$$

$$+\sqrt[2m]{\prod_{j=2m-2}^{2m}a_j}=\sqrt{\prod_{j=1}^{2}a_j}+\sqrt[3]{\prod_{j=1}^{3}a_j}+\ldots+\sqrt[2m]{\prod_{i=1}^{2m}a_j}+\sqrt[3]{\prod_{j=2}^{3}a_j}+\ldots+$$

$$+\sqrt[2m+1]{\prod_{j=1}^{2m-1}a_j}+\ldots+\sqrt{a_{2m-2}\cdot a_{2m-1}}+\sqrt[3]{a_{2m-2}\cdot a_{2m-1}\cdot a_{2m}}+\sqrt{\prod_{j=2m-1}^{2m}a_j}=$$

$$=\sqrt{a_1\cdot a_2}+\sqrt[3]{a_1\cdot a_2\cdot a_3}+\ldots+\sqrt[2m]{a_1\cdot a_2\ldots a_{2m}}+\sqrt[3]{a_2\cdot a_3}+\sqrt{a_2\cdot a_3\cdot a_4}+\ldots+$$

$$+\sqrt[2m-1]{a_2\cdot a_3\ldots a_{2m}}+\ldots+\sqrt{a_{2m-2}\cdot a_{2m-1}}+\sqrt[3]{a_{2m-2}\cdot a_{2m-1}\cdot a_{2m}}+\sqrt{a_{2m-1}\cdot a_{2m}}.$$

Aplicînd fiecărui radical $\sqrt[k]{a_{i_1}\cdot a_{i_2}\ldots a_{i_k}}$ inegalitatea: $\sqrt[k]{a_{i_1}\ldots a_{i_k}}\leqslant\frac{a_{i_1}+\ldots+a_{i_k}}{k}=\frac{a_{i_1}+a_{i_k}}{2}$ (numerele de sub radical sînt în progresie aritmetică) obținem prin însumare tocmai inegalitatea cerută.

Problema 7599

Pentru care numere reale p, ecuația $x^2+px+3p=0$ are rădăcini întregi?

Soluție. Avem $x_{1,2}=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-12p}}{2}$. Rădăcinile sînt întregi dacă discriminantul este patrat perfect: $p^2-12p=k^2$. Transformăm această relație în:

$$(p-6)^2-k^2=36$$

sau:

$$(p-6-k)(p-6+k)=36$$

Notînd $p-6-k=t$, $p-6+k=s$, avem: $s\cdot t=36$
Perechea de numere (t, s) este una din următoarele 18:

$(1, 36)$, $(-1, -36)$, $(2,18)$, $(-2, -18)$, $(3,12)$, $(-3, -12)$

$(4,9)$, $(-4, -9)$, $(6,6)$, $(-6, -6)$, $(9,4)$, $(-9, -4)$, $(12,3)$,

$(-12, -3)$, $(18,2)$, $(-18, -2)$, $(36,1)$, $(-36, -1)$.

Deoarece $t-s$ trebuie să fie număr par nu putem accepta toate aceste soluții. Ne rămîn doar:

1. $(2,18)$ cu $p=16$ și $k=8$

2. $(-2, -18)$ cu $p=-4$ și $k=-6$

3. (6,6)cu $p=12$ şi $k=0$

4. $(-6, -6)$ cu $p = 0$ şi $k = 0$

5. (18,2) cu $p = 16$ şi $k = -8$

6. $(-18, -2)$ cu $p = -4$ şi $k = 8$

Rezultă că valorile pe care le poate lua p sînt : $-4,0, 12, 16$. Cum în toate aceste cazuri $p \pm |k| = \mathcal{M}2$ rezultă că rădăcinile $x_{1,2}$ sînt întregi.

CHESTIUNI DE EXAMEN *

Concursul de matematică — etapa finală 7—9 mai 1967

Licee — clasa a IX — a

3510. Fie ecuaţia $x^2 + 4x - 16 = m(x - 4)$

Să se afle o relaţie independentă de m între rădăcinile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei.

3511. Dacă $z_1 = x_1 + y_1 i$ şi $z_2 = x_2 + y_2 i$ sînt două numere complexe, legate prin relaţia

$z_2 = \dfrac{1 - \bar{z}_1}{1 + \bar{z}_1}$ unde $\bar{z}_1$ este conjugatul lui z_1, se cere :

a) Să se arate că y_1 şi y_2 au acelaşi semn.

b) Ce condiţii trebuie să îndeplinească y_1 şi y_2 pentru ca $z_1 + z_2$ să fie număr real.

3512. Să se rezolve şi să se discute ecuaţia

$$\frac{mx - 2}{x - 2} = 4$$

după valorile parametrului real m.

L. Ţene

3513. Trei grupuri de pescari din cadrul unei filiale de pescuit sportiv, aflîndu-se la un concurs, au pescuit în total 113 peşti. În medie, fiecare membru al grupei I a prins 13 peşti, fiecare membru al grupei a II-a a prins 5 peşti şi fiecare membru al grupei a III-a a prins 4 peşti. Să se afle numărul membrilor din fiecare grupă, ştiind că în total au fost 16 pescari.

3514. Se dă un triunghi ABC ascuţitunghi. Pe latura AC drept coardă şi în exteriorul triunghiului se construieşte arcul capabil de unghiul B, iar pe AB drept coardă şi tot în exterior, arcul capabil de unghiul C. O dreaptă variabilă ce trece prin A taie arcele respectiv în B' şi C'. Dreptele $B'C$ şi $C'B$ se taie în A'.

a) Să se arate că locul geometric al punctului A', cînd $C'B'$ se roteşte în jurul punctului A, este un arc de cerc.

b) Să se arate că cercurile cărora le aparţin arcele $AB'C$, $BC'A$ şi arcul loc geometric au un punct comun.

c) Fie C_1, C_2, C_3 centrele celor două cercuri şi centrul cercului din care face parte locu geometric. Să se arate că triunghiul ABC este asemenea cu triunghiul $C_1C_2C_3$.

Doru Manolache, Curtea de Argeş

---

* La fiecare clasă s-au dat două lucrări scrise a cîte 3 ore de lucru. Elevii evidenţiaţi au fost publicaţi în G.M.B. nr 6, 1967.

8515. Se dă un segment AB şi se consideră transformarea punctuală $M' = T(M)$ care face să corespundă unui punct M din plan, punctul M' de intersecţie a perpendicularelor în A şi B respectiv pe AM şi BM.

a) Care este figura omologă a unei drepte ce trece prin punctul A?

b) Care este figura omologă a unui cerc ce trece prin punctele A şi B?

Clasa a X-a

8516. Un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu baza superioară $ABCD$ şi muchiile AA', BB', CC', DD' paralele, are $AA' = a$, $AB = b$, $AD = 2c$. Notăm cu M mijlocul muchiei AD, cu BI perpendiculara din B pe $A'M$, iar cu AP perpendiculara din A pe BI. Se cere:

a) lungimea BI, b) lungimea AI, c) cosinusul unghiului diedru format de planele $A'BM$ şi $CC'D$. d) locul geometric al punctului I presupunînd că M descrie muchia AD.

P. Boldescu, Craiova

8517. Să se afle valorile lui x cuprinse între $0°$ şi $360°$ pentru care $E = \cos 2x + \cos 3x < 0$.

8518. În triunghiul ABC se cunoaşte unghiul A, latura $BC = a$ şi mediana $AM = m_a$. Să se afle aria triunghiului ABC.

8519. a) Să se arate că

$$\left(\frac{x^2 \sin y - 2x + \sin y}{x^2 - 2x \sin y + 1}\right)^2 \leqslant 1.$$

unde y şi x sînt numere reale, iar $x^2 - 2x \sin y + 1 \neq 0$.

b) Să se afle valorile reale ale lui x pentru care

$$E_x = \sqrt[3]{x - 18x^2 + 81} - 2\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} + \sqrt{x^2} + x + 7 = 0.$$

c) Pentru care valori reale ale lui m avem

$$\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} = -\frac{22}{25}$$

unde x_1 şi x_2 sînt rădăcinile ecuaţiei $x^2 - 2(m+1)x - m + 5 = 0$.

d) Se dau parabolele care sînt graficele funcţiei $y = x^2 - 2(m+1)x - m + 5$. Dintre acestea să se determine parabola pentru care ordonata vîrfului este cea mai mare şi să se precizeze coordonatele acestui vîrf.

C. Ionescu-Ţiu

Clasa a XI-a

8520. a) Să se studieze natura rădăcinilor polinomului $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$, unde a este un parametru real.

b) Să se studieze şi să se facă graficul funcţiilor

$$h(x) = \sqrt{f(x)}; \quad g(x) = \sqrt[3]{f(x)}.$$

c) Să se calculeze aria limitată de graficul funcţiei $h(x)$ şi axa x-lor pentru $a = 4$.

T. Roman

8521. a) Fiind cunoscute coordonatele unui punct L de pe elipsa $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$, să se afle locul geometric al mijloacelor coardelor paralele cu OL şi să se calculeze coordonatele punctelor C şi D de intersecţie a acestui loc geometric cu elipsa.

b) L fiind mobil pe elipsă, să se demonstreze că mulţimea punctelor care sînt mijloacele segmentelor LC este identică cu mulţimea punctelor care sînt mijloacele segmentelor LD.

Isac Moiseev, Tulcea

8522. Se consideră funcția :

$$f(x) = \frac{x \ln x}{mx + \sqrt{1 - |x^2 - 2x|}} \; ; \; m > 0.$$

Să se arate că pe intervalul (1, 2] funcția $f(x)$ admite o funcție inversă.

I. Maftei, București

Școli profesionale, anul I

8523. Se dă expresia :

$$E = \frac{(x^2 - 16)\sqrt{x^2 - 64} + x^3 - 48x + 128}{(x^2 - 16)\sqrt{x^2 - 64} + x^3 - 48x - 128} \; ; \; x > 8$$

a) Să se arate că : $x^3 - 48x + 128 = (x - 4)^2 (x + 8)$.
b) Să se descompună în factori polinomul

$$P(x) = x^3 - 48\ x - 128.$$

c) Să se simplifice expresia dată.

8524. Un strungar trebuie să execute în patru săptămîni un anumit număr de piese El depășește însă planul cu 100 piese. În primele două săptămîni, execută 40% din producția realizată în cele 5 săptămîni, iar în săptămîna a treia 3/4 din numărul pieselor lucrate în primele două săptămîni. Cîte piese prevedea planul știind că la sfîrșitul săptămînii a treia planul era depășit cu zece piese.

Scoli profesionale, anul II

8525. a) Să se formeze ecuația de gradul II, ale cărei rădăcini x_1 și x_2 satisfac relațiile :

$$2x_1x_2 + x_1 + x_2 + m = 0.$$
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2.$$

b) Pentru ce valori ale lui m, membrul stîng al ecuației obținută la punctul (1) este pozitiv, pentru orice x.
c) Să se discute ecuația în funcție de parametrul m.

8526. Să se determine x astfel încît expresia $\log(x^2 - 5x)$ să fie pozitivă.
Să se afle E din expresia :

$$\lg E(a + b)\lg c + (c + b)\lg a + a \lg b - a[\lg(bc) - 1].$$

Licee pedagogice, anul I

8527. Să se găsească numerele de trei cifre care împărțite la 3 să dea rest 2 iar împărțite la 7 să dea rest 4.

8528. Elevii unei clase s-au angajat într-o întrecere pentru a planta pomi. Știind că doi băieți și 7 fete plantează în 6 ore 228 pomi, iar 4 băieți și 6 fete plantează în trei ore 132 pomi, să se afle :
a) Cîți pomi plantează un băiat în 4 ore?
b) Cîți pomi plantează o fată în 5 ore?

Ana Gereanu, București

Licee pedagogice, anul III.

8529. Două echipe de muncitori lucrînd împreună ar termina o lucrare în 6 zile. După ce prima echipă lucrează singură 4 zile, a doua termină lucrarea în 9 zile. În cîte zile ar termina lucrarea fiecare echipă?

8530. Să se găsească un număr divizibil cu 9, format din 6 cifre, toate impare, astfel ca diferența dintre el și răsturnatul său să fie 3600 iar numărul format din ultimele două cifre să se dividă cu 17.

PROBLEME PROPUSE*

8531. Fie definită în mulțimea numerelor reale R, operația

$$a \divideontimes b = ab + a + b.$$

Să se demonstreze că operația $\divideontimes$

a) este comutativă și asociativă;

b) admite element neutru care se cere să se calculeze;

c) admite element simetric pentru orice element al mulțimii, a cărui formulă se cere.

Aurel Pascaru, elev București

8532. Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se găsesc punctele C' și B' așa fel încît $AB = m \cdot AC'$ și $AC = m \cdot AB'$.

a) Să se demonstreze egalitatea:

$$m^2 (BB'^2 + CC'^2) = (m - 1)^2 (AB^2 + AC^2) + 2mBC^2.$$

b) Ce devine această egalitate dacă triunghiul ABC este dreptunghic în A? Dar dacă este echilateral?

Corneliu Georgescu, Craiova

8533. Să se rezolve sistemul

$$\begin{aligned} x_1 x_2 \ldots\ldots\ldots x_n &= 1 \\ x_1 - x_2 x_3 \ldots\ldots x_n &= 1 \\ x_1 x_2 - x_3 x_4 \ldots\ldots x_n &= 1 \\ x_1 x_2 \ldots\ldots x_{n-1} - x_n &= 1 \end{aligned}$$

I. Maftei, București

8534. Pe latura Ox a unui unghi xOy se iau în același sens segmentele $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$, astfel încît $OA^2 = AB \cdot AC$ iar pe latura Oy se iau analog segmentele $OE = b$, $EF = a$, $FH = c$. Paralelele din B la AE și din A la BF taie Oy în L și K.

Fie $M = (CF \cap BH)$, $N = (BL \cap AF)$.

a) Să se arate că BL și CF sînt paralele.

b) Să se afle lungimile segmentelor EK și LF în funcție de a, b, c și să se arate că $AMFE$ este paralelogram.

c) Să se afle relația dintre a, b, c astfel încît M, N, K să fie coliniare.

I. Șiclovan, Petroșani

8535. Să se demonstreze că media geometrică a ariilor celor două poligoane regulate cu n laturi, respectiv înscris și circumscris unui cerc este aria poligonului regulat cu $2n$ laturi înscris în același cerc.

C.I.Ț

---

* IX: (8531–8534); X(8535–8540); XI(8541–8553); S(8554–8564). Soluțiile se primesc pînă la 1 februarie 1968.

8536. Se consideră cercurile C_1, C_2 ..... C_n ..., care trec toate printr-un punct fix M și au centrele situate pe o dreaptă Δ.

Notăm cu A_n și B_n punctele unde cercul C_n intersectează dreapta Δ și cu A'_n, B'_n proiecțiile punctelor A_n și B_n pe tangenta în M la cercul C_n. Să se găsească locul punctelor A'_n și B'_n.

Teodor Gh. Cocea

8537. Să se arate că dacă n este un număr natural prim cu trei,

$$x^{4n} + x^{2n} + 1, \text{ se divide prin } x^4 + x^2 + 1,$$

iar

$$x^{6n} + x^{3n} + 1 \text{ se divide prin } x^6 + x^3 + 1.$$

C. Orșivschi, Tecuci

8538. Să se arate că dacă :

$$\sin^2(a+b) + m\cos^2 c = \frac{1+m}{2}$$

avem :

$$\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{1-m}{1+m}\operatorname{cotg}(a+b-c)$$

Augustin I. Matei, Cluj

8539. Se dă $\sin x + \cos x = p$

a) Să se calculeze

$$E = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x$$

b) Ce valori poate lua x în mulțimea $[0,2\pi]$ ca $E = -2$?

Șt. Musta, Oradea

8540. a) Să se rezolve ecuația

$$2\sqrt{2}\cos^2 2x - \sqrt{2} + 1 = 0$$

b) Notăm cu x_1, x_2, x_3, x_4 primele patru soluții pozitive ale ecuației precedente. Să se arate că :

$$\sin^2 x_1 + \sin^2 x_2 + \sin^2 x_3 + \sin^2 x_4 = 2$$

$$\cos 2x_1 + \cos 2x_2 + \cos 2x_3 + \cos 2x_4 = 0$$

C.I.Ț.

8541. Să se arate că

$$\cos^2\frac{\pi}{9} + \cos^2\frac{2\pi}{9} + \cos^2\frac{4\pi}{9} - 1 = 3\cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9} =$$

$$= \frac{1}{12}\left(\cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9} + \cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9} + \cos^2\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9}\right).$$

C. Ionescu-Țiu

59, 60), *Bănică Aurel* (7529, 41, 8, 52, 67, 74, 89, 605, 14, 16, 9, 29, 636, 8, 40, 2, 3, 4, 5, 7, 56, 9, 60, 2, 3), *L. 3* cl. X Ţîrdea Gheorghe (7314, 7, 8, 20, 1, 22, 3, 5, 6, 8, 35, 9, 60).

TG. MUREŞ. *Ş. g. 2* cl. VII Boldoe Maria (2512, 3, 4, 5, 7, 9, 20, 3, 4, 5), *Ş. g. 16* cl. VIII Nagy Elisabeta (2503, 4, 13, 5, 7, 21, 2, 4), *L. 1* cl. VI Sălăgeanu Nicolae (2524, 5, 6, 30, 1, 2, 5, 45), cl. VII Mira Alexandra (2516, 7, 8, 9, 28, 32, 60, 4). Palavitz Elisabeta (2515, 6, 20, 4, 7, 45, 6, 7), Poliac Marius (2512, 3, 4, 5, 6, 7, 20, 3, 56, 6, 7, 9, 31, 2, 3, 7), cl. VIII Dragotă Adrian (2523, 7, 8, 9, 31, 2, 3, 4, 46, 9, 58, 64), Moldovan Rodica (2515, 7, 9, 24, 5, 30, 1, 7, 45), cl. IX Coman Silviu (7536, 7, 8, 51, 3, 5, 6, 8, 9, 60, 2, 6, 78), *Pop Adrian* (2508—10, 7529, 32, 4, 5, 6, 7, 8, 41, 2, 3, 50, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 62, 3, 5, 7, 70), cl. X *Popa Horia* (2540, 1, 2, 3, 4, 57, 8, 9, 7481, 4, 91, 2, 3, 7, 6500, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 3, 5, 9, 28, 86, 7, 601, 5, 14, 7, 8, 9, 00, 1, 2, 3, 31, 42, 62, 75, 6, 726), Naftaişiti (7580, 6, 601, 5, 8, 9, 10, 1, 2, 4, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3, 4), Flămînzean Nicolae (7529, 35, 6, 7, 8, 54, 6, 609, 12, 4, 22, 338, 41, 2, 6, 7, 62), *L. 2* cl. VIII Varga Petru (2512—20, 3), *L. 3* cl. IX Dudu Gabriela (2512—8, 20, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 31, 3, 4, 5, 46, 7, 8, 58, 9), cl. X Turcu Claŭdiu (2508, 9, 10, 24, 5, 6, 7534, 5, 52, 3, 4, 80, 608, 9, 23, 4), *L. de muzică şi arte plastice* cl. VI Cristofovici Daniel (2499, 500, 1, 2, 16, 7, 8, 9, 33, 4, 5).

TG. JIU. *Ş. g.* cl. VIII Popescu Miron (2498, 500, 1, 2, 4, 5, 11, 2, 3, 5, 20, 3), *Ş. g. 4* cl. V II *Arjoca Cătălin* (2450, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 61, 95, 6, 7, 8, 9, 500, 1, 2, 4, 6, 8, 512, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 3, 5, 6), L. 1 cl. IX Creţan Doina (2528, 9, 30, 1, 2, 4, 42, 6, 7, 58, 9, 68, 70, 2), Păsărică Florentina (2528, 9, 30, 1, 3, 42, 6, 7, 8, 9, 60, 8, 70, 2), Ozum Doina (2540, 1, 2, 3, 4, 57, 8, 9, 701, 1, 2, 7639, 726), cl. X Dumitrescu Dan Florin (7360, 4, 72, 3, 4, 5, 7, 8, 85, 7, 91, 5, 7, 8, 9, 400, 2, 3, 4, 5, 8), *L. 2* cl. X Harea Aurelia (2498, 505, 12, 3, 28, 9, 30, 1), cl. X *Diaconu Ilie* (7423—5, 30, 2, 7—41, 50—3, 62, 70, 7—80, 2, 90, 1, 4—501, 5, 9—11, 4, 27, 9, 34, 5), Vasilescu Vasile (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 52, 4, 608, 12, 4, 7, 9, 21, 30, 1, 9, 42, 3, 62).

TG. NEAMŢ. cl. X Stîngu Mugurel (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 53, 4, 5, 6, 63, 608, 10, 2, 4, 7, 21), Motreanu Dan (7584, 90, 2, 3, 601, 8, 10, 12—4, 8, 20—3, 38, 41, 61, 3, 8, 7, 87, 90, 4).

TÎRNĂVENI. cl. X Cruia Călin (7608, 12, 4, 7, 8, 9, 21, 2, 3, 4, 36, 8, 40, 1, 2, 3, 61, 3), *L. 2* cl. X Popa Vasile (7529, 34, 5, 6, 7, 8, 80, 4, 612, 4, 23, 4, 35, 42, 62).

TOHANUL VECHI cl. VII Zamfir Nicolae (2495—502, 4—5).

TOPLIŢA. cl. X Aved Ildiko (2512, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 4, 5, 6, 7, 8, 33).

TOPOLOVENI. cl. IX Dumitrică Mihail (7551, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 36, 7, 8, 36, 7, 8, 9, 10).

TORMAC. cl. VII Duică Alexandru (2495, 500, 1, 2, 13, 4, 5, 6, 9, 26, 9, 35).

TRUSEŞTI. cl. IX Anton Romulis (2524, 5, 6, 7, 40, 1, 2, 4, 59, 7600, 10, 24, 31), Michiu Doina (2522, 7, 8, 9, 30, 1, 3, 4, 5, 8, 42, 4, 5, 6, 58, 8, 9), cl. XI *Corduneanu Dumitru* (7550, 1, 2, 3, 60, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 73, 7, 80, 90, 3, 6, 7, 601, 8, 9, 10, 11, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 20, 1, 22, 23, 4, 32, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 40, 1, 2, 4, 6, 7, 9, 58, 9, 60, 1, 2, 3), *Roşu Mircea* (7608, 9, 10, 2, 4, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 37, 9, 41, 2, 3, 6, 7, 60, 1, 2, 3, 7, 74, 5, 6, 7, 8, 80, 1, 3, 4, 92, 3, 5, 7).

TULCEA. *L. 1* cl. VIII Ionescu Maria (2513, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20—2, 8, 9, 32, 3, 45, 57), Popovici Mioara (2504, 10, 20, 3, 4, 5, 32, 6, 7, 9, 41), Stoian Maria (2513, 6, 7, 8, 9, 20, 28, 9, 30, 1, 2, 3, 6, 9).

TURDA. cl. VII Nicoară Delia (2497, 501, 4, 13, 4, 7, 8, 26), *L. 2* cl. VI Şerban Leoca (2497, 9, 500, 1, 12, 13, 5, 6), cl. VII Moldovan Ana Maria (2508, 9, 10, 24, 40, 2, 4, 7552, 4, 608, 19, 9, 20), cl. IX Toma Adela (2497, 501, 3, 4, 8, 9, 10, 5, 6, 7, 8, 9, 22, 4), cl. X Zeicu Mihai (2524—7, 541—2, 57—9, 7608, 10, 618—9, 23), *L. 1* cl. XI Şerban Viorel (7580, 608—14, 7—23, 36—47) 59, 60, 2), *L. 2* cl. IX Mihăilescu Virginia (2525, 6, 41, 2, 4, 57, 8, 9, 7608, 9, 10, 9, 23, 4, 75, 681).

TURNU SEVERIN cl. VIII Burtea Dan (2529, 31, 5, 45, 6, 8, 50), *S. g. 2* cl. VIII Pănescu Florica (2516, 7, 9, 29, 31, 2, 5, 45, 6, 50, 3), *Ş. g. 2* cl. VII Bivolaru Vasile (2495, 8, 500, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8), *Ş. g. 10* cl. VII Andreieş Liliana (2512, 4, 6—9, 29, 33, 34, 5, 45), Spiridon Mileva (2512, 4, 6—9, 29, 33—5, 45), *L. 1* cl. VII Popescu Mihaela (2496—501, 2512—8, 28—34), cl. VIII Grigoraş Alexandru (2497, 513, 5, 6—20, 2, 8, 31, 5, 42), cl. X Sevici Constantin (7529, 34—8, 51—9, 65, 9), *L. 2* cl. V Biban Nicolae (2512, 3, 4, 5, 28, 31, 2, 4), cl. VIII Biban Irina (2512—39, 41, 3, 5—6, 58—9, 7625), Iupceanu Ion (2512—8, 29—38, 44—9, 50, 7—60, 7671, 3, 4, 5, 6), *L. 3* cl. IX Dragotă Elisabeta (2508—10, 40—2, 4, 58, 9, 7551—5), Popescu Anghel (2522—6, 39, 41, 3, 4, 50, 7617, 21, 36, 86—8, 90—3, 96—7), Zimţa Florentin (7608, 9, 10, 2, 4, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 32, 6, 8—43, 62, 3, 74, 5—9, 84, 9, 97).

ŢĂNDĂREI. cl. XI Nedelcu Nicolae (7475, 9, 82 90, 511, 38, 41, 8, 52, 62, 4, 610, 20, 74, 5, 6, 7, 8, 83, 97).

TUGLUI. cl. VIII Nedelceanu Nicu (2495, 9, 500, 3, 4, 13, 5, 6, 7, 8).

TUTOVA. cl. VII Grigoraş Ana (2450, 2, 3, 5, 6, 64-8, 70).

ULMI (Tîrgovişte) *Ş. g.* cl. VI Dobre Elena (2514, 6, 8, 22, 5—35).

UMBRĂREŞTI (Gaiaţi). *L.* cl. XI Lepădatu Dumitru (2529, 34—8, 52, 4—6, 60).

URLAŢI (Ploieşti) cl. X Olaru Adrian (7534, 5, 6, 7, 8, 48 50, 4, 5, 93, 612, 7, 8, 22, , 42, 4, 6, 61), cl. XI Vasile Dan (7591, 4, 614, 81, 9, 20, 1, 39, 40, 1, 5, 60, 1, 9, 76, 90, 2, 700, 1, 3), *Vasile Ion* (7444, 9, 51, 70, 7, 81, 501, 2, 9, 21, 34—8, 50, 1—8, 80, 93, 608, 12, 7, 23, 36, 8, 42, 59, 62, 3), *Zotta Dan* (7423—6, 40, 7, 8, 43—54, 62, 70, 5—83, 90, 1, 3—7, 9, 500, 1, 2, 4, 5, 7—11, 4, 6, 9, 25—9, 34—8, 42, 7, 9—56).

URZICENI cl. VII Buga Mihai (2515, 7, 9, 20, 9, 31, 3, 45, 6, 64, 7), cl. VIII Georgescu Adina (2513, 5—7 23, 4, 8, 9, 33, 57).

VADUL CRIŞULUI (Crişana). cl. VIII Gavriluţ Ovidiu (2524—6, 41, 2, 57—9, 70, 2).

VALEA CHIOARULUI (Maramureş) cl. VIII Pop Ion (2520, 8, 9, 31—4, 5—7).

VALEA LUI MIHAI (Crişana) cl. X Covaci Iosif (7477, 9, 90, 4—7, 9, 535, 8, 54), cl. XI Pop Ioan (7529, 34—8, 42, 50, 3—6, 60, 1, 5), *Vesa Ion* (7629, 34, 5, 8—42, 4, 7, 9, 52—3, 9, 60—3, 9, 75—8, 80—92, 5, 7, 705—709, 17).

VALEA SADULUI (Oltenia) cl. X Cîrlea Ilia (7423—5, 50, 2, 99, 7529, 34—8, 7612, 4, 7, 8, 39, 40, 2, 3, 75, 6, 87, 95, 7), Crivăţ Nicolae şi Ghişe Mariana (7423—5, 82, 507, 29, 34—8, 55), Tuturugă Marcel (7423, 4, 77, 9, 505, 29, 34—8, 51, 4, 65, 78).

VASLUI *L. 1* cl. VIII Gold Iulian (2512—7, 9, 20, 31, 3), cl. IX Safer Marta (2512—6, 8, 20, 1, 3, 4, 8, 30, 1, 3, 4, 8, 41, 6, 7). cl. XI Popovici Constantin (7616, 38, 9, 41, 3, 4, 6, 9, 51—3, 9, 60—3).

VATRA DORNEI. *L.* cl. VIII Doru Zazuleac (2512—22).

VADASTRITA (Oltenia) *S' g.* cl. VI Chiţu Constantin (2495, 7, 500, 2, 4, 8, 9, 31, 3, 40).

VĂLENI (Argeş) cl. VIII Cerbu Eugenia (2513, 6, 22, 8, 44, 5, 52, 4, 9), Zălinescu Constantin (2495—501, 7—9, 11—26, 7618—21).

VĂLENII DE MUNTE (Ploieşti). cl. XI Zaharia Ion (7372, 4, 8, 91, 7, 8, 400, 18, 23, 41, 77, 90, 4, 6).

VERGULEASA (Argeş) cl. VIII Vieru Gheorghe (2495, 9, 512, 55—9, 22, 6, 8, 9, 31, 5).

VIŞEUL DE SUS. (Maramureş) *L. 1* cl. X Trifoi Vasile (7501, 10, 7, 21, 99, 664, 7—9, 74—8, 80—5, 8, 90—3, 8, 700).

VULCAN (Hunedoara) *L.* cl. VIII Gurtavenco Alexandru (2495, 503, 4, 9, 13—22, 8—33, 41—2, 4).

ZALĂU (Cluj) cl. X Neufeld Petru (7529, 34—7, 52, 4, 64, 617, 21, 3, 43, 63), Szőcs Coloman (7552, 4, 61, 612, 4, 7, 36, 42, 4, 62, 76, 97, 703).

ZIMNICEA. cl. IX Roşu Alexandru (2508, 9, 24, 41, 2, 4, 5, 3, 4, 6, 608, 9, 18, 37).

ZLATNA (Hunedoara) cl. XI Oprea Nicolae (7617, 20, 2, 3, 62, 3, 7, 5, 6, 82, 13, 4).

★

Pînă la 15 decembrie 1966 s-au mai primit soluţii bune de la :

ABRUD (Crişana) *L. 1* cl. X Borza David (7667, 8, 74—7, 80, 7, 94, 707, 26, 7). Fele Ioan (7667m 8, 74—7, 87, 90, 4, 704, 26, 7), Stan Mariana (7667, 8, 75—7, 86, 8, 90, 3, 726, 7, 44), Negru Koan (7643, 75—7, 84, 8, 901, 3, 726, 7, 9, 33), cl. XI Danciu Ionel (7667, 9, 74—7, 92, 3, 627, 7, 35, 86, 9), Diaconu Nicolae (7643, 59, 75, 7, 84, 90, 3, 704, 26, 7, 9, 33), Matieş Andrei (7669, 74—7, 80, 8, 90, 2, 3, 726, 7, 35, 4), cl. XI Voju Mariana (7667, 75—7, 80, 7—90, 2, 3, 726, 7, 44).

ADJUD (Bacău) *L. 1* cl. X Apostu Gh. (7637, 43, 9, 52, 63, 4, 7, 9—9, 75, 86, 8, 91, 94, 704, 26, 30, 6, 41), Onţa Constantin (7667, 9, 80, 8, 97, 704, 32, 46, 52, 67, 67, 85, 98, 808), cl. XI. Balaci Cristina (7676, 83, 8, 92, 7, 700, 3, 26, 8, 30, 2, 3, 5, 9), Barbu Ion (7674, 6, 80, 4, 97, 700, 3, 26, 33, 5, 9, 85), Berbec Ileana (7674, 6, 80, 90, 3, 7, 700, 3, 4, 26, 30, 3, 5, 9, 85), *Cauteş Gh.* (7631, 2, 6, 45—7, 61—3, 8, 9, 74, 8, 80, 3—95, 7, 9, 700, 3, 11, 6, 26, 30, 5, 40, 4, 65), Gheţu Toader (7676, 7, 83, 90, 2, 3, 704, 26, 8, 30, 2, 3, 5, 9, 85), Gorgoş Constanţa (7630, 44, 50, 61, 9, 76, 81, 3, 90, 2, 3, 5, 7, 726, 8, 30, 5, 49), Gurămultă Dan (7675, 7, 8, 80, 3, 7, 90, 5, 7, 700, 1, 3, 4, 27, 30), Igna Ioan (7620, 75—8, 80, 5, 4, 93, 703, 41, 85), Nopan I. Viorel (7642, 59, 75—8, 90, 3, 7, 728, 7. 9, 33), cl. XI Panaite Constantin (7674, 6, 90, 2, 3, 7, 703, 26, 30, 5, 85, 98), *Vasiloiu Nelu*, 9, 40, 2, 3, 59, 61, 7, 9, 74, 5, 7, 8, 80, 1, 3—5, 90, 2, 5, 7, 700, 1, 3, 27, 8, 30, 3, 5, 46, 9. 85).

AIUD (Cluj) *S. g. 1* cl. VIII Maftei Doina (2529—36, 40, 1, 5, 6, 8, 50—3, 8, 9), Popa Emil (2545—8, 51—3, 8, 9), L. 1 cl. X Letiţia Tiberiu (7686, 7, 90—2, 726, 7, 30, 2, 85, 6, 8).

ARAD. *S.g. 5* cl. VII Bota Monica (2528—35), Bretoteanu Sorin (2528—36), Husa Dana (2528—35), Neagrău Cornelia (2528—36), Popa Emil (2528—38, 42), Kuhinka Ursula (2545, 6, 51, 60, 2, 4, 73, 7, 8), *L. 1* cl. IX Ples Judita (2557—9, 70—2, 91, 4 ; 7675, 87, 726. 7, 9) cl. X Ancuţescu N. (7667, 75—8, 82, 6, 90, 2, 726, 7, 33*v*, Utu Mircea (7675—7, 83, 7, 90, 2, 3, 726, 7, 9, 33), Nădrău Dorin (7667, 74—9, 87, 92, 3, 726, 7, 33, 89), Pătru Ionel (7667,, 74—8, 82, 6, 90, 2, 726, 7, 33), Pîrvulescu Constantin (7675—8, 80, 1, 3, 92, 726, 8, 33, 5), Sicora Ion (7674—7, 87, 90, 2, 3, 726, 9, 33), Tămas Ana (7674—6, 86, 91—3, 726—9, 33, 89), cl. XI Adah Mircea (7674—8, 83, 90, 4, 704, 6, 62, 7, 35, 49). Chirilă Florea (7674—9, 90, 2, 3, 704, 61, 26, 7, 35, 49), Itu Delia (7675—7, 90, 2, 3, 700 , 1, 4, 6, 26, 35 , 98), Moise

Petru (7670—6, 8, 83, 4, 90, 2, 726, 35, 49), Neamțu Sorin (7667, 74—9 90, 2, 3, 704, 6, 26, 35), Nițu Mircea (7686—90, 2, 5, 7, 9, 700, 4, 6), Opincaru Radu (7674—8, 83, 90, 701, 4, 6, 26, 7, 35, 49), Petrovici Ionel (7674—9, 84, 90, 2, 3, 704,6, 62, 35,98), Savici Ludovic (7674—7, 92, 7, 9—701, 4, 6, 26, 44), *L. 2* cl. VII Iodea Delea (2545, 52, 3, 60, 8, 73, 7, 8), *L. 3* cl. X Bercovici Vladimir (7675—7, 88—90, q, 3, 726, 8, 9, 33), Cartojan Iancu (7675—7, 86—93, 726, 9, 33), *L. 4* cl. VI Duca Marcela (2545, 51, 60, 4, 73—5, 8), Fackelmann Barbare (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 7, 8), Mechler Christo (2545, 6, 51, 60, 2, 4, 73, 7, 8), Nițu Luminița (2545, 6, 51, 60, 4, 73, 4, 7, 8), Vancu Emil (2545—7, 51, 60, 2, 4, 7, 73, 7, 8), cl. X Francez Adalbert (7667, 74—7, 86, 7, 9, 90, 2, 4, 9, 726, 6, 32), Honoiu Titus (7675, 89, 94, 9, 726—9, 31—3, 69, 85, 7, 829), Gruber Iosif (7667, 75, 87, 9, 90, 1—4, 9, 727, 7, 9, 30, 2, 3), Hirsche Ladislau (7674——6, 86, 7, 9, 90, 2, 9, 726—9, 32, 5), *Scoala muzică* cl. VII Cristea Filaret (2529, 31, 2, 5—7, 41, 5, 58, 70, 80, 4, 6—9, 94).

ABRUD (Maramureș). *S.g.* cl. VIII Aman Ecaterina (2545, 6, 8, 9, 53, 5, 7, 9), Balogh Susana, Keizer Elisabeta, Achlakter Vasile, Reiz Elisabeta (2545, 6, 8, 9, 52, 3, 5, 7, 9).

AVRIG (Brașov), *L. 1* -cl. XI Berghea Vasile (7638, 40—3, 5, 59, 62, 3 9, 90, 3, 7, 9, 701), Zamfirescu Daniela (7642, 4, 9, 52, 3, 60, 2, 3, 785—8, 93, 7).

BACĂU. *S.g. 1* cl. VII Mocanu Elena (2528—32, 4, 5, 8, 51), *S.g. 5* cl. VII Cristea Dan (2528, 30, 1, 3, 45, 6, 60, 1), *S. g. 8* cl. VIII Andarache Gabriela (2545—9, 52, 3, 8, 9), *L. 1* cl.VII Wenger David (25929—35, 7, 41), cl. IX Cartas Radu (2542, 4, 7—9, 70—2; 7638, 625, 7, 9), Cîrnu Gh. (2557—9, 702, 90, 1, 4, 5; 7675, 6, 26). Rotaru Adrian (2531, 8, 41, 57—9, 70, 2; 7726, 7, 65), *L. 2* cl. XI Iurea Vasile (7674, 5, 7, 81, 6, 90, 2, 3, 5, 7, 701, 4, 6, 26—9), C3,5), *L. 4* cl. X Filimon Liviu (7686, 7, 90, 2, 3, 726, 7, 9, 33, 5, 85, 9), cl. XI Macovei Costică (7659, 62, 7, 9, 74, 5, 7, 8, 81, 4, 7, 90).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. X Despre Ana (7686, 7, 90, 2—4, 723—9)

ERATĂ— La pag. 440 Exemplul 3, în loc de $\cos^3 t$ trebuie $\cos 2t$. La problema. 7889 în loc de $k+n$ se va scrie $k+p$, iar în loc de $n+2$ trebuie $p+2$.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme prequătiți și Olimpiada matematică 1967.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimile trei numere apărute în G.M.B. *Problemele rezolvate* vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

Orice elev poate trimte soluții și la probleme din clasa precedentă.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G. M. B, unui coleg care să devină un nou abonat.

Tirajul fiind limitat, G.M.-B se trimite mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze de îndată. Prețul este de 2 lei exemplarul.

Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale. Pentru 12 numere 24 lei.

I. P. „Informația" — c. 4109

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — februarie 1967

2

ORSZÁGOS MŰSZAKI DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B

Anul XVIII, nr. 2 — februarie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Noţiuni de structură topologică pe dreaptă de *Ilie Stănescu*	49
2. Note matematice de *Em. Gaiu, D. M. Bătineţu, I. Dumitrache, Petru Sava, L. Walzek*	53
3. Probleme rezolvate (7306, 7307, 7308, 7309, 7327, 7328, 7329, 7332, 7334)	59
4. Chestiuni de examen (7970—8016)	67
5. Probleme propuse (8017—8037)	72
6. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2649—2668)	75
7. Cărţi noi	78
8. Rubrica rezolvitorilor de probleme	79

ANUL XVIII **2** februarie

COMITETUL DE REDACŢIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară, (Cluj); *Ottescu C.*, profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O., conf.* univ. redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Ţene L.*, profesoară şi *Voinea R.*, prof. univ.

REDACŢIA; Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor; precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

E 1426

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul XVIII nr. 2 februarie 1967

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

NOȚIUNI DE STRUCTURĂ TOPOLOGICĂ PE DREAPTĂ

ILIE STĂNESCU
Profesor, Sibiu

În cele ce urmează prezentăm articolul expus la cercurile de elevi la liceul 3 din Sibiu în anul 1966.

1. *Noțiuni introductive.* Se consideră cunoscute intervalele mărginite, nemărginite, închise și deschise. Se precizează că orice interval este o submulțime a mulțimii numerelor reale. Reciproca nu este adevărată deoarece nu orice submulțime a numerelor reale este un interval. Exemplu mulțimea numerelor naturale este o submulțime a numerelor reale, dar nu este un interval.

În cele ce urmează prin „x_0 este un punct pe axă (pe dreaptă)" vom înțelege că este vorba și de numărul real care îi corespunde lui x_0 și reciproc.

Numărul real care corespunde unui punct de pe axă se numește coordonată. Distanța dintre două puncte A și B este egală cu diferența dintre coordonatele punctelor A, respectiv B (fig. 1 : $AB = b - a$).

2. *Vecinătățile unui punct pe dreaptă.*

Definiție. Orice mulțime V care include un interval deschis $(a;b)$ în care se găsește x_0 $(a < x_0 < b)$ se numește vecinătate a lui x_0.

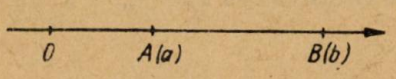


Fig. 1

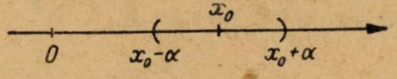


Fig. 2

Consecințe. Orice interval deschis care conține pe x_0 este o vecinătate a lui x_0. Punctul x_0 (și orice punct de pe dreaptă) are o infinitate de vecinătăți. Mulțimea R este o vecinătate a lui x_0.

a) Vecinătăți simetrice. Intervalul $(x_0 - \alpha;\ x_0 + \alpha)$ este o vecinătate simetrică a lui x_0 oricare ar fi $\alpha > 0$ (fig. 2).

Teoremă. Orice vecinătate V a lui x_0 include cel puțin o vecinătate simetrică a sa.

Fie V o vecinătate a lui x_0. Conform definiției vecinătății există un interval deschis $(a;\ b)$ astfel încît

$$(a;b) \subset V \text{ și } x_0 \in (a,b). \quad \text{(fig. 3).}$$

Presupunem $x_0 - a < b - x_0$ (adică distanța de la a la x_0 este mai mică decît distanța de la x_0 la b*) și $0 < \alpha < x_0 - a$. Rezultă că:

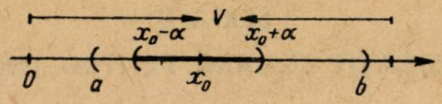


Fig. 3

$x_0 - \alpha > a$; $x_0 + \alpha < b$ și $(x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$ este o vecinătate simetrică a lui x_0 inclusă în V deoarece $(x_0 - \alpha; x_0 + \alpha) \subset (a; b) \subset V$.

b) Dacă $x_0 \in (x - \alpha; x_0 + \alpha)$ rezultă că $|x_0 - x| < \alpha$ și reciproc, dacă $|x_0 - x| < \alpha$ rezultă că $x \in (x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$.

Dacă $x \in (x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$ pot exista situațiile din fig. 4a și fig. 4b.

În fig. 4a distanța dintre x_0 și $x_0 + \alpha$ este α iar distanța dintre x_0 și x este mai mică decît α adică $x - x_0 < \alpha$

Ținînd seama de fig. 4b avem relația $x_0 - x < \alpha$.

Ultimele două relații se scriu $|x_0 - x| < \alpha$.

Reciproc, dacă se dă $|x_0 - x| < \alpha$, arătăm că $x \in (x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$:

$$|x_0 - x| = \begin{cases} x - x_0 \text{ dacă } x_0 < x \\ x_0 - x \text{ dacă } x_0 > x \end{cases}$$

Dacă $x_0 < x$ avem $x - x_0 < \alpha$ și din ultimele două inegalități rezultă relația $x_0 < x < x_0 + \alpha$ care confirmă că $x \in (x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$, fiind situat ca în fig. 4a.

Dacă $x_0 > x$ avem $x_0 - x < \alpha$ și din ultimele două inegalități

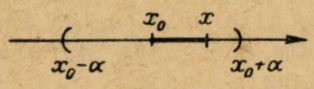


Fig. 4 *a*

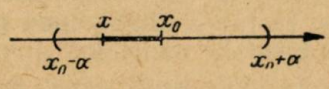


Fig. 4 *b*

rezultă relația $x_0 - \alpha < x < x_0 + \alpha$ care confirmă că $x_0 \in (x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$ fiind situat ca în fig. 4b.

c) *Teoremă. Oricare ar fi două puncte diferite x_0 și y_0, ele au cel puțin cîte o vecinătate fără puncte comune.*

Fără a restrînge generalitatea presupunem $x_0 < y_0$ (fig. 5).

Cunoaștem că $z_0 = \dfrac{x_0 + y_0}{2}$ reprezintă jumătatea segmentului cu capetele în x_0 și y_0. Notăm $z_0 - x_0 = \beta$ și $(x_0 - \beta; x_0 + \beta)$, $(y_0 - \beta; y_0 + \beta)$ sînt vecinătăți ale lui x_0 respectiv y_0 care nu au nici un punct comun: $(x_0 - \beta; x_0 + \beta) \cap (y_0 - \beta; y_0 + \beta) = \Phi$.

---

*) Mai sînt posibile presupunerile: $x_0 - a = b - x_0$ și atunci intervalul (a, b) este chiar vecinătatea simetrică a lui x_0. sau $x_0 - a > b - x_0$ și atunci continuarea demonstrației se face asemănător.

Generalizînd putem arăta că fiind dată o mulțime finită de puncte pe o axă, fiecare punct are cel puțin cîte o vecinătate astfel ca oricare ar fi două vecinătăți ele nu au nici un punct comun.

d) *Proprietățile vecinătăților punctului* x_0.

Orice vecinătate a lui x_0 conține pe x_0

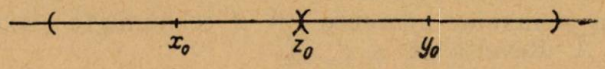


Fig. 5

Dacă $V \subset U$ și V este o vecinătate a lui x_0 atuci și U este o vecinătate a lui x_0 (fig. 6).

Dacă U și V sînt două vecinătăți oarecare ale lui x_0, atunci și $U \cap V$ este o vecinătate a lui x_0 (fig. 7).

3. *Puncte interioare. Puncte exterioare. Mulțimi deschise.*

Fie A o submulțime de numere reale.

Definiție. Dacă A este o vecinătate a lui x_0 atunci x_0 este punct interior mulțimii A.

Teoremă. Dacă x_0 *este punct interior al mulțimii* A, *există cel puțin*

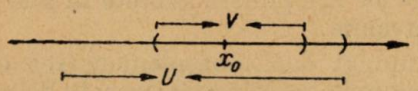


Fig. 6

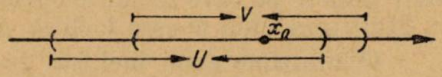


Fig. 7

o pereche de numere a *și* b *care îndeplinesc condițiile*: $a < x_0$, $b > x_0$ *și* $\{a; b\} \subset A$.

Presupunem că nu există $a < x_0$ astfel ca $a \in A$.

Atunci x_0 este cel mai mic număr al mulțimii A. Rezultă că A nu include niciun interval deschis care să conțină pe x_0 și atunci A nu este o vecinătate a lui x_0. Rezultatul este absurd deoarece contrazice ipoteza. În mod asemănător se arată că există $b > x_0$ cu $b \in A$ și teorema este demonstrată.

Dacă x_0 este punct interior mulțimii A, există cel puțin o vecinătate a lui x_0 inclusă în A, $x_0 \in (a; b) \subset A$.

Definiție. Punctul y_0 este exterior mulțimii A dacă este interior mulțimii $\complement A$.

Mulțimea punctelor interioare lui A o notăm $\mathrm{Int}A$ și avem relația $\mathrm{Int}A \subset A$. Dacă $A = \mathrm{Int}A$, mulțimea A se numește deschisă.

Propoziție echivalentă cu definiția, Dacă A este vecinătatea oricărui punct al ei atunci A este mulțime deschisă.

Mulțimea R este deschisă deoarece ea este vecinătatea oricărui punct al ei. Mulțimea Φ este deschisă prin convenție.

4. *Puncte aderente. Mulțimi închise.*

Punctul $x_0 \in R$ este aderent mulțimii A dacă oricare ar fi o vecinătate a lui, ea conține cel puțin un punct din A.

Dacă $x_0 \in A$ atunci x_0 este aderent mulțimii A, deoarece oricare vecinătate a sa conține un punct din A și acesta este chiar x_0.

Un punct x_0 poate fi aderent mulțimii A chiar dacă $x_0 \in A$. *Exemplu*: $A = (x_0; y_0)$. Vecinătatea $(x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$ conține cel puțin un punct din A și acesta este $x_0 + \frac{\alpha}{2}$ (dacă $\alpha < y_0 - x_0$) (fig. 8) deși $x_0 \notin A$. Dacă $\alpha > y_0 - x_0$ atunci vecinătatea $(x_0 - \alpha; x_0 + \alpha)$ conține toate punctele din A. Rezultă că x_0 este aderent mulțimii A.

Mulțimea punctelor aderente lui A se numește închiderea lui A și se notează $\overline{A}$. Rezultă că $A \subset \overline{A}$.

Dacă o mulțime este egală cu închiderea sa se, numește mulțime închisă. Propoziții echivalente cu definiția: O mulțime este închisă dacă își

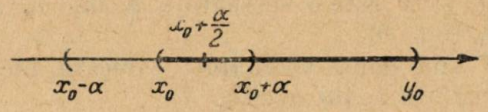


Fig. 8

conține toate punctele aderente. Dacă în afara unei mulțimi nu sînt puncte aderente ei, atunci ea este închisă.

Mulțimea R este închisă deoarece nu se pune problema existenței unor puncte pe care să nu le conțină, deci nu are puncte aderete în afara ei. Mulțimea vidă Φ este închisă prin convenție.

O mulțime este închisă dacă și numai dacă complementarea ei este deschisă. Mulțimile R și Φ sînt singurele mulțimi de puncte de pe dreaptă care au proprietatea că sînt și închise și deschise.

5. *Frontiera unei mulțimi.* Punctul x_0 se numește punct frontieră al mulțimilor A și $\complement A$ dacă oricare ar fi o vecinătate V a lui x_0 ea conține cel puțin cîte un punct din A și $\complement A$ diferit de x_0.

Din definiție rezultă că $x_0 \in \overline{A}$ și $x_0 \in \overline{\complement A}$.

Mulțimea $\overline{A} \cap \overline{\complement A}$ se numește frontiera mulțimii A sau (frontierea mulțimii $\complement A$) și se notează FrA (sau Fr $\complement A$).

Dacă Fr$A \subset A$ atunci A este o mulțime închisă. Dacă Fr $\complement A \subset \complement A$ atunci $\complement A$ este o mulțime închisă.

Mulțimea punctelor frontieră nu este inclusă nici în Int$A$ nici în Int$\complement A$.

6. *Punct de acumulare.* Punctul $x_0 \in A$ se numește punct de acumulare, dacă oricare ar fi o vecinătate V a lui x_0, ea conține cel puțin un punct din A diferit de x_0.

Orice punct de acumulare al mulțimii A este și punct aderent ei. Reciproca nu este întotdeauna adevărată. Într-adevăr, dacă $A = \{x_0\}$ punctul x_0 este aderent lui A dar nu este punct de acumulare al ei.

Orice punct frontieră al mulțimii A este și punct aderent al ei. Reciproca nu este adevărată.

Teoremă. Orice vecinătate a unui punct de acumulare $x_0 \in A$ conține o infinitate de puncte din A.

Presupunem contrariul și anume că există vecinătatea V a lui x_0 care conține un număr finit de puncte din A.

Fie $V \cap A = \{x_0, a_1, a_2, a_2, \ldots . a_n\}$.

Ţinînd seama de cele arătate la 2_c, fiecare punct din $V \cap A$ are cel puţin cîte o vecinătate astfel că oricare ar fi două puncte, vecinătăţile lor n-au niciun punct comun (fig. 9). Notăm vecinătatea lui x_0 care

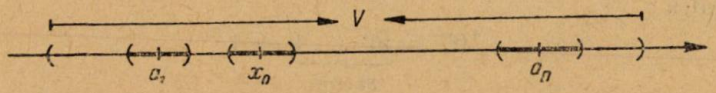


Fig. 9

îndeplineşte această condiţie cu U. În vecinătatea U a lui x_0 nu mai există nici un punct din A în afară de x_0. Rezultatul este absurd deoarece x_0 este punct de acumulare şi teorema este demonstrată.

Consecinţă. O mulţime care are un punct de acumulare este infinită.

NOTE MATEMATICE

6. Asupra problemei 4715

În problema G.M.B. 4715 rezolvată în G.M.—B anul 1962 nr. 9 —pag. 532 se cereau resturile împărţirii numărului $(10^n - 1)$ cu 37, $n \geqslant 2$.

Problema este cunoscută sub forma ei generală.

I. Din observaţia cunoscută $27 \times 37 = 999 = 10^3 - 1$ se deduce că $10^{3k} = \mathfrak{M}\,37 + 1$ şi rezultă $10^{3k} = \mathfrak{M}\,37 + 1$.

Fie

$$N = a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0 \quad (1)$$

un număr scris în baza 10.

El se poate scrie :

$N = A_v . 10^{v \cdot 3} + A_{v-1} . 10^{(v-1) \cdot 3} + \ldots A_1 . 10^{1 \cdot 3} + A_0$ în care $A_0, A_1, \ldots, A_v$ sînt grupe de cîte trei cifre obţinute din (1) prin împărţirea lui de la dreapta spre stînga, ultima grupă putînd avea 2 cifre, sau o cifră.

Deoarece : $10^{3k} = \mathfrak{M}37 + 1$ urmează :

$$N = \mathfrak{M}37 + (A_v + A_{v-1} + \ldots + A_1 + A_0)$$

Deci numărul N se divide cu 37, dacă $S = A_v + A_{v-1} + \ldots + A_0 + A_0$ se divide cu 37 şi reciproc.

Observare. Această demonstraţie este cunoscută.

Aplicaţie. Orice număr de forma $N = aaa$ se divide cu 37.

În adevăr $N = a \,.\, 111 = a \,.\, 37 \,.\, 3$

Problema poate fi pusă şi astfel : Se dă numărul $N = aaa \ldots a$ Care este numărul minim de cifre ale lui N ca el să se dividă cu 37?

Această problemă este rezolvată în *G.M.* seria *B.*

II. Ne propunem să găsim toate resturile împărţirii numărului $(10^n - 1)$ cu $(10^m - 1)$ în ipoteza $n > m$.

Problema de mai sus este cunoscută şi este un caz particular al acesteia — deoarece 37 este un divizor al lui $999 = 10^3 - 1$.

Observăm că

(1) $$10^m - 1 = \underbrace{99 \ldots 9}_{m \text{ ori}}$$

Rezultă :

(2) $$10^m = \underbrace{99 \ldots 9}_{m \text{ ori}} + 1$$

şi deducem imediat :

(3) $$10^{mt} = \mathfrak{M}(99 \ldots 9) + 1$$

Fie :

(4) $$N = a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$$

un număr dat. Despărţim acest număr în grupe de cîte m cifre de la dreapta spre stînga : $N = A_v \cdot 10^{v.m} + A_{v-1} \cdot 10^{(v-1)m} + \ldots + A_1 \cdot 10^m + A_0$ ultima grupă A_v putînd avea mai puţin de m cifre.

Vom avea :

(6) $$N = M\,99 \ldots 9 + (A_v + A_{v-1} + \ldots + A_1 + A_0)$$

Formulăm condiţia divizibilităţii cu $(10^m - 1)$ a numărului

$$N = a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$$

$$n > m$$

astfel :

Condiţia necesară şi suficientă ca numărul N să se dividă cu $10^m - 1$ (N avînd n cifre şi $n > m$) este ca :

$$10^m - 1 \mid\mid A_v + A_{v-1} + \ldots + A_1 + A_0$$

Condiţia necesară şi suficientă ca numărul N să se dividă cu $(10^m - 1)$ este ca $(10^m - 1)$ să dividă suma dintre grupa A_0 şi numărul rămas din N.

Consecinţă. (1) $99 \ldots 9 / 10^n - 1$, $(n > m)$
dacă $10^n - 1$ se descompune în v grupe luate de cîte m cifre egale, adică $n = m \cdot v$

2) Dacă $n = mv + k$

$$0 \leqslant k < m$$

în acest caz $(10^m - 1)/(10^n - 1)$ şi

$$10^n - 1 = \mathfrak{M}\,\underbrace{99 \ldots 9}_{m} + \underbrace{99 \ldots 9}_{k}$$

Rezultă că resturile diviziunii numerelor de forma :

$$10^n - 1 \text{ cu } 10^m - 1 \qquad (n = mq + k)$$

sînt de forma

$$10^0 - 1\,;\ 10 - 1\,;\ 10^2 - 1\,\cdot\,;\ \ldots\,;\ 10^k - 1$$

valoarea maximă a lui k fiind $(m - 1)$.

Em. Gaiu, Iaşi

7. Asupra problemei 6707

Ne propunem să stabilim unele relații care să generalizeze problema 6707 din G.M.—B.

1. Să notăm :

$$U_i = \sin^{2i} x + \cos^{2i} x + f_i(x) \tag{1}$$

unde i este un număr întreg oarecare iar funcțiile $f_i(x)$ sînt definite pe mulțimea R a numerelor reale cu valori în R.

Dacă ținem seama că $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, atunci relația (1) ne dă :

$$U_i = U_i(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin^{2(i+1)} x + \cos^{2(i+1)} x + f_i(x) +$$

$$+ \sin^2 x \cos^2 x [\sin^{2(i-1)} x + \cos^{2(i-1)} x] = \sin^{2(i+1)} x + \cos^{2(i+1)} x +$$

$$+ f_{i+1}(x) + \sin^2 x \cos^2 x [\sin^{2(i-1)} x + \cos^{2(i-1)} x + f_{i-1}(x)] + f_i(x) -$$

$$- f_{i+1}(x) - \sin^2 x \cos^2 x f_{i-1}(x) = U_{i+1} - f_{i+1}(x) + \sin^2 x \cos^2 x [U_{i-1} -$$

$$- f_{i-1}(x)] + f_i(x), \text{ adică ;}$$

$$U_i - U_{i+1} - [f_i(x) - f_{i+1}(x)] = \sin^2 x \cos^2 x [U_{i-1} - f_{i-1}(x)] \tag{2}$$

Scriind relația (2) pentru $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ și adunînd relațiile obținute membru cu membru, rezultă :

$$U_1 - U_{n+1} - [f_1(x) - f_{n+1}(x)] = \sin^2 x \cos^2 x \sum_{i=1}^{n} [U_{i-1} - f_{i-1}(x)] =$$

$$= \sin^2 x \cos^2 x \sum_{k=0}^{n-1} [U_k - f_k(x)]; \quad k = i - 1) \tag{3}$$

Să presupunem că $f_i(x) = 0$ pentru orice i întreg pozitiv și orice x real, atunci notînd $U_i = T_i$, relația (3) devine :

$$T_1 - T_{n+1} = \sin^2 x \cos^2 x (T_0 + T_1 + T_2 + \ldots T_{n-1}), \tag{4}$$

adică relația din problema 6707.

D. M. Bătinețu, asistent Iași

8. Asupra problemei 5948

Fie $a_1, a_2, \ldots, a_n$ laturile consecutive ale unui poligon convex cu n laturi. Să se demonstreze că dacă toate unghiurile poligonului sînt egale și dacă $a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots \geqslant a_n$, atunci în mod necesar avem :

$$a_1 = a_2 = \ldots = a_n$$

Rezolvarea acestei probleme date la O.I.M., 1963 a fost publicată în G.M. 2/1964. Iată altă soluție.

Fie $A_1, A_2, \ldots, A_n$ vîrfurile poligonului dat. Unim A_1 cu A_3 și A_2 cu A_4. Triunghiurile $A_1A_2A_3$ și $A_2A_3A_4$ au latura A_2A_3 comună și unghiurile $A_1A_2A_3$ și $A_2A_3A_4$ egale. Suprapunem triunghiurile $A_2A_3A_4$

și $A_1A_2A_3$ astfel ca A_3 să coincidă cu A_2 și A_2 din $A_2A_3A_4$ cu A_3. Evident, dreptele A_4A_3 și A_1A_2 vor coincide.

Întrucît $A_1A_2 \geqslant A_2A_3 \geqslant A_3A_4$, punctul A_4 se va găsi în interiorul segmentului A_1A_2 și cel mult în A_1.

Evident : $A_1A_3 \geqslant A_2A_4$, apoi, $A_2A_4 \geqslant A_3A_5$; $A_{k-1}A_{k+1} \geqslant A_kA_{2+2}$; ... ... $A_{n-1}A_{n+1} \geqslant A_nA_2$

Adunînd relațiile de mai sus, obținem după reduceri: $A_1A_3 \geqslant A_nA_2$ (1)

Dar, în demonstrație am arătat că : $A_{k-1}A_{k+1} \geqslant A_kA_{k+2}$, sau : $A_nA_2 \geqslant A_1A_3$ (2)

Din relațiile (1) și (2) deducem $A_1A_3 = A_nA_2$. Apoi, din șirul de triunghiuri egale :

$$A_nA_1A_2 = A_1A_2A_3,\ A_1A_2A_3 = A_2A_3A_4,\ \text{etc.}$$

rezultă : $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

I. Dumitrache, Pitești

9. Asupra unor inegalități într-un poligon

Vom încerca să stabilim cîteva inegalități între laturile unui poligon oarecare cu n laturi. Notăm cu $a_1, a_2, \ldots, a_n$ laturile poligonului. Pentru a simplifica expresiile introducem cîteva notații :

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n-1} \qquad S = \sum_{k=1}^{n} \sqrt{p - a_k} \qquad S_1 = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{p - a_k}$$

1. Să demonstrăm inegalitatea :

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \sqrt[n-1]{p - a_k} \geqslant n(n-1) \prod_{k=1}^{n} \sqrt[n-1]{p - a_k}$$

Pornind de la inegalitatea algebrică :

$$\sum_{k=1}^{n-1} x_k^{n-1} \geqslant (n-1) \prod_{k=1}^{n-1} x_k$$

(inegalitatea celor două medii), o transformăm astfel :

$$x_n \left(\sum_{k=1}^{n} x_k^{n-1} - x_n^{n-1} \right) \geqslant (n-1) \prod_{k=1}^{n} x_k$$

Adunînd n asemenea inegalități obținem :

$$\sum_{i=1}^{n} x_k \left(\sum_{k=1}^{n} x_k^{n-1} - x_i^{n-1} \right) \geqslant n(n-1) \prod_{k=1}^{n} x_k$$

Făcînd în aceasta $x_r = \sqrt[n-1]{p - a_r}$ și observînd că

$\sum_{k=1}^{n} x_k^{n-1} - x_r^{n-1} = np - (n-1)p - p + a_r = a$, rezultă :

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \sqrt[n-1]{p - a_i} \geqslant n(n-1) \prod_{i=1}^{n} \sqrt[n-1]{p - a_i}$$

adică inegalitatea cerută.

În cazul $n = 3$ rezultă : $\sum a\sqrt{p-a} \geqslant 6\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Punînd $p - a = \frac{S}{r_a}$, etc. și $(p-a)(p-b)(p-c) = \frac{S^2}{p} = Sr$, obținem :

$$\sum a \sqrt{\frac{S}{r_a}} \geqslant 6\sqrt{Sr} \text{ sau : } \frac{a}{\sqrt{r_a}} + \frac{b}{\sqrt{r_b}} + \frac{c}{\sqrt{r_c}} \geqslant 6\sqrt{r}$$

2. Demonstrăm inegalitatea

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{S - \sqrt{p - a_i}} \geqslant S .$$

Inegalitatea algebrică $\frac{\sum_{k=1}^{n-1} x_k^2}{\sum_{k=1}^{n-1} x_k} \geqslant \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n-1}$, o transformăm astfel :

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - x_n^2}{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_n} \geqslant \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_n}{n-1}.$$ Adunînd cu analoagele rezultă :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - x_i^2}{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_i} \geqslant \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_1}{n-1} + \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_2}{n-1} + \ldots + \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k - x_n}{n-1} = \sum_{k=1}^{n} x_k$$

Punem $x_r = \sqrt{p - a_r}$ și observăm că $\sum_{k=1}^{n} x_n^2 - x_r^2 = np - (n-1)p - p + a_r = a_r$

Rezultă :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{\sum_{k=2}^{n} \sqrt{p-a_k} - \sqrt{p-a_i}} \geqslant \sum_{k=1}^{n} \sqrt{p-a_k} \quad \text{sau :} \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{S - \sqrt{p-a_i}} \geqslant S$$

adică inegalitatea de demonstrat.

În cazul $n = 3$ inegalitatea devine :

$\sum \frac{a}{\sqrt{p-a} + \sqrt{p-b}} \geqslant \sum \sqrt{p-a}$. Punînd $p - a = \frac{S}{r_a}$ etc. și $a = \frac{2S}{h_a}$ obținem

$$\sum \frac{2S}{h_a\left(\sqrt{\frac{S}{r_b}} + \sqrt{\frac{S}{r_c}}\right)} \geqslant \sum \sqrt{\frac{S}{r_a}} \text{ sau :}$$

$$\frac{2\sqrt{r_b r_c}}{h_a(\sqrt{r_b} + \sqrt{r_c})} + \frac{2\sqrt{r_c r_a}}{h_b(\sqrt{r_c} + \sqrt{r_a})} + \frac{2\sqrt{r_a r_b}}{h_c(\sqrt{r_a} + \sqrt{r_b})} \geqslant \frac{1}{\sqrt{r_a}} + \frac{1}{\sqrt{r_c}} + \frac{1}{\sqrt{r_c}}$$

Petru Sava, elev cl. X, Făget, Banat.

10. Unele aplicații ale inversiunii

Mecanismele care transformă mișcarea circulară alternativă într-o mișcare rectilinie alternativă au o însemnătate deosebită în tehnică. Dintre mecanismele articulate în care găsim aplicarea practică a inversiunii sînt unele mecanisme directoare și mecanisme cu culisă.

Mecanismul director este un mecanism articulat plan, care realizează o mișcare rectilinie, a unei articulații fără ghidaje de translație. Cel mai cunoscut mecanism de acest gen este inversorul lui Peaucellier care se folosește la mișcarea de avans a ferestraielor circulare. (În punctul C este articulat ferăstrăul circular). Acest mecanism care servește la trans-

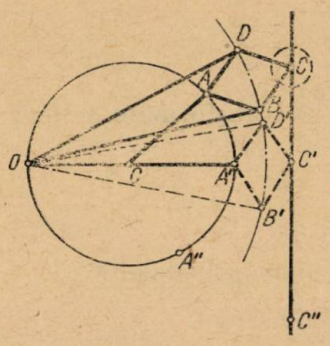


Fig. 1

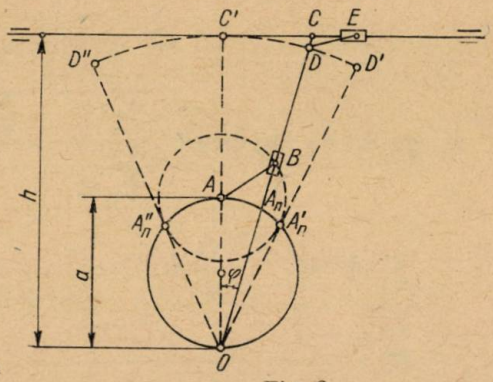


Fig. 2

formarea mișcării circulare a elementului conducător (manivela CA) într-o mișcare rectilinie, perpendiculară pe direcția diametrului OA', se compune din 4 bare egale de lungime a, articulate în cele patru vîrfuri A, B, C, D. Vîrfurile opuse B și D sînt legate de un punct fix O, prin două bare egale $OB = OD = b$, articulate în O, B și D (fig. 1).

În timpul funcționării, punctele O, A și C sînt colineare. Dacă A descrie arcul de cerc AA'' punctul C descrie segmentul de dreaptă CC''. Mișcarea alternativă circulară se transformă într-o mișcare rectilinie alternativă, avînd ca traiectorie, figura inversă a mișcării circulare. Fie M centrul rombului $ABCD$.

$$OA.OC = (OM - AM)\,(OM + MC) = OM^2 - AM^2 =$$

$$= (b^2 - MD^2) - (a^2 - MD^2) = b^2 - a^2 = \text{const.}$$

$b^2 - a^2 = k$ este puterea de inversiune a *inversorului Peaucellier*, care depinde de lungimea barelor, deci de elementele constructive ale mecanismului.

Dintre mecanismele cu culisă, în industria constructoare de mașini o importanță deosebită o au mecanismele Scheiping, care transformă mișcarea de rotație alternativă a culisei într-o mișcare rectilinie alternativă a saniei port-cuțit la mașinile de rabotat cu cuțit mobil (fig. 2).

Mecanismul este format dintr-un volant AB, care permite o mișcare uniformă de rotație de la motorul de acționare. Volantul la capăt este articular cu glisiera, care alunecă de-alungul culisei OD. Culisa are un capăt fix O (polul de inversiune), în jurul căruia oscilează. Capătul D al culisei mișcîndu-se pe un arc de cerc, prin intermediul barei articulate DE, acționează sania port-cuțitului, care execută o mișcare rectilinie, perpen-

diculară pe direcţia OA. Se poate demonstra uşor că în orice poziţie punctul C este inversul lui A_n.

Folosindu-ne de triunghiurile dreptunghice OAA_n şi OCC',

$$OA_n \cdot OC = OA \cos\varphi \cdot \frac{OC'}{\cos\varphi} = OA.OC' = ah = \text{const.}$$

$ah = l$ este puterea de inversiune la mecanismul *Scheiping*, care depinde de elementele constructive ale mecanismului.

Punctul C nefiind element al culisei, mişcarea saniei port-cuţit se realizează cu ajutorul unei bare articulate în D şi E, pe un ghidaj de translaţie.

L. Watzek, Cluj

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7306

Să se determine triunghiurile în care pot avea loc simultan relaţiile :

$$(a + b - c)c - (b + c - a)a + (c + a - b)b = bc$$

$$\sin(A + B - C) + \cos(B + C - A) + \operatorname{cotg}(C + A - B) = 1$$

Gh. Bazacov, Tr. Severin

Soluţie dată de *Dan Gh. Lău* elev C-lung Suceava.

Prima relaţie, după efectuarea calculelor se poate scrie :

$$a^2 - b^2 - c^2 + bc = 0 \quad \text{sau :} \quad a^2 = b^2 + c^2 - bc \qquad (1)$$

Comparînd (1) cu relaţia trigonometrică $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ rezultă că $2\cos A = 1$, de unde $A = 60°$ şi deci prima relaţie din problemă aparţine tuturor triunghiurilor care au $A = 60°$.

Relaţia a doua o putem trece prin formele :

$$\sin(A + B + C - 2C) + \cos(A + B + C - 2A) + \operatorname{cotg}(A + B + C - 2B) = 1,$$

$$\sin(180° - 2C) + \cos(180° - 2A) + \operatorname{cotg}(180° - 2B) = 1$$

$$\sin 2C - \cos 2A - \operatorname{cotg} 2B = 1.$$

Ţinînd seamă că $A = 60°$, avem

$$\sin 2C - \operatorname{cotg} 2B = \frac{1}{2}$$

care împreună cu $B + C = 120°$ formează un sistem trigonometric.

Introducem în ecuaţia întîia în locul lui C pe $(120° - B)$ şi obţinem o ecuaţie în B :

$$\sin(240° - 2B) - \operatorname{cotg} 2B = \frac{1}{2}.$$

Dar unghiul $(240° - 2B)$ este suplementar cu $(2B - 60°)$ şi atunci putem scrie succesiv :

$$\sin \quad -60°) - \operatorname{cotg} 2B = \frac{1}{2} \; ; \; \frac{1}{2} \sin 2B - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2B - \operatorname{cotg} 2B = \frac{1}{2} \; ;$$

$$\sin 2B - \sqrt{3} \cos 2B - 2 \operatorname{cotg} 2B = 1$$

Dacă notăm $\operatorname{tg} B = t$ putem obține ecuația algebrică în funcție de t:

$$\frac{2t}{1+t^2} - \frac{1-t^2}{1+t^2}\sqrt{3} - \frac{1-t^2}{t} = 1,$$

care, adusă la forma întreagă, devine:

$$2t^2 - (1-t^2)\, t\sqrt{3} - (1-t^4) = t(1+t^2)$$

și care se mai scrie:

$$(1-t^2)(t^2 + t\sqrt{3} + 1) + t(1-t)^2 = 0,$$

$$(1-t)[t^3 + \sqrt{3} \cdot t^2 + (2+\sqrt{3})\, t + 1] = 0,$$

de unde se obțin două ecuații:

$$1)\; 1 - t = 0 \; ; \quad t = 1 \; ; \quad \operatorname{tg} B = 1 \; ; \quad B = 45°.$$

$$2)\; t^3 + \sqrt{3}\, t^2 + (2+\sqrt{3})\, t + 1 = 0$$

Despre ecuația a doua putem spune că are o singură rădăcină reală, întrucît prin trans ormarea $t = x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ se obține o ecuație de forma

$$x^3 + px + q = 0, \text{ unde } p > 0.$$

În al doilea rînd, rădăcina reală trebuie să fie negativă, fiindcă ecuația aceasta are toți coeficienții pozitivi. Dar $t = \operatorname{tg} B$ și fiindcă $t < 0$ trebuie ca $B \in (90° \; ; \; 180°)$.

Notînd polinomul din membrul stîng cu $P(t)$ avem:

$$P(-1) = -2 \quad \text{și} \quad P(0) = 1.$$

Aceasta ne spune că rădăcina reală se află, mai precis, în intervalul $(135° \; ; \; 180°)$. Și cum B, în condițiile problemei, trebuie să fie mai mic ca $120°$ (fiindcă $B + C = 120°$), rezultă că ecuația a doua nu ne poate da o rădăcină care să fie acceptată în problema dată.

Astfel ajungem la rezultatul că numai triunghiurile care au $A = 60°$, $B = 45°$ și $C = 75°$ satisfac relațiile date în problemă.

Problema 7307

Fie tetraedrul $ABCD$ și G_a, G_b, G_c, G_d centrele de greutate ale fețelor sale. Să se demonstreze că, în valoare absolută, suma puterilor punctelor G_a, G_b, G_c, G_d, în raport cu sfera circumscrisă tetraedrului $ABCD$ este egală cu suma puterilor punctelor A, B, C, D în raport cu sfera circumscrisă tetraedrului $G_a G_b G_c G_d$.

Ion Tomescu, București

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București.

Fie G centrul de greutate al tetraedrului, O centrul sferei circumscrise lui $ABCD$, O' centrul sferei circumscrise lui $G_a G_b G_c G_d$ și R, R' razele respective. După cum se vede ușor tetraedrele din enunț sînt omotetice, cu centrul de omotetie G, coeficient de omotetie -3. Cu S_1 și S_2 însemnăm sumele de puteri față de sferele O și O'. Vom arăta că $S_1 = -S_2$, adică $S_1 + S_2 = 0$. Avem:

$$S_1 = \sum (OG_a^2 - R^2)$$

$$S_2 = \sum (O'A^2 - R'^2)$$

Datorită omotetiei, menționate mai sus, avem: $R = 3R'$. Deoarece $OG/O'G = AG/GG_a = 3$, relația lui Stewart ne va da:

$$9\,OG_a^2 = -3 \cdot OA^2 + 12 \cdot OG^2 + 4AG^2 = -3R^2 + 12OG^2 + 4AG^2$$

$$9\,AO'^2 = -3 \cdot OA^2 + 12 \cdot AG^2 + 4OG^2 = -3R^2 + 4OG^2 + 12AG^2.$$

Analog găsim relații de acest fel pentru B, C, D. Pe de altă parte avem:

$$GO^2 = R^2 - \frac{1}{4} \cdot \sum GA^2$$

Avem atunci:

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{9} \cdot \sum [-6R^2 + 16\,(OG^2 + AG^2)] - 4 \cdot (R^2 + \frac{1}{9} R^2) =$$

$$= \frac{1}{9}(-24 \cdot R^2 + 64 \cdot OG^2 + 16 \cdot \sum AG^2 - 40R^2) = \frac{4}{9}(16 \cdot OG^2 -$$

$$- 16R^2 + 4 \sum AG^2) = \frac{64}{9}\left[(R^2 - \frac{1}{4} \sum GA^2) - R^2 + \frac{1}{4} \sum GA^2 \right] = 0$$

Problema 7308

Fie triunghiul ABC, O centrul cercului circumcris. Distanțele de la O la laturi se notează respectiv cu x, y, z. Să se arate că:

$$x + y + z \leqslant \frac{3abc}{8S}$$

S fiind aria lui ABC. C.I.Ț.

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București,

Avem: $x = R\cos A$, $y = R\cos B$, $z = R\cos C$. Atunci inegalitatea de demonstrat este:

$$R \cdot \sum \cos A \leqslant \frac{abc}{4S} \cdot \frac{3}{2} = R \cdot \frac{3}{2}$$

adică

$$\sum \cos A \leqslant \frac{3}{2} \cdot$$

Aceasta din urmă e o inegalitate cunoscută, pe care o demonstrăm astfel:

$$\cos A + \cos 60^\circ = 2\cos\left(\frac{A}{2} + 30^\circ\right)\cos\left(\frac{A}{2} - 30^\circ\right) \leqslant 2\cos\left(\frac{A}{2} + 30^\circ\right),$$

$$\cos B + \cos C = 2\cos\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right)\cos\left(\frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right) < 2\cos\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right),$$

de unde

$$\cos 60^\circ + \sum \cos A \leqslant 2\cos\left(\frac{A}{2} + 30^\circ\right) + 2\cos\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right) =$$

$$= 4\cos\left(\frac{A}{4} + \frac{B}{4} + \frac{C}{4} + 15^\circ\right)\cos\left(\frac{A}{4} + 15^\circ - \frac{B}{4} - \frac{C}{4}\right) \leqslant$$

$$\leqslant 4\cos\frac{A+B+C+60^\circ}{4} = 4\cos 60^\circ = 2;$$

atunci $\sum \cos A \leqslant 2 - \cos 60^\circ = \frac{3}{2}$.

Problema 7309

Să se demonstreze că dacă n este un număr natural atunci $E = n^4 + n^2 + 1$ nu poate fi nici patrat perfect, nici cub perfect.

(In legătură cu problema 6695).

F. Kacso

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București.

Fie $A = n^2 - n + 1$ și $B = n^2 + n + 1$, avem $E = AB$. Avem $A = n(n-1) + 1 = \mathfrak{M}n + 1$, $A = n^2 - n + 1 = \mathfrak{M}n + 1$, $B = n(n+1) + 1 = \mathfrak{M}n + 1$ și deoarece $A - B = -2n$ rezultă că A și B sînt prime între ele.* E nu poate fi atunci patrat perfect, decît dacă A și B sînt patrate perfecte, ceea ce nu se poat fiindcă: $n - 1 < \sqrt{A} < n$.

Pentru ca E să fie cub perfect este necesar ca A și B să fie cuburi perfecte. Dacă $A = x^3$, atunci, deoarece $A < B$ trebuie să avem $B > (x+1)^3 > x^3 + 3(x^2 + x) > x^3 + 6x^{3/2}$ unde am aplicat numerelor x^2 și x inegalitatea:

$$a + b \geqslant 2\sqrt{ab}.$$

Pe de altă parte însă:

$x^{3/2} = \sqrt{A} = \sqrt{(n - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} > n - \frac{1}{2}$. Trebuie să avem $n^2 + n + 1 > A + 6\sqrt{A} > n^2 - n + 1 + 6(n - \frac{1}{2}) = n^2 + n + 1 + 4(n - \frac{3}{4})$ ceea ce e absurd fiindcă $n - \frac{3}{4} > 0$.

* Dacă A B nu ar fi prime între ele atunci un divizor comun al lor ar fi un divizor comun și al lui $2n$, însă A B nu se divid nici cu 2 nici cu vre-un divizor al lui n.

Generalizare: E nu poate fi puterea $k \geqslant 2$ $(k \in N)$ a unui număr natural.

Pentru $k = 2$ avem demonstrația de mai sus. Dacă $k \geqslant 3$ lucrăm ca în cazul $k = 3$. Fie $A = x^k$, atunci avem:

$$B \geqslant (x+1)^k > x^k + kx^{k-1} + kx \geqslant x^k + 2k \cdot x^{k/2} = A + 2k \cdot \sqrt{A} > n^2 - n + 1 +$$

$$+ 2k\left(n - \frac{1}{2}\right) = n^2 + n + 1 + 2(k-1)\left(n - \frac{k}{2k-2}\right)$$

ceea ce e absurd fiindcă

$$n \geqslant 1 > \frac{k}{2k-2},$$

deci

$$n - \frac{k}{2k-2} > 0.$$

Problema 7327

Să se găsească $2n + 1$ *numere întregi consecutive a căror sumă să fie* $(n+1)^8 - n^8$.

[*Gh. Buicliu*]

Soluție dată de *Laurențiu Orășanu*, elev Ploiești.

Fie x primul din cele $2n + 1$ numere întregi consecutive. Trebue să avem

$$x + (x+1) + (x+2) + \ldots + (x+2n) = (n+1)^8 - n^8$$

sau

$$(x+n)(2n+1) = [(n+1)^4 - n^4][(n+1)^4 + n^4] = (2n+1)(2n^2 + 2n + 1)[(n+1)^4 + n^4]$$

de unde se găsește

$$x = [2n^2 + 2n + 1][(n+1)^4 + n^4] - n.$$

Notă. 1) Problema se poate generaliza pentru numere în progresie aritmetică și pentru exponentul $4p$ în loc de 8, dar rezultatele sînt mai puțin simetrice și calculele numeroase.

2) Pentru $(n+1)^4 - n^4$ se găsește

$$x = 2n^2 + n + 1$$

Problema 7328

Să se arate că

$$(x+y)^3 + (2x+y)^3 + (9x+y)^3 + (10x+y)^3 = y^3 + (4x+y)^3 + (7x+y)^3 + (11x+y)^3$$

Soluție dată de *Liviu Pîrșan*, student București

Dacă avem relațiile

$$\begin{aligned} A + B + C + D &= L + M + N + P \\ A^2 + B^2 + C^2 + D^2 &= L^2 + M^2 + N^2 + P^2 \\ A^3 + B^3 + C^3 + D^3 &= L^3 + M^3 + N^3 + P^3 \end{aligned} \qquad (1)$$

atunci există și identitatea

$$(Ax + y)^3 + (Bx + y)^3 + (Cx + y)^3 + (Dx + y)^3 = (Lx + y)^2 + \\ + (Mx + y)^3 + (Nx + y)^3 + (Px + y)^3 \qquad (2)$$

În adevăr, dezvoltînd în ambii membri

$$(A^3 + B^3 + C^3 + D^3)\, x^3 + 3\,(A^2 + B^2 + C^2 + D^2)\, x^2 y + 3\,(A + B + \\ + C + D)\, xy^2 + 4y^3 = (L^3 + M^3 + N^3 + P^3)\, x^3 + 3\,(L^2 + M^2 + \\ + N^2 + P^2)\, x^2 y + 3\,(L + M + N + P)\, xy^2 + 4y^3$$

Ținînd cont de relațiile (1) avem deci identitatea (2).

Pentru demonstrarea identității din enunț trebuie să verificăm următoarele relații :

$$1 + 2 + 9 + 10 = 0 + 4 + 7 + 11$$

$$1^2 + 2^2 + 9^2 + 10^2 = 0^2 + 4^2 + 7^2 + 11^2$$

$$1^3 + 2^3 + 9^3 + 10^3 = 0^3 + 4^3 + 7^3 + 11^3$$

În adevăr, avem : $22 = 22, 186 = 186, 1738 = 1738.$

Generalizare. Să se verifice identitatea

$$(ax + y)^3 + (bx + y)^3 + [3(a + b)x + y]^3 + [2(a + 2b)\, x + y]^3 = \\ = y^3 + [(2a + b)x + y]^3 + [(a + 3b)x + y]^3 + [(3a + 4b)x + y]^3 \qquad (3)$$

Identitatea este un caz particular al identității (2) unde :

$$L = 0,\ M = 2a + b,\ N = a + 3b,\ P = 3a + 4b,$$

$$A = a,\ B = b,\ C = 3\,(a + b),\ D = 2(a + 2b)$$

Rămîne să verificăm relațiile (1). Pentru condiția (I) avem :

$$a + b + 3(a + b) + 2(a + 2b) = 0 + 2a + b + a + 3b + 3a + 4b$$

deci :

$$6a + 8b = 6a + 8b$$

Pentru condiția II :

$$a^2 + b^2 + 3^2(a + b)^2 + 2^2(a + 2b)^2 = 0^2 + (2a + b)^2 + (a + 3b)^2 + (3a + 4b)^2$$

sau :

$$(1 + 9 + 4)a^2 + (1 + 9 + 16)b^2 + 2ab(9 + 8) = (4 + 9 + 1)a^2 + b^2(1 + 9 + 16) + \\ + 2ab(2 + 3 + 12)$$

Este verificată și condiția II.

Pentru condiția III :

$$a^3 + b^3 + 3^3(a + b)^3 + 2^3(a + 2b)^3 = (2a + b)^3 + (a + 3b)^3 + (3a + 4b)^3$$

sau :

$$a^3(1 + 3^3 + 2^3) + b^3(1 + 3^3 + 2^6) + 3a^2b(3^3 + 2^4) + 3ab^2(3^3 + 2^5) = \\ = a^3(2^3 + 1^3 + 3^3) + b^3(1^3 + 3^3 + 4^3) + 3a^2b(2^2 + 3 + 3^2 \cdot 4) + 3ab^2(2 + 3^2 + 3 \cdot 4^2)$$

Este verificată și condiția III.

Avem deci identitatea (3). În particular pentru $a = 1$, $b = 2$ obținem identitatea

$$(x + y)^3 + (2x + y)^3 + (9x + y)^3 + (10x + y)^2 = y^3 + (4x + y)^3 + (7x + y)^3 + (11x + y)^3$$

Problema 7329

Se dă trapezul $ABCD$ cu vîrful A variabil iar vîrfurile B, C și D fixe. Cercul de diametrul BD taie bazele CD și AB respectiv în E și F. Dreptele EA și CF taie pe BD în K și L.

a) Să se arate că există relația : $\frac{DB}{DL} + \frac{DB}{DK} - \frac{DE}{CD} - \frac{AB}{DE} = 2$

b) Să se afle poziția punctului A pentru care dreptele DB, CF și EA sînt concurente.

c) Să se construiască trapezul în cazul b) cunoscînd suma bazelor, înălțimea și diagonala DB.

I. Șiclovan, Petroșeni

Soluția autorului.

a) Triunghiurile DCL și FLB sînt asemenea, în baza teoremei fundamentale a asemănării, deci

$$\frac{DC}{FB} = \frac{DL}{LB} = \frac{CL}{LF} \tag{1}$$

Analog din asemănarea triunghiurilor DEK și AKB deducem :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DK}{KB} = \frac{EK}{KA} \tag{2}$$

Din (1) și (2) deducem, aplicînd proprietățile proporției :

$$\frac{DL}{DC} = \frac{LB}{FB} = \frac{DB}{DC + FB} \quad (3) \qquad \text{de unde} \quad \frac{DL}{DB} = \frac{DC}{DC + FB} \tag{5}$$

$$\frac{DK}{DE} = \frac{KB}{AB} = \frac{DB}{DE + AB} \quad (4) \qquad \text{de unde} \quad \frac{DK}{DB} = \frac{DE}{DE + AB} \tag{6}$$

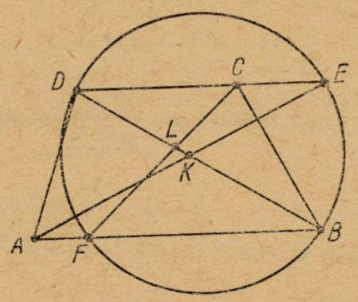


Fig. 1

Inversînd ambele rapoarte din fiecare proporție din (5) și (6) și adunînd parte cu parte obținem $\frac{DB}{DL} + \frac{DB}{DK} = 1 + \frac{FB}{DC} + 1 + \frac{AB}{DE}$ sau cum $DE = FB$ din dreptunghiul

$DEBF$ avem

$$\frac{DB}{DL}+\frac{DB}{DK}-\frac{ED}{CD}-\frac{AB}{ED}=2$$

chiar relaţia de demonstrat.

b) Împărţind egalităţile (5) şi (6) parte cu parte obţinem

$$\frac{DL}{DK}=\frac{DC(DE+AB)}{DE(DC+DE)} \text{ sau } DL\cdot DE(DC+DE)=DC\cdot DK\,(DE+AB) \quad (7)$$

Dacă dreptele CF, EA, DB sînt concurente, L şi K coincid, deci $DL=DK$ şi înlocuind acest rezultat în (7) şi simplificînd avem :

(8) $DE^2=DC\cdot AB$ de unde se vede că poziţia punctului A este determinată prin calcularea segmentului AB din proporţia

$$\frac{DE}{DC}=\frac{AB}{DE} \quad \text{sau} \quad \frac{DE}{AB}=\frac{DC}{DE}$$

c) Cunoscînd ipotenuza şi cateta DF triunghiul dreptunghic DFB se poate construi. Cercul circumscris acestui triunghi taie latura DC în E. Pentru determinarea punctelor C şi A, se află mărimea segmentelor DC şi AB (se dă suma lor iar din (8) se cunoaşte că media lor geometrică este $DE=FB$ găsit anterior).

Problema este posibilă dacă înălţimea este mai mică decît diagonala $(DF<DB)$ şi dacă $DE\leqslant\frac{DC+AB}{2}$ adică dacă $\sqrt{DB^2-DF^2}\leqslant\frac{DC+AB}{2}$.

Problema 7332

Să se demonstreze inegalitatea :

$$x^n+x^{-n}+2\,(n^2-1)\geqslant n^2\,(x+x^{-1})$$

unde x este strict pozitiv şi n natural.

Andrei Rugină, elev Roman

Soluţie. Inegalitatea se scrie succesiv :

$$x^n+x^{-n}-2\geqslant n^2\,(x+x^{-1}-2);\quad x^{2n}-2x^n+1\geqslant n^2x^{n-1}\,(x^2-2x+1);$$

$$\frac{x^{2n}-2x^n+1}{x^2-2x+1}\geqslant n^2x^{n-1};\quad \frac{x^n-1}{x-1}\geqslant nx^{\frac{n-1}{2}},$$

sau

$$1+x+\ldots.+x^{n-1}\geqslant nx^{\frac{n-1}{2}},$$

de unde

$$\frac{1+x+\ldots.+x^{n-1}}{n}\geqslant\sqrt[n]{1\cdot x\ldots.\cdot x^{n-1}}$$

ceea ce este evident conform inegalităţii lui Cauchy. Egalitatea se obţine pentru $n=1$.

Problema 7334

În patrulaterul inscriptibil $ABCD$ cu diagonalele AC și BD perpendiculare, notăm cu O intersecția diagonalelor.

Fie h_1, h_2, h_3 și h_4 perpendicularele coborîte din O pe laturile AB, BC, CD, DA.

Să se arate că:

$$(h_1 \cdot AB + h_3 \cdot CD)(h_2 \cdot BC + h_4 \cdot DA) = AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA$$

Dan Stănescu, elev Ploiești

Soluția autorului. Știm că:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2; \quad BC^2 = BO^2 + CO^2$$
$$CD^2 = CO^2 + DO^2; \quad AD^2 = AO^2 + DO^2$$

Pornim de la relația lui Ptolomeu:

$$AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC \cdot BD$$

Ridicînd la pătrat și considerînd că $AC = AD + CO$ și $BD = BO + DO$, obținem:

$$(AO^2 + CO^2 + 2AD \cdot CO)(BO^2 + DO^2 + 2BO \cdot DO) - (BO^2 + AO^2) + (CO^2 + OD^2) - (AO^2 + DO^2)(BO^2 + CO^2) = 2AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA.$$

Efectuînd calculele și reducînd obținem:

$$AO^2 \cdot BO \cdot DO + BO \cdot CO^2 \cdot DO + AO \cdot BO^2 \cdot CO + AO \cdot CO \cdot DO^2 = AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA,$$

ceeace se mai scrie

$$AO \cdot BO(AO \cdot DO + BO \cdot CO) + CO \cdot DO(BO \cdot CO + AO \cdot DO) = (AO \cdot DO + BO \cdot CO)(AO \cdot BO + CO \cdot DO) = AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA$$

Cum însă $h_1 =$

$$= \frac{AO \cdot BO}{AB}; \; h_4 = \frac{AO \cdot DO}{AD}; \; h_2 = \frac{BO \cdot CO}{BC}; \; h_3 = \frac{CO \cdot DO}{CD},$$

înlocuind obținem, relația cerută:

$$(h_2 \cdot BC + h_4 \cdot AD)(h_1 \cdot AB + h_3 \cdot CD) = AB \cdot BC \cdot CD \cdot DA$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme la admiterea în Institutul de Construcții, București 1966

7970. Se dă ecuația:

$$x^3 + 3ax^2 + (3a^2 - b^2)x + a^3 - ab^2 = 0$$

Să se arate că oricare ar fi parametrii a și b, rădăcinile ecuației date sînt în progresie aritmetică. Să se determine aceste rădăcini.

7971. Se dă polinomul :

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$$

Să se determine parametrii a și b în așa fel încît polinomul $P_1(x) = P(x+1) + P'(x)$ să se dividă cu $x - 1$, iar polinomul $P_2(x) = P(x-1) - P'(x)$, să se dividă cu $x + 1$.

$P'(x)$ este derivata polinomului $P(x)$.

7972. Într-un triunghi dreptunghic ABC, avînd $A = 90°$ și laturile notate cu a, b, c, se cunoaște numai raportul :

$$\frac{a+b}{c} = m, \quad (m > 1)$$

1) Să se calculeze $\operatorname{tg} \frac{B}{2}$ în funcție numai de m.

2) Cît trebuie să fie m pentru ca :
a) B să fie de 30° ; b) B să fie de 45° ; c) B să fie de 60°.

7973. Să se construiască graficul funcției :

$$f(x) = \sin x + \operatorname{tg} x$$

în intervalul $[0,2\pi]$.

Se vor determina punctele de inflexiune și se vor construi tangentele în aceste puncte.

7974. Se dă trinomul :
$T(x, m) = (m^2 - 1)x^2 - 2(m^2 + m - 1)x + m^2 + 2m$
a) Să se arate că oricare ar fi m real, ecuația $T(x, m) = 0$ are rădăcinile reale.
b) Să se determine mulțimea valorilor parametrului m, în așa fel încît ambele rădăcini ale ecuației $T(x, m) = 0$ să fie cuprinse în intervalul $(-1, +1)$.
c) Să se calculeze folosind relațiile dintre rădăcini și coeficienți, expresia :

$$E(m) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2 (x_1 + x_2)}$$

7975. Fie funcția

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 + 2x + 4}$$

Să se construiască graficul funcției f, determinîndu-se și punctele de inflexiune.

7976. Să se arate că între elementele unui triunghi oarecare ABC, există relația :

$$\frac{\sin(A - B)}{\sin(A + B)} = \frac{a^2 - b^2}{c^2}$$

Probleme date la al 14-lea concurs anual de matematică, Statele Unite — 1963

La fiecare chestiune sînt date cîteva răspunsuri, dintre care trebuie ales cel corect. Pentru răspunsurile greșite se scade 25% din punctajul afectat. Durata de lucru 80 minute pentru 40 probleme.

Partea I (3 *puncte fiecare problemă*).

7977. 1. Care punct din cele ce urmează *nu* se află pe graficul funcției $y = \frac{x}{x+1}$?

$(A)\ (0,0)$; $(B)\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$; $(C)\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$; $(D)\ (1,-1)$; $(E)\ (-2,2)$.

7978. 2. Fie $n = x - y^{x-y}$. Să se afle n, cînd $x=2$ și $y = -2$.

$(A) -14$; $(B)\ 0$; $(C)\ 1$; $(D)\ 18$; $(E)\ 256$

7979. 3. Pentru ce valoare (sau valori) ale lui k perechea de ecuații $y = x^2$ și $y = 3x+k$ are două soluții identice?

$(A)\frac{4}{9}$; $(B)-\frac{4}{9}$; $(C)\frac{9}{4}$; $(D)-\frac{9}{4}$ $(E)\ \frac{9}{4}$ sau $-\frac{9}{4}$

7980. 4. Dacă inversul lui $x+1$ este $x-1$, atunci x are valoarea :
$(A)0$; $(B)1$; $(C)-1$; $(D)+1$ sau -1; (E) nici una dintre acestea.

7981. 5. Dacă x și $\log_{11} x$ sînt numere reale și $\log_{22} x < 0$, atunci

$(A) x < 0$; $(B) -1 < x < 1$; $(C)\ 0 < x \leqslant 1$; $(D) -1 < x < 0$; $(E)\ 0 < x < 1$.

7982. 6. Triunghiul ABD este dreptunghic în B. Pe AD există un punct C pentru care $AC=CD$ și $AB=BC$. Mărimea unghiului DAB, în grade, este :
$(A)\ 67\frac{1}{2}$; $(B)\ 60$; $(C)\ 45$; $(D)\ 30$; $(E)\ 22\frac{1}{2}$.

7983. 7. Sînt date patru ecuații : (1) $3y - 2x = 12$; (2) $-2x - 3y = 10$; (3) $3y+2x = 12$; (4) $2y + 3x = 10$. Perechea reprezentînd drepte perpendiculare este :

(A) (1) și (4); (B) (1) și (3); (C) (1) și (2); (D) (2) și (4); (E) (2) și (3).

7984. 8. Cel mai mic întreg pozitiv x, pentru care $1260x = N^3$ unde N este un întreg, este :

(A) 1050; (B) 1260; (C) 1260^2; (D) 7350; (E) 44.100.

7985. 9. În dezvoltarea binomului $\left(a - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^7$, coeficientul lui $a^{-\frac{1}{2}}$ este

$(A) -7$; $(B)7$; $(C) -12)$ $(D)21$; $(E)\ 35$.

7986. 10. Punctul P este luat în interiorul unui pătrat de latură a, astfel că este egal depărtat de două vîrfuri consecutive și de latura opusă acestor două vîrfuri. Dacă d reprezintă distanța comună, atunci d are valoarea :

$(A)\ \frac{3a}{5}$; $(B)\frac{5a}{8}$; $(C)\frac{3a}{8}$; $(D)\frac{a\sqrt{2}}{2}$; $(E)\ \frac{a}{2}$.

7987. 11. Media aritmetică a 50 de numere este 38. Dacă două numere dintre acestea, anume 45 și 55, sînt înlăturate, media aritmetică a numerelor rămase este :

$(A)\ 38,5$; $(B)\ 37,5$; $(C)\ 37$; $(D)\ 36,5$; $(E)\ 36$

7988. 12. Trei vîrfuri ale paralelogramului $PQRS$ sînt $P(-3, -2)$; $Q(1,-5)$; $R(9,1)$, cu P și R diagonal opuse. Suma coordonatelor vîrfului S este :

$(A)\ 13$; $(B)\ 12$; $(C)\ 11$; $(D)\ 10$; $(E)\ 9$.

7989. 13. Dacă $2^a+2^b=3c+3d$, numărul întregilor a, b, c, d care pot fi negativi este :

(A) 4 ; (B)3 ; (C) 2 ; (D) 1 ; (E) 0.

7990. 14. Se dau ecuațiile $x^2 + kx+6 = 0$ și $x^2-kx+6=0$. Dacă atunci cînd rădăcinile ecuațiilor sînt convenabil scrise, fiecare rădăcină a primei ecuații este cu 5 mai mică decît rădăcina corespunzătoare a celei de-a doua ecuații, atunci k are valoarea

(A) 5 ; $(B)-5$; (C) 7 ; $(D)-7$; (E) nici una dintre aceste valori.

7991. 15. Într-un triunghi echilateral este înscris un cerc, iar în cerc este înscris un pătrat. Raportul dintre aria triunghiului și aria pătratului este :

(A) $\sqrt{3}:1$; (B) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$; (C) $3\sqrt{3}:\sqrt{2}$; (D) $3:\sqrt{2}$; (E) $3:2\sqrt{2}$

7992. 16. Trei numere a, b, c, nenule, formează o progresie aritmetică. Mărind pe a cu 1 sau mărind pe c cu 2 rezultă o progresie geometrică. Atunci b are valoarea

(A) 16 ; (B) 14 ; (C) 12 ; (D) 10 ; (E) 8.

7993. 17. Expresia

$$\frac{\dfrac{a}{a+y}+\dfrac{y}{a-y}}{\dfrac{y}{a+y}-\dfrac{a}{a-y}}$$

a real, $a\neq 0$, are valoarea -1 pentru :

(A) toate valorile reale ale lui y, exceptînd două,
(B) toate valorile reale ale lui y,
(C) nici o valoare reală a lui y,
(D) numai două valori reale ale lui y,
(E) numai o singură valoare reală a lui y.

7994. 18. Într-un cerc coarda EF este mediatoarea corzii BC, intersectînd-o pe aceasta în M. Între F și M se ia punctul U, iar prelungirea lui EU taie cercul în A. Atunci, pentru orice alegere a lui V, triunghiul EUM este asemenea cu triunghiul :

(A) EFA ; (B) EFC ; (C) ABM ; (D) ABU ; (E) FMC.

7995 : 19. Numărînd n bile colorate, roșii și negre, s-a observat că 49 din primele 50 numărate erau roșii.

Apoi, din fiecare 8 bile, 7 erau roșii. Dacă, în total, 90% sau mai mult din bile erau roșii, valoarea maximă a lui n este :

(A) 225 ; (B) 210 ; (C) 200 ; (D) 180 ; (E) 175

7996. 20. Doi oameni, în punctele R și S, la distanța de 76 mile, pornesc simultan unul către altul. Omul din R merge uniform cu 4,5 mile pe oră ; omul din S merge cu viteza constantă de 3,25 mile pe oră în prima oră, cu 3,75 mile pe oră în ora a doua ș.a.m.d. în progresie aritmetică.

Oamenii se întîlnesc cu x mile mai aproape de R decît de S, unde x este :

(A) 10 ; (B) 8 ; (C) 6 ; (D) 4 ; (E) 2.

Partea a doua (4 puncte pentru fiecare problemă)

7997. 21. Expresia $x^2-y^2-z^2+2yz+x+y-z$ are :
(A) nici un factor liniar cu exponenți și coeficienți întregi ; (B) factorul $-x+y+z$; (C) factorul $x-y-z+1$; (D) factorul $x+y-z+1$; (E) factorul $x-y+z+1$.

7998. 22. Triunghiul ascuțitunghic ABC este înscris într-un cerc cu centrul O și $AB=120°$ și $BC=720°$. Un punct E este luat pe arcul mic AC, astfel că OE este perpendicular pe AC. Atunci raportul valorilor unghiurilor OBE și BAC este :

(A) $\dfrac{5}{18}$; (B) $\dfrac{2}{9}$; (C) $\dfrac{1}{4}$; (D) $\dfrac{1}{3}$; (E) $\dfrac{4}{9}$.

7999. 23. A dă lui B tot atîția cenți cîți are B și lui C tot atîția cenți cîți are C. Analog, B dă apoi A și C tot atîția cenți cîți are fiecare dintre ei. Dacă, în final, fiecare are 16 cenți, cu cîți cenți a pornit A?

(A) 24 ; (B) 26 ; (C) 28 ; (D) 30 ; (E) 32.

8000. 24. Se consideră ecuațiile de forma $x^2 + bx + c = 0$. Cîte asemenea ecuații au rădăcini reale și au coeficienții b și c aparținînd mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?

(A) 20; (B) 19; (C) 18; (D) 17; (E) 16.

8001. 25. Punctul F este luat pe latura AD a patratului $ABCD$. O perpendiculară în C pe CF întîlnește prelungirea laturii AB în E. Aria lui $ABCD$ este de 256, iar aria triunghiului CEF este 200. Atunci BE are valoarea :

(A) 12; (B) 14; (C) 15; (D) 16; (E) 20.

8002. 26. Se consideră afirmațiile : (1) p și r sînt adevărate iar q este fals; (2) r este adevărat și p și q sînt false; (3) q și r sînt false iar p este adevărat; (4) q și r sînt adevărate iar p este fals. Cîte dintre acestea implică adevărul afirmației : „r este implicat de afirmația că p implică pe q"?

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

8003. 27. Șase linii drepte sînt duse într-un plan, astfel încît oricare două nu sînt paralele și nici oricare trei concurente. Numărul regiunilor în care aceste drepte împart planul este :

(A) 16; (B) 20; (C) 22; (D) 24; (E) 26.

8004. 28. Se dă ecuația $3x^2 - 4x + k$ cu rădăcini reale.
Valoarea lui k pentru care produsul rădăcinilor ecuației este maxim, este :

$$(A)\ \frac{16}{9};\ (B)\ \frac{16}{3};\ (C)\ \frac{4}{9};\ (D)\ \frac{4}{3};\ (E)\ -\frac{4}{3}.$$

8005. 29. O particulă proiectată pe verticală atinge, după t secunde, o înălțime de S metri, unde $S = 160\ t - 16\ t^2$.
Înălțimea maximă este :

(A) 800; (B) 640; (C) 400; (D) 320; (E) 160.

8006. 30. Fie $F = \log \frac{1+x}{1-x}$. Se înlocuiește x în F prin $\frac{3x + x^3}{1 + 3x^2}$ și se simplifică. Expresia simplificată este egală cu :

$(A) -F$; $(B)\ F$; $(C)\ 3F$; $(D)\ F^3$; $(E)\ F^3 - F$.

Partea III (5 *puncte fiecare problemă*)

8007. 31. Numărul soluțiilor în întregi pozitivi ale ecuației $2x + 3y = 763$ este :

(A) 255; (B) 254; (C) 128; (D) 127 (E) 0.

8008. 32. Dimensiunile unui triunghi dreptunghic R sînt a și b, $a < b$. Se cere să se obțină un triunghi dreptunghic cu dimensiunile (catetelor) x și y, $x < a$, $y < a$, astfel încît perimetrul să fie o treime din acela al lui R și aria o treime din aceea a lui R. Numărul unor asemenea triunghiuri dreptunghice (diferite) este :

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 4; (E) o infinitate

8009. 33. Se dă dreapta $y = \frac{3}{4}x + 6$ și o dreaptă L paralelă cu cea dată și situată la 4 unități de aceasta. O ecuație posibilă a dreptei L este :

$$(A)\ y = \frac{3}{4}x + 1;\ (B)\ y = \frac{a}{4}x;\ (C)\ y = \frac{3}{4}x - \frac{2}{3};\ (D)\ y = \frac{3}{4}x - 1;\ (E)\ y = \frac{2}{3}x + 2$$

8010. 34. În triunghiul ABC, latura $a = \sqrt{3}$, latura $b = \sqrt{3}$ și latura $c = 3$. Fie x cel mai mare număr astfel ca valoarea, în grade, a unghiului opus laturii c să fie mai mare decît x. Atunci x are valoarea :

(A) 150; (B) 120; (C) 105; (D) 90; (E) 60.

8011. 35. Laturile unui triunghi sînt întregi, iar aria sa este de asemenea un întreg. O latură este 21 și perimetrul este 48. Cea mai mică latură este :

(A) 8; (B) 10; (C) 12; (D) 14; (E) 16.

8012. 36. O persoană are la început 64 de cenți și face 6 pariuri, cîștigînd de 3 ori și pierzînd de 3 ori, cîștigurile și pierderile avînd loc în ordine întîmplătoare. Șansa pentru cîștig este egală cu șansa pentru pierdere. Dacă fiecare pariu se face pentru jumătate din banii care rămîn pentru pariul respectiv, atunci rezultatul final este :
(*A*) o pierdere de 27 cenți ;
(*B*) un cîștig de 27 cenți ;
(*C*) o pierdere de 37 cenți ;
(*D*) nici un cîștig și nici o pierdere
(*E*) un cîștig sau o pierdere, depinzînd de ordinea în care cîștigurile și pierderile au loc.

8013. 37. Se dau șapte puncte P_1, P_2, ..., P_7 pe o dreaptă, într-o ordine stabilită (nu neapărat la intervale egale unul de altul). Fie P un punct arbitrar ales pe dreaptă și fie S suma lungimilor PP_1, PP_2, PP_3..., PP_7. Suma S este minimă dacă și numai dacă punctul P este :
(*A*) mijlocul distanței dintre P_1 și P_7 ; (*B*) mijlocul distanței între P_2 și P_6 ;
(*C*) mijlocul distanței între P_3 și P_5 ; (*D*) în P_4 ; (*E*) în P_1.

8014. 38. Punctul F este luat pe prelungirea laturii AD a paralelogramului $ABCD$. BF intersectează diagonala AC în E și latura DC în G. Dacă $EF = 32$ și $GF = 24$, atunci BE are valoarea :

(*A*) 4 ; (*B*) 8 ; (*C*) 10 ; (*D*) 12 ; (*E*) 16.

8015. 39. În triunghiul ABC se duc dreptele CE și AD astfel ca $CD\ DB = 3/1$ și $AE/EB = 3/2$. Fie $r = CP/PE$, unde P este intersecția lui CE cu AD. Atunci r are valoarea :

$$(A)\ 3\ ;\ (B)\ \frac{3}{2}\ ;\ (C)\ 4\ ;\ (D)\ 5\ ;\ (E)\ \frac{5}{2}.$$

8016. 40. Dacă x este un număr satisfăcînd ecuația
$\sqrt[3]{3x+9} - \sqrt[3]{x-9} = 3$, atunci x^2 este cuprins între :
(*A*) 55 și 65 ; (*B*) 65 și 75 ; (*C*) și 85 ; (*D*) 85 și 95 ; (*E*) 95 și 105.

PROBLEME PROPUSE *)

8017. Să se arate că între punctele A, B, C, D, oricum așezate pe o dreaptă, există relația :

$$\frac{DC}{AB} + \frac{BD}{AC} + \frac{CB}{AD} = \frac{DC \cdot BD \cdot CB}{AB \cdot AC \cdot AD}$$

N. Manolache, elev București

8018. Să se arate că : $\frac{a^3b - ab^3}{3}$ este număr întreg (a, b numere întregi).

Ioan Holdiș, student Cluj

8019. Secțiunea diagonală a unui vas în formă de piramidă patrulateră regulată este un triunghi dreptunghic cu aria de 18 cm^2.
Vasul fiind cu vîrful în jos, se toarnă mercur pînă la jumătate din înălțimea lui. Se cere : a) Aria laterală a vasului, b) Greutatea mercurului din vas $\left(\rho_{Hg} = 13{,}6\ \frac{g}{cm^3}\right)$.

La concursul de matematică, clasa a VIII-a, Craiova 1966

*) IX (8017—8020) ; X (8021—8031) ; XI (8032—8034) ; S (8035—8037). Soluțiile se primesc pînă la 15 mai 1967. Fiecare elev poate trimite rezolvări și la problemele din clasa precedentă nu însă din clase inferioare acesteia.

8020. Se consideră fracția

$$F(a,b) = \frac{(a-b)\ (a+b)^3+b(a+b)^3}{b^3-3b^2(b-a)+3b(b-a)^2-(b-a)^3}$$

și se cere : a) să se aducă la forma cea mai simplă, b) să se rezolve ecuația $F(a, b)\cdot x - \frac{(b^2-a^2)^2}{(a-b)^2} = 0$ unde $F(a, b)$ este forma cea mai simplă a fracției date.

Concursul de matematică 1966, Marica Ștefan, Tr. Severin

8021. Bisectoarea exterioară din C a unui triunghi ABC întîlnește bisectoarele exterioare din A și B respectiv în E și D. Să se arate că triunghiurile ACE și CDB sînt asemenea.

Theodor Cocea, București

8022. Se dă un cerc (O) și un punct M pe cerc. Se prelungește OM cu segmentul MA egal cu raza. Prin mijlocul lui OM se duce o dreaptă oarecare ce taie cercul în B și C.

Să se arate că

$$\frac{BC}{AB+AC} = \frac{1}{2}$$

Spiridon Deleanu, Iași

8023. Să se arate că triunghiul format unind picioarele a trei drepte concurente într-un triunghi ABC are aria cel mult o pătrime din aria triunghiului ABC.

***

8024. Să se elimine parametrul $\lambda \left(\lambda \neq \frac{n\pi}{2}\right)$ între relațiile :

$$\sin\lambda + \operatorname{ctg}\lambda = a$$
$$\cos\lambda + \operatorname{tg}\lambda = b$$

Liviu Pîrșan, București

8025. Să se rezolve ecuația :

$$\sqrt[3]{x^2-a^2} + 2\sqrt[3]{\frac{(x-a)^2}{x+a}} = 3\sqrt{x-a} \qquad (x \neq a)$$

și să se determine mulțimea valorilor lui a pentru care rădăcinile sînt reale.

Al. Lalescu, Cîmpina

8026. Între laturile a, b, c ale unui triunghi și medianele corespunzătoare m_a, m_b, m_c, există relația :

$$\frac{m_a^4+m_b^4+m_c^4}{a^4+b^4+c^4} = \frac{m_a^2m_b^2+m_b^2m_c^2+m_c^2m_a^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2} = \frac{9}{16}$$

G. Ortocol, elev Făgăraș

8027. Se consideră trei cercuri nesecante cu centrele în A, B şi C. Tangentele interioare formează în interiorul triunghiului ABC un exagon $A_1C_2B_1A_2C_1B_2$ unde A_1, B_1, C_1 sînt pe laturile BC, CA, AB respectiv. Să se arate că grupele de drepte (AA_2, BB_2, CC_2) şi (A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2) sînt concurente.

C. Ionescu-Ţiu

8028. Să se calculeze coeficientul lui x^{15} din produsul

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 - x)^{25}$$

D.Acu, Cluj

8029. Să se arate că

$$\sum_{a=1}^{n}\left(\sum_{k=1}(-1)^{k+1}C_p^k a^{p-k}\right) = n^p,$$

unde n şi p sînt numere naturale.

Gheorghe E. Pop, student Bucureşti

8030. Să se arate că dacă $xy + yz + zx = 1$, atunci

$$\frac{2x(1-x^2)}{(1+x^2)^2} + \frac{2y(1-y^2)}{(1+y^2)^2} + \frac{2z(1-z^2)}{(1+z^2)^2} \leqslant \frac{x}{1+x^2} + \frac{y}{1+y^2} + \frac{z}{1+z^2}.$$

C. Ionescu-Ţiu

8031. Să se arate că

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k!+(k+1)!}{(k+2)!+(k+3)!} = \frac{13}{36} - \frac{3n^2+18n+26}{3(n+2)(n+3)(n+4)}$$

I. Candrea, Sibiu

8032. Care este baza sistemului de numeraţie în care numărul 4497 se exprimă prin 16053.

Gr. Bănescu, profesor Bucureşti

8033. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4 + ax^3 + (a+b)x^2 + (a^2 - 2b)x + b = 0$$

Popescu Adrian, Sibiu

8034. Punctele C şi D sînt conjugate armonic faţă de A şi B. Să se găsească valoarea raportului în care punctul I împarte segmentul AB, ştiind că acest punct împarte segmentul CD într-un raport dat.

Gh. Belcin, Bucureşti

8035. Să se arate că între unghiurile unui triunghi oarecare există relaţiile

$$\frac{1}{\sin A + \sin B + \sin C} < \frac{1}{9}\left(\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}\right) < \frac{1}{4\sin A \sin B \sin C}$$

C. Ionescu-Ţiu

3036. Fie ABC un triunghi oarecare. Dreapta Euler a acestui triunghi taie cercul circumscris triunghiului ABC în două puncte. Să se arate că dreptele Simpson corespunzătoare acestor puncte sînt perpendiculare.

S. Bărcănescu și *D. Ralescu*, elevi București

3037. Să considerăm transformarea (T) definită prin formulele:

$$(T)\quad x' = \frac{ax+b}{bx+a}\ ;\ y' = \frac{ay+b}{by+a},\ (a \neq \pm b)$$

unde x', y' sînt coordonatele punctului în care trece după transformare punctul care inițial avea coordonatele x și y, a și b fiind două numere oarecare.

a) Să se găsească relația care trebuie să existe între coeficienții A, B și C ai dreptei $(\triangle)$ $Ax + By + C = 0$ pentru ca prin transformarea (T) dreapta $(\triangle)$ să se transforme tot într-o dreaptă.

b) În condițiile de la punctul a) să se arate că dreptele paralele cu prima (respectiv a 2-a) bisectoare prin transformarea (T) rămîn paralele cu prima (respectiv a 2-a) bisectoare.

I. M. Stancu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII *)

E : 2649. Să se stabilească dacă numărul

$$N = [98765432 + 9876543] \cdot [23456789 + 3456789]$$

este sau nu un pătrat perfect.

Marica Ștefan, Tr. Severin

E : 2651. a) Să se arate că volumul unui paralelipied dreptunghic rămîne neschimbat dacă una din dimensiuni s-ar reduce cu o pătrime, alta s-ar reduce cu o cincime, iar a treia s-ar mări cu două treimi. b) Cum se modifică volumul dacă una din dimensiuni s-ar mări cu o pătrime, alta s-ar mări cu o cincime, iar a treia s-ar micșora cu o treime?

C.I.Ț.

E : 2651. Un pionier, cumpărîndu-și un stilou, o carte și o pereche de tenișI, cheltuiește suma de 85 lei. Știind că stiloul costă cu 23 de lei mai mult decît cartea și cartea împreună cu stiloul costă cu 9 lei mai mult decît tenișii, se cere să se afle cît costă fiecare din obiectele cumpărate.

Nelu Dobre, Merei-Buzău

E : 2652. O cooperativă agricolă de producție și-a depozitat recolta de grîu în două magazii. În prima magazie s-a adus de 5 ori mai mult grîu decît în a doua. Dacă în prima s-ar fi adus de 10 ori mai puțin grîu,

*) V (E : 2649–2652); VI (2653–2660); VII (2661–2664); VIII (2665–2668). Soluțiile se primesc pînă la 15 mai 1967. Fiecare ele poate trimite rezolvări și la problemele clasei precedente celei pe care o urmează.

iar în a doua cu 180 tone mai mult, atunci în cea de a doua magazie s-ar fi adus de 4 ori mai multe cereale decît în prima. Să se afle cîte tone de grîu s-au depozitat în fiecare magazie?

D. Mîrzan, R. Vîlcea

E : 2653. Trei loturi de cultură ale unei G.A.S. au o suprafață totală de 3600 ha. Aria primului lot reprezintă 2/9 din aria celor trei loturi. Însămînțînd 13/16 din aria celui de al doilea lot și 3/4 din aria celui de al treilea lot, ariile rămase neînsămînțate din al doilea și al treilea lot, sînt egale. Se cere : a) să se afle aria fiecărui lot, b) să se afle latura fiecărui lot, cunoscînd că ele au formă de patrat.

Olimpiada de matematică, cl. a VI-a, Galați, 1966

E : 2654. Se dă rombul $ABCD$ cu $\sphericalangle A = 60°$. Din B se duce o perpendiculară BE pe AD și se prelungește cu un segment $EF = BE$ iar din D se duce perpendiculara DG pe BC, și se prelungește cu un segment $GH = GD$. Să se arate că :

a) $DFBA$ este un paralelogram și să se afle mărimea unghiurilor acestuia.

b) Punctele F, D, C sînt coliniare,

c) $AFCH$ este un paralelogram, căruia să i se afle perimetrul.

Gh. V. Nistor, Buzău

E : 2655. Costul unui obiect în valoare de 100 lei a fost majorat cu 20%. Ce reducere la sută trebuie aplicată la noua valoare pentru a obține valoarea inițială.

Sorin A. Gorovei, Fălticeni

E : 2656. Un excursionist a parcurs în prima zi 20% din drumul ce-l avea de făcut și încă 11 km. Drumul rămas a fost parcurs în următoarele 3 zile după cum urmează : În a doua și a treia zi cu cîte 7 km mai mult ca într-a patra. Știind că drumul parcurs în ziua a patra reprezintă $39\frac{1}{16}\%$ din drumul parcurs în a doua și a treia zi luat împreună, să se afle drumul avut de parcurs și cît a parcurs în prima zi.

I. Albescu, Făgăraș

E : 2657. Să se efectueze

$$\sqrt{605{,}16} + \frac{(0{,}1125 - 0{,}0025)\, 4\frac{1}{11}}{\left(0{,}175 + 0{,}25 + 1\frac{3}{4} : 4\right) : \frac{7}{20}} - \frac{1}{5}.$$

Picu Niță, Deva

E : 2658. Se dă un triunghi isoscel cu laturile $AB = AC = 13$ cm și $BC = 10$ cm. Pe latura BC se consideră un punct P astfel ca $BP = 6$ cm.

Prin P se duce o paralelă la latura AC care taie latura AB în M și o paralelă la latura AB care taie latura AC în N. Se cere :

a) Să se calculeze perimetrul paralelogramului $AMPN$.

b). Unde trebuie luat punctul P de pe latura BC ca paralelogramul $AMPN$ să fie un romb. Să se calculeze în acest caz lungimea diagonalelor şi perimetrul rombului.

c) Comparaţi rezultatele perimetrelor obţinute la punctele a) şi b). Oare variază perimetrul paralelogramului $AMPN$ cînd P se mişcă pe BC?

Concursul de matematică, clasa VI, Tg. Mureş 1966

E : 2659. Un camion transportă marfă pentru o cooperativă cu o viteză medie de 50 km pe oră. Pentru a transporta 2,8 t de marfă de la o distanţă pe care o parcurge în $1\frac{1}{4}$ ore cooperativa plăteşte 385 lei.

De la ce distanţă s-au transportat 3,2 t de marfă dacă s-a plătit 418,80 de lei?

Concursul de matematică, clasa VI, Tg. Mureş, 1966

E : 2660. Un număr de 12 muncitori au construit în 4 zile un zid de 60 m, înalt de 3,5 m şi gros de 0,4 m. În cît timp muncitorii vor împrejmui cu zid de aceeaşi înalţime, gros de 0,5 m. un teren în formă de dreptunghi lung de 40 m şi lat de 25 m.

Consursul de matematică, cl. VI Bacău 1966

E : 2661. În triunghiul ABC se duce bisectoarea interioară a unghiului A ; perpendiculara din B pe bisectoarea interioară AD întîlneşte latura AC în B'.

a) Să se arate ce fel de triunghi este ABB'.

b) Din punctele B şi C se duc paralele la bisectoarea AD care întîlnesc prelungirile laturilor AB şi AC respectiv în E şi F. Să se arate că triunghiurile ABE şi ACF sînt isoscele.

Concursul de matematică, cl. VI , Bacău, 1966

E : 2662. O gospodărie agricolă de stat a planificat să obţină o recoltă de porumb de 3 800 kg la hectar şi a obţinut 4 620. Dintr-un kg. de porumb se pot obţine 1,16 unităţi nutritive, iar din 3,6 unităţi nutritive se obţine 1 kg carne de porc. Să se afle :

a) Cu cît la sută a depăşit producţia la hectar.

b) Cîte kg. carne porc s-ar putea obţine din recolta de porumb planificată şi cît din cea realizată pe un hectar de teren.

c) Cît la sută reprezintă carnea din producţia planificată faţă de carnea din producţia realizată.

Concursul de matematică, cl. VI, Bacău, 1966

E : 2663. La un cerc cu raza de 4,5 cm se duc două tangente dintr-un punct situat la 7,5 cm de centru. Să se afle :

a) lungimea fiecărei tangente,

b) distanţa de la centru pînă la coarda care uneşte punctele de tangenţă,

c) distanţa dintre punctele de tangenţă.

Concursul de matematică, cl. VII, 1966, propusă de *M. Ciorobîlcă*, Deva

E : 2664. Pentru săparea unui şanţ, 25 muncitori au săpat în 15 zile, lucrînd cîte 5 ore pe zi, 3 : 11 din lungimea lui. Cîţi muncitori cu aceeaşi

productivitate a muncii trebuie să mai fie angajați pentru ca, lucrînd împreună cu cei dintîi, însă cîte $6\frac{1}{4}$ ore pe zi, să poată termina partea rămasă în 20 zile?

Concursul de matematică, cl. VII, Hunedoara, 1966

E : 2665. În Directivele Congresului al IX-lea al *P.C.R.* se prevede ca, în perioada 1966—1970, să se investească pentru dezvoltarea bazei materiale a învățămîntului suma de 3,5 miliarde lei, din care : 40% pentru învățămîntul superior, 31% pentru învățămîntul profesional și mediu de specialitate și 29% pentru învățămîntul de cultură generală. Se cere :

a) Suma de lei ce se va investi pentru dezvoltarea bazei materiale a fiecărei categorii de învățămînt în parte.

b) Cît la sută din suma investită pentru învățămîntul superior reprezintă suma investită în învățămîntul de cultură generală?

c) Presupunînd că începînd din anul 1966 se vor investi anual, pentru dezvoltarea bazei materiale a învățămîntului, aceleași sume de bani și cunoscînd că în anul 1970 cheltuielile bugetare pentru învățămînt vor fi cu 40% mai mari față de cele din anul 1965, să se afle care au fost cheltuielile bugetare făcute pentru învățămînt în anul 1965.

Concursul de matematică, cl. VII, Banat 1966

E : 2666. În trapezul dreptunghic $ABCD$, baza mică AD, baza mare BC și latura DC oblică față de baze, au respectiv 5 cm, 10 cm, 13 cm. Pe diagonala AC se consideră un punct E astfel încît $\frac{AE}{BC} = \frac{2}{3}$; iar prin punctul E se duce o paralelă la baze care intersectează laturile neparalele ale trapezului în punctele F și G. Se cere :

a) Aria trapezului ; b) Lungimea segmentului FG.

Concursul de matematică, clasa VII, Banat 1966 (*N. Negoescu*)

E : 2667. Se ia punctul M pe mijlocul ipotenuzei BC a unui triunghi dreptunghic ABC. Din M ducem MN perpendicular pe AB, iar perpendiculara din M pe AM taie pe AC în punctul P. Să se arate că triunghiurile AMP și BMN sînt asemenea.

C. Ionescu-Țiu

E : 2668. Să se arate că dacă $xy + yz + zx = 1$, atunci

$$\frac{x(1-x^2)}{(1+x^2)^2} + \frac{y(1-y^2)}{(1+y^2)^2} + \frac{z(1-z^2)}{(1+z^2)^2} = \frac{8xyz}{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}$$

C. Ionescu-Țiu

CĂRȚI NOI

1. *Cristea Mateescu*, **Ion Ionescu**. Editura Științifică, 1966.]

În monografia închinată vieții și activității inginerului romîn *Ion Ionescu* se încearcă o zugrăvire succintă a personalității și operei desfășurate mai bine de o jumătate de veac pentru triumful cauzei progresului științific și cultural al țării noastre.

Activitatea multilaterală pe care a avut-o *Ion Ionescu* ca profesor la Școala de poduri și șosele, la Școala Politehnică, ca inițiator și sprijinitor al *Gazetei Matematice*, ca inginer constructor ce a înălțat numeroase și importante edificii, nu l-a împiedecat să scrie în diverse domenii. A scris studii de matematică, inginerie, istoria tehnicii etc., temeinic documentate, cu interpretări originale și interesante. A scris, de asemenea, lucrări de popularizare a științei, pline de farmec și nelipsite de umor. Multe dintre acestea au fost adunate în trei volume, Povestiri științifice și tehnice.

2. *H. Weyl.* **Simetria.** Editura Științifică, 1966.

Cartea se adresează unui cerc larg de cititori folosind într'o anumită măsură și metode matematice. La conferințele care reproduc într-o versiune ușor modificată pe cele ținute de autor în 1951, la Universitatea Princeton din U. S. A. au fost adăugate două anexe care conțin demonstrații matematice.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME *)

Pînă la 15 noiembrie 1966, s'au primit soluții bune la problemele propuse în G.M.—B după cum urmează:

BAIA MARE (Maramureș). *S.g. 2* cl. VII Bond Ion (2545—51,8), *S.g. 2* cl. VII Chirileanu Traian (2545—53), cl. VIII Ardeleanu Gh. (2530—7, 9, 45—9, 51—3, 5, 7, 9), Buha Adriana (2545, 8, 53, 5, 7, 9, 60, 77, 8), Cosette Flaceh (2545, 8, 9, 51, 3, 5, 7, 9, 9, 60, 7, 8), Gavrilescu Liviu (2545, 6, 8, 9, 51—3, 5, 7, 9), Horgaș Viorica (2545, 6, 8, 9, 51, 2, 9, 60, 4, 8), Kiss Judith (2545, 6, 8, 9, 52, 3, 5, 9, 60, 4), Martin Alexandra (2546, 8, 9, 51, 3, 5, 7, 9), Mureșan Aurelia (2529—35, 7, 45, 6, 8, 9, 51—3, 5, 7, 9, 60, 4), *S.g. 11* cl. VIII Medyesi Elisabeta (2543, 4—7, 50—3, 5, 8, 9), *L. 1* cl. IX Buteanu Aurelia (2558, 9, 70,92—5 ;7675,6, 81, 8, 626, 46), *L. 3* cl. VI Pasca Vasile (2545, 6, 8—60, 4, 7, 9), cl. VIII Leiba Florin (2552, 3, 5, 7—9, 68—70), Pap Felicia (2543, 6, 8, 9m 51—3, 5, 6, 78), Pop Natalin (2545, 6, 9, 51, 8, 9, 60, 4), *S. muzică* cl. VIII Cernestean Tiberiu (2528, 9, 3,1 4, 5, 45, 60, 4, 8).

BAIA SPRIE (Maramureș) *L. 1* cl. XI *Trif Ioan* (7636, 8, 9, 41—6, 62, 3, 5, 8, 76, 80, 7, 8, 90, 2—7, 700, 1, 4, 6, 26, 30, 2, 3, 5, 8, 46, 7, 9, 63).

BĂLCEȘTI (Oltenia) *L. 1* cl. X Marinică Traian (7687, 9, 91, 4, 705, 7, 16, 26, 7, 9, 32, 95), cl. XI Zidăroiu Nistor (7638, 9, 40, 67, 74—6, 8, 83, 4, 92, 97, 701).

BALȘ. (Oltenia). *S.g. 1* cl. VII Popescu Geta (2529—32, 4, 5, 40), cl. IX Rusănescu Georgeta (2557—9, 70, 7686, 91, 2, 6, 726—9, 46).

BECHET (Oltenia) *L. 1* cl. X *Cojocaru Ion* (7583, 4, 612, 4, 7—23, 35, 8—44, 58—60, 2, 7, 9, 74—8, 87, 90, 2, 5, 7).

BEIUȘ (Crișana) *L. 1* cl. VII Toma Aurel (2546, 7, 52, 60, 8, 70, 3, 4. 82, 4), cl. VIII Laslău Ioan (2495, 600, 8, 12—4, 6, 7, 9, 20, 8—34), Popa Florea (2545, 61, 4, 73, 7—9, 82, 4), cl. X Toma Ioan (7584, 8, 610, 7, 8, 21, 3, 31, 8—40, 3, 61, 74—6, 87, 95, 700).

BELCEȘTI (Iași). *L. 2* cl. X Olaru Aurel (7674—8, 80, 1, 92, 6, 700, 1, 8, 26, 9, 44).

BERTEA (Ploiești) *S.g. 2* cl. VII Rujoiu Cornelia (2545, 7, 60, 4, 72, 3, 8, 9), Rujoiu Petre (2545—7, 50, 8, 60, 73, 4, 8, 9), cl. VIII Bucur Ion (2545, 60, 4, 73, 4, 7—9, 87), Costache Constantin (2545—7, 60, 4, 72, 3, 77—8, 87, 94), Ionică Ion (2545, 60, 4, 73, 4, 8, 9, 87), Neagu Constanța (2545, 57, 8, 73, 4, 7—9, 84), Nițescu Ștefan (2545, 6, 60, 4, 72, 3, 7—9, 87, 94), Șinca Constantin (2545—7, 58, 6, 4, 73, 4, 8, 9, 90), Dinca Gh. (2545, 60, 4, 72, 3, 7—9, 94), Zaharia Gh. 2545, 60, 4, 73, 4, 7—9, 87).

BICAZ (Bacău) *L. 1* cl. XI David Dumitru (7665, 94, 6—8, 80, 3, 4, 7, 90, 7, 726).

BISTRIȚA (Cluj). *L. 1* cl. X Hecht Anton (7674—8, 83, 6, 8, 90, 3, 5, 701, 3), Pop Eugen (7674—8, 86, 9, 90, 3, 701, 3, 26), Roiban Gh. (7675—7, 80, 4, 6, 9—93, 726), Timofte Corneliu (7684, 7, 93, 5, 81, 9, 701, 3, 29, 32, 3, 5), Urs Pavel (7675—8, 92, 3, 5, 701, 4, 6, 8, 26, 35, 44, 51), cl. XI Cotoc Ioan (7675—7, 80, 3—5, 9—92, 5, 7, 9—701, 3, 4, 6, 8), Gagea Alexandru (7667—9, 87, 8, 90, 3, 9, 700, 1, 4, 6, 28, 9, 32, 3, 6), Ilias Mardel (7675—8, 92, 3, 5, 701, 4, 6, 26, 7, 35, 44, 51). Nagy Alexandru (7675—7, 80, 6, 92, 3, 5, 9, 701, 3, 4, 6, 81, 10), Vădan Ioan (7635, 8, 40, 2, 5, 59, 63, 75, 6, 8, 80, 7, 909, 2, 3, 7, 9—701, 4, 6, 9, 26, 33, 5, 44, 6, 60), *L. 2* cl. X Bota Maftei (7675—7, 80, 4, 6, 9—93, 726).

BÎRLAD (Iași). *L. 1* cl. XI Holban Dumitru (7699, 70, 3, 4, 6, 8, 10, 44, 70, 97—9). *L. 3* cl. VI Minciună Dorin (2560, 1, 73, 4, 6—9 Sava Anca (2545, 6, 51, 60, 4, 73, 7, 8), cl. VII Bercovici M. (7573, 4, 7—81, 4), Cichir Ionel (2528—34, 6—8, 90, 2, 45—50, 2—9), Mustață Adriana (2560, 4, 73, 1 7—9, 91, 4), Penea Viorica (2545, 6, 8, 73, 5—8, 80), Puiu Laurența (2545, 6, 52, 60, 4, 7,7 8, 80, 6), cl. XI Nichifor Ionel (7631, 2, 6, 40, 2—4, 62, 74—7, 80, 1, 3, 7, 9, 90, 2, 5, 7, 700, 1, 4, 26,, 8, 36, 9).

*) Evidențiații ca rezolvitori de probleme sunt scriși cu litere cursive.

BLAJ. *L. 1* cl. IX Pădureanu Nicolae (2570—2, 94, 5; 76,86—90, 3, 726, 7).

BOLDEȘTI (Ploiești) *S.g. 1* cl. VII Nistor Georgeta (2528, 31 m 3, 4, 45, 6, 60, 4), Olaru Mihaela (2528, 33, 45, 6, 9, 52, 6p, 4, 73, 4, 6, 7), Tudoran Marieta (2528, 31, 3, 4, 45, 6, 52, 60, 4, 73, 4, 6, 7), Basile Lucica (2545, 6, 52, 60, 4, 73, 4, 6), Zamfirescu Elena (2528, 9, 31, 3, 4, 45, 6, 52, 35, 5, 9, 60, 73, 4, 80), cl. VIII Bilciurescu Olga (2528, 31, 43, 5—7, 9, 52, 3, 60, 4, 8—70, 3—5, 9—82, 4, 8, 94, 9), Dinu Florentina (2545—7, 9, 52, 3, 60, 4, 8, 70), Săndulescu Olga (2545, 6, 52, 60, 4, 63, 4, 6, 7).

BOLINTINUL DIN VALE (București) Absolvent Antonescu Marian (2560, 1, 4, 72—4, 6, 9, 81, 2, 5, 6). Băiețel Nicolae (2560, 4, 70, 2—6, 8, 9, 81, 3, 6, 8, 94). *L. 1* cl. XI Chivu Voicu (7639, 40—7, 59, 61—3).

BOTOȘANI. *S.g. 3* cl. VIII Tinichigiu Aurel (2531. 3—5, 45, 59, 60, 4, 70), *S.g. 7* cl. VII Fîntînă Maria (2549, 52, 6, 8, 81, 4—6, 8), Serediuc Doina (2552, 68, 80, 1, 4—6, 8), Tănase Lidia (2552, 68, 80—2, 4—6, 8), cl. VIII Andone Adriana (2557, 64k 70, 2, 80, 1, 4, 5, 8, 95), Apostolescu Dlena (2557, 69, 70, 2, 81, 6, 8, 95), Casandra Alex. (2568—70, 2, 80, 1, 4, 6, 8, 95), Hosmoș Margareta (2557, 69, 70, 2, 80, 1, 4, 5, 6, 8, 95), Volorincu Zilaterat (2564, 70, 2, 80, 1, 4, 8, 95), Zducas Storis (2568—70, 3, 81, 4—6, 8), *S. muzică* cl. VII (Condriuc Liviu (2545, 55, 60, 8, 73, 8—80, 2, 7).

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. VIII Orbulescu Petru (2537, 9, 43, 4, 59, 60, 9, 70, 2; 7667, 8), Piescu Călina (2549, 52, 3, 7, 60, 1, 4, 9, 70, 2).

BRAD (Hunedoara). *L. 1* cl. IX Cordonescu Gabriel (2540—2, 4, 58, 9; 7608, 10, 1, 23, 4, 74, 6, 88, 90).

BRAȘOV. *S.g. 3* cl. VII Ionescu Anca (2529, 32, 4, 46, 8, 9, 6p, 4), *S.g. 6* cl. VI Ciumac Magda (2545, 6, 8, 9, 52, 3, 5, 60), cl. VIII Patrichi Ana (2529—30, 3, 4, 7, 60, 4, 70). *S.g. 10* cl. VIII Chiper Olga (2549, 51, 2, 4, 68, 70, 81, 4), *L. 4* cl. VII Dițescu Dan (2528, 8, 31, 3, 40, 5, 6, 52, 60, 4), cl. VIII Bocanu Mihaela (2528—31, 3, 4, 50, 5, 60, 4). Constantinescu Silvia (2528——31, 40k 7, 60, 2, 4, 8, 72), Nănăilă Ileana (2528, 9, 31, 2, 45, 53, 8, 60, 4), Mircea Emil (2528, 33—4, 45, 50, 8, 9), Popovici Elena (2531, 4, 5, 6, 64, 8—70), Porenschi Anicuța (2531, 3, 45, 6, 59, 60, 4, 8, 9), cl. IX Cotorcea Luminița (2557—9, 70—2, 90, 1, 5; 7687, 91, 726, 7, 9) Olteanu Valentin (2545, 6, 57, 8, 9, 70, 90, 91, 4, 5; 7686, 7, 726, 7, 9), cl. X Bulgărea Radu (7688—93, 729, 32, 44, 6, 86, 90, 1), Macarie Cecilia (7687—9, 90—3 731, 2, 44, 6, 86, 91), Rădulescu Dan (7687—9, 90—3, 729, 32, 44, 6, 86, 91), cl. XI Cojocaru Daniela (7669, 78, 88, 90, 1, 3, 7, 70, 4, 6, 26, 7).

BREAZA (Ploiești). cl. VI Mureșan Cristian (2529—32, 45—7, 60), *S.g. 2* cl. VII Drăcea Gh. (2545, 59, 60, 4, 78, 81, 7, 94), Sanda Tatiana (2545, 6, 8, 64, 7, 70, 6, 7), cl. VIII Drăgoi Gh. (2545, 8, 59, 60, 4, 6, 9, 70), Pădure Constantin 2545, 8, 59, 60, 4, 6, 9, 70) *L. 1* cl. V Florescu Liliana (2529—32, 45—7, 60), cl. IX Filip Doina (2557, 90, 70, 2, 91, 4, 5; 7687, 726, 7, 9), *L. militar* cl. XI Enache Victor (7643, 64, 5, 90, 5, 7, 701, 3, 4, 6, 33, 5). *Gavriloaia Gh.* (7669, 74—8, 80, 4, 6—8, 92, 3, 5, 7—701, 3, 4, 6, 8, 10, 1, 3, 26—9, 33, 4, 44, 6, 8, 50, 70, 82, 99), Gărgatie Silbestru (7638—40, 2, 59, 60, 2, 3, 75, 6, 726, 8, 35, 46), Gurbet Gh. (7674—7, 88, 92, 7, 9, 701, 3, 4, 6, 7, 10, 33), Matei Ștefan (7639, 42, 3, 60, 74—8, 97, 9, 708), Moise Ion (6787, 8, 92, 4, 5, 701, 3, 4, 6, 10, 26, 7, 9, 33, 44, 50), Petre Romulus (7675, 6, 8, 93, 5, 7, 9—700, 4, 6, 8, 35, 73, 770, 82, 812), Scortaru Mihai (7675, 6, 83, 97, 703, 4, 6, 8, 23, 41, 4, 70), *L. 1* cl. XI Tălpanu Constantin (7632, 9, 40, 2, 3, 5, 6, 8, 50, 9, 60, 2, 3).

BRĂILA. *S. g. 2* cl. VIII Furtună Tudorița (2545—7, 50—2, 7, 9), *S.g. 7* cl. VI Bistor Valentin (2528—32, 5, 45—7, 60, 73—9, 81, 2), Uhcu Doina (2545k, 6, 60, ș, 73—5, 8), cl. VII Monas Pericle (2528, 9, 45, 6, 8, 9, 52, 60, 1, 4, 8, 70, 3, 7—9, 84), cl. VIII Popescu M. Rodica (2528—37, 9, 41, 5, 6, 8—53, 60, 4, 8, 70), Sgîrcitu Georgeta (2546, 7, 31—3, 7, 77—9), *S.g.* 8. X cl. VII Florescu Liliana (2545, 55, 8, 62, 4, 6—8, 70), *S.g. 12* cl. VI Bentaru Jeni (2545——7, 60—2, 4, 73), Mocanu Florin (2545, 6, 72, 4, 6—9), cl. VII Radu Veronica (2545, 60, 4, 70, 3, 9, 80, 4), *S.g. 4* cl. VI Ilie Bogdan (2545, 7, 60, 7, 73, 8—9), cl. VII Buhociu Florin (2545—8, 64, 8, 73, 8, 9, 81, 4, 94), Cavadia Doru (2528—35, 2545, 6, 8, 9, 51—3, 60, 3, 4, 70), Marulis Teodor (2545, 8, 56, 73, 4, 6, 8, 80, 1, 4), cl. VIII Birnbaum Puica (2545, 6, 8, 52, 91, 64, 73, 8, 80, 4), Turcu Elena (2545, 6, 8, 52, 9, 64, 73, 8, 80, 4), *S.g. 16* cl. VI Ciocea Rodica (2528, 30, 1, 3, 4, 46, 60, 4), *S.G. 22* cl. VI Butea Gh. (2545, 6, 60, 4, 73, 7—9), Căpităneanu Onișa (2545, 6, 60, 4, 73, 7—9), Duțu Petru (2545, 6, 60, 4, 73, 7—9), Enache Tudorel (2545, 6, 60, 4, 73, 7—9), Neculai Dorina (2545, 60, 60, 4, 73, 7—9), cl. VII Brîncoveanu Ionel (2545, 6, 8, 50, 1, 3, 60, 6), Chiriac Jenica, Iordache Florin, Perianu Octavian (2545, 6, 8, 9, 53, 60, 4, 8, 70), Margean Georgeta (2545, 6, 8—50, 3, 5, 60, 4, 7, 8, 70), Ștefănescu Georgeta (2545, 6, 8—50, 3, 5, 6, 8), cl. VIII Duțu Iuliana (2545, 6, 8—51, 3, 7, 60, 4, 8—70), EnciuCostică (2545, 6, 8, 9, 51, 3, 60, 4, 8, 70), Todilă Fănică (2528—36. 41, 5, 6, 8—50, 3, 7, 60, r, 8—70), *S.g. 26* cl. VII Dragomir Marioara (2528, 9, 31—3, 45, 6, 8, 64), Mitu Tudorița (2528, 9, 31—3, 45, 6, 8), cl. VIII Anghel Nicu (2528, 31, 3, 7, 45, 6, 8, 52), Epure Nicolae (2528, 31, 3, 7, 45, 6, 8, 52, 3), *L. 3* cl. IX Donciu Costel (2557—9, 70, 2, 91, 3—5; 7686, 726, 85), Spartacu Lula (2557—9, 70, 2, 91, 3; 7676, 86, 7, 672, 85), cl. X Casimati Maria (7664, 75—80, 2, 4, 6, 7, 92), Cărbunaru Mihai (7674—8, 80, 1, 8, 86—8, 90, 2), Matei Corneliu (7686, 8—90,

2, 3, 726—9, 33, 85), cl. XI Berindei Elena (7674—8, 86, 90, 2, 7, 726, 7, 35), Bucur Camelia (7667, 74—8, 84, 7, 90, 1, 7, 701), Călinescu Alexandrina (7667, 74—8, 84, 7, 90, 2, 7, 701), Ionescu Dragoș (7669, 75, 6, 86, 7, 726, 9, 33, 40, 4, 85, 6), Pincu Mia (7668, 9, 75, 6, 83, 93, 701, 10, 3, 26, 35, 89).

BROȘTENI (Oltenia). *S.g.* Bejan Violeta (7528, 9, 31—4, 45, 64).

BUCUREȘTI. *S. g. 3* c. V Grigore Elena (2528—30, 2â7, 9—42, 7559, 80), cl. VIII Niculescu Florian (2570, 3, 7—80, 2, 7), Zamfirescu Doina (2570, 3—7, 80, 2, 7), *S. g. 4* cl. VII Brădățeanu Mihaela (2528—31, 3—40, 3, 5—54), Udrea Bogdan (2545, 6, 51, 64—8, 70, 3), *S. g. 5* cl. VII Brad Silvian (2545—8, 51—3, 5, 8), Lazăr Anca (2528—35, 8, 45—9, 52, 3, 8, 9), Ștefan Carmen (2528, 9, 32, 3, 5, 46, 53, 60), *Ș. g. 19* cl. VIII Suciu Alexandru (2541—4, 57, 8; 7636, 54, 9, 61, 3, 86—90, 2, 3), *Ș. g. 21* cl. VII *Dumitru Sorin* (2528, 9, 31, 3—5, 7, 40, 4, 8, 52, 60, 4, 8, 70, 3, 8, 9, 85, 7, 95; 7636, 81), *Ș. g. 28* cl. VIII Tater Octavian (2528—32, 4, 5, 7, 50), *Ș. g. 26* cl. VIII Roventa Daniela (2528—31, 3—5, 7, 8, 41, 2, 4), *Ș. g. 56* cl. VIII Voinescu Radu (2546—8, 57, 9, 60, 4, 8), *Ș. g. 75* cl. Hanea Luminița (2528, 30, 1, 3, 4, 9, 46, 8, 52, 3, 8, 9), Ș. g. 77 cl. VII Grigoriu Florin (2545—9, 51, 60, 4, 8, 70), Ș. g. 95 cl. VIII Gâță Mihai (2545—8, 5, 7—60, 8, 71, 31, 7688), *Ș. g. 102* cl. VII Negru Gabriela (2545, 52, 68, 73, 4, 8, 71, 4), *Ș. g. 114.* cl. VI Răsturnoiu Ștefan (2545—7, 60, 1, 73, 4, 5), *Ș. g. 122.* cl. VI Krohmalnic Florin (2545, 7, 64, 73—4, 7, 8), Ionescu Alina (2547, 51, 60, 4, 73, 4—6), cl. VII Blitzstein Emilia (2545, 6, 64, 77—9, 81, 2), cl. VIII Rothshild Mihai (2546, 9, 51—3, 5, 8, 9), *Ș. g. 128.* cl. VI Anghel Viorica (Miroiu Doina), (2546, 59—61, 73), Rogolete Nicoleta (2528—32, 4, 40, 5), cl. VII Ghiuță Georgeta (2545—9, 61—4), Matei Cornel (2546—9, 52, 3, 5, 9), Popa Mihaela (2546—9, 51—3, 5, 9), *Ș. g. 145* cl. VI Căsăndroiu Marcela (2529—34, 8, 45, 6, 60, 2), Cristescu Mihaela (2529—33, 7, 60, 2), Marinescu Liuba (2529—31, 3, 4, 8, 60, 2, 72, 4), cl. VII Cornescu Marius (2528—30, 2, 4, 45—8, 52, 8, 67), Furu Constantin (2545, 7, 8, 52, 8—60, 7, 73—67), Georgescu Anca (2528, 9, 32, 4, 9, 45—8, 60), Istrătescu Doina (2528—32, 4, 45—8, 60, 7), Lebejoara Ovidiu (2528, 9, 31, 2—4,6—8, 60), cl. VIII Băcioiu Liviu (2528, 30, 2, 7, 45—8, 60, 2, 7), Dumitru Marin (2528, 9, 31, 2, 45, 6, 8, 52, 7, 8, 67, 77—9, 84), Șerban Radu (2557, 8, 73, 7—9, 84), *Ș. g. 146* cl. VI Munteanu Sorana (2548, 60, 4, 7, 73, 4, 7, 8), cl. VIII Iordan Margareta (2545, 6, 52, 5, 7, 9, 60, 4), *Ș. g. 164* cl. VIII Ghenea Sorin (2545, 6, 8, 9, 52, 5, 8, 60, 4, 8, 70, 7, 8), Ș. g. 166, cl. VI Constantinescu Viorel (2528—34, 45, 6, 60), cl. VII Ivaniev Lucia (2528—35, 8, 42, 5—7, 9, 51—3, 8, 9), Ș. g. 169 cl. VIII (Hoisescu Nicolae (2529—31, 3—5, 7, 9), Sbera Cristina (25,28, 9—31, 3, 4, 7, 44, 60, 7, 73, 4—80, 6), *Ș. g. 173* cl. VI Adam Mihai (2528, 9, 31, 34, 45, 6, 60, 4), Ș. g. V. Alecsandri Croitoru Olga (2528, 31, 2, 5, 8, 46—51, 60, 4), cl. VIII Ionescu Daniel (2545—8, 52, 3, 7, 8, 9), student Georgescu Mihai (7627, 8, 31, 2, 4, 5, 8—40, 2, 3, 6, 52, 3, 6, 60—3). *Petroiu Daniel* (facultatea de matematică) (7640, 4, 60, 2, 7, 9, 75—7, 80, 3, 4, 6, 9—92, 5, 7, 700, 1, 3, 4, 6, 8—11, 7, 26, 8, 33, 6, 42, 4, 6, 8, 9), Fătu Gh. Ion (7643, 6, 50, 3, 63, 77, 93, 5, 6, 70, 6, 26, 41, 2), *L. 1* cl. IX Ștefăniu Călin (2540—2, 4, 5, 7—9; 7674—6, 8, 80, 1, 4), Ștefănescu D. (2558, 9, 70; 7674—8, 80, 6, 90, 3, 726), Vijelie Luminița (2553, 7—9; 7674, 5, 7, 8, 80, 1, 7, 90, 7, 9, 700, 3), cl. XI *Mireanu Mihaela* (7630—2, 6, 8, 40, 2—8, 50, 6, 7, 8, 63, 7, 8, 76, 80, 1, 6, 9, 90, 3, 4, 6, 7, 9, 700, 3, 6, 10, 1), Udrea Mircea (7675, 704, 6, 13, 33, 5, 41, 4, 6, 9, 807), *L. 2* cl. VIII Stan Florica (2546, 60, 4,70, 3, 7, 80, 4), *L. 4* cl. X Burileanu Corneliu (7667, 76, 86, 9, 91, 2, 726—9, 32, 4, 86), cl. XI Petcu Mirel (7667, 8, 74, 6—8, 83, 4, 95, 7, 701, 26—8, 33, 44), *L. 5* cl. VII Bahrim Mihaela (2528—32, 5, 6), Cristina Ilea (2545, 9, 52, 3, 5, 60, 2, 4, 8, 70), Dobrotescu Diana (2552, 3, 64, 7—9, 71, 80), Dumitrescu Gabriela (2546—53, 5), Maliță Mihaela (2545, 52, 3, 60, 4, 7, 73, 8, 80, 4), Petrescu I. Corina (2560, 4, 8, 73, 4, 9, 81, 4), Teodorescu Ioana (2553, 9, 60, 73, 4, 9, 80, 3), cl. VIII Anastasescu Dana (2552, 3, 5, 67, 70—2, 4), Dumitrescu Teodor (2528, 9, 31, 52, 3, 67—70), Gorun Irina (2528—30, 3, 7, 45, 52, 3, 60, 8), cl. IX Kaufmann M. Liviu (2540—2, 4, 57—9, 70, 2; 7637, 42, 62, 3, 86, 90), *L. 6* cl. IX Weiner Irina (2557—9; 7686—9, 91, 2, 726—8, 33), *L. 7* cl. VIII Toma Mircea (2546, 8, 52—6, 8, 9), cl. IX Niculescu Irina (2541—4, 57—9, 70, 2; 7726, 7, 9), Redlinger Daria (2541—4, 57—9, 70—2; 7726, 7, 9), cl. XI Cornescu Mihail (7668, 83—5, 7, 92, 3, 5, 7, 732, 3, 4, 8, 9, 63), *George Ion* (7626, 32, 40, 2, 4, 52, 3, 5, 7, 9, 60, 3—8, 85, 95, 6, 84, 97, 9—701, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 6, 37—9, 44, 6, 59, 60, 5), Măgureanu Dorina (7686, 90, 2, 3, 7, 701, 3, 4, 6, 8, 10, 3, 7), Mihai Adrian (7635, 7—9, 42—4, 6, 7, 9, 59, 63, 84, 90, 2, 4, 5, 7, 9 — 70, 4, 6, 11), *L. 8* cl. V Ionescu Cezar (2528, 30, 1, 3—5, 60, 73, 4), cl. VII Adler Tamara (2528, 9, 31—5, 45, 52), Bordeianu Rîndunica (2530, 1, 3—5, 45, 8, 64, 73), Cazimirschi Anca (2529—31, 3—5, 45, 60, 70, 3), Constantinescu Dan (2520, 31—5, 45, 60, 4), Dincă Adriana (2529, 31—5, 45, 6, 8), Dobre Victor (2528—35), Feraru Cristian (2531, 3—5, 45, 60, 4, 73, 87), Ionescu Mihnea (2528—30, 3—5, 45, 52), Marmaziu Bogdan (2528—35, 45, 6), Tințăreanu Zossim (2528, 30, 1, 3—5, 45, 60, 2), cl. VIII Sacerdoțeanu-Gereanu Dan (2528—31, 3—5, 7, 9, 41), cl. IX Krumfaltz Anca (2540, 2, 58, 9, 72; 636, 70, 6, 726, 8, 33, 44), Nan Adriana (2540—3, 59, 72, 7541, 74, 6, 92, 726, 7), Stănescu Anca (2540—3, 57, 8; 7674—6, 92, 726, 7), Stănescu Lucian (7636—9, 41, 75, 6, 80, 6 7, 91, 2, 726, 33), cl. X Cintezan Mircea (7667, 74—8, 86—90), *L. 10* cl. VIII Brateș Nanu (2547, 8, 51—3, 5, 8, 60, 73—5), L. 11 cl. IX Constantinescu Dan (2540—4, 57—9; 6735, 7,

67, 74—8, 84, 6, 7, 9, 90), Ştefănescu Florin (2541, 3, 4, 57—9, 67, 70, 2; 7726, 7), cl. X Alexandru Ion (7665, 74—8, 83, 7—91, 3, 7, 703, 33, 44, 6), Frangulea Ştefan (7675, 80, 6, 8, 90—2, 726, 7, 9, 33, 5, 7, 9, 46), Georgescu Maria (7674—6, 86, 91, 2, 703, 26, 7, 35, 7, 70), Petrescu Corneliu (7667, 74—8, 90, 703, 26, 9, 37, 46, 62), Popescu Eugen (7667, 8, 74—8, 80—14, 6, 90, 2, 3), Savin Mihai (7667, 76, 86, 7, 9, 90, 2, 707, 26, 9, 38, 5, 9, 62), Stana, Emilian (7667, 76, 86, 7, 9, 90, 2, 703, 26, 9, 33, 5, 9, 62), Vladu Adrian (7674, 7, 86, 9, 90 2, 703, 26, 33, 9, 62), cl. XI Cornea Tudor (7687, 90, 2, 3, 5, 7, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 33, 44, 63), Dumitrescu Const. Ecat. (7669, 74, 6—8, 80, 3—5, 92, 3, 7, 704, 6), Grigore Mariana (7660, 9, 74—6, 8, 80, 3—5, 90, 1, 3, 7, 704, 6), Hincu Mariana (7669, 74, 6—8, 80, 1, 3—5, 92, 3, 7, 704, 6) Leţu Sanda (7638—42, 5, 61—3, 90, 2, 3, 9, 770), *Pascaru Aurel* (7529, 34—8, 50, 4, 6, 60, 2—6, 80, 93, 608—10, 2—4, 7—24, 7, 31, 8, 40, 2, 3, 7, 59, 62, 3/7671, 4—8, 83, 4, 6, 7, 90—2, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 26, 7, 9, 35 Piersicanu Ioana (7610, 2, 8, 39, 42, 3, 59, 60, 75, 6, 725, 35), Popescu Constantin (7608, 12, 4, 7, 21, 38, 9, 42, 60, 75, 8, 95, 7), Rus Ioana (7649, 51—3, 5, 704, 6, 41, 5, 7—9, 51), Staticescu (7667, 74—8, 83, 4, 7, 9, 91, 3, 7, 703), *L. 12* cl. VII Dinescu Adrian (2548, 53, 5, 60, 4, 7, 8, 76, 80), cl. X Ştefănescu B. Bogdan (7685—91, 703, 33, 5, 7, 946, 62, 82, 3, 5), cl. XI Chiriban Cristian (7635, 9, 49, 56, 8, 60—3, 69—71, 4—8, 80, 3, 6, 7, 9, 90, 2—4, 700, 4, 6, 8), *L. 13* cl. IX Apostol Magda (2527, 41, 2, 70; 7608—10, 76, 80—4), Eftimescu Ana (2527, 42, 4, 59, 90, 1, 4; 7654, 5, 75, 6, 86) Hîncu Dan (2558, 9, 70—2, 91, 2, 4; 7686, 827, 30, 3), Pungan Ovidiu (2541, 2, 58, 9, 70, 2, 3, 5, 6, 80, 8; 7670, 5, 6, 80, 8). Samca Darius (2572, 90, 1, 4; 7675, 6, 80, 4, 6, 8, 728, 33), cl. X Alexandrescu Viorica (7638, 87, 99, 766, 70—6, 817, 65) Beciu Dragoş (7665, 76, 99, 770—3, 817, 18—21), Cucinchi Virginia (7638, 65, 76, 83, 9, 99, 703—7, 817, 65), Grădinaru Iolanda (7776, 83—9, 90, 9, 817, 75), Tîrcă Laurenţiu (7638, 87, 99, 766, 70—6, 817, 65), Groşosiu Victor (7638, 65, 76, 83, 9, 99, 703—7, 817), Hromei Constantin (7776, 83—9, 90, 9, 817, 65), Mărăşescu Nicolae (7703—7, 76, 83, 90, 9, 817, 18, 65), Petrescu Constantin (7638—40, 87, 765—68, 817—19, 65), Popescu Silviu (703—7, 76, 83, 90, 9, 817, 18, 65). Suciu Camil (7690, 703—5, 70—6, 817), Valescu Lavinia (7638, 65, 76, 83, 9, 99, 703—7, 817). *L. 15* cl. VII Dan Gabriela (2550—2, 5, 67, 8, 77, 8, 96, 8, 600, 1, 4, 6—8), Dragomitrescu Francisc (2550—2, 5, 67, 8, 77, 8), Ionescu Adriana (2545, 6, 9—51, 5, 9, 64, 72, 4, 7, 8, 86, 8, 600, 1) Ieniştea Irina (2560, 2, 4, 7—8, 96, 8), Stredie Aurora (2560, 2, 4, 7, 8, 78, 80, 6), Vîcol Nicolae (2560, 2, 4, 7, 8, 78, 80, 6), *L. 16 ff.* cl. IX Drăguşin Alex. (2540—4, 57—9; 7659, 74—80, 4, 6, 96), *L. 17* cl. XI. Avrămoiu Valentin (7733—5, 7—9, 41—6, 8, 50, 1, 4, 5, 60, 3, 5, 70, 91, 6, 8, 820, 1, 3—5, *L. 20* cl. IX Mitruş Mihai (7643, 4, 6, 7, 9, 50, 9, 61—3, 7, 8, 74—8, 80, 1, 3, 8, 9, 92, 3, 70, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 28), *L. 21.* cl. VIII Rozenberg Anda (2545, 7, 50—3, 5, 60, 8, 9—71, 80, 4, 6, 91), *L. 22.* cl. IX Bădescu Smaranda (2540, 70—2; 7637, 9, 41, 87, 91, 726, 7, 9), cl. X Atanasiu Dragu (7580, 92, 4, 7, 9, 601, 12, 4, 7, 21, 3, 4, 32, 9, 41, 2, 6, 7, 56, 8, 9, 61—3, 76, 80, 3, 8, 91, 3, 5—7, 700, 1, 3, 4, 6, 10), Blagoev Branislova (7665, 7, 8, 74, 5, 7, 8, 87, 90, 726, 9, 827, 30), Bunea Gh. (7687, 9, 92—4, 7, 728, 7, 9, 30, 2, 3, 5, 6, 44), Gavrilescu Ionel (7674—8, 84, 6, 7, 90, 2, 3, 726—8, 33), Georgescu Radu (7663, 75, 6, 80, 6—90, 4, 703, 26, 7, 35, 90), Kaufmann Liviu (7674—6, 93, 5, 704, 6, 26—9, 33, 44, 6, 8, 9), Minea Gh. (7687, 9, 92—4, 7, 726, 7, 9, 32, 3, 5, 6, 44), Roman Adrian (7676, 83, 7, 91, 9, 700, 1, 3, 4—6, 26), Trutzer Victor (7636—8, 63, 5, 8, 76, 86—9, 91—3), cl. XI Buiculescu Valentin (7669, 74, 5, 84, 94, 700, 4, 6, 35, 8, 40, 4), *Cristoloveanu Sorin*, 7631 2, 9, 40, 2—5, 60—5, 7, 9—71, 4—8, 90, 2, 4, 6, 7, 701, 19, 26—9, 33, 8, 41, 4, 6, 9), Strujan Vladimir (7629, 30, 7, 8, 41, 2, 6, 7, 62, 9—71, 92, 3, 5—7, 701, 3, 23, 9, 31—4, 8, 9, 41, 6, 8), *L. 14.* cl. VII Alexandrescu Silvia (2545, 6, 8—50, 2, 3, 5, 8, 9), Herescu Rodica (2528—35, 45—7, 9, 59, 5, 8, 9), cl. IX Weintraub Andrei (7674, 5, 7, 80, 6, 728, 33, 7, 44, 6; 2570), *L. 24.* cl. VI Brună Vera (2545—8, 60, 74, 5, 7, 8), Filip Nuţu (2545, 60, 4, 73—5, 7—9, 81), Grecu Niculina (2545, 60, 4, 73—5, 7, 8, 81), Mighia Simina (2545, 8, 60, 4, 73, 4, 7, 8, 81), Teodorescu Daniel (2545, 6, 60, 5, 73—5, 7—9), cl. VIII Burcea Elena (2528—30, 3, 7, 45, 6, 60, 4, 70, 3—8, 84), Teodorescu Luiza (2528—31, 5, 7, 45, 6, 70), *L. 28* cl. VI Nicolescu Dana (2545, 6, 60, 7, 73, 7—9), cl. VIII Chira Florentina (2545—9, 52, 5—9; 7674—7, 9), cl. IX Arsene Vladimir (2557—9, 90, 1, 4, 5; 7686, 7, 9, 92, 785), Tudose Dan (2557—9; 7674—8, 84, 7—9, 92, 3), *L. 29.* cl. IX Burne Constanţa (2546, 59, 9, 62, 83, 91, 3—5; 7686, 91, 726), *L. 30* cl. VII Apopei Mărina (2545, 6, 60, 4, 8, 73—5, 9, 80—2), Bucur Corina (2545, 6, 60, 2, 4, 73, 4, 9, 81), Cristu D. (2545, 6, 8, 52, 60, 7, 8, 70, 3, 4, 8, 84), Dumitru Ioan (2546, 8, 60, 4, 8, 9, 73, 9, 80), Popescu Maria (2546, 60, 70, 2—6, 7, 80, 1, 6, 9, 92), cl. X Platz Alexandru (2701, 26, 8, 9, 31—3, 5, 7—9, 82, 5, 90, 1). *L. 32* cl. VI Moldoveanu Anton (2533—5, 45-8 50), cl. VIII Celenti Dan (2528—34, 7—44), Popescu Liviu (2528—31, 3—5, 7, 45), *L. 34* cl. VII Gheorghe Valeriu (2528—31, 3—5, 46), Kiriacescu Constantin (2528—3, 3, 5, 45, 52), Popenciu Liviu (2545, 6, 9, 55, 60, 4, 6, 8), *L. 36* cl. VII *Carabineanu Adrian* (2545—9, 52, 9, 60, 4, 8, 70, 3, 4, 6—82, 6—8), *L. 39* cl. VII Dragu Viorel (2546—8, 50, 60, 4, 80, 2), Ioniţă Georgeta (2546, 8, 51—3, 60, 7, 8), *L. 41* cl. XI Teodorescu Sorin (7669, 95, 9, 700, 1, 4, 6, 33, 5, 44, 51, 70, 1).

BUHUŞI. *L. 1* cl. VIII Filip Gh. (2545—9, 52, 7, 8), Ivan Ion (2573—80, 4, 7, 94,5), S. prof. Ciobanu Ion, David Mihai, Muscalu Aurica (2552—9).

BUȘAG (Baia Mare). *Ș. g. 20* cl. VIII Dragomir Gh. (2532, 4, 6, 7, 45—8, 51, 8—60, 4, 8, 70, 2—4, 6, 81, 2, 6, 94).

BUTENI (Argeș). *Ș. g.* cl. VII Zaharia Viorel (2528—34, 7, 45, 6).

BUZĂU *Ș. g. 13* cl. VII Glonaru Elena (2528, 9, 31—3, 5, 6, 45, 60), *L. 1* cl. XI Mihăiescu Tiberiu (7632, 8—42, 6, 7, 58—63, 8, 75, 87—90, 7, 9—704, 6, 11), *Casa de copii* cl. VIII Coman Eleonora (2528—30, 2, 3, 5, 45, 60), Creţu Georgeta (2528, 9, 31—3, 5, 7, 35), Enuşa Dumitra (2528, 9, 321, 3, 5, 7, 45, 60).

BUZIAȘ (Banat). *L. 1* cl. VI Beinglas Claudia (2545, 6, 58—61, 3, 4, 70), cl. VII Antonescu Mirela (2528—31, 3, 4, 40, 6), Opriș Rodica (2528, 30, 1, 3, 4, 45—7), cl. VIII Micșa Rodica (2528, 9, 31, 3, 5, 7, 40, 6).

CARACAL. *Ș. g. 2* cl. VIII Tănase Foru (2552—9), Wagner Livia (2552—9, 69, 70), *Ș. g. 5* cl. VI Varia G. (2528, 9, 31, 3, 5, 60, 1).

CARANSEBEȘ. *L. 1* cl. VI Oprea Gabriela (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 6, 7, 9, 82), cl. VII Poiană Dumitru (2545, 6, 8, 50—3, 8, 9), Rusu Mircea (2545—50, 2, 3, 60, 1), cl. VIII Poiană Zoe (2545, 6, 8, 50—3, 60, 4, 73, 6), Romanescu Adrian (2545, 60, 9, 70, 3, 7—9), cl. XI Mura Ion (7676, 83, 8, 91, 704, 6, 26, 7, 35, 6, 9, 46, 8, 51, 82, 5), *Stefănescu Mircea* (7636, 8, 42, 42, 3, 4, 6, 7, 9, 62, 3, 9, 70, 4—8, 80, 1, 3—8, 9, 2, 3, 5—7, 9—701, 3, 4, 6, 7, 11, 26, 7, 33, 7—44, 6, 8, 9, 65), *L. 2.* cl. Bombaloi Elena (2528, 31, 3, 4, 40, 56, 60), Șendroiu Silvia (2528, 31, 3, 4, 40, 5, 6, 60), Nermescher Liana (2528, 31, 2, 4, 46, 60, 4, 8).

CARAULA (Oltenia). *Ș. g. 1* cl. VI Popescu Cornel (2543, 5, 6, 52, 3, 5, 70, 1), Selea Ionică (2545, 6, 5, 2, 3, 5, 60, 70, 1), cl. VIII Mladin Ion (2545, 6, 52, 3, 5, 70, 1, 8).

CAREI (Maramureș) *L. 1* cl. IX Haller Izabella (2557—9, 70—2, 7636, 8, 1, 92, 726, 7, 9, 32).

CALAN (Hunedoara) *Ș. g.* cl. VIII Clinciu Mihai (2546, 60, 4, 70, 3, 8, 9, 81), *L. 1* cl. VIII Bal Corneliu (2529—31, 3, 4, 8, 40, 1, 5, 6, 8, 9, 51—3, 5, 8, 9; 7528, 38, 674, 6, 8), cl. XI Vâjdea Nicolae (7639, 40, 2, 3, 63, 7, 75, 6, 8, 92, 3, 7, 9, 726, 7).

CĂLĂRAȘI (București). *L. 2* cl. XI Mihăescu Tudor (7666, 8, 75, 6, 88—90, 3, 7, 700, 4, 6, 8).

CĂPRENI (Oltenia). *Ș. g.* cl. VI Georgescu Ion (2528, 31, 3, 4, 42, 7, 8, 50, 1, 8, 60, 4).

CEICA (Oradea) *Ș. g.* cl. VIII Goiță Vasile (2573—6, 8—82, 4—6, 94).

CELARU (Oltenia) *Ș. g.* cl. VI Ion Vasile (2529—34, 45, 64), Preda Marin (2546, 64, 73, 4, 6—9), cl. VII Petcu Marian (2553, 9, 60, 4, 8, 73, 4, 6—9, 84), Stancu Silvia (2546, 53, 64, 8, 73, 6—9, 84), Andrei Elena, Ilie Ilie, Leoveanu Constantina, (2546, 53, 64, 8, 73, 6—9, 84), Grigore Stelian, Stan Niculina, Bugică Ion, Constantinescu Fănel, Stan Niculina : (2528, 9, 31—4, 45, 64).

CÎLNIC (Oltenia) *Ș. g.* cl. VIII Lăudat Nicolae (2546, 59, 60, 2, 9, 70, 3, 8, 9, 82).

CÎMPIA TURZII. *L. 3* cl. IX Copîndean Angela (2541, 2, 4, 57—9, 72; 7675, 6, 85, 726, 9), Ganea Monica (2555, 9, 70, 2, 90, 1, 4; 7676, 80, 1, 6, 726), Ignat Gh. (2557—9, 70—2, 90; 7594, 675, 81, 726, 7), Petridean Maria (2557—9, 70, 2, 91, 4, 5; 7681, 7, 726, 7), Turc Ioan (2941, 2, 4, 5, 7—9, 70, 2; 7726, 75, 6, 8), cl. X Dolha Ana (7677, 8, 92, 3, 726,7, 9, 33, 44, 82, 5), Romașcanu Corneliu (7675, 6, 8, 80, 6, 92, 3, 725, 7, 9, 33, 85), cl. XI Cătuneanu Tiberiu (7704, 21—9, 33, 5, 6, 44, 50, 80, 3, 98), Palenca Vasile (7617, 75—9, 80, 4, 6, 700, 4, 6, 26).

CÎMPINA (Ploiești) *Ș. g. 1* cl. VIII Butnaru Sorin (2545, 59, 60, 70, 7, 4, 7, 94), *L. 1* cl. VIII Eftimie Lucian (2545, 7, 52, 5, 8—60, 3—70), cl. X Albu Elena (7667, 74—8, 81, 4, 726, 7, 9, 32), Culei Sorin (7630, 1, 36, 7, 86, 90, 1—3, 726, 8, 44), Gonțescu Bogdan (7686, 7, 9, 90, 2, 4, 726, 8, 9, 31, 2, 5), Grădinescu Virtor (7668, 74, 7, 87, 90, 3, 4, 726—9, 1—35), cl. XI *Ivașcu Florin* (7636, 47, 68, 74—7, 80, 2, 4, 5, 7—9, 91, 2, 4, 7, 701, 3, 4, 6, 26, 9, 32, 37, 8, 41, 3, 5, 8—50, 65), Văcăroiu Toma (7636, 43, 4, 7, 61, 2, 7, 74, 89, 726, 8, 9, 33), *L. 2* cl. X Căpraru Marian (7665, 7, 8, 75, 6, 81, 7, 90, 2, 726, 7, 9, 32, 69, 808), Vișa Florin (7674—6, 87, 8, 90, 2, 726—9, 32, 3, 5, 82), *L. industrial* an I Marin Ion (2559, 67, 8, 70, 94, 5, 7674—6, 726, 7), Mociorniță Ion (2537, 41, 2, 4, 59, 60, 8, 70, 2, 7675, 6, 727), Rai, novici Marius (2542—4, 60, 64, 8, 9, 70—2, 7664, 755) Ștefan Constantin (2568—72, 90, 1, 4-5, 7676, 729).

CÎMPULUNG MOLDOVENSC. *L.1* Didei Ioan (2543, 60, 1, 4, 8—70, 2), cl. XI Schärf Solomon (7676, 81, 8, 92, 3, 704, 26, 7, 33, 5, 9, 44, 9), *L. militar* cl. VI Budur Constantin (7675, 8, 90, 7, 701, 4, 6, 8, 10, 26, 8, 9, 32, 5, 82, 3, 5, 90) Buță Viorel (7638, 40, 2, 3, 74-8, 83, 90, 3, 7, 9), Geosina Valvela (7675—8, 84, 90, 3, 7, 9, 701, 26, 33), *Sabău Ioan* (7667, 9, 74—9, 82, 7, 90, 2, 3, 5, 7, 9—701, 3, 4, 6, 8, 10, 7, 26, 9, 32, 3, 7, 9, 44. 9, 63, 5, 70, 96, 812, 8).

CÎMPULUNG MUSCSL. *S. g.* 1 cl. VIII Mitroiu Gh. (2545, 7, 52, 3, 73, 7, 80, 94) *S. g.* cl. VIII Drăgan Dan (2545, 7, 52, 3, 73, 7—80, 94).

CLUJ. *L.* Pușcă Mircea (2528, 30—4, 7, 44—6, 55, 60), cl IX Bîlc Ion (2557—9, 70, 2, 91, 4; 7686—8, 727, 6), *L. 4* cl. VI Andreescu Carmen (2528—31, 3, 4, 45, 60, 4), Ardeleanu Liana (2528—31, 3, 4, 45, 60, 4), Fluviu Dragoș (2546—51, 8—60, 9, 70), Hăgan Diana (2528, 9, 31, 35, 9, 60, 4), Munteanu Daniela (2528—30, 45—7, 60, 1) cl. VII Șer-

ban Monica (2528, 9, 3, 45—9, 52) Teşca Ileana (2545—7), 68, 73, 91, 80, 4), cl. X Kozma Sofia (7642, 93, 5—7, 701, 3, 33, 5. 9, 40, 1) *L. 5* cl. VI Berceanu Dorin (2545—8, 50, 1, 8—60), Igna Mirela (2545—8, 50, 1, 8, 9), Popa Mihaela (2545, 6, 60, 1, 4, 74—6), Stoica Sorin (2545, 6, 60, 73—7, 9), cl. VII Viţelaru Liana (2545—7, 55, 60, 70, 2, 3, 8), cl. VIII Chiş Corina (2528—35, 7—9, 45—7, 50—6), Iancic Bubu (2534, 51, 61, 9, 73, 4, 80, 3—5; 7688), *L.8* cl. VI Bora Mariana (2528—32, 5, 45, 6), Mureşan Diana (2528—32, 4, 5, 45), Popescu Mircea (2545, 52, 60, 4, 70, 3, 7, 8) cl. VII Grigore Liana (2528—31, 3—5, 45), Jugo Doina (2546, 8, 9, 55, 60, 4, 8, 73, 8), Papulca Liliana (2545, 52, 60, 73, 4, 8, 80, 4), Stamate Mircea (2356, 7, 41, 50, 1, 2, 67, 8). cl. VIII Oargă Horea (2528, 31, 3, 4, 45, 6, 60, 4), cl IX Coldea Adrian (2557—9, 70, 90, 1, 4, 5; 7667, 75—6, 86—8, 9, 92), Comănescu Sorin (2557—9, 70—2, 94, 5, 7676, 726, 7, 9), Cristian Florin (2557—9, 70, 1, 7675, 8, 86—9, 726, 7), Micşescu Lucia (2557—9, 70, 2, 4, 5, 7676, 726), Oraş Maria (2558, 9, 70, 91, 3, 5, 7675, 6, 92, 704 6, 26, 7), cl. X Aldea Alex. (7668, 74—8, 83, 4, 6, 8, 80, 92), Benedek Iosif (7668, 75, 6, 8, 82, 6, 8, 9, 92, 4, 726, 32), Berceanu Cornelia (7667, 8, 74—8, 80, 1, 90, 2, 3), Cimpian Gh. (7674—9, 86, 7, 90, 2, 3, 726, 8), cl. X Feldinger Edgar (7667, 9, 74—8, 86—8, 90, 2, 3), Gavrea Ioan (7675—7, 86, 7, 90, 2, 3, 726, 8, 9, 32), Ioanete Horia (7668, 75, 6, 82, 6, 8, 92, 4, 726, 7, 32, 3), Man Augustin (7667, 4—8, 81, 3, 4, 6, 7, 92), Matcaboji Horia (7674—6, 8, 9, 93, 726, 8, 33, 4, 6), Patra Florian (7668, 75, 6, 86, 8—90, 2, 3, 726, 8, 9, 32, 3), Salvanu Ruxandra (7675—7, 80, 2, 7, 9, 91—4, 7), Scăcăluş Lia (7676, 7, 83, 8, 9, 92—4, 726, 7, 75, 6), Stadler Eilsabeta (7668, 74—7, 86, 7, 90, 2, 3, 728, 89), Tudorescu Tudor (7664, 7, 74—8, 82, 4—90, 2, 3), Radu (7674—8, 86, 8, 90, 2, 3, 724, 44), cl . XI Oprăşcanu Mircea (7675, 6, 80, 3, 7, 90, 2, 3, 7, 701, 4, 28)), Lazăr Aurel (7636, 8, 40—2, 76, 9, 81, 3, 6, 90, 7), *L.* VII Belascu Liviu (2548, 55, 64, 8, 78—80, 4, 7), Ciobotareanu Viorel (2553, 5, 60, 4, 70, 82, 4), Cuc Maria (2548, 64, 8, 79—81, 4, 7, 8), Felduhan Virginia (2548, 52, 5, 6, 64, 8, 79, 82, 4, 7), Murşan Ioan (2548, 51, 3, 6, 8—80, 4, 7), Opran Mamina (2550, 1, 3, 5, 64, 6, 8, 80, 4, 7), Oprişoiu Ovidiu (2528, 30, 1, 3, 4, 45, 7, 50, 2, 3, 5, 60, 4, 8), Şerban Emilia (2548, 51, 5, 63, 8, 76, 4, 80, 4, 7), Toma Valeria (2548, 51, 3, 5, 64, 8, 79, 80, 4, 7), cl. VIII Duma Salvater (2560, 1, 3, 4, 73, 4, 74, 4, 6, 8), Oprişin Adrian (2545, 8, 69, 73, 9, 80, 4, 7), cl. IX Moşneagu Lucian (2557—9, 70, 7675, 90, 2726, 7, 8, 3, 8), cl. X Licker Magdalena (7666, 74—6, 92, 3, 726, 8, 83, 5, 96, 817), Spătărelu Dorina (7687, 90, 2, 3, 726—8, 35, 82, 3, 96, 817), *L. 11* cl. VIII Csechi Vera (2528—31, 33—5, 7, 45, 6, 8—50, 2, 3, 8), Kehedy Erzsédybet (2545—9, 52, 3, 5), Lazăr Stefan (2545—9, 52, 3, 5), Majdih Laszló (2529—31, 3—5, 7), Sagyebo Laszlo (2545—9, 512, 3, 5), Sandor Peter(2545—2, 3), Szaba Elisabeta (2528—31, 3—5, 7), Szenessy Zoltan (2528—31, 3—5, 7, 45—50, 2, 3), Szilagy Akos (2545, 6, 8, 9, 52—4, 8), cl. X Csetri Klara (7665, 7, 74—6, 80, 1, 6, 9—93), *L. 12* cl. VIII Gabos Iulia (2545, 50, 8, 60, 73, 7, 8, 84), Szaba Ana (2550, 7, 60, 73, 4, 8, 84), *L. 15* cl. V Onca Gabriela (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 6, 8, 9), cl. VI Dăncuş Călina (2529—33, 45—7), Dăscălescu Lucian (2528—33, 45, 6), Dragomir Radu (2528—33, 45, 6), cl. VII Horvart Viorica (2528, 9, 31—4, 7, 45, 6, 60), cl. VIII Schiopa Ninela (2545, 6, 52, 68, 73, 4, 8, 9, 81).

COMĂNEŞTI (Bacau). *L. 1* cl. X Anăstăsoaie Viorel (7567, 75, 6, 8, 84, 9, 94, 726—9; 32), Creţu Vasile (7665, 7, 75—9, 94, 726, 8, 9, 32, 67).

COMARNIC (Ploieşti) *L. 1* cl. XI Buzatu Constantin (7674—8, 80, 1, 3, 4, 7, 9, 90, 5, 7, 701), Cojocaru Ion (7674, 6, 7, 80, 1, 3—5, 7—90, 5, 7, 701, 8), Toma Ion (7639, 40, 3, 4, 67, 75, 777, 9, 85, 95, 7).

CONSTANŢA. *S.g. 12* cl. VII Brudaru Virgil (2528—34, 35), Neguţ Dan (2528—35, 45, 6), cl. VIII Drapol Mircea (2528—31, 3—5, 7, 45—9, 52, 3, 7, 9). *S.g.* cl. VI Balica, Mihaela (2528, 9, 31, 46, 7, 50), *S.g.* 28 cl. VIII Dogaru Mihaela (2528, 9, 31, 3, 4, 7, 45—7) *L.1* cl. IX Apolozan Adrian (2552, 3, 7—9, 70, 2, 7675, 6, 8, 726, 7), cl. X Anghel Florian (7686, 9—91, 3, 4, 713, 26, 7, 9, 32, 7), Gogoaşă Cornel (7676, 80, 1, 6, 9, 90, 4, 726, 9, 32, 7, 85), cl. XI Chiriac Călin (7638—42, 5, 60, 700, 4, 6, 70, 808), Letca Daniela (7640, 2, 3, 63, 74—8, 84, 726, 7, 9), Melinte Aleaxndrina (7636 8, 40—2, 4, 6, 7, 59, 60, 2, 3, 97, 706), Mindruţă Rodica (7669, 71, 92, 9, 707, 10, 45, 51, 70, 3, 82, 3, 808), Moroianu Anastasia (7690, 9, 700, 4, 6, 8, 29, 60, 3, 70, 808), Niţu Traian (7638—40, 2, 62, 73—8, 726, 7, 9), Omer Adanan (7638—42, 4, 62, 9, 90, 701, 6, 63), *L. 3* cl. VIII Vidican Alexandru (2545—52, 5—60, 4, 7—71 ; 7729, 32), cl. XI *Geăguţ Valentina* (7632, 40, 2, 3, 59, 62, 3, 9, 75, 6, 80, 3, 91—3, 7, 703, 4, 6, 8, 10, 23, 6, 9, 37, 8, 40, 1, 4, 6, 8, 9, 51, 7, 63, 5, 70, 82, 3, 5, 6. 9), Leca Elena (7669, 76, 80, 3, 91—3, 7, 704, 6, 8, 10, 23, 6, 9, 65), Popescu Fulvia (7669, 75, 6, 80, 3, 92, 3, 7, 7044, 6, 10, 23, 89, 33, 41, 4, 6, 9, 65, 82, 91), Safta Elena (7669, 76, 83, 6, 7, 9, 90, 3, 5, 7, 9—701, 4, 6, 8, 10, 23, 6, 9, 30, 41, 4, 6, 9, 65, 70, 808), *L. 4* cl. X Niculescu Dumitru (7675, 8, 87—9, 90—3, 726, 9, 32), cl. XI Niţu Nicolae (7630, 1, 5, 6, 8, 9, 41—4, 59, 62, 3, 8, 74—7, 84, 7, 8, 90, 2, 3, 5, 7, 9, 701, 3).

COSTIŞA (Bacău) *S.g. 1* cl. VI Bucătaru Maria (2545—7, 58—60, 4, 73, 6), Surdu Maria (2545—7, 58, 60, 73, 5, 6, 8), cl. VII Ciochină Elena (2528, 9, 31—4, 45, 8, 51).

COTATCU (Ploieşti) *S.g.* cl. VII Iorga Gh. (2529, 31—3, 7, 8, 45—7, 52, 9, 60).

CRAIOVA. Absolvent Bătrînea Ion (7678, 40, 52, 3, 9, 61, 3, 6, 7, 74—8, 81, 2, 4,

7, 9, 90, 5—7, 701, 3, 26, 7, 69, 82, 5), Diaconu Ştefan (7634, 5, 89, 42, 3, 74—8, 83, 4, 92, 5, 708, 9, 36, 7, 44, 51), *S.g 7* cl. VII Poşoiu Paul (2560, 4, 8, 70, 3, 4, 6, 8, 9), *S.g.* 9 cl. VIII C. Valentina (2531, 7, 45, 6, 8, 52, 9, 64), Mihai Adina (2527, 45, 6, 8, 52, 9, 60, 4, 6, 9, 70, 3—5, 7, 82), Popescu Doina (2531, 7, 45, 6, 8, 452, 9, 60, 4, 9, 70, 3—5, 7, 8, 82), Stoica Niculina (2531, 7, 45, 6, 8, 52, 9, 60, 4, 9, 70, 3—5, 7, 8, 82), *G. g. 22* cl. VIII Ciulin Luminiţa (2528, 30, 1, 3, 4, 7, 41, 4), *L. 1* cl. VII Gorunescu Florin (2528, 46, 7, 9, 52, e, 5, 9), Tudor Marius (2528, 46, 7, 9, 50, 60, 4, 70), cl. VIII Pogonaru Florin (2528—32, 4, 7, 9, 7, 50, 2, 3, 7—9), cl XI Bălan Virgil (7675—8, 82—4, 95, 701, 8, 26, 7, 9, 32, 3), Diamandescu Aurel (76431—78—42, 6, 7, 59, 60, 2, 3), Neagu Gabriel (7669, 71, 5, 80, 3, 4, 90—3 7, 9, 701, 3, 4, 6, 8, 10), *Pătra Cristian* (7632, 5, 6, 9, 41, 60, 1, 7, 70, 1, 4—8, 82—4, 6, 9, 93, 6, 700, 4—8, 10, 3, 23, 6, 7, 9, 32, 3, 7—98, 41, 3—6, 9, 51, 5, 63. 5, 99, 803, 12), Popescu Adrian (7670, 5—6, 86, 8, 90, 2, 3, 9, 701, 4, 6, 8, 50), Turcu Ilie (7665, 7—71, 4—8, 80, 2—708, 15), *Tepuş Nicolae* (7636, 8—42, 6, 7, 59—63, 7p0, 4—7, 80, 1, 3, 9, 91—3, 7, 9—701, 3, 4, 6, 8, 16), *L. 2* cl. IX Belu Silvia (2570, 2, 41, 4, 5, 6575, 8, 726, 7, 9), Cerga Viorel, Pîrvulescu Tiberiu (2591, 2, 4, 57, 9, 7,0, 2, 7676, 92, 726, 7, 9), Miloteanu Alex. (2540—4, 58, 9, 7638, 88—91, 3), Vasile Gabriel (2540—2, 4; 7636, 86—92, 726, 7, 9) cl. X Mihăilescu Gh. (7668, 744—9, 84, 6, 7, 9, 90, 2, 3, 726, 7, 9), cl. XI Dumitrache Marin (7631, 6, 8, 40—5, 59, 62, 7, 74—8, 82—5, 7, 90, 2, 3, 7, 703), Turturică Elena (7638, 40, 2—4, 75—7, 726, 7, 9, 32, 5), *L. 3* cl. VII Juga Violeta (2528, 30—5, 8, 45—9, 51—3, 8, 9), Lucaci Doina (2545—9, 52, 8, 9), Marinescu Florentina (2546, 52, 5, 64, 8, 73, 80, 4, *L.* 4 cl. X Teică Paul (7668, 74—8, 84, 6, 9, 90, 2, 3, 726, 7, 9), *L. 5* lc. XI Marinescu Mihai 7686, 7, 9, 90, 2, 3, 7, 701, 3, 8, 26, 9, 33, 44), Popa Florica (7685, 7, 8, 90, 2, 3, 7, 703, (26, 9, 33, 5, 44).

CREVEDIA (Bucureşti) *S.g.* cl. VI *Iliescu Gabriela* (2528—35, 45—7, 9—51, 8—66, 70, 2—9, 81—3, 5—8, 7680, 746).

CRISCIOR (Hunedoara) *S.g.* cl. VIII Iovan Dorin (2581—3, 5, 87, , 94, 5).

CUDALBI (Galaţi) *S. g.* cl. VII Pojoca Elena (2545—7, 9, 51, 8, 9, 61, 3, 4, 6—70,

CUGIR. *L.1* cl. XI Muntean Traian (7667, 74—8, 86, 7, 97, 700, 1, 4, 6, 8),

DĂBULENI (Oltenia) *L.1* cl. XI Dinu Nicolae (7632, 6, 9, 40, 2—4, 59, 60, 2, 75—8 81, 6, 9, 95).

DEJ (Cluj) *L. 1* cl. VIII Gruia Smaranda (2548—54, 7—9), L. 2 cl. X Biza Marinela (7674—8, 80, 1, 3, 4, 6, 726, 85), cl. XI Barth Ferenc (7686—9, 91—3, 5, 7, 701, 4, 6, 144).

DETA (Banat). *L.1* cl. VII Mocofan Cornelia (2545—51, 8, 9), Tiberiu (2528—35),

DOROHOI. *S.g.1.* cl. VII Beleşică Aurel (2528, 9, 31—4, 45, 6), Corliciuc Simion (2528, 9, 31—4, 45, 60), cl. VIII Creţu Lorica (2545, 52, 3, 7, 60, 1, 77, 8)). Gheorghiu Mihail (2528, 9, 31—4, 7, 40, 8, 9, 52, 5, 7, 9, 60, 4), Grădinaru Vasile (2528, 9 m 31—4, 7, 60). Macovei Teodor (2528, 9, 31—4, 40, 8, 9, 52, 5, 7, 9, 60, 4), Nlorici Constantin (2528, 9, 41 —4, 7, 40, 8, 9, 52, 5, 7, 9, 60, 4) Pasteucă Ilie (2528, 9, 31 — 4, 7, 40). Prodan (2528, 9, 31—4, 7, 40) Tincu Laurenţiu (2528, 9, 31—4, 40), Vladimirescu Gabrilea (2528, 9, 31 —4, 7 40), Roşcu Constantin (2528, 9, 31—4, 7, 53, 60), *S.g.* 2 cl. VII Buţincu Gh. (2528—31 3—5, 8, 60, 4), cl. VIII Fania Hania (2531, 3, 45, 6, 8, 51, 2, 5, 60, 4, 6), *L. 1* cl. X Ana niu Petre (7636, 42, 3, 62, 75, 6, 87, 9, 97, 701, 26, 7), cl. XI Armaşu Virginia (7676, 8, 42, 3, 62, 3, 75, 6, 97, 87, 79, 26, 7), Ciopec Daniela (7636, 8, 42, 3, 62, 75—7, 87, 97, 701, 26, 7).

DRĂGĂNEŞTI — Olt. *L. 1* cl. VI Mihalache Ioana (2546, 8, 50, 1, 60, 73, 4, 6—9, 81, 2, 6, 7; 7785), cl. VII Mihalache Florica (2551—3, 5, 76-81, 4, 6, 7, 9, 7781), cl. XI *Durigu Mircea* (7638—44, 6, 60, 2, 3, 74—6, 7, 8, 82, 4, 6, 7, 9—93, 5, 7—701, 4, 6, 8, 11, 28, 33), Tîrcă Constantin (7640, 2, 62, 75—7, 92, 3, 5, 7, 701, 3, 29, 32).

DRĂGĂŞANI (Argeş). *S.g. 2* cl. VII Căzănescu Luminiţa (2545, 6, 9, 51—3, 60,1, 4, 8), *L. 1* cl. IX Mărculescu Ilie (7638—40, 2, 3, 59, 62, 3, 76, 8, 88, 700, 4, 6, 7, 60), cl. X Tiţu Gh. (7632, 8—44, 6, 59, 61—3, 80, 4, 7,8, 90, 2, 7, 9—701, 3, 4, 6, 26, 8, 44, 6),

DUMBRĂVENI (Galaţi) *S.g.* cl. VIII Dogaru Elena (2528, 9, 31, 2, 42, 4—7).

FĂGET (Banat) *L. 1* cl. XI Babescu Marius (7661, 74—6, 8, 83, 7, 90, 5, 7, 701 3, 5, 4, 8).

FĂLTICENI (Suceava) *L. 2* cl. XI Chirilă Neculai (7640, 2, 3, 62, 3, 74, 5, 90 2, 5, 7, 701, 4, 6)

FETEŞTI (Bucureşti) *L. 1* cl. XI Guriţă Mariana (7674—7, 83, 90, 2, 6, 7, 700, 1, 4, 6, 30, 5, 44), Manole Gh. (7669, 75—8, 86, 90, 3, 700, 4, 6, 10, 26—9, 31, 3, 6, 41, 4), 3, 700, 4, 6, 10, 26—9, 31 3, 6, 41, 4), *Negreanu Tache* (7665, 7—9, 71, 4—8, 80—3, 6, 97, 9—701, 3, 4, 6, 10).

FETEŞTI GARĂ. *L. 1* cl. XI Tudor Victor (7675—7, 84, 5, 9, 90, 2, 3, 5, 700, 1, 4, 8, 26).

FILIAŞI (Oltenia) cl. XI *Bălaţă Constantin* (7632—50, 4, 8, 71, 4—85).

FOCŞANI. *S. g. 7* cl. VII Iacob Dan (2548, 51, 9, 63, 4, 8, 70, 8, 2, 5), *L., 1* cl. XI Sgîrciu Valentin (7674.8, 80, 4, 6, 7, 90, 3, 5, 7, 9, 701, 4, 6, 8).

FRÎNCEŞTI (Argeş). *S.g.* cl. VI Cazacu Dumitru, Mărunţelu Veniamin (2545, 60, 4, 73, 4, 6—9)....

FRUNTIŞENI (Iaşi). *S.g. 176* cl. VIII Chirica Gheorghe (2528—4, 40), Onel Alexandru (2528—5, 40, 5, 6, 9, 50, 2, 5, 7—9, 72,3).

FURCENI (Galaţi) *S.g. 1* cl. VIII Breahnă Emil (2545, 6, 9, 51—3, 8, 9).

GAIEŞTI (Argeş). *L.* cl. IX Postelnicu Ion (2570—2, 90, 4, 7676—9, 81, 726, 7, 9). Sava Teofil (7686, 7, 90—2, 726—9, 57—9, 70—2).

GALAŢI. *S.g. 14* cl VIII Ciupercă Pompiliu (2560, 4, 6, 73, 7, 8, 83, 87, 70), Savin Anca (2560, 4, 6, 7, 70, 3, 7, 8, 83, 7), *S.g.* 21 cl. VII Crîngan Viorel (2545, 7, 50, 2, 81, 4—6), Jilovu Rodica (2545, 52, 60, 4, 9, 80, 2, 7), Neagu Delia (2545, 8, 50, 60, 4, 7, 8, 70, 3, 4, 7, 8), cl VIII Vîrlan Maria (2528—30, 45, 6, 64, 8),, *S.g. 23* cl. VIII Bejan Ovidiu (2570—82, 7, 88, 9, 4), *S.g. 24* cl. VIII Costiniuc Florin (2528—35, 7, 41, 3, 4—8, 52, 3), Ioan Alexandru (2528, 31, 1, 3, 46, 60, 4), *S.g. 26* cl. VIII Buiucas Monica (2545—9, 51—3, 5), Vrabie Gabriela (2545, 6, 60, 7, 73, 4, 7, 8), *L.1* cl. IX Tomozei Dan (2545, 6, 57, 9, 60, 73, 4, 82, 4, 6, 8), cl. XI Armeni Cornelia (7668, 76, 86, 90, 2, 7, 5, 700, 4, 6, 10, 26, 8, 9, 35), Calapod Florin (7674—7, 81, 95, 701, 26, 7, 35, 68), Katz Germi (7584, 7, 8, 92, 7, 9, 610, 2, 4, 7—9, 67—9, 74—8, 83, 4), Geambaşiu Constantin (7675, 6, 81, 6, 90, 5, 7, 701, 4, 26, 81, 44), Herşcovici Isaia (7675—7, 86, 7, 90, 5, 7, 701, 4, 6, 26, 8, 9, 35), Oprea Vasile (7667, 74—8, 80, 2—6, 97, 703, 8, 28, 33—6), Rizea Florin (7643, 74, 6, 701, 4, 6—8, 75, 97, 90), Rosenzweig Niky (7674—8, 86, 7, 90, 5, 7, 701, 4, 6, 26, 8, 9, 35, 9, 44), *L. 2* cl. XI Neagu Sevastinca ((7642, 3, 62, 74—6, 8, 95, 7, 70, 3, 26, 7), Savin Alexandru (7593, 610, 7, 9, 20, 74—8, 80, 97), *L.3* cl. IX Calapod Fănica (2545, 6, 7, 57, 9, 60, 72, 3, 4, 86, 91, 4, 7675, 6, 7, 81, 726, 8), *L. 4* cl. VII Vasilica Rodica (2545, 8, 52, 60, 1, 74, 6, 8, 9), Ungureanu Silvia (2545, 8, 60, 1, 73, 8, 9), cl. VIII Ariton Petrică (2545, 8, 52, 7, 9, 60, 1, 4, 70), Mohurea Ion (2545, 6, 8, 52, 9, 60, 1, 70), cl. IX Adam Marcel (2557—70, 2, 94, 7675, 6, 84, 726, 7, 9,) Georgescu Maria (7674—8, 84, 7, 91, 3, 726, 7, 9), cl. XI Teribegea Moricel (7669, 74—8, 82, 3, 6—8, 90, 3, 701, 8) *L.6* cl. IX Frătiţa Eugenia (2530, 4, 8, 73, 4, 6, 9, 81, 2, 4, 6—8), Patrichi Maria (2573, 5, 7, 9—82, 5, 7, 8, 94).

GHEORGHENI. *L.* cl. VIII Gass Eleonora (2528—39, 41—4).

GHERLA (Cluj). *L. 1* cl. IX. Costea Dragomir (2545—7, 59, 60, 73—9, 7726).

GHIRDOVENI (Ploieşti). *S.g.1* cl. VI Vîlcereanu Cristea (2545—50, 52, 9, 74, 73 9), cl. VII Dedu Ioan (2548—50, 2, 9, 64, 7, 76, 8—80).

GHIZDĂNEŞTI (Oltenia) *S.g.* cl. VI Giucă Magdallena (2528, 9, 31, 3, 45, 6, 60), cl. VII Andrei Maria (2528—32, 4, 43, 5, 76), Iancu Maria (2528, 9, 31—4, 45, 6), Sandu Marin (2528, 9, 31—4, 45, 6) cl. VIII Iacob Elena (2528, 9, 31—4, 45, 6), Sandu Valica (2528, 30—2, 4, 7, 45, 6, 51), Stoian Ştefan (2528, 9, 31—4, 45, 6).

GIURGIU. *S.g. 2* cl. VIII Andrei Petrişor (2528—34, 9, 41, 3), Dobre Elena (2521, 9—31, 3—7, 9, 43), Spulber Victoria (2521, 9—37, 9, 43), *S.g.* 4 cl. VII Ivan Virgil (2528—31, 3—5, 46), Măcăneaţă Cristian (2573, 5—9, 81, 6), *S.g. 6* cl. VIII Boroica Ana (2513, 6—8, 20, 6, 31, 3), Păcuraru Eugenia (2513, 4, 6—8, 20, 6, 31, 46, 62, 4, 73, 9). *S.g. 7* cl. VIII Ionescu Felicia (42573—82, 4—6), *L.1* cl. XI Mărăcineanu Eugen (7633—6, 8—42, 4, 7 9, 61, 3, 8—71, 80, 4, 90, 2, 3, 45, 7, 700, 1, 6), *L. 2* cl. IX Isar Aurelian (2509, 24, 5, 6,41, 2, 4, 502, 5, 8, 10, 8, 9, 23, 40, 14, 57, 9, 70, 2, 5, 6, 8, 84, 6, 727, 33), cl. X Ţene Ion (7681, 3, 4, 9, 91, 726, 7, 32, 5, 6, 44, 9). *L. 1.* cl. XI *Anglescu Manuel* (7726, 7, 9, 31,—3, 40, 4, 8, 60, 85—9, 91, 8, 2ă0, 1,3—5,7—30, 2—7, 40, 2, 3, 51, P)

GHIMBOCA (Banat). *L.* cl. IX Simeria Rusalin (2528, 30, 3, 45—9, 53, 5, 7, 9, 60, 1, 4).

GLODENI (Ploieşti). *S.g. 1* cl. VI Angelescu Maria (2545, , 60, 4, 3, 74, 6—8). Anghelescu Relu (2455, 6, 60, 4, 73, 4, 6, 7, 8). Ene Lucreţla (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 7, 8), Stănescu Mihail (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 6, 7, 8), Stoica Maria (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 6, 7, 8), cl. VIII Dobre Maria (2524, 5, 7—31, 3, 5. 6), Gîrlă Nicolae (2524—31, 3, 5, 6), Onicescu Floarea (2524, 5, 7—31, 3, 5, 7).

GOVORA sat (Argeş) *S.g.* cl. VIII Alecu Alexandru (2546, 50—3, 5, 8, 60, 4, 76).

GURA HUMORULUI (Suceava) *CL.* cl. VIII Rebenciuc Mihai (2552, 7—70, 86, 7, 91).

HALES, (Ploeşti) *S.g.* cl. VI Cudalbu Doina (2529—32, 4, 5, 45, 60), Ioniţă Elena (2529—32, 4, 5, 45, 60), Niţu Mariana (2529, 31, 2—5, 45, 6, 60), cl. VII Bratoşin Aurel (2529, 31—3, 5, 45, 52, 560, 4), Dogaru Angel (2555, 9, 68, 73—5, 8, 9), Stanciu Ioana (2545, 6, 60, 4, 8, 73, 7—9, 94), cl. VIII Marinescu Elena (2529m 31—5, 40, 5, 60), Motara Toma (2529, 31—3, 6, 9, 45, 50, 5, 60), Panait Elisabeta (2545, 60, 4, 8, 73, 7, 8, 94, 5), Pinţoi Dumitru (2529, 31—3, 5, 45, 52, 60, 4), Vişan Ştefan (2529, 32, 3, 7, 45, 50, 60, 4, 7, 9).

HIRŞOVA (Dobrogea). *L.* cl. X Clement Florea (2521, 34—8, 42, 50, 61, 61, 623).

HOREZU (Argeş) *KL.* cl. VII Robea Octavian (2528, 9, 21, 2, 3, 60, 4, 7, 70).

HUNEDOARA. cl. Coceag Emil (2545—8, 60, 1, 3, 4, 73, 4, 6, 8), Enăşel Petru (2565, 73—8, 81—3), Raşcă Radu (2563, 5, 7, 73—8, 81—3, 6), Rusu Florin (2545—7, 60, 1, 3, 4, 74, 6, 86), cl. VII Durlecu Smaranda (2530, 1, 3, 5, 51, 64, 8, 70), *S.g.* cl. VII Prescon Olimpia (2528—33, 4, 45), *L. 1* cl. IX Belu Dumitra (2540—2, 4, 5, 7—9, 7, 2, 675—7, 92, 726

9), Tomas Andrei (2540—2, 57—9, 70, 2, 7675—7, 87, 9, 92, 726—9), cl. X Cotoară Romulus (7675, 6, 86— 90, 3, 7, 726, 7, 9, 33, 5), Gastian Simion (6667, 83, 90, 2, 3, 7, 726, 35, 44, 6, 8, 9), Ionescu Petru (7675—8, 86, 7, 90, 2, 3, 726, 89, 365, 5, 85, cl. XI Lup Iosif (7677, 865, 96, 700, 4, 6, 26, 9, 33, 5, 44, 6, 7), Opriş Doru (77667, 9, 74—8, 83, 5—7, 90, 2, 3, 5, 7, 701, 33, 5, 46, 8, 9, 70, 82, 5, 96), Pop Radu (7675—8, 93, 7, 706, 26, 7, 9, 44, 6).

IAŞI. *S.g. 1* cl. VII Rimer Maria (2545—9, 51—3, 8, 9), Stanciu Petruţa (2545—9, 51—6), cl. VIII Buruiană Maria (2545—59), *S.g. 12* cl. VIII Ruxăndrescu Silvian 2545, 6, 8, 9, 58, 9, 64, 70, 3, 9) *L. 1* cl. IX Simon Iosif (7667, 74—8, 80, 1, 6, 92, 76, 7, 57, 9, 70, 88) *L. 2* cl. V Macoveschi Viorel (2528, 9, 31—5, 45, 6), cl. VIII Drăghici Yolanda (2528, 33, 42, 5—7, 60, 72), c . VII Lupescu Silvia (2528—30 1—4, 8, 2545—9, 51—3, 8, 9), cl. VIII Burlacu Căşin (2545—9, 59, 60, 4) cl. X Abăcioaiei N. (7674, 86, 92, 701, 4, 6, 26, 7, 9, 35, 44), Muteanu Virgil (7640, 67, 8, 76—8, 80, 1, 5, 7, 90, 1, 72, 6, 7, 9, 33), Teodorescu Octavian (7674—8, 82, 4, 6, 8, 726, 44, 6), cl. XI Bejinaru Ioan (7638, 9, 59, 75, 6, 80, 90, 9, 7, 726, 7, 40), Gheorghie Mihai (7638, 40, 2, 3, 59, 60, 2, 74—8, 80, 7), Gîlmeanu Vasile (7636, 8—40, 3, 5, 59, 60, 3, 74—8, 97, 700. 1, 4, 6, 780, 3, 90), Grindei Iulian (7630, 6, 8—42, 4, 6, 59, 60, 2, 3, 6, 35, 46), Iacob Florin (7630, 1, 61, 8—42, 6—9, 59, 60, 2, 3,), Liacu Mihai (7668, 83, 4, 91, 3, 7, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 10), Moga Virgil (7638, 40, 2, 3, 67, 74—8, 80, 7, 726, 7, 9), Pascal Stelian (7639, 40, 59, 63, 75, 6, 80, 90, 3, 7, 726, 7), Petraru Constantin (7675, 6, 80, 90, 3, 7, 704, 6, 26, 40, 70, 90), Rusu Gheorghe (7639, 74—7, 80, 1, 3, 7, 91, 726, 7, 40), Ţîrdea Ioan (76 39, 42, 76, 7, 80, 5, 7, 90, 3, 726, 7, 40), Văborne Neculai (7639, 42, 59, 63, 75, 6, 80, 90, 3, 726), Volovatic Ioan (7674, 5, 7, 8, 83—5, 95, 7, 700, 1, 3, 4, 6), *L. 4* cl. VI Wechsler Nadia (2454, 6, 60, 4, 72—6, 9), cl. VIII Porcescu Liliana (2535, 46—9, 52, 3, 8, 60, 4, 7, 8), Sărmăşanu Mihaela (2528—34, 45, 6), *L. 5* cl. IX Nazarie Elena (2557, 9, 70, 2, 92, 94, 5, 7686, 92, 3, 726, 7), *L.* 7 cl. VII Radu Florentina (7785, 8, 9, 80, 2, 4, 6, 7), cl. VIII Ananiescu Carmen (2528—35, 7, 45, 9, 52, 5, 8, 9, 70, 80), Boiciuc Lidia (2528—31, 3—5, 7), Dumitru Laurenţiu (2528.34, 7, 40—3), Lozbă Tudor (2528—31, 3—7), Popescu Gheorghe (2528—35, 60), Psait Ecaterina (2545, 6, 52, 9, ;64, , 70, 3, 8), Sireteanu Gheorghe (2529, 31, 7, 45, 52, 64, 7, 70), cl. IX Vîrleanu Dorel (2541—3, 57, 9, 70, 2, 7692, 726—8), Bulancea Valentin (2541—3, 57—9, 70, 2, 7692, 726—8), cl. X Barbă Georgeta (7675, 6, 86, 7, 92, 723, 6, 35, 82, 3, 9, 96). *L.8.* cl. VI Costea Daniel (2546, 60, 1, 4, 73, 9, 87), Cociu Radu (2545, 6, 64, 73, 4, 6, 7, 9), Dima Adriana (2560, 73, 5, 7, 8, 9), Dumitriu Luminiţa (2545, 6, 60, 4, 73, 4, 8, 9), Gura Elena (2545, 6, 60, 4, 73, 5, 7, 8), Hristu Georgeta (2545, 6, 58, 73, 7—9), Tărcuţă Delia (2545, 60, 4, 73, 7—9), Ioniţă Lucian (2545, 6, 64, 73, 4, 56, 7, 9), Teodorovici Drina (2545, 6, 64, 73, 4, 8, 9), cl. VII Dobre Emil (2557—9, 70, 2, 91, 4, 7692, 726, 9, 85), cl. IX Dobrinicu Gheorgiţa (2557—9, 70, 2, 95, 7692, 726—8, 85), Ghiţescu Codrin (257—9, 70, 2, 6, 7692, 726, 7, 9, 85), Guriuc Dan (2557—9, 70, 2, 91, 4, 7692, 726, 7, 9, 85), Hogea Valentin (2557—9, 70, 2, 91, 4, 5, 726, 7, 33, 85), Lazarovici Dorina (2257—9, 70, 2, 91, 4, 7687, 92, 726—8, 85), Lehăduş Elena (2557—9, 70, 2, 4, 95, 7692, 726—9), Macovei Rodica (2557—9, 70, 2, 7726—8, 85), Mălăescu Constantin (2557—9, 70, 2, 891, 4, 7692, 726, 7, 95), Năstase Tamara (2557—9, 70, 2, 74, 5, 7627—2, 85), cl. X Builă Maria (7686—8, 92, 3, 720, 7—9, 32, 3, 88, 92), Cetean Mircea (7686, 8, 92, 726, 8, 9, 32, 3, 85, 7—9), Cijevski Mioara (7682, 785, 7—9, 91, 726, 8, 9, 31—3, 86), Fişman Sima (7667, 8, 92, 726—9, 44, 62, 85, 6, 9), Gheorghiu Aurora (7682, 6—9, 93, 726—9, 32, 5), Gheorghiu Corina (7686, 8, 9, 92, 3, 726—9, 35), Grigoraş Anton (7682, 7—9, 91, 3, 726—9, 32, 85), Huiung Maria (7682—6—9, 93, 726, 8, 9, 31, 85), Iacob Lavinia (7686—8, 92, 3, 726—9, 32, 3, 85), Ichim Tatiana (7686, 8, 9, 92, 726—9, 32, 44, 85, 6), Chiţescu Ana (7686—9, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 85, 6), Păduraru Gabriela (7686—9 92, 3, 726—9, 32, 3, 85, 6, 92), Panaite Maria (7686—9, 92, 3, 726—9, 32, 3, 85), Păuş Maria (7686—9, 92, 726—9, 32, 3, 85), Perju Ioan (7686, 8, 93, 726, 8, 9, 32, 3, 85—8), Petrescu Anca (7686, 8, 9, 92, 726—9, 32, 3, 44, 85, 6), Roman Ioan (7687—9, 92, 3, 726—9, 32, 3, 85), Săveanu Mariana (7686—9, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 3, 85), Unişor Eugenia (7686—92, 6—9, 85), Znacom Georgeta (7686—9, 92, 726—9, 32, 3, 85), *L.9* cl. VIII Varcov Nina (2545, 60, 7, 8, 73, 8, 9, 80), Buchholtzer Loreley (2528, 9, 31, 3, 7, 45—7), cl. XI Apetrei Ioan (7669, 76, 83, 92, 5, 700, 1, 2, 3, 4, 6, 60). *L. ped.* Luca Rodica (2558, 9, 72, 91, 4, 7692, 726—9,85).

IZVOR (Craiova). *S.g.* cl. VI Dincă Liana (2512, 3, 5, 28—34).

JIMBOLIA (Banat). *L.* cl. XI Karl Schuster (7636, 40, 2, 3, 62, 3, 76, 92, 7, 726, 33, 5).

LĂCULEŢE (Ploieşti) *S. g.* cl. VIII Voicu Eugenia (2512, 4—20) Voinescu Radu (2531, 34, 7, 44—6, 8, 52, 3),

LEHLIU — sat. *S. g.* cl. VII Bunea Marian (2512, 7, 9, 26, 8, 9, 35, 45, 60, 7), Nedelcu Tinca (2517, 9, 26, 8, 9, 45, 60, 7, 8), Zafiu Constanţa (2516, 7, 9, 36, 8, 9, 35, 60, 7), cl. VIII Ciornei Filofteia (2570, 1, 3, 4, 7—9, 91, 6, 94), Manole Gelu (2571, 3, 4, 7—9, 81, 6, 94, 5), Mitran Claudia (2515, 7, 9, 26, 8, 9, 35, 45, 60, 7), Nedelcu Constanţa (2750, 1, 3, 4, 7—9, 81, 6, 94, 5), Stan Anghelina (2570, 1, 3, 4, 7—9, 81, 6, 94, 5).

LIPOVA (Banat). *L.* cl. XI Bătutan Iosif (7639, 40, 2—4, 59, 75—7, 9, 700), 1, 34), Cuvineanu Petru (7695—7, 9, 702, 3, 4, 6, 29, 33, 5, 6, 40, 8, 9), Marian Ioan (7639, 40, 2—4, 97, 9—701, 3, 4).

LITENI (Suceava) *S. g.* cl. VII Cojocaru Elena (2531, 3, 52, 64, 8—70, 1), *L.5* cl. XI Anghelea Mihai (7637, 8, 40, 2, 55, 7, 74—8, 81, 7, 94).

LONEA (Hunedoara). *S. g.* 2 cl. VIII Linca Ion (2528, 9, 31—3, 7, 60, 2, 4, 70).

LUCĂCEȘTI (Bacău). *S. g.* cl. VIII Andrei Ludmila (2528—35, 7676, 726, 57—61, 4, 7, —70, 3—9, 81—9, 91, 4, 5).

LUGOJ. *S. g. 4* cl. VIII Ștefănuț Magdalena (2551-3m 5, 68—71), cl. VIII Gruber Getruda (2545, 6, 8, 51, 2, 7, 7675, 80), L.1 cl. X *Bloch Ivan* (7635, 6, 40—4, 59, 62, 5—9, 74, 7, 8, 80, 6, 7, 9, 90, 2, 3, 5, 9, 701, 3, 4, 610, 1, 26—9, 31, 2, 9, 40, 4), Ghidimirc Lucia (7667—9, 74, 6, 7, 80, 2, 3, 6, 8—91, 7, 9, 700, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 1, 3, 36, 40, 3, 70), Murdiu Dorin (7676, 86, 95, 7, 703, 26, 8, 33, 7—40, 4), Orbulov Petru (7678, 85, 6, 95, 703, 8, 10, 26—9, 33—44, 4, 6, 70, 80, 2, 5, 6, 8, 9, 96).

LUDUȘ (Mureș A. M.) *S. g.* cl. VIII Bacinscki Petru (2528—35, 7, 47, 8 ,55), Gyorrat Gheorghe (2529.21, 3, 4, 6, 7, 45 50, 2, 3, 5, 7—9).

MALU (București), *S. g.* cl. VIII Căpran Stela (2528—31, 3—5, 7, 45, 6).

MĂNEȘTI (Ploiești), *S. g.* cl. VII Popescu Gabriel (2560, 4, 6, 70, 4, 8, 9, 84, 7, 8, 94), Vlad Viorel (2560, 4, 61, 70, 4, 7, 9, 84, 7, 601, 11), cl. VIII Oprea Dumitru (2545, 6, 50, 60, 4, 78, 9, 87, 94), Petrescu Dumitru (2545, 6, 50, 60, 4, 8, 78, 94) Predescu Gheorghe (2564, 70, 3, 9, 87, 8, 94, 5), Raicu Elena (2550, 70, 3, 7—81,,8, 94).

MĂRĂȘEȘTI. *S. g. l.* cl. VIII Ciubotaru Ionica (2529, 31—5, 45, 60, 4), Hristache Aneta (2545, 60, 4, 6, 8, 73, 9, 80, 4).

HARGHITA (Crișana) *L.* cl. X Erdelgi Marta (7638, 76, 86, 7, 90, 2, 3, 726, 8, 33), Rab Kovacs Ileana (7638, 75, 6, 8, 85, 90—3, 726—8, 33), cl. XI *Brădișteanu Smarand* (7626, 30, 2, 9, 40, 2—4, 7, 50, 6, 7, 8, 9, 60, 2, 3, 74—8, 81—6, 90, 2, 3, 6, 7, 700, 1 4, 6, 8, 11, 23, 6—9, 33, 4, 46, 82, 3, 5, 6, 8, 96, 811, 5).

MIHĂIEȘTI (Cluj) *S. g.* cl. VIII Gocan Maria (2528, 31, 2, 52, 60, 3, 4, 8) Larin Maria (2528, 31, 2, 7, 45, 53, 60, 3, 4, 8).

MINECIU-UNGURENI (Ploiești) *S. g.* cl. VIII Angelescu Elena (2528, 9, 31—4, 50, 5), Baciu Emilia 2528—34, 40), Ciurcă Smaranda (2528—31, 3, 4, 40, 5), Gheorgescu Constantin (2528—34, 40), Mihăilă Gheorghe (2528—34, 40), Profirescu Alexandru (2528—34, 4, 5, 50—2, 78, 9), Rătescu Magdalena (2528, 9, 31, 2, 4, 6, 40, 5).

MIRȘANI (Oltenia) *S. g. 1* cl. VIII Diaconu Ion (2529, 33, 5, 45, 60, 4, 6, 8—70).

MIZIL (Ploiești) *S. g.* cl. VIII Cazacu Cornelia (2412—9, 28, 9, 31), Diaconu Nicolae (2498, 512—20, 31, 4), Diaconiță N. (2498, 513, 5—9, 31, 4), Dobre Elena (2512—9, 28, 21), Dragomir Mihai (2512—9, 28, 9), Dragomirescu Marieta (2512—19, 28, 9), Florescu Nicolae (2513—4, 5—9, 28, 9, 31), Ioniță Neli (2512—9, 28), Macovei Rodica (2513—9, 28, 9, 31), Negoiță Paula (2512—9, 28, 9), Nicuță Georgeta (2512—9, 28, 9), Popescu Elisabeta (2512—9, 28, 9), Popescu Nicolae (2654, 70, 3, 4, 7—9, 84), Rășineanu Gh. (2512—9, 28, 9), Stoicescu Gabriel (2528—35), *L.* cl. IX Vlădăreanu Doina (2557—9, 74, 5, 7, 8, 70—2, 726, 9).

MIERCUREA CIUC. *L. cl.* X Galavzi Peter (7674—8, 81, 4, 6, 8, 81, 4, 6, 8, 90, 92, 726, 7).

MORENI. *S. g.* cl. VI Ioviță Fiore (2545, 6, 8—50, 9, 61), Ioniță Paul (2545, 6, 8—50, 9—51, 4), cl. VII Codrescu Viorel (2528, 31, 3, 4, 45—51, 64), Feldman Cristina (2545, 6, 8, 50—2, 60, 4, 8, 70), Moisescu Cristian (252831, 4, 45, 50), Andreo Elena (2546, 51, 9, 60, 7—70), Culciar Doina (2645, 50, 1, 4, 9, 67—9, 71), Ilie Daniela (2528—31, 3—4, 8, 45, 6—51), cl. XI Ștefănescu Alexandru (7636, 41—4, 63, 76, 87, 95, 403, 26, 33).

MURGENI (Bîrlad) *L.* cl. IX Andrieș Meluță (2557—9, 70, 2, 91, 4, 5, 7686, 8, 726, 7, 85), Vilcu Maria (2540—3, 57—9, 70—2, 86, 726, 7).

MUȘETEȘTI *S. g.* cl. VII Nistorescu Constantin (2546, 58, 60, 4, 9, 73, 4, 8, 9, 94), cl. VIII Doiche Tătaru (2546, 58, 60, 4, 9, 73, 4, 8, 9, 94).

NEGRU VODĂ (Dobrogea) *L.* cl. IX Buștiuc Adrian (7635, 7—9, 41, 74—81, 7, 9,91, 2, 4, 9, 720—9, 31—3, 7, 8).

NICOREȘTI. *S. g.* cl. VII Corlan Fraților (2545, 50, 61, 8, 73, 8, 9, 84, 8).

NOVACI cl. VII Ivan Ionel (2528—35, 40, 5, 6, 8, 50, 60—24) Paraschivescu Elena (2528—35, 45, 6, 50, 1, 60, 2, 4). Preoțescu Viorica (2546, 8, 50, 60, 1, 2, 4, 7), Popescu Dorel (2529—34, 45, 6), Tomescu Elena (2528—33, 5, 40, 5, 6, 8, 50, 5, 60—2, 4), cl. VIII Coragel Dochia (2545, 6, 50, 2, 9, 60, 2, 4, 8, 9), Coconețu Valeria (2528—31, 3—, 8, 40, 5, 6, 60, 4, 6, 62), Oprea Dorin (2529—34, 7, 49,5), Trușcă Mihai (2528—31, 3, 4, 6, 45, 6, 50, 2, 59, 60, 2, 4).

OCNIȚA (Argeș) *L.* cl. IX Toma Ștefan (2444—7, 74—8, 94, 7284—8, 95, 6).

ODORHEI. cl. XI Peter Otilia (7638—40, 2, 3, 62, 88, 95, 7, 701, 3—8, 44, 6, 9, 51, 70)·

OGRADEVA (Banat) *S. g.* cl. VII Crețu Ovidiu (2528—30, 2, 45, 6, 52, 5, 9, 60, 1, 4, 9, 70), Ivanovici Nicolae (2528 30—2, 4, 45, 52, 9), cl. VIII Crețu Adriana (2528, 30, 2, 45, 6, 8, 58, 9, 87).

ORȘOVA *S. g.* cl. VIII Mustăcilă Doina (2528, 9, 31, 2, 5, 7, 45, 64).

OLTENIȚA *L. 2* cl. XI Vasilian Mihai (7669, 75, 6, 8, 82, 3, 7, 99, 90, 7, 700, 4, 6, 8).

ORADEA. *L. 1.* cl. X Negrău Mircea (7665, 75, 80, 5—7, 9, 92, 4, 726, 9, 3 44, 6), *L. 4* cl. XI Brădău Florian (7637, 43—6, 69, 77, 81, 3—5, 8, 91, 3, 700—4, 6), Negr iu Radu

(7674—8, 83, 7, 88, 91, 700, 1, 3, 6), *L. pedagogic*, cl. VIII Matias Ervin (2545, 5, 52, 8, 60, 1, 4, 73, 4, 6, 80, 2, 4, 6—9, 91, 4).

ORAVIŢA. (Banat). Absolvent Florescu Florian (7636, 8, 40—2, 59, 63, 9, 74—8, 80, 90, 4, 5, 8, 700, 3, 4, 6, 8, 44, 33).

ORLEŞTI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Florescu Cristian (2528—34, 7, 42, 4—8, 52, 3, 58, 60, 68—70), Preoteasa Valentin (2528—34, 7, 45, 6, 52, 3, 8, 60, 70).

ORŞOVA *L. cl.* VII Bildea Tatiana (2528—34, 50), Spedra Mircea (2545, 6, 8, 50, 2, 3, 60, 2, 73, 9), cl. IX Miloş Tatiana (2558, 9, 70, 2, 98, 94, 7676, 81, 86, 726, 811), Sperdea Rodica (2545, 58, 9, 70, 2, 767, 86, 8, 91, 4, 726, 811), Vasilescu Mariana (2557—9, 72, 6, 94, 7674—6, 80, 1, 6), cl. X Crişan Alexandru (7667, 74—6, 81, 6, 91, 3, 726, 7, 9, 35, 6, 9). Mageriu Oana (7674—8, 86, 7, 9, 9, 3, 726, 35).

ORĂŞTIE (Hunedoara). *S. g.* cl. VIII Istrate Luminiţa (2545—8, 52, 3, 60, 8, 9), Păcuraru Ileana (45, 6, 52, 3, 7, 64, 8, 9), cl. X Meza Dan (7665, 74—71, 81, 6, 9, 90, 1, 3, 726, 7, 35, 9).

ORAŞ CH. GHEORGHIU-DEJ *L. 1.* cl. VIII Fernichi Matiana (2552, 67, 8, 70, 8, 2, 6, 7, 8), cl. XI Comănac Costel (7608, 10, 2, 7—23, 39, 42), Sasu Maricica (7608, 10, 2,3, 7—23, 39, 42).

OŢELUL ROŞU. *S. g.* cl. VI Bolint Zoltan (2528, 9, 31, 3, 4, 40, 5, 7, 8, 50), Pop Sandu (2528—34, 45, 6), cl. VIII Jula Gheorghe (2545, 6, 8, 52, 3, 5, 64, 8, 70), cl. XI Tuican Stela (2560, 1, 8, 70, 3, 4, 7—9, 81, 4, 6), cl. X Tăroată Gh. (7665, 7, 8, 74—6, 86, 9, 726—9, 35).

PADEA (Oltenia) *S. g.* cl. VII Goanţă Constantin (2533—5, 48, 9, 51, 66—8, 70).

PALANCA (Bucureşti) *S. g.* cl. VIII Năchilă Petre (2658—70, 2—4, 76—9, 81—4, 6—8).

PANCIU *S. g.* cl. VI Tîrdea Titel (2545, 6, 58, 60, 73, 7—9), *L.* cl. VII Anghel Aritina (2545, 6, 60, 70, 3, 7—9, 88), Hangu Dan (2545, 6, 50, 75, 8, 9, 82, 7, 8), Purdilă Mihaela (2545, 60, 3, 8, 70, 3, 7, 8), Seciu Romeo (2546, 8, 51, 60, 4, 73, 4, 8, 9, 82), cl. VII Borcea Dorina (2545, 6, 51, 9, 60, 77—9), Tacu Iulia (2545, 6, 51, 2, 8, 60, 73, 7—9), Tîrdea Liliana (2545, 6, 58, 60, 73, 7—9).

PĂTÎRLAGELE. *L.* cl. XI Toma Veronel (7532, 5, 7—41, 3—6, 60, 1, 7, 9, 74—80, 2—5, 87, 8, 90, 2, 3, 5, 7, 700, 1, 3, 26—9).

PATRU FRAŢI (Bucureşti), *S. g.* cl. VIII Mielu Gh. (2545), 51, 61, 7, 8, 80, 1, 3, 7, 8, 9).

PĂUNEŞTI *S. g.* cl. VII Angheş Zarafina (2540, 5, 6, 8, 51, 2, 3, 7—9, 74, 8, 9), Postolache Maria (2514, 5, 24, 8, 40, 51, 67, 70, 3, 4, 7, 8, 9, 84), Bîrlă Magdalena (2546, 8, 51, 5, 8, 60, 7), Bratu Victoria (2495, 501, 15, 9, 26, 8, 9, 31, 2), Mihalache Gh (2517, 28, 9, 35, 45, 6, 51, 7688), Neagu Victoria (2528, 9, 33, 40, 5, 6, 8, 51, 67, 74, 9, 81), Nica Lucica (2560, 2, 70, 3, 4, 6, 8—80, 4, 7), Nica Maricica (2503, 5, 46, 8, 73, 7, 8, 89), Novac Virginia (2545, 6, 51—3, 67, 8, 70, 7731), cl. VIII Conduraru Maria (2500, 1, 18, 25, 6, 8, 9, 31, 3, 40, 4, 51, 8, 81, 8), Neagu Viorica, (2530, 2, 7, 8. 42, 9, 52, 76), Nica Lucica (2537, 48, 52, 3, 9 61, 4, 81).

PERIEŢI (Argeş) *S. g.* cl. VIII Lincă Lidia (2530, 1, 3, 4, 46, 60, 4).

PETROŞENI *S. g.* 1. cl. VI Siclovan Codruţa (2545, 6, 8, 9, 50—3, , 8, 9).

PEŞTEANA JIU (Oltenia *L.* cl. X Truşcă Matei (7638—40, 2—4, 63, 75—8, 84, 7, 8, 84, 7, 8, 90, 2).

PITEŞTI. *Sg. 3* cl. V Ionescu Florin (2530—3, 45, 6, 60, 4), *S. g.* 10 cl. VII Cristescu Nicolae (2564, 7—9), 76, 7, 8, 80), cl. VIII Matei Vania (2545, 6, 9, 57, 60, 4, 73, 7—9), Minduţeanu Dan (2545—8, 50, 1, 2, 5, 8), Paşovel Romanca (2545—7, 51—3, 9), *L. 1* cl. IX Gheorghe Picol (2557—9, 71, 2, 4, 6, 7, 80, 1, 8, 92), Ruse Lilion (2550, 6, 7, 7638, 74—8, 84, 9, o1, 2), cl. X Minduţeanu George (76664, 5, 7, 8, 74—82, 4—94), cl. XI Caracostea Florin (7675, 6, 88, 95, 9, 704, 6, 26, 7, 9, 33, 44, 62, 5, 70, 85), *Dumitrache Ion* (7664, 5, 71, 6, 8, 9, 82—714 6, 7, 62, 4, 7), *Lungulescu Bogdan* (7580, 4, 6, 9—91, 8, 603, 6, 8—10, 2, 4—23, 30—42, 4—7, 9, 50—, 2—4, 9—65, 7, 9, 70, 4—81, 3—90, 2, 4—, 9—712, 8), L. 2 cl. VIII Ionescu Radu (7528 31, 3, 4, 8, 41, 3, 4).

PLOIEŞTI *S. g.* cl. VI Işoiu Petre (2545, 6, 59, 60, 4, 7, 73, 7, 8), cl. VII Negoescu Dan (2545, 50—3, 68, 79, 84), Berău Elena (2545, 6, 52, 7, 8, 60, 4, 8—70, 1). *S. g. 12* cl. VIII Tiptrigan Carmen (2548, 9, 60, 1, 3, 70, 3—5, 7), *S. g. 21* cl. VII Lainps Nicolae (2545, 8, 52, 60, 7, 8, 77, 8, 80). cl. VIII Moisescu Dorina (2545, 6, 60, 72, 3, 9, 80, 6, 94). Munteanu Monica (2545, 51, 7, 60, 4, 73, 9, 80, 7727), Zielinski Roxana (2528—21, 3—5, 45, 6, 8), *S. g. 23* cl. VIII Stoica Valentin (2545, 6, 8—53, 8, 9), *S. g. 24* cl. VIII Cazako Laurenţia (2577—9, 81, 7, 9, 94), *L. 1* cl. VI Marinescu Morena (2528, 35, 45—50, 5, 8, 9), Rednic Cristina (2528—35), cl. VII Schuller Elisabeta (2564, 6, 8, 73, 7—80), Donescu Mihai (2545, 64, 8, 73, 4, 7—8), Mitroi Carmen (2564, 8, 76—80, 4, 7), Olteanu Maria (2560, 73, 4, 7, 8, 81, 4, 7, 9), Popescu Martha (2545, 52, 5, 64, 73, 9, 80, 4), cl. VIII Kovacs Ion (2545—7, 60, 4, 7, 70, 8, 9), Florescu Radu (2528, 30, 1, 3, 4, 45—9), Petrescu Eftimie (2545, 52, 3, 7, 60, 4, 7—70), Popescu Valentina (2545, 6, 64, 70, 7, 8, 80, 4, 94), cl. IX Avramescu Mircea (7667, 74—6, 8, 86, 7, 9, 91, 726, 7, 8), Olteanu Gh. (2558, 9, 67, 70, 2, 5, 6, 86, 8, 9, 726 8, 44), Simion Iftimie (2528—32, 3, 7, 41, 2, 4—6) cl. X Andrei Ştefan (7675, 6, 88—93, 726, 7, 9, 31, 2, 44, 6), Arde-

leanu Ion (7675—7, 80, 1, 3, 6, 8, 90, 706, 26—30, 2, 3, 44), Ardeleanu Marta (7665, 7—7, 80, 6, 7, 9, 90, 2, 3, 726, 8, 33), Badiu Despina (676, 7, 86, 8, 92, 3, 710, 26, 8—30, 44, 61) Barbu Ion(7637, 44, 76, 88—90, 2, 3, 726, 31, 3, 46, 61), Borşova Emil (7676, 8, 62, 76, 7, 80. 1, 3, 6, 7, 88, 9, 90, 703, 101) 29, 30, 44, 75), Căpătoia-Marioara (7675.7, 80, 6, 7, 9, 90, 2, 3, 726, 8, 44), Chirică Nicolae (7675—7, 80, 6, 7, 9, 90—3, 99, 708, 44, 6, 85, 7, 9), Costache Marian (7659, 76, 7, 80, 1, 6, 8, 9, 90, 2, 703, 10, 26, 9, 33), Cristea Iulian (7667, 74—6, 8, 86, 8, 90, 2, 6, 7, 726, 7, 9, 35, 6, 46, 83, 818), Doscala Ion (7677, 80, 6, 8, 9, 90, 2, 3, 726 —8, 31, 44), Dobrescu Laurenţiu (7636, 8, 41, 74—6, 8, 84, 6, 9, 90, 1, 1, 726, 35), Enescu Adrian (7675, 6, 81, 6, 8090, 2, 3, 726, 7, 9, 31, 2, 4). Monea Maria (7638, 76, 6, 80, 1, 6, 8, 90—3, 736, 7, 9, 33, 44), Monea Nicolae (7662, 75, 80, 6, 7, 90, 1, 3, 28—30, 44, 6), Monta Niculina (7667, 76, 7, 92, 3, 703, 6, 10, 26, 8—30, 3, 44, 61), Manea Augustin (7659, 71, 5 — 7, 90, 6, 8, 91, 2, 703, 10), Mărculescu Nicolae (7659, 67, 76, 86, 93, 703, 10, 26, 8, 33, 8, 44, 6), Mărgărit Toma (7636, 8, 59, 62, 81, 3, 6, 7, 90, 2, 703, 30, 44), Oproiu Letiţia (7636, 8, 76, 7, 80, 1, 6, 8, 90—3), Panaitescu Teodor (8659, 76, 7, 80, 6—9, 2, 703, 10, 26, 30), Pană Ştefan (7659, 75—7, 80, 1, 6, 7—92, 703, 10, 26, 7, 30, 3), Păin Ion (7675—7, 80, 6, 8, 90—2, 706, 26, 7, 35, 44, 6), Păunescu Elena (7636, 8, 62, 75—7, 80, 1, 3, 6—90, 703, 10, 26, 30, 3), Piscoci Constantin (7675—7, 80, 6—93, 706, 26, 8, 9, 33, 44, 6), Popescu Mariana (7661, 75—7, 80, 3, 8—93, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 8, 10, 30, 6—8), Spiridon Dumitru (7667, 76, 6, 80, 8—90, 2, 3, 726, 8, 9, 31, 244), Stere Alexandru (7675, 6, 80, 3, 6, 8, 91, 3, 726—9, 32, 3, 44), Tăbleţ Domniţa (7642, 75—7, 80, 1, 6, 8, 90—3, 726, 7, 9, 33), Teodorescu Valentin (7859, 71, 5—7, 80, 1, 6, 8—90, 2, 3, 708, 10, 26, 9, 30, 44), Voiculescu Bogdan (7671, 6, 80, 6, 9, 90, 703, 10, 26, 9, 33, 44), Vasile Marilena (7667, 81, 6, 7, 9, 90, 2, 703, 10, 26, 8, 9, 38, 44), Zirnea Iulian (7636, 8, 62, 75—7, 80, 1, 3, 8, 90, 70, 3, 10, 29, 30, 44), cl. XI Botoşanu Lidia (7632, 7—40, 2, 4, 7, 59, 60—2, 65, 71, 4—8, 82, 4—8, 90, 2, 4, 5, 7, 703, 26—9, 33, 44). Coman Constantin (7636, 8—44, 59, 61—3), Dragomirescu Constantin (7671, 4—6, 8, 84, 5, 95, 71, 9, 701, 3—6), 38, 9, 48, 63, 5), Gheorghe Marioara (7636, 9, 61, 75, 6, 88—90, 3, 7, 726, 7), Grigore Ecaterina (7636, 8, 47, 62, 3, 88, 90, 3, 7, 704, 8, 10) Grinţescu Mihaela (7688, 9, 83, 99, 7, 701, 6, 26, 35, 8, 48, 63), Lövensohn Marian (7636, 42, 6, 7, 59, 61, 7, 76, 80, 8, 9, 97), Nicolescu Amelia (8676, 8, 93, 7, 9, 901, 4, 26, 33, 5, 8, 9, 41, 4), Olteanu Raluca (7676, 88, 97, 9, 701, 26, 33, 6, 8, 9, 41, 4, 65, 93, 6), Petrescu Florian (8776, 83, 5, 8, 93, 7, 9, 701, 4, 6, 8, 35, 8, 9, 63, 82, 6, 8), *Neguţ Gheorghe* (7664, 5, 7, 9, 74—8, 80—95, 7, 9, 701, 4, 6, 8, 10, 1, 3, 6, 26—9, 32, 3, 5, 6, 8, 9, 43, 4, 6, 8, 9, 63, 5, Prelipceanu Minodora (7636, 8—44, 59, 61, 3, 75—8, 87), Roman Dan (7636—42, 6, 7, 59, 61—3, 76, 80, 3,7—9, 91—2, 7, 704, 8, 10, 3), Tulinescu Anca (7636, 9, 47, 61, 80, 8, 9, 91, 3, 7, 704, 8, 10, 44). *L.2* cl. VI Fulga Cristian (2528—35, 61), Nicolae Radu (2535, 45, 6, 60, 1, 4, 73, 7—9), Rozenfeld Adriana (2494, 12, 4—6, 28, 9, 32), cl. VII Mazăre Valrntin (2564, 6, 7, 73, 9, 82, 8), Vasilescu Cătălina (2545—8, 51, 73, 7—9, 80, 4), cl. VIII Chiriţă Elena (2557—92, 90, 1, 3—5, 726, 7), Chiriţă Moara (2567, 73, 4, 7—80, 94), Grigore Elena (2528, 9, 31, 3, 45, 6, 60, 1, 4, 70, 3, 7—9), Lupulescu Livia (2528, 31—7, 41), Mateo Nicoleta (2552, 7, 68, 9, 71, 3, 9, 82, 7), Miron Alexandru (2545—7, 51, 7, 9), Rudolf Sorin (2512—5, 6, 20, 8, 31, 31, 4, 45, 6, 8, 58, 64, 70), cl. IX Alonte Ştefan (2557—9, 70, 2, 7674—8, 80, 6, 8, 7726, 7, 33, 44), Angheluş Ecaterina (2557—72, 94, 5, 75, 6, 72, 7, 9), Anton Petre (2557—9, 69, 70, 2, 94, 5, 86, 726, 7, 9), Bărbulescu Felicia (2557—9, 70, 2, 767, 5—7, 87, 8, 726—9, 33, 44), Butnaru Cornelia (2555—9, 70, 1, 93, 3, 7686, 92, 736, 7, 44), Chiriţescu Cristian (2557, 7675, 6, 86, 8, 92, 726 8, 33, 44, 88), Dumitriu Adrian (2557—9, 70, 2, 90, 1, 4, 5, 7686, 8, 72, 44, 89), Ionache Cristian (2557—9, 70, 2, 727, 44, 7674—6, 80, 6, 92), Lazăr Ilarie (2557—9, 70, 2, 94, 7676, 81, 6, 726—8, 33), Scilovici Moscu (2557—9, 70, 2, 76, 75—8, 80, 1, 4, 7, 8, 726), Pietro Romaniţa (2557—9, 70—2, 90, 1, 3—5, 726, 7) Radu Zamfira (2557—9, 70—2, 91, 3, 4, 5, 726, 7, 9, 65, 76), Rieman Cristina (2557—9, 70, 2, 91, 3, 5, 7681, 726, 44, 75, 6), Stoica Mihai (2557— —9, 70—2, 86, 91, 3, 5, 7686, 726, 44, 89), Varcenco Svetlana (2558, 9, 70, 2, 93, 7676, 8, 86, 8, 99, 706, 26, 8, 44), cl. X Belea Cristian (7667, 74—8, 87, 90, 2, 3, 726—9, 33, 44, 44), cl. X Belea Cristian (7667, 74—8, 87, 90, 2, 2, 3, 726—9, 33, 44, 82), Brenner Mircea (7664, 5, 7, 8, 74—8, 80—2, 4—94, 726—9, 31—3, 6, 44, 82, 3, 9), Circioagă Teodora (7676, 86, 78, 90, 2, 3, 4, 726—9, 33, 6, 9, 55), Dinescu Florin (7668, 74—81, 7, 90, 2, 726, 8, 33), Ghinescu Elena (7674—7, 87, 9, 90, 2.4, 726—9, 33, 44), Iancu Filofteia (7667, 74—6, 81, 6, 7, 7, 90, 2, 3, 7268, 9, 33, 5), Ilie Alexandru (7667, 74—6, 8, 81, 4, 6, 90, 728, 9, 33, 5), Mircea Eugen (7667, 74—6, 8, 81, 4, 6, 90, 726—9, 33, 5), Moisescu Valeria (7675—7 90, 2, 3, 7, 726, 8, 33, 44, 82, 3), Pană Ion (7668, 76, 80, 7, 9, 90, 2, 704, 6, 26, 8, 9, 32, 3, Rotaru Florin (7675—7, 86, 7, 90, 2, 3, 726—9, 33, 44, 82, 3), Rotescu Mihai (7674, 7, 9, 90, 2, 3, 726—9, 33, 44, 82), Stoicescu Ileana (7673, 6, 90, 2—4, 7268, 9, 33, 44, 82, 3), Steriu Alex. (7664, 5, 7, 74—7, 86, 7, 9, 94), Tănase Vasile (7675—7, 87, 90, 2, 3, 726, 8, 9, 33, 44, 82, 3, 9), Temistocle Daniela (8667, 74—6, 81, 6, 90, 2, 3, 726—9, 33, 44), Teodorescu N. Nicolae (7685, 7, 9, 706, 26—9, 32, 3, 5, 82, 3), Vişinescu Vasile (7675 —7, 81, 6—8, 90, 726, 8, 9, 32, 3, 5, 44), Zotta Ştefan (7674, 6—8, 86—9, 90, 2, 3, 726—8, 31—3, 82,3), cl. XI *Mazăre Alexandru* (7632, 7. 9, 6, 61, 7, 9, 70, 4—8, 82, 5—7, 9—97, 9—701, 3, 4, 6, 8, 26—9, 33, 44), Mîndrilă Dumitru (9669—71, 87, 90, 2, 7, 9, 701,

3, 8, 26, 33), cl. VIII Alexandru Marcel (7564, 7, 74, 6, 9, 80, 94, 7, 601), cl. IX Dinu Tănase (2557—9, 70, 2, 90, 1, 4, 726, 7, 85, 8, 85), *L.4* cl. XI Negulescu Cristian (7627, 36, 42, 3, 75, 6, 81, 3, 90, 7, 726, 35, 44). *L.5* cl. VI Eftimie Mihaela (2528—35, 5, 4, 51, 8, 9), *L. 6* cl. XI Mihăilescu Florin (7674, 5, 8, 9, 80, 2, 4—8, 90, 2, 5, 701, 8), *L. economic an II* Corabasan Gh. (7686, 8, 90, 3, 70, 6, 26—9, 32, 3, 5, 44, 6, 88), Ion Nicolae (7676, 83, 6, 8, 90, 706, 26, 8, 32, 3, 5, 44, 6), Minculescu Dumitru (7667, 75, 6, 81, 6, 8, 90, 1, 3, 706, 26—9, 32, 3, 44).

PLOPENI. (Ploiești). *L.* cl. VIII Siloev Dan (2545, 6, 8, 50, 2, 3, 7—9).

POGOANELE (Ploiești) *S. g.* cl. XI Drăgan Cecilia (7671, 83—6, 94, 5, 7, 9, 701, 3, 35, 40, 60).

POIANA MARE *L.* cl. IX. Diaconu Rodica (2540—4, 59, 726, 7, 9, 30, 70, 2).

POSADA (Ploiești) *S. g.* cl. VIII Piciorea Radu (2538, 9, 32, 3, 5, 7, 64, 7—9).

POSOBEȘTI (Ploiești), *S.g.* cl. VIII Andrei Nicolae (2513—7, 9, 20, 2).

PUCIOASA *S. g.* cl. VIII Căptrănuș Simona (2528—35, 5—53, 5, 8, 9), Vasilescu Alina (2564, 8, 73, 8, 9, 80, 4, 92, 3), cl. VII Rădulescu Cristina (2532—4, 8, 41—4, 58, 9, 70, 2, 726), cl. X Senovici Gabriela (7665, 7, 8, 74—7, 81, 3—5, 7, 9, 92—4, 726, 7, 9, 31—3), cl. XI Cimpoca Gh. 7667, 9, 74, 8, 82—7, 90, 2, 3, 6, 7, 704, 8, 26—8, 33, 44, 51), Diaconu Gh. (8667, 8, 74—9, 81, 3, 5—7, 90—3, 5, 9, 700, 1, 4, 61, 28, 9, 31—3).

RĂCARI. *S. g.* cl. VI Iliescu Gabriela (2512—7, 9, 24—7), cl. XI. Miulescu Cecilia (7634, 40, 2, 3, 9, 52, 3, 9, 62, 3, 7, 75, 6, 87, 9, 97, 9, 7336, 7729, 32).

RĂDĂUȚI *L. 2* cl. VIII Weistein Bertha (2512—20, 2, 3, 5, 8—37, 45—53, 60—1, 4, 8—70).

REGHIN. cl. VIII Chiciudean Anton (2512, 3, 4, 5, 7, 9—20, 32—5).

REȘIȚA cl. VI Horvarth Andrei (2512—4, 30, 4, 46, 58—60, 4, 73, 4, 5, 6, 79, 81, 2), cl. VIII Horvarth Monica (2512—24, 31), *L. 2* cl. X Ionescu Cristian (7674—8, 81, 5, 7, 90).

RÎMNICU VÎLCEA. *S. g.* 1 cl. VIII Toma Alina (2536—9, 60, 7—9), *S. g.* 4 cl. V. Rudăreanu Constantin (2545, 6, 1, 4, 70, 3, 4, 5, 9), cl. VIII Ghera Mariana (2528—34, 6, 7) Petre Mariana (2512, 3, 5, 6, 7, 9, 20, 4, 9, 30, 1, 3, 4, 7, 40), Petrescu Ioana (2545, 6, 8, 9, 50, 1, 2, 3, 4, 8), Vasilescu Doina (2512, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 20, 4, 5, 28, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6), *S. g. 5* cl. VIII Sîrbu Mihai (2537, 8, 9, 52, 3, 67, 8, 70), *L. Vasile Roaită* cl. VI Barbu Carmen (2545—7, 59, 60, 1, 2, 73, 8), Bugoi Sabina (2545, 6, 60, 1, 73, 7, 8, 9), Cocea Olga (2545, 6, 59, 60, 1, 73, 4, 6, 5, 7, 8), Constantinescu Marilena (2545, 6, 60, 1, 73, 6, 8, 9, 87), Dumitrașcu Ionela (2545—7, 9, 60, 2, 73, 7, 8,), Moga Ofelia (2546, 7, 62, 7, 8, 9, 60, 61, 2, 3), Săndulescu Tudor (2545, 6, 7, 60, 1, 73, 4, 5, 7, 8), Teodorescu Mariana (2545, 6, 60, 173, 7, 8), Zinelli Daniel (2545, 6, 94, 60, 72, 5, 6, 7), cl. VI Radu Berceanu (2575, 4, 5, 6, 78, 9, 80, 1), cl. VII Izvorcu Marinela (2550, 4, 7, 8, 70, 3, 5, 4, 6, 7, 9, 80, 1, 2, 4), Lazăr Valeriu (2588, 9, 31, 3, 45, 60, 4, 7, 8), Lemenui Laurențiu (2528, 9, 31, 2, 3, 34, 50, 1), Nadolu Mircea (2545, 6, 64, 73, 4, 5, 6, 79, 80, 1, 2), Stînca Mariana (2528, 9, 31, 64, 7, 8, 9, 70, 2), Tintorescu Rodica (2560, 73, 4, 5, 6, 1, 80, 1, 2, 3, 5, 4, 61, Vochitu Maria (2545, 6, 59, 60, 1, 73, 6, 7, 8, 9, 87), *L. N. Bălcescu* cl. IX Bănică Mariana (2528—31, 3, 4, 5, 41, 2, 4, 32, 8), Daneș Emiliana (2528, 9, 30, 1, 2, 4, 3, 5, 7, 41, 2, 4), Dănescu Victorina (2528, 9, 30, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 40, 4), Dumitrescu Daniella (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 41, 2, 4), Dumitrescu Olimpia (2528, 9, 30, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 40, 44), Dumozrescu Sergiu (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 41, 2, 4), Giuga Gheorghe (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 31, 2, 4), Ionel Cristina (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 40, 2, 4). Manolescu Valentina (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 41, 2, 4), Pavelescu Ilie (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6 8, 42, 4), Pop Mihai (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 40, 2), Popescu Doina (2528, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 41, 2, 4), Sava Gheorghe (2528, 9, 30, 1, 3, 4, 5 8, 42, 4), Sima Victoria (2528, 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 41, 4), Smeu Constantin (2528, 30, 1, 3, 8, 29, 35, 42, 44), Stoenescu Florian (7675, 6, 91, 3, 7, 701, 4, 6, 8, 26, 35, 6, 9, 44, 6), cl. X Cernătescu Gheorghe (7674—8, 86, 91, 2, 3, 726, 7, 9, 32, 44), Popian Crișan (7676, 90, 2, 7724, 5, 7, 9, 33, 5, 6, 86, 8), Toma Ștefan (7674, 5, 6, 7, 84, 6, 8, 90, 1, 2, 3, 726, 9, 32, 85, 8, 90), cl. XI Aspricioiu Nicolae (6675, 6, 87, 90, 2, 3, 7, 9, 700, 4, 6, 726, 9, 32, 4, 44), Bădiță Gheorghe (7667, 75, 6, 90, 2, 3, 7, 9, 700, 5, 6, 26, 9, 32, 4, 44), Bojan Petre (7667, 76, 87, 93, 9, 700 4, 6, 26, 7, 9, 32, 5, 44), Bobolca Dumitru (7674, 5, 6, 7, 85, 7, 32, 5, 7, 700, 1, 3, 4, 6), Defta Mihai (7676, 86, 7, 93, 5, 7, 700, 1, 4, 6, 7, 26, 7, 33, 7, 8, 9, 44, 6), Dumitrescu Dumitru (7675, 6, 84, 7, 90, 3, 9, 700, 6, 26, 7, 35, 6, 44) Duță Gligoriță (7674, 5, 6, 7, 8, 85, 7, 93, 25, 7, 700, 1, 3, 4), Ionescu Constantin (8692, 3, 5, 7, 700, 1, 3, 4, 5, 48, 82, 3), Ganeev Elnina (7676, 88, 9, 90, 3, 4, 700, 4, 6, 26, 35, 44), Floca Ștefan (7675, 90, 2, 3, 7, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 26, 32, 5, 44), Lipie Elena (7667, 88, 75, 6, 90, 2, 7, 9, 700, 4, 6, 26, 35, 9, 44), Miricioiu Lipie (7676, 90, 2, 7, 700, 1, 4, 6, 26, 32, 5, 44, 93, 9), Siţoiu Lidia (2528, 9, 30, 11, 2, 3, 4, 5, 7, 41, 2, 4).

RÎMNICU SĂRAT cl. XI (7668, 9, 74, 5, 716, 26, 8, 30, 5, 6, 8, 30, 1, 2, 68, 819), Mocanu Guță (7644, 68, 9, 74, 5, 6, 7, 81, 4, 7, 8, 95, 7, 726 7, 9).

RÎȘNOV. cl. XI Lupu Nicolae (7638, 40, 2, 43—5, 67, 9, 74, 5—81, 3, 4, 5—7, 90, 2, 3, 5, 6, 7).

RÎURENI (Argeș) cl. VI Grigorescu Mihaela (2545, 6, 60, 9, 73, 7, 8, 9).

ROMAN. cl. VIII Arnat Constantin (2545, 6, 7, 8, 52, 3, 7—9), Atanasiu Florin (2545, 6, 7, 8, 52, 3, 7, 8, 9), Mircea Constanța (2545, 6, 7, 8, 9, 52, 3, 7, 8, 9), Mirțu Cristina (2546—8, 50, 2, 7, 8, 9) Stafie Mariana (2545—8, 52, 3, 8, 9), Tofan Florin (2528, 9, 31—5, 60, 4, 70), Cojan Veronica Tuțiuanu Iulia, Vasilat Cornel (2545, 6, 7, 8, 52, 3, 7, 8, 9), Munteanu Corneliu, Popa Rodica, Pascanu Iosefina, Furduescu Radu, Cercel Mihaela Dumitru Georgeta (2546, 8, 52, 3, 7, 8, 9).

ROȘIA MONTANA. Ionuț Otavian (2512, 4, 6, 7, 9, 29, 31—5, 45).

ROȘIORII DE VEDE cl. VII Rădulescu Ionel (2512—6, 8, 20, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 4, 35, 40, 5, 6, 7, 8, 51, 2, 5, 8, 9, 60, 2, 4, 73, 4), cl. VIII Nedelea Stancu (2495, 8, 513, 5, 6, 7, 9, 22, 8, 9, 3), cl. IX Popescu Aurelian (2522, 4, 5, 40, 1—4, 58, 9, 608, 9, 10, 19, 37, 688), Galușteanu Dan (7665, 74—8, 86, 9, 90, 2, 3, 726 27, 9, 32, 56, 46), cl. IX Nedelea Stancu (2525, 6, 37, 42, 4, 57, 9, 72, 7621, 75, 726, 8).

SACADAT. *Sg. 8.* cl. VII Negruțiu Florica (2512—29, 31, 3, 4, 7, 9, 41).

SACELE (Dobrogea) *S. g.* cl. VIII Croitoru Magdalena (2545, 6, 8, 9, 52, 3, 6, 7, 9), Marcu Olimpia (2545, 6, 8, 9, 52, 3, 6,

SATU MARE. *L. 1* cl. X Pathori Iosif (7630, 6, 8, 63, 76, 86 — 90, 92, 3, 2, 726, 9, 33 44), *L. 2* cl. I Belluska Iosif (2541, 3, 57—9, 70, 2, 7686, 8, 726, 7, 9), 70, 7686, 8, 726, 7, 9), Cîmpineanu Angela (2541, 4, 3, 57—9, 70, 2, 7686, 8, 93, 736), Porizan Gheorghe 2543, 4, 57—9, 70, 2, 7686, 92, 726, 7, 9), Potra Maria (2541-4, 57—9, 70—2), Rat Octavian (2540, 1, 4, 9, 58, 9, 70, 2, 7227, 686, 92, 3, 726, 9), Sütco Petru (2542, 4, 57—9, 70, 2, 686, 8, 726, 7, 9), cl. X Iordan Angela (7580, 608, 9. 10, 17, 8, 20, 4, 40, 6, 7, 8, 42, 3, 59), 63, 5, 7, 8, 74, 5, 7, 8, 80, 3, 86—94, 9, 704, 26, 7), cl. XI Görbe Iosif (7674—8, 83—5 90, 2, 7, 726). Mitaru Alexandru (7723, 6, 7, 9, 41, 4, 6, 8, 50, 2, 4, 62, 5, 7, 9, 70, 1,.3, 5—7, 82, 99, 840, 9, 51), Oprea Viorica (7667, 75, 6, 7, 90, 7, 704, 6, 8, 13, 27, 9, 33, 5, 46, 70, 5—7), Rosenbeck Agneta (7638, 6, 8, 40, 42, 63, 86, 90, 92, 3, 726, 35, 44), *L. 3* cl. VIII Hilman Andrei (2545, 6, 53, 73, 7, 8, 9, 82), Füllàp Edmund (2545, 6, 52, 73, 7—9, 82), Pao Doina (2545, 6, 53, 73, 7—9, 87, 94), Rocoșiu Vasile (2545, 53, 73, 7—9, 82, 4, 94), Șerban Nicolae (2545, 6, 53, 73, 7—9, 94).

SALCIA (București). *L.* cl. IX Neșu Ionel (2540—4, 7, 9, 70—2, 7667, 75, 8, 81, 2, 4, 8, 91, 726, 7, 9).

SAVENI (Suceava) *S. g.* cl. VIII Stiucă Dan (9512—7, 35, 6).

SEBEȘ (Hunedoara) *S. g.* 2 cl. VIII. Marcu Dan (2545—9, 50—3, 5, 8, 9, 60, 4, 6, 70, 80, 1, 2, 6, 8).

SEBIȘ (Crișana) *L.* cl. VII Bortiș Elisabeta (2528, 9, 31, 45, 6, 51, 2, 3, 60), cl. X Borna Aurel (7667), 75, 6, 88, 92, 726—9, 32, 82, 5), Bădău Nicolae (7667, 74—7, 89, 92, 3, 726—9, 32, 90), Batrîna Lenușa (7667), 74—7, 88, 92, 726—9, 32), Cofan Nicolae (7667, 74—7, 89, 92, 3, 726—9, 31, 2, 90), Dronca Mircea (7667, 75, 76, 90, 2, 726—9, 32, 82, 5), Gurban Florica (7667, 74—7, 92, 726—9, 32, 90), Mureșan Nicolae (7667, 74—8, 89, 92, 726—9, 32, 90), Rada Valeria (7667—7, 88, 92, 726—9, 32), Zopota Nicolae (7228, 667, 74—7, 89, 92, 726—9, 32, 90) cl. XI Bortiș Terentie (7684, 7, 9, 90, 27—9, 32, 3, 7—9, 42, 8, 63, 5) *Pantazi Nicolae* (7665—9, 74—8, 82—5, 87—90, 92—5, 7, 99—701701, 3, 4, 6, 26—9, 31—3, 36—8, 42, 5, 8, 9, 63. 5, 70, 1, 3, 82, 3, 5, 6, 9, 91, 96—8, 808, 12).

SEGARCEA(Oltenia) *L.* cl. XI Hîrșie Emil (7636, 8, 40, 41, 2, 6, 7, 59, 60, 2, 3), Tudor Constantin (7632, 6, 8, 9—42, 4—7, 59, 60—3).

SIBIU *S. g. 1* cl. VIII Stîngescu Petre (2545—9, 51—3, 5, 7—9, 7675, 6), *S. g. 7* cl. VI Oana Radu (2528—31, 3, 5, 45, 6, 51, 60), *S. g. 8* cl. VI Vasilescu Maria (2528—31, 3, 4,45, 6, 64), cl. VII Florea Anca (2545, 60, 4, 7, 73, 4, 7), Măntescu Minerva (2545, 60, 4, 73, 4, 7—9), *S. g. 9* cl. VI Preisler Elisabeta (2545, 60, 73, 6—9), cl. VII Birăruț Mihai (2529, 31, 3—5, 45, 6, 60), Fleancu Sorin (2530—4, 28, 38, 50, 1, 60, 1, 4, 7, 8, 73—5, 7—88, 94) Moater Aurel, (2528, 30, 1, 3, 4, 48, 50, 1, 60, 4, 8, 70), cl. VIII Rusnac Lucian (2529, 31, 3—5, 7, 40, 51 51), Slavu Anuța (2545, 52, 60, 4, 75, 6, 9, 80, 4, 94), Tămășan Alexandru (2529, 33—5, 7, 45, 58, 62, 4, 70), *S. g. 13* cl. VI Rădulescu Dan (2528—31, 5, 45, 6, 60), *S. g. 15* cl.VII Ștefănescu Mircea (2564, 7880, 4, 99, 600, 6), cl. VIII Rodean Sorin (2560, 4, 70 4, 7—8, 87, 600), *S. g. 19* cl. VII Ocheșel Elena (2528—34, 45—7), *L. 1* cl. X Maniu Iuliana (7667, 74—7, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 33), *L.2* cl. IXCapră Mariana (2507—9, 69, 86, 8, 90, 94, 5, 726), cl. X Drăgan Florin (7686—8, 90, 3, 726—9, 33, 44, 85, 6, 8, 91), cl. XI Fulea Mihai (7635, 6, 38—44, 6, 62, 8—7, 5, 86, 95, 7, 704), *L. 3* cl. IX Moisescu Sanda (7726, 7, 35, 42—4, 75—8, 84, 97), Olah Tiberiu (2545—9, 2551, 2, 3, 5, 7—9), Bucur Ion (7668 75—7, 81, 6, 91, 3, 726 7, 9, 32, 85), Groza Carmen (7665, 7, 68, 74—8, 87, 92, 3, 726, 8, 9, 32), Stancu Ana (7668, 75, 6, 91, 3, 4, 726, 9, 32, 70, 82, 6), Vlădoianu Horia (7668, 75, 6, 93, 4, 726, 9, 32, 80, 82—6). cl. XI Balint Margareta (7667, 74—8, 84, 5, 7, 90, 97, 703), Gociman Rozalia (7667, 74, 75—7, 81, 3, 4, 90, 7, 703, 4), Fekete Mihai (7667, 74—8, 81, 3, 4, 703, 4, 6).

SIMERIA. *L.* cl. VII Oprea Magdalena (2545, 6, 61, 4, 8, 70, 3, 9, 80, 84), cl. VIII Oprea Alexandru (2545, 52, 68, 69, 70, 73, 76, 79, 81, 87), cl. XI Covic Adrian (7693, 7, 703, 719, 23, 6, 7, 9, 37, 9, 40, 44, 6, 99), Kotris Gabril (7675—87, 95, 8, 104, 6, 26, 7, 9, 44), Lemac Sorin (7676, 93, 70, 700, 4, 6, 8, 10, 26, 39, 44 ; 6).

SIRET *L.* cl. VI Vitviţchi Antonina (2545—9, 51, 2, 60, 4).

SINNICOLAUL MARE (Banat) *S.g.* cl. VI-a Cecan Lidia (2545, 6, 60, 1, 4, 7, 70, 3, 7, 8), *L.* cl. VIII Weisz Ioan Petru (2545—53), cl. X Holz Walter (7665, 74—8, 87, 9, 92, 726—9, 32),

SÎNTANA (Crişana)*L.* cl. VII (2528, 30, 1, 45, 7, 50, 1, 64).

SÎNTADREI (Oradea)*S.g.* cl. VII Bămcescu Eugen (2513—7, 9, 20, 3, 46), Chişovaşi Dumitra (2513—7, 9, 20, 23, 4, 6), Vidican Ion (2513—7, 9, 20, 23, 4, 6), Ungur Victor (2513—7, 9, 20, 3, 4, 6), cl. VIII Maghiar Alexandru (2528, 9, 30, 1—5, 7, 9, 41, 4), Seres Ioan (2528—35, 7, 9, 41, 4).

SLATINA *S.g.* cl. VI Buicescu Alexandru (2545—7, 58, 60, 4, 73, 4, 7, 83), cl. VIII Braşoveanu Nicolae (2560, 4, 73, 4, 8, 9, 81, 67), Colda Constantin (2560, 1, 3, 4, 6, 73, 4, 8, 9), 81, 7), Colda Constantin (2560, 1, 3, 4, 6, 73, 4, 8, 9), L. 2 cl. VII Liciu Victoria (2564, 73, 4, 6, 8, 9, 81, 7), Marinescu Dan (2560, 4, 73, 4, 8, 9, 81, 87), Popescu Veronica (2573, 4—6, 8, 9, 81, 2, 7), Trăistaru Mariana (2564, 73, 4, 6, 8, 9, 81, 7), Văculete Carmen (2545, 6, 8, 9, 60, 4, 74, 8, 9), Vlaicu Maria (2564, 73, 4, 6, 8, 9, 81, 7), cl. VIII Ionescu Dan (2560, 4, 8, 9, 70, 3, 9, 600, 6, 8), Preoteasa Marinela (2560, 1, 4, 7, 70, 3, 7, 8, 9, 80—4), cl. XI *Stănescu Ştefan* (7632, 6, 8, 40, 2, 3, 58, 62, 3, 68—71, 74—78, 80—7, 90, 2, 5, 7, 9, 700—4, 708, 10, 13, 7, 23, 6, 7, 9, 32, 3, 36—44, 51, 5, 60, 62, 6).

SUCEAVA. *S.g.* cl. VIII Popescu Mihaela (2545, 6, 7, 8,, 9, 50, 51, 2), cl. VIII Axinte Gheorghe (2545, 6, 53, 60, 4, 73, 4, 7, 8, 9, 84), *L.* cl. VI Dumitriu Dana) 2560, 1, 73—9, 98), Domunca Aurelian (2545, 73, 4, 6, 8, 9, 87, 62), Iliescu Liviu (2545, 7, 64, 73, 4, 6, 7, 8, 87), cl. VII Dîlcu Constantin (2552, 68, 73, 7, 8, 9, 80, 4), Ianovici Sandu (2560, 4, 8, 777—80, 7, 90, 600, 1), Popescu Mihaela (2545—52), Sălcescu Narcisa (5228, 9, 31, 3, 5, 45, 51, 6, 60, 62). Tecuceanu Radu (2560, 8, 73, 4, 83, 4, 7, 90, 600, 7, 9), *L.1* cl. IX Cojocaru Sorina (2557, 58, 9, 70—2) 7668, 8, 9, 92, 726, 8, 9), Dumitru Mihaela (2540—4, 58, 7638, 87, 8, 726, 7), Socoban Stela (2540—4, 58, 7638, 87, 726, 7), Onofrei Mircea (2558, 9, 70, 2, 51, 4, 7688, 9, 92, 726—9), cl. X Airoaie Doina (7686, 7, 9, 90—4, 726, 8, 9, 32, 3).

TRUŞESTI (Suceava) cl. XI Roşu Mircea (7664, 9, 82, 7, 9, 90, 4, 9, 700, 1, 3, 4, 6, 726—9, 32, 3, 7, 40, 2, 4, 8, 65), Ştefan Neculai (7664, 8, 70, 5, 6, 7, 83, 9, 95, 9, 701, 4, 6, 726—9, 33, 5, 44, 85, 812).

SIGHETUL MARMATIEI. *L. 1* cl. XI Gavrilă Tivador (2545.9, 52, 7—9), cl. X *Nemeş Ioana* (2527, 40, 1, 44, 58, 7580, 608—12, 17—9, 23, 4, 35—8, 40, 1, 5, 9, 63, 74—81, 86—94, 710, 1, 26, 8), cl. XI Fornvald Gheorghe (7580, 608, 10, 2, 4, 7, 21, 40, 2, 4, 59, 62, 67, 81, 3, 6, 90, 2, 3, 7, 701, 4, 6, 10).

SIGHIŞOARA. *L.* cl. IX Ciopac Elena (2540—4, 57—9, 91, 4, 5, 72, 7675—80, 1, 5, 7726, 7, 9, 33). cl. X Munteanu Viorica (7675—7, 80, 6—8, 90—3, 726), Serachitopol Dan (7674—9, 81, 3, 6, 726, 7, 827, 31), cl. XI Chiriţescu Alexandru (7674—6, 86, 8, 90—3, 7, 704—6).

SINAIA. *L.* cl. VIII Topoloveanu Adriana (2545, 51—9), cl. IX Bucur Constantin (2557—9, 70—2, 94, 7676, 726, 8, 9, 85), Constantinescu Lucian (2551, 7, 8, 9, 70, 2, 91, 4, 5, 7727, 76, 86), Cucu Artemiza (2557—9, 70—2, 95, 7676, 86, 726, 7, 9), Enache Dan (2558, 9, 70—2, 91, 4, 5, 7676, 726, 8, 9, 785), Ghindea Elena (2557—9, 70—2, 95, 7726, 7, 9), Gheorghe Maria (2557—9, 70—2 95, 7676, 86, 727, 8, 9), Gulie Niculina (2557, 8, 9, 70—2, 6, 86, 7726—9), Nedelcu Mihaela (2557—71, 2, 95, 7676, 86, 726, 8, 9, 32), Negroiu Crişiţa (2557—9, 70—2, 95, 7676. 86, 726, 7, 9), Muşat Olimpia (2557. 9, 70—2, 95, 7676, 726, 7—9), Pavel Elena (2557—9, 70—2, 95, 7676, 86, 726—9), Smiedigen Petre (2557—9, 70—2, 7676, 86, 726—9) Stănescu Ion (2557—9, 70—2, 86, 7676, 726, 8, 9, 89), Stoica Emil (2557—9, 70—2, 94, 7676, 726—9, 785), Şerban Ion (2557—9, 70—2, 91, 4, 7676, 85, 86, 726, 8, 9), Tatu Eugenia (2557, 8, 9, 71, 2, 95, 7676, 86, 726, 8, 9, 32), Zidaru Dumitra (2558—9, 70—2, 95, 7676, 86, 726, 7, 9), cl. X Aniharu Nicolae (7675, 6, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85, 89), Bucuroiu Daniela (7667, 74—76, 86, 92, 3, 727, 9, 32, 44, 75), Bunea Cornelia (7667, 75, 6, 8, 88, 92, 3, 728, 9, 44, 85, 9), Cîmpeanu Ion (7667, 75, 6, 8, 92, 726—8, 32, 44, 85, 9), Burlacu Vasilica (7575, 6, 8, 86, 8, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85), Cosma Radu (7676, 86, 90, 2, 3, 726, 7, 8, 9, 32, 44, 85, 9), Gheorghiu Emil (7675, 6, 86, 92, 3, 276, 8, 9, 32, 44, 85, 9), Heroiu Octavian (7675, 6, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 84, 9), Mateescu Monica (7674, 6, 86. 7, 92, 3, 726, 7, 9, 32, 44 85), Nagy Eduard (7675, 6, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85, 9), Nedelcu Nicolae (7675, 6, 86, 92, 3, 4, 728, 9, 32, 44, 85, 9), Posna Elena (7667, 75, 6, 8, 88, 92, 3, 725, 8, 9, 44, 85, 89), Popescu Florin (7675, 6, 8, 92, 3, 726, 8, 9, 44, 85, 9, 808), Popescu Ion (7675, 6, 8, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85, 9), Prisecaru Constantin (7675, 6, 8, 92, 3, 727—9, 32, 44, 5, 9), Scarlat Vasile (7675, 6, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85, 89), Sîrbu Maria (7675, 6, 8, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85), Staicu Elena (7667, 74, 6, 86, 7, 92, 3, 7, 26, 7, 9, 32, 44, 85), Storescu Dan, (7675, 6, 8, 92, 3, 726, 8, 9, 44, 85, 9, 808), Voicu Viorel (7667, 75, 6, 92, 3, 726, 7, 8, 89 44, 85, 89), Stănecu Ion (7676, 8, 86, 92, 3, 726, 8, 9, 32, 44, 85, 89), cl. XI Bucur Vasilica (7675, 6, 8, 700, 1, 10, 26, 7, 8, 9, 32, 44, 67, 85), Sava Costică (7680, 3, 5, 90, 2, 6, 7, 701, 4, 6, 29, 48, 9, 82, 3, 5, 6, 9, 812), Stănescu Nicoleta (7675, 6, 90, 2, 3, 7, 700, 1, 3, 6, 8, 26, 8, 44, 89).

8542. Să se rezolve sistemul

$$\begin{cases} x + y = a \\ \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} = b > 0. \end{cases}$$

Aplicație: $a = 1$, $b = \sqrt{2}$.

I. Stănescu, Sibiu

8543. Să se arate că $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{3n+1} > 1$ $(n \in N)$.

Matematica V Școle, 3—1967.

8544. Să se demonstreze că pentru orice număr natural $n \geqslant 2$

$$2\sqrt[n]{n!} < n + 1.$$

Gh. Motelică, profesor Botoșani

8545. Notăm cu x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației

$$x^3 + ax^2 + 3x - 1 = 0.$$

Fie $s_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$ iar $S_n = s_0 + s_1 + s_2 + \ldots + s_n$.

Să se arate că

$$S_n = \frac{a+4}{a+3}(s_0 - s_{n+1}) + \frac{a+1}{a+3}(s_1 - s_{n+2}) + s_2 - s_{n+3}$$

Să se calculeze S_n în cazul $a = -3$.

D. M. Bătinețu, Iași

8546. În triunghiul isoscel CAB $(CA = CB)$ se consideră punctul mobil C_1, între A și B. Pe laturile CA și CB se consideră punctele B_1 și A_1 astfel ca $AB_1 = AC_1$ și $BA_1 = BC_1$. Să se arate că dreapta A_1B_1 rămîne tangentă la un arc de parabolă.

Leonte Alexandru, Craiova.

8547. a) Se dă dreapta (D) $y = mx + n$ și fie ω simetricul originii O a axelor rectangulare Ox, Oy, în raport cu dreapta (D), iar A, B, M proiecțiile lui ω respectiv pe Ox, Oy și AB. Presupunînd m constant și n variabil, se cere locul punctului M.

b) Locul este o dreaptă (Δ). Să se determine m astfel ca unghiul determinat de (D) și (Δ) să fie egal cu $\frac{\pi}{3}$.

c) Presupunînd m variabil și $n > 0$ constant, se cere locul lui ω. Acest loc este un cerc, care taie pe Oy în C. Să se determine un punct N pe Ox, astfel ca secanta CN să determine în acest cerc o coardă egală cu raza cercului.

Șt. Musta, Oradea

8548. Se dau funcțiile

$$f(x) = \frac{4\sin^2 2x - 1}{\cos x} \text{ și } g(x) = \sqrt{f(x)}.$$ Se cere:

a) Domeniul de definiție al funcției $g(x)$

b) Limitele laterale ale funcției $f(x)$ cînd $x \to \frac{\pi}{2}$ și cînd $x \to \frac{3\pi}{2}$.

c) Valorile lui $f(x)$ cînd x ia pe rînd valorile

$$0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4} \text{ și } \frac{7\pi}{4}.$$

d) Să se arate că graficile funcțiilor $f(x)$ și $g(x)$ au axa de simetrie $x = \pi$,

$$\text{că } f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0 \text{ și că } f\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + f\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0.$$

C. Ionescu-Țiu

8549. Pe baza BC, a unui triunghi isoscel ABC, se consideră un punct variabil M, prin care se duc dreptele (PP') și (QQ') perpendiculare respectiv pe laturile AC și AB. Punctele P, Q' și Q, P' găsindu-se respectiv pe AC și AB se cere:

a) Să se afle rapoartele în care punctele P, Q', P' și Q împart laturile pe care se găsesc și să se arate că dreapta $(P'Q')$ este perpendiculară pe (AM).

b) Mijloacele segmentelor PQ, $P'Q'$ și AM fiind notate respectiv cu L, L' și N să se arate că punctele L, L' și N sînt coliniare și să se afle locul geometric al punctelor L și L'.

c) Să se arate că dreapta (LL') este perpendiculară pe dreapta (PQ) și că dreapta LL' trece printr-un punct fix.

N. Peligrad și *Simion Sorin*, Pitești.

8550. Se dă funcția

$$f(x) = x - 1 - \sqrt{2x - 1}.$$

Să se calculeze intervalele pe care $f(x)$ admite funcție inversă și să se determine funcția inversă respectivă.

Mircea Dabija, Cîmpina

8551. Să se calculeze

$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{\ln(1 + \alpha) - \alpha}{\alpha^2}$$

fără aplicarea regulii lui l'Hospital, știind că limita există și este finită, apoi să se determine

$$\lim_{n \to \infty} n\left[e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right]$$

C. Szasz, Brașov

8552. Să se calculeze limita:

$$\lim_{x \to a} (\log_b \log_a x^b)^{\frac{1}{x-a}}, \text{ unde } a > 1,\ b > 0, \text{ și } b \neq 1.$$

N. C. Manolache, elev București

8553. Din familia curbelor exponențiale $y = a^x$; $(a > 1)$ să se determine acele curbe ce admit o tangentă de pantă a ce trece prin originea axelor de coordonate.

S. Țintescu și *D. Boboc*, studenți București

8554. Să se justifice relațiile între mulțimile A, B, C:

$A \cap (A \cup B) = A$; $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

$A \cup B = A \cup (B - A \cap B)$; $(A \cap B) \cup (B - A \cap B) = B$;

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$; $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = A$;

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

C.I.Ț.

8555. Într-un triunghi ABC se duc izogonalele AP, AQ. Fie BT_1 și BT_2 tangentele duse din B respectiv C la cercul circumscris triunghiului APQ

a) Să se arate că $\left(\frac{BT_1}{BT_2}\right)^2 = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{MB}{MC}$ unde M este punctul unde bisectoarea unghiului A intersectează pe BC.

b) Să se construiască un triunghi cunoscînd: lungimile a două izogonale, înălțimea triunghiului ce pornește din același punct cu ele și unghiul de la vîrful triunghiului, din care pornesc cele două izogonale. Discuție.

I. Butulescu, Petroșani

8556. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} x_1^{a_1+k} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n} = A_1 \\ x_1^{a_1} x_2^{a_2+k} \dots x_n^{a_n} = A_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n+k} = A_n \end{cases}$$

L. Pîrșan

8557. Se dau în spațiu trei cercuri, care au două cîte două trei coarde comune, A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3. Să se arate că perechile de puncte

(A_1, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_3) aparțin aceleiași transformări prin inversiune (Vezi articolele din *G.M-B.* nr. 9/1953, 10/1960, 1/1964 și 10/1965).

Mihail I. Focșeneanu

8558. Se dă curba de ecuație $y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$.

Să se arate că există pe această curbă două configurații de cîte 3 puncte, M_k, M_k', M_k'' $(k = 1, 2)$ astfel ca triunghiul $M_k M_k' M_k''$ să aibă ca laturi tangentele la curbă în cele 3 puncte, adică dreptele $M_k M_k'$, $M_k' M_k''$, $M_k'' M_k$ să fie tangente la curbă respectiv în punctele M_k, M_k', M_k''.

M. Cistelecan, student Cluj

8559. Se consideră două mulțimi:

$$A = \{x : x \in N \text{ cu } x \text{ multiplu de 4 și } x \leqslant 100\}$$

$$B = \{x : x \in N \text{ cu } x \text{ multiplu de 6 și } x \leqslant 100\}$$

a) Să se definească în același fel mulțimea $I = A \cap B$.

b) Să se calculeze cît mai simplu posibil numărul de elemente din mulțimile A, B și I.

Să se deducă numărul elementelor mulțimei $R = A \cup B$.

Journal de mathématiques élémentaires.

8560. Considerăm un plan π și un octaedru de diagonale AB, CD, EF. Notăm cu M, N, P și Q punctele în care muchiile AC, CB, BD și respectiv, DA înțeapă planul π. Izogonalele planelor EFM, EFN, EFP și EFQ față de unghiurile diedre de muchie EF din tetraedrele $EFAC$, $EFCB$, $EFBD$ și $EFDA$ taie muchiile AC, CB, BD și DA respectiv în M', N', P' și Q'. Să se arate că planele ACP', CBQ', BDM' și DAN' sînt fie concurente, fie paralele cu o aceeași dreaptă.

Tudor Zamfirescu

8561. Rezolvați în numere pozitive sistemul:

$$x^y = z$$
$$y^z = x,$$
$$z^x = y.$$

La a 27-a Olimpiadă matematică, Moscova

8562. a) Hexagonul $ABCDEF$ are toate unghiurile egale. Notînd cu a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 laturile hexagonului, să se dovedească relația:

$$a_1 - a_4 = a_5 - a_2 = a_3 - a_6.$$

b) Dacă 6 segmente a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 satisfac relația

$$a_1 - a_4 = a_3 - a_6 = a_5 - a_2$$

atunci cu ele se poate construi un hexagon cu unghiurile egale.

La a 27-a Olimpiadă matematică, Moscova

8563. Dovediți că orice întreg de forma $2n \geqslant 0$ poate fi scris sub forma $2n = (x + y)^2 + 3x + y$ unde x și y sînt întregi nenegativi.

La a 27-a Olimpiadă matematică, Moscova

8564. Din punctul O din plan se duc un număr de vectori avînd suma lungimilor egală cu 4. Dovediți că putem alege un număr de vectori dintre aceștia astfel încît suma lor vectorială să fie un vector de lungime > 1.

La a 27-a Olimpiadă matematică, Moscova.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2803. O fabrică a primit 150 bare de fier și aluminiu. O bară de fier este de 1,5 ori mai lungă ca una de aluminiu. Toate barele cîntăresc la un loc 1530 kg, iar o bară de aluminiu are 2 m lungime și cîntărește 5,4 kg. Un m. liniar de bară de fier cîntărește 7,8 kg. Cîte bare de fier și cîte de aluminiu a primit fabrica?

Cartaș Corneliu, Iași

E : 2804. Un excursionist după ce a parcurs $\frac{5}{18}$ din întreg traseul propus, a constatat că mai are de mers pînă la o treime din drumul său încă 10 km. Să se afle distanța întregului drum.

B. Baeră, Păunești

E : 2805. În anul 1966, primul an al cincinalului actual, au fost produse cu 387 mii tone laminate mai mult decît fontă, iar oțel cu 113 mii tone mai puțin decît fonta și laminatele la un loc. Cîte mii de tone s-au produs din fiecare, dacă împreună reprezintă 8453 mii tone? Cîte kg. oțel revine pentru fiecare din cei 19 105 056 locuitori ai țării noastre?

Em. Diaconescu, București

E : 2806. La o cooperativă de consum pentru sezonul de primăvară s-au adus 119 perechi de pantofi bărbătești și femeiești. Știind că raportul dintre numărul perechilor de pantofi bărbătești și numărul perechilor de pantofi femeiești este 3/4, să se afle cîte perechi de pantofi s-au adus din fiecare fel?

O. Sulă, Văleni, Vaslui

E : 2807. Trei elevi au depus la C.E.C. 260 lei. Suma depusă de primul raportată la suma celui de-al doilea este $\frac{3}{2}$, diferența dintre sume fiind 40. Să se afle sumele depuse de fiecare prieten în parte.

Paul Balahur, Iași

---

* V(E : 2803—2806); VI (2807—2813); VII (2814—2817), VIII (2818—2825). Elevii pot trimite soluții și la problemele clasei precedente celei pe care o urmează. Problemele pentru clasele VIII—IX sînt indicate și elevilor școlilor profesionale. Modul de redactare a rezolvărilor este anunțat pe ultima copertă a fiecărei Gazete matematice.

E : 2808. O brigadă de tractoare ară în 7 zile o suprafață de 420 ha. O altă brigadă de 9 tractoare trebuie să are un teren dreptunghiular cu dimensiunile de 4500 m și 500 m (în aceleași condițiuni de lucru). Să se afle :

a) În cîte zile va termina de arat a doua brigadă.

b) Cîte hectare ară un tractor într-o zi.

c) Care este lungimea laturii unui teren în formă de pătrat care are aceeași suprafață cu al doilea teren.

Concursul la clasa VI, Bacău, 1967

E : 2809. Se consideră triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) în care se duce înălțimea AD. Fie M un punct de pe înălțime, N intersecția dreptei CM cu AB și L intersecția dreptei BM cu AC.

Să se arate că :

a) Triunghiul BMC este isoscel.

b) Triunghiul BCL este egal cu triunghiul BCN.

c) Triunghiul MNL este isoscel.

d) Triunghiul ALN este isoscel.

Concursul la clasa VI, Bacău, 1967

E : 2810. Într-o cooperativă agricolă de producție s-au strîns de pe un lot $103\frac{11}{12}$ tone de fîn, de pe un al doilea lot 93,350 tone, iar de pe un al treilea $215\frac{5}{6}$ tone. O parte din fîn a fost depus pe o arie pe care ar fi încăput $\frac{7}{10}$ din tot fînul, dar pe arie se mai găseau 15,4 tone fîn. Restul de fîn a fost adunat în clăi care cuprindeau cantități proporționale cu numerele $2, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{7}, 1\frac{1}{2}$. Cît fîn se găsește în fiecare din cele patru clăi ?

Concursul la clasa VI, Suceava 1967

E : 2811. Se consideră un punct O, segmentele $OA = OB = 5$ cm și $AD = BC = 3$ cm pe dreapta (d).

a) Să se calculeze lungimea segmentului CD. Cîte soluții are problema ?

b) Se ridică o perpendiculară din O pe dreapta (d) și se ia pe această perpendiculară un punct P, care se unește cu A, B și cu extremitățile segmentului CD, cînd acesta are cea mai mare lungime. Să se demonstreze că triunghiurile APB și DPC sînt isoscele.

c) Să se demonstreze că triunghiurile ADP și BCP sînt egale.

Concursul la clasa VI, Suceava 1967

E : 2812. Pentru pietruirea unui drum s-au angajat 5 căruțași care pot cără pietrișul necesar în 20 zile. După 4 zile de lucru s-au mai angajat încă 3 căruțași. Cu cîte zile mai înainte de termen s-a cărat pietrișul necesar și cîți lei primește fiecare din ultimii 3 căruțași dacă împreună au primit 4200 lei și dacă primul căruțaș a făcut 85 de transporturi de pietriș pe distanța de 4 km, al doilea căruțaș a făcut 72 transporturi pe distanța de 5 km, iar al treilea căruțaș a făcut 100 transporturi pe distanța de 3,5 km.

Concursul la clasa VI, reg. Argeș, 1967 (*Eugen Dumitrache*)

E : 2813. Se dă triunghiul ABC cu unghiul A de 70 grade. Bisectoarele unghiurilor B și C se întîlnesc în punctul D. Să se afle:

a) Mărimile unghiurilor BDC.

b) Dacă $AD = BD$, ce devine triunghiul ABC?

c) Cîte grade are în acest caz unghiul C? Dar unghiurile ADB, ADC?

Concursul la clasa VI, reg. Argeș, 1967 (*E. Dumitrache*)

E : 2814. Dintr-un punct M exterior unui cerc de centru O se duc tangentele MA și MB. Știind că AB este de 14,4 cm și distanța MD de la M la AB este de 9,6 cm, se cere :

a) Lungimea tangentelor MA și MB.

b) Să se arate că triunghiurile MAD și OAD sînt asemenea.

c) Să se calculeze raza cercului.

d) Să se afle sinusul și tangenta unghiului AOM.

Concursul la clasa VII, Bacău 1967

E : 2815. Se dă expresia :

$$E = (a + b)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab}\right) : \frac{1}{ab},$$

a) Să se aducă expresia E la forma cea mai simplă.

b) Să se afle valoarea numerică pentru $a = -2$ și $b = 2,(6)$.

c) Pentru ce valori ale lui b expresia nu are valoare numerică?

Concursul la clasa VII, Bacău 1967

E : 2816. Fie date două cercuri O și O', de raze R și R' tangente exterior, avînd punctul de tangență T. Prin punctul T se duce o dreaptă variabilă care intersectează din nou cele două cercuri respectiv în A și A'.

a) Să se demonstreze că cele două tangente duse la cercurile date, în punctele A și A' sînt paralele.

b) Tangenta comună celor două cercuri taie cele două tangente în punctele B și respectiv B'. Să se demonstreze că triunghiurile ABT și $A'B'T$ sînt asemenea.

c) Să se demonstreze că patrulaterul $OBO'B'$ este trapez.

d) Pentru care poziție a dreptei variabile dusă prin T, cele două triunghiuri sînt dreptunghice? Să se calculeze în acest caz mărimile segmentelor AT și $A'T$ în funcție de razele celor două cercuri.

Concursul la clasa VII, Suceava 1967

E : 2817. Fie dată expresia algebrică :

$$E(x) = \frac{\dfrac{1}{2(x^2 - 6x^2 + 9)} - \dfrac{1}{x^2 - 9} + \dfrac{1}{2(x^2 + 6x + 9)}}{\left(\dfrac{2}{x - 15} + \dfrac{2x}{9 - x^2}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{2x + 6} - \dfrac{1}{3x + 9}\right)}$$

Să se aducă la forma cea mai simplă și să se calculeze valoarea numerică pentru $x = \frac{1}{5}$.

Concursul la clasa VII, Suceava 1967

E : 2818. Se dă expresia :

$$E = \left\{\left[\frac{2}{x-y} + \frac{x^2+x^2+2xy}{x^2-xy} \cdot \frac{2x}{x+y} : (x+y)\right] : \frac{4y^2}{y^2+x^2-2xy}\right\} \cdot \frac{x+y}{x-y}$$

Se cere :

b) Să se afle valoarea numerică a expresiei E adusă la forma cea mai simplă, cînd x este rădăcina ecuației

$$x - \frac{1-\frac{3x}{2}}{4} - \frac{2-\frac{x}{4}}{3} = 2$$

și

$$y = 2$$

c) Pentru ce valori ale lui x și y expresia nu are sens ?

Concursul la clasa VII, reg. Argeș, 1967 (*Petre Popescu*)

E : 2819. Se dă triunghiul dreptunghic ABC ($A = 90°$) cu $AC = 5$ cm și $\sin B = 0{,}5$. Se duce mediana AD și perpendiculara pe AD în punctul D, care întîlnește prelungirea lui AC în E. Prelungirea medianei întîlnește paralela dusă prin B la AE în F.

Se cere :

a) Mărimea unghiurilor triunghiului ADE.

b) Perimetrul triunghiul ABF.

c) Unghiurile patrulaterului $ABFE$.

d) Perimetrul patrulaterului $EDBF$.

e) Să se arate că triunghiurile BDA, EDC și ADC sînt echivalente.

Concursul la clasa VII, reg. Argeș 1967 (*E. Dumitrache*)

E : 2820. Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$ în care baza mare este de 10,5 cm, baza mică de $\frac{3}{2}$ cm și aria de 54 cm^2. Să se calculeze :

a) Înălțimea trapezului.

b) Mărimea unghiului ascuțit al trapezului.

c) Volumul corpului obținut prin rotirea trapezului în jurul bazei mici.

d) Aria totală a corpului de mai sus.

Concursul la clasa VIII, Bacău 1967

E : 2821. Fie expresia :

$$E(a) = a\left[\left(\frac{3a-1}{a+1} - \frac{a+1}{2a-2} + \frac{1}{2} - \frac{5a}{a+1}\right) : \frac{2a}{a-1} + 1\right]$$

a) Să se aducă expresia $E(a)$ la forma cea mai simplă.

b) Pentru ce valoare a lui a expresia $E(a)$ nu are sens?

c) Să se afle valoarea numerică a expresiei pentru $a = -1\frac{1}{2}$.

d) Pentru ce valoare a lui a expresia ia valoarea $\frac{3}{2}$.

e) Să se arate prin calcul că expresia (adusă la forma cea mai simplă) nu poate lua valoarea 1.

Concursul la clasa VIII, Bacău 1967

E : 2822. Considerăm dată prisma hexagonală regulată $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ cu aria laterală de 48 cm² și înălțimea de 4 cm. Se cere :

a) Unghiul format de segmentul de dreaptă $C'F$ cu planul bazei.

b) Proiecția segmentului CC' pe $C'F$.

c) Să se afle latura patratului care are aria egală cu aria totală a prismei.

Concursul la clasa VIII, Suceava 1967

E : 2823. Se dă expresia algebrică :

$$E(x) = \frac{\dfrac{1}{8+4x} + \dfrac{1}{8-4x} + \dfrac{(3x+3)^2}{x^2-4}}{\dfrac{0{,}5}{x^2-4x+4} + \dfrac{0{,}5}{x^2+4x+4} - \dfrac{8}{x^2-y^2}};$$

să se aducă la forma cea mai simplă și să se afle valoarea numerică pentru $x = 0{,}5$.

Concursul la clasa VIII, Suceava 1967

E : 2824. Se dă expresia

$$E = \left(\frac{\dfrac{x^2+xy}{x^2+xy+x^2} - \dfrac{y}{x-y} + \dfrac{2x^3+x^2y-xy^2}{x^3-y^3}}{\dfrac{x-y}{x} - \dfrac{x}{x-y}} \right) : \frac{x^3y^2}{x^3-y^2}.$$

a) Să se arate că $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$.

b) Să se aducă expresia dată la forma cea mai simplă.

c) Care sînt condițiile în care expresia dată E are sens.

d) Ce valoare numerică are expresia dată, adusă la forma mai simplă, pentru $x = -\frac{3}{4}$ și $y = \frac{2}{3}$.

Concursul la clasa VIII, reg. Argeș 1967 (*E. Dumitrache*)

E : 2825. Dintr-o prismă de metal triunghiulară regulată, cu latura bazei de 3 dm și înălțimea de 6 dm, se scoate o piramidă cu aceeași bază și aceeași înălțime cu prisma. Din metalul rămas se toarnă, prin topire, o nouă prismă triunghiulară regulată cu înălțimea de 1 dm.

Se cere : a) Latura bazei prismei obținute.

b) Dacă noua prismă se taie printr-un plan care trecere printr-o muchie a bazei și prin mijlocul muchiei laterale opuse, se cere aria secțiunii obținute.

c) Care este înălțimea minimă a formei în care s-a turnat prisma nouă, dacă prin răcire, metalul scade în volum cu 4%?

Concursul la clasa VIII, reg. Argeș 1967 (*N. Petrescu*)

CÎTEVA TEME PENTRU ACTIVITATEA ÎN CERCURILE DE MATEMATICĂ ŞI PENTRU STUDIU INDIVIDUAL LA ELEVII DE CLASELE V—VIII

Tematică pentru cl V—VI

Probleme de aplicare a c. m. m. m.c. şi c. m. m. d. c.; Metoda de rezolvare a problemelor de aritmetică; Divizibilitatea numerelor cu 7, 11, 13; Despre mulţimi; Exerciţii de aritmetică în care se aplică proprietăţile operaţiilor; Probleme de perspicacitate; Construcţii geometrice cu rigla şi compasul; Chestiuni complementare despre poligoane; Probleme de racordări; Simetria; Discuţia unor probleme de aritmetică, geometrie mai interesante; Despre mulţimi; Simboluri matematice; Locuri geometrice; Probleme de colinearitate şi concurenţă; Matematica şi măsurarea rîurilor, lacurilor etc. (Măsurarea lăţimii unui rîu, lac); Racordări, Probleme de curbură.

Tematica pentru cl. VII—VIII

Noţiuni elementare despre „funcţie"; Grafice, nomograme; Calcul aproximativ; Locuri geometrice; Puterea punctului faţă de cerc. Demonstrarea teoremei catetei, teoremei înălţimii şi teoremei lui Pitagora cu ajutorul puterii punctului; Ecuaţii diofantice; Probleme de maxim şi minim; Cubaje; Determinaţi de ordinul II şi III; Transformări geometrice; Elemente de logică matematică; Demonstraţia prin reducere la absurd; Geometria ajută aritmetica (probleme de aritmetică folosind cunoştinţe de geometrie), justificarea operaţiilor; Sisteme de numeraţie; Algoritmul lui Euclid; Despre vectori; În lumea distanţelor (probleme interesante de calcul al distanţelor); Valori medii; Complemente de calcul algebric (descompuneri mai complicate, identităţi mai complicate etc.); Trigonometria şi geometria în spaţiu; Probleme cu secţiuni; Matematicieni români: Viaţa şi opera; Unde e greşala (greşeli în demonstraţiile matematice); Probleme interesante în legătură cu echivalenţa figurilor; Trigonometria în practică; Demonstrarea unor teoreme din geometrie cu ajutorul ariilor; Criteriile de asemănare a triunghiurilor oarecare; Complemente de trigonometrie (valorile pentru sin 30^0,...etc.); Desfăşurarea unor corpuri; Mulţimi; Definiţii; Operaraţii. Reuniune, incluziune, intersecţie, apartenenţă. Exemple grafice.

Teme generale. Mari matematicieni români despre studiul matematicii (În special pe baza cărţii „Amintiri din viaţa de şcoală"). Probleme de mişcare. Chestiuni de cosmografie.

Bibliografie. *Gazeta matematică seria B. Ion Muşat şi C. Ionescu-Ţiu-* Exerciţii şi probleme de matematică pentru concursul de admitere în licee, E.D.P. 1967; *Gheba Gh.* Culegere de probleme şi exerciţii pentru examenele de admitere în liceu, E.D.P. 1967; *Dubnov* S.I. Erori în demonstraţiile geometrice Editura Tehnică, 1958; *Iasub B.* Geometria recreativă, Editura Tineretului 1954; Iosub B.—Aritmetica recreativă, 1957; *Mihail Botez*—Dimitrie Pompei — ed. tineretului 1963; *Mihail Şt. Botez* — Gheorghe Ţiţeica — Ed. Tineretului; *Olivotto I.* — Culegere de probleme de aritmetică E.D.P. 1964; *Perelman I.* Aritmetică distractivă — Editura ştiinţifică — Bucureşti 1965; *Perelman I.* Geometrie distractivă — Editura ştiinţifică Buc. 1965; *Perelman I.* Astrononmia amuzantă — Editura Tineretului 1959; *Steinhaus* — Caleidoscop matematic — Ed. Tehnică 1961; Jocuri şi probleme distractive de matematică. *Biblioteca societăţii de ştiinţe matematice;* 1000 de probleme distractive Walter Sperling.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME *

Pînă la 1 mai 1967 s-au mai primit soluții bune de la:

PLOIEȘTI Lic. 1 clasa X (urmare)
Nițu Gabriel (7931, 6, 8, 51, 3, 4, 65, 9, 70, 4, 81, 97), Nuțescu Adrian (7920, 3, 33—6, 57, 77—88, 90—4, 7, 9—8001, 3—7, 13, 8, 21, 6, 51—4), *Păun Ion* (7909, 14, 22, 3, 5, 8, 33, 4, 6, 40, 1, 60, 73, 4, 7—80, 2, 77, 93, 8001, 24, 51, 61, 3, 7, 82, 418, 97), cl. XI *Neguț Gh.* (7907, 13, 3, 8—32, 43, 4, 6, 8, 9, 57—60, 70—94, 6, 7, 8001, 4—7, 9—11, 3, 6, 21, 8, 9, 32, 5, 7, 9, 40) *Nicolae Aurelia* (7912, 8, 20, 1, 3, 56, 6, 8, 32, 3, 7, 57, 60, 4, 70 1, 5, 6, 83, 5, 8005, 20, 31, 2, 5, 44, 5, 7, 8, 58, 61, 5, 9, 74, 5, 8, 81, 2, 4, 5, 8, 110, 1), *Prelipceanu Minodora* (7913, 8—21, 3, 5, 7, 8, 31, 2, 44, 57, 9, 60, 3, 4, 70—2, 4—80, 2, 3, 6, 92, 3, 8001, 4—6), *L° 2* cl. XI Comarniciu Horia (2635, 7, 49, 51, 5, 61, 70—3, 5), Feher Eugen (2632, 3, 6—9, 41, 5, 50—2, 5, 7), Fică Mihai (2655, 70, 1, 3—5, 7, 9), Mariniciu Dragoș (2632, 3, 5, 6, 8, 9, 51, 3, 5, 9, 60, 73), Rozenfeld Adriana (2649—53, 5—7, 9), cl. VII. Antonescu Raluca (2632—4, 6, 8, 43, 2835), Bucheru Raluca (E : 2832—4, 8—41) 3, 7933), Fulga Cristian (2633, 4, 6, 8, 9, 43, 9, 50—3), Ionescu Felicia (2632—4, 51, 61, 3, 7, 70), Ioniță Gabriel (2632, 3, 6, 30, 2, 9, 57, 63), Negulescu Mihaela (2657, 9, 62—4, 70, 1, 5), Vasilescu Cătălina (2632, 4, 6, 44, 51, 61, 3, 4, 70), cl. VIII Marinoaie Veronica (2631, 2, 6, 8σ70, 5, 81, 4), Pastia Alex. (2639, 41, 3, 4, 61—5), Radnef Sorin (2631—4, 41—(3, 6, 50—5, 61, 3, 4, 70, 1, 4, 7933—5, 8019, 20), cl. IX Aleonte Ștefan (2666, 7, 7924, 32, 90, 7, 8018, 20, 75, 80, 91, 100, 1, 3). Ancelovici Ioland (2646, 65—7, 84, 7, 97, 7933—6 8019, 20), Bărbulescu Felicia (2665, 6, 8, 7933—6, 40, 1, 57, 8019, 20, 97, 9), Cazan Georgeta, 2646, 65—7, 84, 7, 7934—6, 78, 9, 82, 7, 93), Chirițescu Cristian (2684, 5, 7, 7932, 7, 70, 8, 90, 3, 8004, 11, 8, 20, 81, 4, 100, 1), Creițaru Adrian (2646, 57, 85, 7, 9, 7933, 5, 78, 80, 2 8020, 100), Iliescu Adrian (2646, 65, 7, 84, 7, 9, 7933, 5, 78, 80, 2, 97, 100, 1), Leibivici Moscu, (2667, 84, 7, 7933—6, 9, 8019—21, 99, 100), Lipănescu Costin (2645, 6, 65—7, 85, 7, 7934, 41, 9, 8019, 20, 97, 8, 100), Mănica Luciana (2665—5, 84, 7, 9, 7933—6, 8020, 98, 100), Marin Eugen (2646, 67, 84—7, 5, 7, 78, 80, 2, 7, 93, 8020, 97, 100), Mihalache Tudorina (2666, 7, 84, 7, 7933, 5, 6, 9, 41, 8097, 9—101), Moisescu Dumitru (2646, 65, 7, 87, 9, 7933, 5, 6, 1, 4, 8020), Popescu Mihaela (2646, 65—7, 7933, 5, 6, 78, 80, 82, 7), Rotaru Ion (2667, 84—7, 7933—6, 7978, 80, 2, 7, 93, 8014, 20), Sgraon Victor (2645, 6, 65, 7, 84, 7911, 33—5, 78,82, 7, 95, 8001, 10, 2, 54, 81, 100, 11), Stătescu Vivian (2665—7, 84, 7, 9, 7933—6, 41, 8019, 20, 95, (7—101), Ștefănescu Dan (2645, 6, 65—7, 7933—7, 44, 8019, 20), Ștefănescu Gh. (2646, 56, 7, 84, 7, 9, 7934—6, 78, 80, 2, 8020, 100, 1), Tomescu Maria (2646, 65—7, 84, 7, 7933, 6, 8020, 97, 8, 100), Vlad Valentina (2646, 65, 7, 7911, 33, 5, 6, 9—41, 78, 80, 27, 93, 8019). Zamfir Mihai (2646, 65—7, 87, 7933—6, 78, 872, 8019, 97, 8, 100), Bădăceanu Adriana (7913, 23, 5, 32—5, 9, 40, 80, 4, 8005, 21), *Brenner Mircea* (7907, 10—3, 6, 21, 4, 7 8, 30—9, 41, 3, 4, 6—9, 51, 3, 4, 7, 8, 60, 70, 2, 4, 6, 8017—20), *Bucur Teofil* (7907, 8, 12, 25, 21, 6, 7, 43, 8, 58, 70, 3, 4, 6—80, 2—8, 90, 1, 3, 6, 7, 9, 8000, 6—8, 8—21, 30, 1), *Cîrgioagă Teodora* (7928, 30, 7, 50, 3, 82, 3, 5, 7, 90, 1, 4—7, 9—8001, 4, 6, 8—11, 4, 5, 35, 47—50, 8, 61, 3, 70, 1, 8, 82, 4, 101, 3, 4, 7), *Orășeanu Laurențiu* (7908—9, 12, 3, 5, 8, 8—32, 49, 50, 3, 9, 60, 3, 4, 71—88, 90—3, 7—9, 4—7, 9,10, 5, 26, 8, 9, 31) Dinu Dumitru (7912, 3, 21, 3—5, 8, 31—7, 44, 8—50, 7), Duțescu Constantin (7911, 3, 28, 31—5, 9—41, 60, 76—8, 80), Florea Adrian (7978, 82, 6, 90, 3, 8001, 51, 78, 81, 8, 90,1, 7, 9—101), Iancu Filofteia (7974, 6, 93, 8020, 1, 8, 31, 45, 51, 8, 61, 3, 71, 8, 81, 2, 90, 100, 1), Ionescu Mihai (7913, 23, 5, 8, 31—6, 9, 40, 77, 8, 82, 6), Magheroiu Victoria (7925, 33, 5, 6, 44, 76, 8025, 51, 61, 81, 8, 90, 7, 100), Marinescu Mihaela (7907, 13, 23, 5, 8, 30—5, 40, 1, 3, 5, 60, 3), Mircea Eugen (7907, 13, 21, 4, 8, 57, 60, 76, 8, 87, 93, 8001, 28), Niță Gheorghe (7913, 23, 5, 8, 31—4, 57, 77, 8, 82, 6), Popovici Elena (7907, 13, 25, 31, 2, 5, 60, 4, 72, 6, 8, 80, 2, 5, 29, 31), Rotescu Mihai (7913, 23, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 7—41, 4, 7, 60, 4), Sorescu Gabriela (7936, 7, 9, 77—80, 2, 4, 7, 8, 90, 3, 6, 7, 9, 8004, 17, 9, 26), Teodorescu Nicolae (7978, 80, 8048, 61, 5, 75, 8, 81, 4, 8, 90—2, 8, 100), Toma Livia (7923, 5, 31, 3—7, 9—41, 4, 57, 64, 8019, 20) *Vișan Marian* (7918, 20, 3—5, 30—6, 9—41, 3, 9, 57, 70, 2, 4, 6—82, 4—91, 8019, 20, 45, 8—50, 61, 75, 8, 81, 4, 8, 90, 7—101), Zotta Ștefan (7910, 6, 23, 5, 8, 30, 1, 3, 6—41, 4, 7, 8, 60, 4, 6), *L.* cl. VI *Ștefănescu Dorin* (2631—9, 43, 6, 50—3, 5, 6, 61, 9—77, 9, 80, 9), cl. X *Stan Constantin* (7913, 20, 3—5, 8, 30—5, 40, 6, 7, 57, 8, 70, 2, 4, 6—8, 80—8, 90, 7—9, 8001, 4—6, 13, 8—21), *L. economic* anul I Drăbăț Viorel (2684, 7934—6, 40, 1, 86, 91, 8001, 97, 8, 100).

PLOPENI (Ploiești). cl. XI Drăgan Nicolae (7907, 14, 21, 44, 58, 9, 70—2, 6, 7, 83—6, 8006, 28, 51, 70, 1), *Petrache Gheorghe* (7907, 10, 8, 20, 5, 8, 32, 44, 57—9, 64, 8, 70, 1, 4, 6—87, 93, 9, 8004, 6, 10, 21, 8, 32, 45, 8, 60, 4, 5, 7, 70, 1, 4, 81, 4, 107, 9), (49) Liceul seral cl. IX *Mitrică Vasile* (7922, 3, 6, 9, 40, 9, 57, 8020—2, 54, 67, 70, 81, 91).

PODUL ILOAEI (Iași) *Sg.* cl. VI Pintilie Tănase (2631—3, 6, 43, 6, 50, 1, 5).

---

* Evidențiații sînt trecuți cu litere cursive

PODUL TURCULUI (Bacău) *Liceu* cl. VIII Grigoraș Helha (2650—2 5, 9, 62, 5, 70, 1, 3, 81, 2).

POIANA MARE (Oltenia). *L.* cl. X Diaconu Rodica (7907, 13, 6, 23, 5, 31—5, 7, 9—41, 4, 70, 2, 6, 7—80, 2—7, 90—3, 8001, 4, 9, 10, 2, 4, 19—21), *Olaru Mircea* (7913, 4, 23, 5, 8, 31, 3—5, 8—41, 8, 9, 56, 7, 64, 72, 6—8, 80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 8000, 1, 4, 19—21, 3, 5, 89).

POPEȘTI (Crișana). *L.* cl. VI Pop Mariana (2632, 3, 6—8, 51, 7, 9, 60, 70, 1).

POLANGA (Argeș). *Ș.g.* cl. VII Stănescu Ileana (2635—44).

PROBOTA (Iași). *S.g.* cl. VII Postolache Adrian (2632—4, 6, 51, 7, 62, 5), cl. VIII Mocanu Maria (2632, 4, 57, 70, 1, 7873, 933, 5), Paraschivescu Nicoleta (2632, 3, 6, 7, 9, 46, 62, 7).

POSADA (Ploiești). *S.g.* cl. VI Binlică Angela (2635, 7, 9, 43, 9—53, 9) cl. VIII Piciorea Radu (2643, 62, 5—8, 81—4, 934, 6, 7, 40, 1, 9, 57, 8017—20, 97, 100).

POTCOAVA (Argeș). *L.* cl. X Ciucu Ion (7931, 6, 67, 74, 7, 90, 8001, 4, 51, 8, 75, 81. 8, 100, 17).

POTIGRAFU (Ploiești). *S.g.* cl. VI Mihai Florentina (2632—4, 6, 8, 51, 3, 9—61, 70, 1), cl. VII Mihai Cornelia (2636, 40, 1, 60, 3, 6, 70, 1, 81), cl. VII Ghinea Rosmarina (2640—3, 56, 7933—5), Vasile Gherghina (7933, 5, 40—4, 6, 8020).

PUCHENII MARI (Ploiești). *S.g.* cl. VII (2635—41, 3, 53, 7), Rață Iulian (2636—43, 53—5, 7, 8, 63), cl. VIII Manole Elvirel (2643, 4, 6, 7, 7933—5, 41).

PUCIOASA (Ploiești). *S.g. 3* cl. VII Stîngaciu Dan (2600, 1, 4, 5, 7—9, 11, 23), cl. VIII Sorescu Ovidiu (2639—47), cl. X Duță Romeo (7933, 5, 6, 77—80, 2, 6, 7, 8004, 10, 20), cl. XI Despa Ion (7911, 8, 21, 2, 8, 9, 31, 441, 9, 50, 50, 3, 4, 70, 6—93, 5, 6 8004—7, 9), *Tabacu Ion* (7909, 11, 22, 6, 8, 31, 2, 44, 7 50, 60, 60, 70, 6—8007, 9—11),

RĂCARI. (București). *L.* cl. X Nițescu Al. (7939, 40, 4, 8, 72, 6, 8021, 2, 8, 9, 51, 6. 88, 114).

RĂDĂUȚI. *L. 1* cl. X Caciuc Constantin (7923, 5, 8, 30, 1, 3, 7—40, 4, 9, 57), *L. 2* cl. VIII Hollinger Sergiu (2632—4, 6, 8, 9, 43, 51, 2, 4, 5).

RĂUȘENI (Suceava). *S.g.* cl. VII Roșu Maria (2636, 8, 9, 43, 5, 7, 9, 62, 3, 81, 3).

REGHIN. *S.g.* cl. VIII Chiciudean Anton (2639, 41—3, 5, 6, 58, 9, 62, 4, 5, 77, 8, 80, 1, 2, 5, 7, 35, 41).

REȘIȚA. *S.g. 1* cl. VI Sulea Dorina (2634, 5, 7, 54, 7, 60, 72, 3), *S.g. 3* cl. VII Man Eugenia (2636, 7, 9, 41, 3, 59, 63, 7933, 57), cl. VIII Sîrbu Mihai (2643, 6, 53, 65, 80, 3, 7933, 5), *S.g.* cl. VII Popescu Viorel (2632, 6, 44, 63, 64, 70, 1), *S. g.* 8. cl. VIII Borteanu Barbara (2638, 45, 6, 70—2, 80, 2), Bornuz Dan (2633, 6, 8, 43, 51, 7, 63,70, 1), Caraben Dorin 2, 632, 3, 43, 51, 66, 7, 71, 2), Julea Caramen (2632—4, 43, 51, 6, 8, 66, 7, 71—3, 87, 1), Laza Maria (2632—4, 70, 1, 4, 83, 7900, 34), Opaschi Carmen (2631—5, 55, 69, 70—2), Tudor Maria (2632—4, 8, 42, 50, 1, 7, 8, 60, 70, 1, 2, 8, 82, 3, 9), *L. 1* cl. IX Fekete Otto (2641, 6, 7913, 32—5, 7, 9, 41, 4, 70, 8018, 20), *L. 2* cl. VI Laiu Angela (2632, 6, 8, 70, 1, 3, 5, 7,) cl. VII Ciortuz Petronela (2655, 9, 60, 74, 5, 7—9, 86).

RICIU (Reg. Mureș Aut. Maghiară). *S.g.* cl. VI Cordaș Trandafir (2580, 4, 631, 4, 6, 7, 67, 8).

RÎMNICU SĂRAT. Absolvent Apostol Ovidiu (7931, 3, 49, 70, 7—80, 3, 5, 90, 8004-18, 28, 9, 31, 51, 61, 9, 70, 2, 4, 5, 81, 90, 9, 8101, 3, 7, 11, 2, 5, 24), *L. 1* cl. X Răduță Fănică (7933—6, 9—41, 49, 8018, 20, 1, 97, 8, 100, 101), Roșca Adrian (7923—5. 8, 74, 8020, 1, 2, 6, 8, 48, 51, 8, 61, 81, 4, 8, 90, 110), cl. XI Pacsis Gloria Spînu (7529, 976, 8021, 2, 48 51, 8, 9, 60, 7, 88, 90), Thoma Famian (7921, 8, 76, 8, 85—61, 8, 81, 90), *L. 2.* Gheroma Aurelia (7918, 20, 2, 5, 64, 74, 5, 8049, 52, 6, 9, 61, 3, 5, 75, 81, 4, 8, 90, 1), Mocanu Guță (7904, 18, 20—2, 43) 72, 4, 7—81, 3, 4, 8026, 8).

RÎMNICU VÎLCEA *S.g. 1* cl. V Rădulescu V. Relu (2631—6, 8, 43, 6), *S.g. 2* cl. VI Trană Dan (2632—4, 6—8, 53, 7, 64, 70, 1) *S. g. 4* cl. VI Gheorghiță Doru (2632, 3, 8, 51—3, 7, 65, 9, 70, 1, 80, 1), *S.g. 5* cl. VII Sitoiu Marioara (2601, 2, 36, 8, 9, 41, 2, 3, 57, 8, 63), Culea Nicolae (2636, 8, 43, 57, 8, 9, 60, 2, 3), Balici Candidi (2636, 43, 57—60, 74, 5, 81, 3), Andrei Eugenia (2653—4, 9, 60, 2, 3, 72, 5, 83), Ionescu Lucian (693, 50—18, 5—2, 7), *L. 1* cl. IX Iordăchiță Vasile (2666, 7, 84, 7, 7933—6, 8, 404, 8019, 20, 99, 100), cl. X *Popian Crișan* (7920, 36, 49, 70, 1, 4, 7—80, 2, 4—8, 90—3, 7, 8001, 4, 6, 10, 11, 8—20, 3, 6, 8, 9, 32, 51, 75, 8, 81, 8, 90, 100), Butucea Ovidiu (7920, 1, 34, 6, 57, 78, 80, 2, 5, 8, 8004, 14, 51, 70, 88, 90, 7, 100, 1), Diaconu Nicolae (7913, 23, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 5, 9, 41, 57, 60, 4, 74, 6), Pîrvu Stelian (7913, 20, 3, 5, 32, 3, 6, 41, 4, 57, 78, 80, 2, 7, 8, 91, 3, 5, 6, 8004, 5, 20), *Toma Ștefan* (7907, 14, 21, 30, 7, 9, 41, 74, 93, 7, 99, 8000, 1, 5, 7, 19, 21, 2, 6, 8, 31, 48, 51, 3, 460, 3, 70, 8, 81, 4, 8, 90, 1, 7, 9, 8101, 4, 7), Vladu Paul (7912, 25, 8, 33, 5, 6, 40, 4, 9, 57, 9, 8018, 20—2, 21), Stelea Nicolae (7913, 25, 32, 3, 5, 6, 78, 82, 8020, 8, 32, 69, 70, 5, 88, 90, 9), Loteanu Bujor (7923, 5, 8, 40, 1, 77, 8, 82, 90, 1, 3, 8001, 20, 6, 51),Stoenescu Dorel (7918, 20, 34, 6, 44, 57, 77, 8, 80, 2, 6, 90, 8000, 4, 10), Cernea Gheorghe (7911, 3, 20, 3, 5, 32, 3, 6, 41, 4, 57, 78, 80, 2, 4, 7, 90, 91), *L. 2* cl. VI Ancuța Dan (2653—60), Grigorescu Mihaela (2631—4, 6—9, 43), Marinescu Mircea (2638, 43, 6, 51, 2, 61, 4, 9, 70, 72, 73, 5), Teodorescu Mariana (2631—4, 6—8, 43), cl. VII Alexanridis Ioana (2632, 3, 6, 8, 40, 51, 76,

80), Dinculescu Viorica (2632—8, 50, 43), Grigorescu Carmen (2632—4, 6, 8, 9, 43, 5), Isvoreanu Marinela (2631—4, 40, 1, 61, 3), Nadolu Mircea (2632, 3, 6, 78, 40, 3, 2, 60, 3), Oistol Cristiana (2632—41, 3, 61, 3, 6, 7), cl. VIII Negoiţă Doru (2640, 1, 3, 5, 6, 61, 2, 3, 5, 6, cl. IX *Stoican Viorel* (2665—7, 83—7, 89, 7933—5, 37, 9—41, 4, 57, 78, 80, 2, 6, 39, 9, 8001, 18—21, 6, 93, 100, 3, 4, 6), Dincă Sorin (2645, 6, 65—7, 84, 5, 7, 9, 933—6, 9, 40, 1, 8019—21, 95, 7—9, 100, 1, 4). Cotoarbă Dănuţ (2666, 7, 84, 5, 7, 7933, 4, 8018, 20, 8097, 9, 100, 1), Bertea Mariana (7925, 33, 5, 6, 7, 9, 40, 57, 78, 85, 6, 8020, 6 31, 51, 80, 90, 8, 100), Dinescu Mihaela (7925, 933, 5—7, 50, 57, 76, 85, 6, 8020, 6, 31, 51, 88, 90, 8, 8100), cl. XI Marinescu Silvia (7949, 919, 26, 9, 63, 70—2, 4, 5, 8044, 5, 8, 60, 1, 60, 78, 9, 81, 2, 4, 7, 8, 131, 3, 4, 7, 8, 41—3, 5, 7, 8), Popescu Bebe (7918, 20—3, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 63, 4), Şerban Vergiliu (7918, 20—3, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 62, 4), Ţuca Marius (7918, 20—3, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 62, 4), *L. 1.* cl. IX Constantin Petre (2667, 8, 2, 4, 7, 7995, 6, 8004, 101, 71), cl. X Asan Ion (7920, 1, 5, 33—6, 78, 9, 80, 2, 8004, 14, 51, 88, 90, 100, 1), Bărăscu Dumitru (7930—2, 7, 64, 72, 8021, 48, 51, 61, 81, 8, 90), Ilescu Florea (7867, 74, 9, 925, 32, 3, 5, 47, 57, 78, 80, 5—7, 93, 8018, 20), Lăzărescu Traian (7993, 8006, 26, 48, 51, 61, 78, 81, 4, 8, 90, 8, 9, 100), Nadolu Virgil (7904, 41, 3, 4, 23, 5, 8, 30, 1, 6, 9, 40, 1, 4, 5, 7, 64), Olteanu Dumitru (7920, 5, 57, 78, 80, 2, 4, 7, 8, 91, 5, 6, 8004, 5, 71), *Filivea Mihai* (7904, 11—4, 23, 5, 8, 30—2, 6, 9, 40, 1, 4, 64, 74, 8, 9, 80, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 9, 8001, 4, 11, 9, 20, 2, 8), cl. VI Zinelle Daniel (2631—8, 43, 6), cl. IX Popescu A. Adrian (2665—7, 84, 9, 9018, 9, 20, 95, 7—9, 100), cl. X *Birţă Mihai* (7923, 5, 8, 31, 40, 1, 53, 7, 60, 4, 72, 82, 5, 7, 8, 10, 1, 3, 8001, 19, 20—2, 8, 48, 51—4, 61, 7, 8, 90, 1, 7), Boldeanu Florian (7925, 31, 3—6, 8—41, 8020, 99), Ignat Florin (7923, 5, 31, 3—6, 8—41, 51, 7), Muşat Ana (7923, 6, 8, 33—5, 6, 8020, 51, 61, 88, 90), Tărfuică Lavinia (7911, 3, 20, 3, 5, 8, 31—3, 5, 77—80, 2—5, 7, 8006, 28, 60, 48, 5, 88, 90), *S.g.* cl. V Ciobescu Carmen (2631—4, 51, 2, 70), Loteanu Gabriela, (2631—4, 51, 2, 70, 1), Veleanu Felicia (2631, 2, 43, 51, 1, 7), Mihalcea Emilian (2631, 2, 4, 66, 8, 9, 43), cl. VII Matei Laurenţiu (2653—5, 7—60, 3, 4). Mazilu Florin (2653—5, 7—9, 61, 3, 4), Schiopu Constantin (2653, 5, 7—9, 61, 3, 4), Marinescu Marian (2643, 5, 6, 61—5, 7. 8019).

RÎŞNOV (Braşov). *L.* cl. XI *Lupu Nicolae* (7907, 9, 12, 8, 9, 21 3, 5—30, 2, 44, 71—3, 5, 6, 8039, 43—5, 7, 8, 51, 60—2, 65, 81, 8, 90).

ROBĂNEŞTI (Oltenia). *S.g.* cl. VI Andronescu Florinel (2632, 3, 6, 8, 31, 2, 9, 60, 70, 1).

ROMAN. *S.g. 1* cl. V Creţu Olguţa (2632—4, 43, 50, 1, 70, 1), *S.g.* cl. VIII Pasnicu Iosefina (2669—76, 80, 1, 4). *L. 1* cl. IX Duminică Vasile (2684, 5, 7, 7933—6, 8020, 97, 9, 100, 1), Zămescu Gh. (2646, 7, 67, 84—7, 7933—6, 9—41, 8020, 97, 100), cl. X Patriche Elena (7912, 25, 8, 35, 7, 41, 78, 80, 2, 5, 6, 91, 3, 8020). *L. 2* cl. X Bucur Elena (7920, 1, 3—58, 31 31, 3, 5, 9, 40, 1, 3, 9, 57), *Iavorschi Anton* (7910, 12, 3, 20, 1, 5, 31—5, 7, 9, 40, 3, 60, 78, 8, 9, 82, 5, 7, 91, 3, 8020, 8, 72, 51, 80, 1, 100), Iavorschi Iosif (7910, 12, 3, 20, 1, 5, 31—5, 7, 9, 40, 3, 57, 60, 76, 8, 9, 80, 2, 4, 5, 7, 91, 3, 8020, 8, 51, 80, 100), cl. IX Tihon Sava (2687k 7912, 33—6, 41, 77, 8020, 97, 100, 1), cl. X Pricop Ana (7912, 3, 25, 8, 33—6, 9, 40, 1, 3). *S. g.* cl. VIII Platon Emilian (2639, 42, 3, 5, 7935—5, 40, 1, 9, 57), *L. 1* cl. IX Costachescu Mihaela (2667, 84, 5—7, 7933, 5, 6, 8075, 81, 91, 5, 100), Pelin Eugen (2706, 7, 8, 7933, 5, 6, 9, 40, 1, 8018, 20, 100). cl. X *Paraschiv Ioan* (7912, 3, 20, 3, 5, 8, 35, 6, 9, 41, 6, 57, 60, 3, 77—80, 2, 5—8, 7, 8001, 10. 8, 20, 1, 8, 31, 48, 51, 67, 81, 28, 40), Postăvaru Valentina (7908, 34, 9, 41, 57, 64, 74, 7—80, 2, 57, 91, 3, 8020), Radu Panaite (7941, 57, 60, 8020, 31, 48, 51, 57, 81, 8, 90, 7, 9, 100, 1), Rusu Dorică (7912, 3, 23, 5, 31, 4, 6, 40, 44, 57, 76—8, 80, 2, 591, 8004, 20, 1), Simionaş Vasile (7912, 20, 3, 31, 3, 5, 9, 40, 60, 77, 8), Slir Ioan (17912, 3, 8, 31, 40, 57, 78, 9, 90, 3, 4, 8004, 20).

RĂDĂUŢI. *L. 2.* cl. VIII. Tofei Livia (2640, 3, 5, 61, 3—6), cl. IX Gutman Marcel (2645—7, 7840, 911, 33—6, 8, 9, 41), cl. X Caşu Vasile (7910, 3, 20, 3—5, 8, 30, 1, 3, 5, 7, 9, 40, 1, 9, 57, 60). Istrate Vasile (7912, 3, 21, 3, 5, 31, 3, 5, 7, 40, 56, 7, 82, 93, 8018, 20), Tihon Sava (2684, 704, 5—8, 80, 8019, 81, 98, 9, 138, 61).

ROMANEŞTI (Ploieşti). *S.g.* cl. VII Ion Dumitru (2632, 3, 6, 51, 7, 70, 1, 2, 4, 5), cl. VIII Florea Maria (2632—4, 50, 1, 69, 70, 1).

ROMANEŞTI (Iaşi). *S.g.* cl. VIII Neagu Constantin (2661—3, 5, 80, 2—4, 7, 9).

ROŞIA MONTANA (Cluj). *S.g.* cl. VIII Ciura Carmen (2639, 41, 3, 62—5, 80, 1).

ROŞIORII DE VEDE. *S.g.* cl. VII Truică Nelu (2634, 6, 43, 61, 3, 6, 70, 1, 1, 83), *L. 1* cl. VI Rădulescu Cornel (2632, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 41, 3, 5, 6, 51, 3, 5, 9, 60, 2, 74), cl. IX Atănăsescu Domnica (2646, 66, 7, 83, 4, 7, 908, 33, 6, 80, 2, 8020, 68 91, 7, 8, 100, 111), Badea Marian (2645—7, 67, 84, 7, 9, 933—4, 6, 9, 40, 1), Chivu Gabriela (2646, 66, 7, 84, 7908, 33, 6, 80, 2, 8097), Leoveanu Elena (2645, 7, 65, 6, 7, 84, 7, 9, 7933, 4 6 94, 8019, 20, 97, 8 100), cl. X Dumitrescu Marius (7925, 36, 39, 40, 1, 82, 5, 90, 9, 8022), Popescu, Gheorghe (7913, 23, 5, 31, 3—4, 9, 49, 57, 77, 80, 2, 4—7), Taiachin Maria (7923, 8, 5, 31—3 8018, 9, 20, 48, 51, 65, 88, 190), Truică Ştefan (7910, 28, 36, 78, 80, 2, 5, 99, 8001, 4, 10, 19, 22), Burcescu Mihaela (7923, 5, 34, 72, 8048, 51, 2, 3, 4, 65, 81, 90), *Goleşteanu Dan* (7912,

23, 5, 8, 31, 3, 4, 9—41, 4, 9, 57, 60, 4, 72, 6—8, 80, 2, 4—7, 9, 90, 3, 7, 8004, 5, 10, 18, 20, 1, 6, 8, 31, 2, 43, 8, 9, 51, 2, 4, 8, 61, 5, 71, 5, 82, 8, 90, 5, 7, 100, 1, 3, 11, 6), Mitran Ion (7923, 5, 8, 31, 4, 6, 9, 41, 4, 5, 57, 8048, 51, 54, 88, 97), *L. 2* Bereanu Elefterie (7911, 23, 5, 8, 31, 3—7, 44, 6, 7, 8051, 61, 88, 90), Popescu Aurelian (7923, 5, 31, 3—7, 941, 57, 8041, 51, 61, 5, 7, 88), *Tumbea Ovidiu* (7923, 5, 8, 31, 34—7, 9, 41, 4, 57, 64, 72, 6, 8, 82, 5, 6, 91, 9020, 48, 51, 61, 5, 78, 88, 90, 1, 5, 7, 8, 8100, 1).

SALCIA (Bucureşti). cl. X *Neşu Ionel* (7925, 36, 7, 8, 9, 40, 6, 9, 74, 92, 5, 8008, 20, 2, 8, 50, 1, 2, 3, 4, 71, 5, 91, 7, 8, 8100, 1, 3, 4, 7, 9).

SALONTA (Crişana) cl. IX Tendari Gheirghe (2665, 87, 7933, 4, 5, 6, 41, 8020, 95, 7, 9, 100, 1), l. X Chiş Ioan (7911, 39, 40, 1, 57, 8020, 1, 49, 51, 61, 5, 88, 90), Marţi Floarea (7916, 36, 8048, 51, 6, 61, 5, 88, 90, 5, 7, 9, 8100, 1), Paler Gheorghe (7911, 23, 5, 9, 31, 2, 3, 4—6, 9, 57, 8020, 51), cl. XI Cherches Livia (7976, 8, 85, 93, 8005, 6, 28, 45, 7, 8, 51, 61, 25, 2, 5, 81, 2, 4, 8, 90), Danciu Mihai (7907, 21, 2, 8, 63, 70, 1, 3, 4, 5—7, 8, 83, 8, 8009), Tamba Maria (7907, 22, 71, 3, 5, 7, 8, 83, 90, 8006, 48, 51, 61, 88, 90). *L.* cl. X Feier Nicolae (7931, 6, 9, 41, 57, 8020, 48, 51, 6, 65, 90, 100), cl. X Oraş Gheorghe (7911, 2, 31, 5, 6, 9, 40, 57, 8021, 8, 51, 65, 97), Porumb Gheorghe (7923, 5, 8, 32, 3, 5, 6, 9, 41, 8051, 90, 5, 100), Sav Liviu (7913, 36, 57, 8048, 51, 6, 61, 88, 90, 5, 7, 9, 8101), Vereş Ioan (7916, 30, 5, 6, 9, 40, 55, 79, 80, 6, 90, 9, 8020), cl. XI Moţoc Floarea (7907, 73, 7, 8, 9, 83, 8, 90, 8006, 9, 48, 516, 61, 5, 81, 8, 90).

SATU MARE. cl. VIII Pismiş Rodica (2632, 45, 63, 5, 6, 7, 7933, 4, 5), *S.g. 8* cl. VII Török Alexandru (2636, 40, 1, 3, 55, 6, 7, 8, 60, 3), cl. VI Mureşan Daniela (2655, 9, 60, 3, 72—5, 81), *S.g. 10* cl. V Gorbe Victor (2651—3, 5, 7, 63, 70, 1), cl. VIII Altfater Ana (2032, 34, 51, 8, 9, 7933—5). Arsene Valentina (2650, 1, 3, 8, 60, 6, 7, 7934, 5), Crişan Marius (2650—2, 5, 7—60, 3, 6, 7), Klain Magdalena (2632, 4, 51, 2, 8, 9, 60, 1, 6), Kotai Eriko (2651, 2, 3—5, 7—2). Mihalcea Teodor (2632, 3—6, 49, 51, 9, 60, 7933), *L. M. Eminescu* cl. IX Bretean Dorin (7933, 5, 6, 8, 9, 97, 8, 7982, 8020, 8100, 1, 2), *Iordan Andrei* (7907, 8, 10, 1, 2, 3—20, 1, 3—5, 7, 8, 9, 30—40, 1, 4, 6, 8, 9, 51, 3, 7—60, 4, 6), Kiss Tiberiu (7924, 33, 4, 5, 6, 8, 9, 41, 6, 7, 8, 80, 2, 6, 8020), Maiorescu Dan (2646, 66, 7, 7833, 4, 5, 6, 40, 1, 8018, 9, 20), Mică Ovidiu (2646, 65, 6, 7, 7933, 4, 5, 6, 8, 41, 78, 80, 2, 8020), Mitaru Angela (7911, 2, 20, 4, 32, 3, 4, 32, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41, 4, 9, 57), cl. X Bathori Iosif (7911, 3, 9, 20, 3, 5, 31, 8, 9, 40, 58, 64, 5), Cîmpeanu Victoria (7918, 21, 3, 5, 33, 5, 57, 8007, 15, 20, 2, 8), Darida Ioan (7913, 20, 3, 5, 31, 8, 40, 1, 9, 78, 80, 8, 99, 8001), *Iacob Margareta* (7911, 4, 5, 24, 7, 8, 35, 6, 9, 40, 1, 9, 53, 8, 9, 60, 4, 70, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 82, 4, 5, 6, 67, 88, 93, 6, 7, 8000, 1, 3, 7, 11, 9, 20, 1), Kirner Eva (7920, 3, 5, 32, 57, 64, 72, 6, 7, 8, 80, 2, 7, 88, 93, 7, 8020, 41, 8, 61, 5, 61, 5, 7, 88, 90), cl. XI *Noje Georgeta* (7907, 18, 9, 20—5, 8, 30, 1, 2, 44, 63, 4, 70, 1, 5, 7, 8, 9, 80, 2, 3, 4, 5—9, 93, 8005, 6, 9, 32, 45, 61, 60, 1, 5, 75, 8, 1, 88, 90, 91), *Oprea Viorica* (7918, 9, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 30, 1, 2, 44, 56, 9, 60, 70, 1, 3, 75, 6, 8, 9, 8020, 8021, 5, 8, 32, 43, 8, 57, 8, 61, 71, 5, 88, 90), Stabó Tamas (2645, 6, 7, 65, 7, 7933, 4, 6, 8, 9, 41, 8019, 8030), *L. 2* cl. X Hutter Ecaterina (7923, 5, 31, 3, 6, 7, 9, 57, 74, 8, 80, 4, 93, 8003), Mureşan Rodica (7923, 31, 4, 5, 6, 77, 8, 82, 4, 5, 6, 7, 93), Telegdy Nicolae (7923, 5, 31, 3, 4, 6, 78, 80, 2, 5, 6, 90, 1, 3, 8001, 15), Trifu Ioan (7923, 5, 31, 3, 4, 6, 78, 80, 2, 5, 6, 90, 1, 3, 8001, 15), *L. 3* cl. VIII Remetean Vasile (2639, 58, 9, 60, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 70, 1, 4, 7934), *L.* cl. X Agostan Margareta (7923, 5, 32, 64, 76—8, 80, 2, 7, 93, 7, 8003, 20, 51, 65, 7, 90), Resteman Viorel (7923, 5, 34, 6, 41, 79, 82, 5, 6, 7, 8, 94, 7), cl. XI Rosenbeck Agneta (7912, 20, 1, 5, 30—3, 57, 62, 4, 70, 1, 6), Sălăgeanu Rodica (7923, 5, 31, 3, 5, 6, 9, 78, 84, 8014, 51, 3, Vajda Zoltan (7932, 4, 6, 41, 64, 76, 8, 9, 80, 2, 7, 8, 93, 8003, 20, 6, 51, 8, 65), Zghiar Alexandru (7923, 5, 32, 6, 64, 76—8, 80, 2, 5, 7, 93, 7, 8020, 51, 65, 84, 9).

SANTA MARE (Suceava). *S.g.* cl. VIII Axinte Dumitru (2633, 9, 51, 2, 7, 70, 1, 82).

SĂBOANI (Bacău). *L.* cl. VII Dămoc Tereza (2636, 53, 5, 7—9, 61—3), cl. IX Frînghiu Virgil (2645, 6, 65, 7, 84, 7, 9, 7933—6, 9, 40, 8019, 20, 97, 9, 100, 1).

SĂCELE (Braşov). cl. VI Dobre Eva (2631, 2—8).

SĂCELE (Dobrogea). cl. VIII Croitoru Magdalena (2632—4, 6, 7—9, 41, 3, 5, 6, 50, 1, 2, 3, 7, 9, 60, 3, 6, 7933, 4, 5, 41), Marcu Olimpia (2631, 2, 3, 4, 6, 9, 43, 50, 1, 2, 5, 7, 8, 60, 2, 3—5), Marin Vileta (2632, 4, 6, 8, 43, 51, 2, 3, 61, 4, 70, 1).

SĂVENI (Suceava). cl. IX Cojocaru Dumitru (2647, 67, 7933, 4, 6, 41, 78, 82, 6, 7, 8001, 18, 20, 41), Stiucă Dan (2632—6, 8, 51, 5, 9, 60, 9, 71, 4), cl. XI Grădinaru Valentin (7907, 11, 4, 8, 21, 5, 8, 31, 3, 4, 5, 41, 8020, 2), cl. IX Olga Piloş (7933, 4, 5, 9, 41, 8018, 9, 20, 2665, 6, 7), Topală Iulia (7933, 4, 5, 9, 8018, 9, 20, 8101), cl. VI Cazacu Dorin (2632, 4, 6, 49, 51, 9, 60, 72).

SEBEŞ (Hunedoara). *S.g.* cl. VIII Marcu Dan (2639, 43, 6, 61—3, 7, 70, 7977, 8, 80, 2, 6, 7), *L.* cl. IX Pădurean Carmen (2646, 67, 84, 7, 933—6, 77, 8, 80—2, 4, 6—8, 8020, 98), Radu Liana (2646, 67, 84, 7. 977, 8, 80—2, 4, 6—8, 20), Sucui Dumitru (2645—7, 66, 7, 84, 7, 7933—6, 9—41, 8019, 20. 57), Kentsch Roland (7043, 5, 8, 9, 51, 8, 61, 88, 90, 7, 9,

100), cl. X Szakacs Andrei (7910, 11, 23, 5, 8, 31, 3—42, 4, 9, 51, 7), *L.* cl. IX Chişu Tania (2684, 7, 7933, 5, 6, 77, 80, 8, 1, 2, 4, 6—8, 8019, 98, 9, 100, 1), Maniu Ulpia (2646, 65, 84, 7, 7933—6, 40, 57, 78, 9, 82, 8067, 97, 8, 100, 1), cl. X Radu Florin (7914, 28, 31, 4—6, 41, 8020, 97, 8, 100), Schumann Robert (7970, 8020, 43, 5, 8, 9, 51, 8, 61, 7, 75, 88, 97, 9, 100).

SEBEŞ ALBA (Hunedoara). *L.* cl. X Maniu Aurel (7911, 23, 5, 31, 3—6, 40, 1, 2, 51, 7—9, 80, 2, 5, 6, 8, 9, 23, 9, 800, 9, 800, 4, 5, 18, 21, 7, 9).

SEBIŞ (Crişana). cl. IX Ardelean Dan (2684, 7, 7933—6, 9, 44, 57, 78, 8020, 99, 100), Cădaru Dorel (2684, 7, 7933, 5, 6, 9, 44, 57, 78, 8020, 99, 100), Cociu Nicolae (2645, 6, 67, 7935—6, 40, 1, 4 93, 8019—21), Lucaci Gheorghe (2646, 66, 7, 7933—6, 33—41, 4, 57, 8021), Tudoran Viorel (2666, 7, 85—7, 7933, 5, 6, 9, 41, 4, 57, 78, 82, 6, 8020, 99, 100), cl. X *Anamaria Pricha* (7123, 8, 30, 5, 41, 4, 9, 77, 8, 80, 2, 6, 90, 3, 8020, 2, 9, 31, 43, 8, 51, 6, 8, 60, 5, 75, 81, 2, 8, 90, 1, 1034, 16), *Bădău Nicolae* (7913, 23, 8, 31, 3—7, 9, 41, 4, 6, 9, 50, 2, 7, 74, 6—80, 2, 5—8, 90, 1, 3, 7, 8, 8001, 5, 19, 20, 9, 31, 43, 8—54, 6, 8, 61, 5, 75, 81, 2, 4, 7, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 1, 11, 6), *Bătrîna Lenuţa* (7913, 20, 3—5, 8, 30—5, 7, 8, 40, 1, 4, 9, 57, 70, 7, 8, 80, 2, 6, 90, 3, 8020, 2, 8, 9, 31, 43, 51, 8, 60, 1, 5, 75, 81, 8, 90, 100, 1, 3, 4, 111, 6), Bogdan Maria (7923, 5, 8, 31, 3, 5, 49, 78, 80, 93, 8020, 43, 8, 51, 8, 61, 6, 88, 90, 108, 116), Codrean Nicolae (7925, 49, 57—80, 2, 5, 8, 97, 8020, 1, 51, 61, 75, 88), Dan Mircea (7823, 5, 7, 35, 78, 913, 23, 31, 3, 5, 7, 44, 9, 57, 8020, 1, 2), Drzia Ion (7913, 20, 3, 5, 8, 30, 1, 3—7, 9, 40, 1, 9), *Gurban Florica* (7913, 20, 3—5, 8, 31, 3—7, 9, 41, 4, 9, 57, 70, 7, 8, 80, 2, 90, 8019, 20—2, 9, 48, 51, 8, 60, 1, 75, 88, 90, 5, 7, 9, 100, 1, 11, 16), Moţică Ioan (7925, 31, 3, 40, 1, 77—80, 2, 5, 8, 90, 7, 8010, 20, 1, 51, 6), Mureşan Nicolae (7913, 20, 3—5, 8, 30, 1, 3—7, 9, 40, 9, 57, 60, 72, 7, 8, 80, 2, 5, 90, 3, 4, 7, 8006, 20, 1, 6, 8, 9, 31, 43, 8, 51, 3, 6, 8, 60, 1, 5, 75, 81, 2, 8, 90, 1, 9, 111), Şerb Florica (7923, 49, 57, 78, 80, 5, 8, 8019, 20, 43, 8, 51, 6, 8, 61, 74, 82, 8), Zapota Nicolae (7923—5, 8, 30, 1, 3, 4—6, 9, 40, 1, 4, 9, 57, 72, 4, 7, 8, 80, 2, 5, 6, 7, 9, 91, 3, 7, 9, 8004, 5, 14, 8, 9, 20, 1, 2, 8, 9, 31), cl. XI Bortiş Terentie (7907, 18, 20, 1, 3, 5, 8, 30, 1, 2, 44, 7—9, 57—60, 70, 1, 5—88, 91—3, 7, 8001, 5, 6, 14, 22, 6, 8, 9, 30, 1, 5, 43, 57, 6, 8, 60, 5, 75, 88, 90, 111), *L.* cl. VIII Lupşa Pavel (2641, 4, 61, 3, 7, 81, 3, 4, 5, 7993), cl. IX Crişan Ion (2646, 65—7, 84—7), 7933, 5, 6, 9, 40, 1, 4, 5, 7, 8, 82, 6, 8020, 95, 79, 100), Lov Gheorghe (2667, 84, 5, 7, 7933—41 4, 7978, 80, 93), Cofan Nicolae (7913, 20, 3, 5, 8, 30, 1, 3—7, 9, 40, 1, 9, 57, 60, 77—80, 2, 5, 6, 90, 3, 8006, 19, 20—2, 6, 8, 9, 31, 43, 51, 6, 61, 5, 75, 8, 81, 8, 90, 8101, 3, 11, 16), cl. XI *Pantazi Nicolae* (8039, 43, 5, 7—54, 6, 8—65, 9—75, 8, 81, 2, 4, 5, 8, 90—93, 103, 4, 6, 7, 10—12, 5—7, 24, 30—40, 2, 4—8, 67, 42).

SFT. GHEORGHE. *L. 2* cl. IX Munteanu Letiţia (7933—5, 7, 40, 1, 8020, 97, 100, 2666, 7, 84—7).

SIBIU. *S.g. 1.* cl. VIII Stîngescu Petre (2639—44, 6, 7, 61—4, 6, 7, 7933, 4—6, 9, 41, 8019, 20), *S.g. 8* cl. VI Vasilescu Maria (2632—4, 6—8, 9, 43, 51, 2, 7, 60), cl. VII Pop Daniel (2625, 36, 9, 57, 8, 63, 5, 6), *S. g. 9* cl. VII Fleancu Sorin (2651, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 63), cl. VIII Poenaru Mircea (2632—4, 6—9, 45—7, 7933, 5), *S.g. 12* cl. VI Ileana Dorina (2632, 3, 4, 6—8, 41, 3, 51, 70, 3), Orbian Olguţa (2632—6, 49, 55, 9, 60, 1), Stoica Livia (2643, 9, 50, 1, 3, 9, 60, 1, 2), *S.g.* cl. VIII Furtună Aron (2632—4, 6, 43, 51, 7, 9, 0, 1, 81, 4, 7), *S.g. 15* cl. VI Degenhart Fachech (2649, 59, 69, 70—5, 81, 2), Enkeşhart Maria (2655, 60, 2, 70—5, 81), Otto Christel (2649, 62, 70—5, 81, 2), Marton Helda (2649, 60, 2, 70—5, 81), Moţ Monica (2632, 5, 70, 1, 3—6, 7, 81), Reich Ingeborg (2649, 55, 7, 60, 70, 1, 3—5, 81), Roşca Tatiana (2655, 7, 60, 71—4, 7, 9, 81), cl. VII Cristina (Ursu (2669, 70—5, 80—3), Gehl Lione (2632, 51, 69, 70—5, 9), Gross Hildegrad (2632, 3, 51, 69, 70—5, 7, 9), Oană Dan (2636, 9, 41, 3, 55, 7, 9, 63), Vlad Mircea (2632—9, 51, 5, 7, 69—5, 7, 9) Wultschner Astrid (2642, 3, 62, 70—5, 79, 82), Wultschner Ingrid (2642, 3, 51, 9, 63, 70—4, 9, 81, 2), cl. VIII Binder Karin (2644, 9, 52, 61, 3, 9, 70, 3, 4, 82), Chira Olimpia 2633, 46, 7, 9, 55, 7, 70, 1, 8101), Drotleff Artur (2663, 5, 9, 70, 1, 3, 4, 5, 81, 2), Edith Drothler (2655, 61, 2, 9, 71, 2, 3, 5, 80), Graef Hanelore (2605, 36, 44, 61, 3, 9, 70, 1, 4, 82), Hempert Gunde (2605, 45, 61, 3, 6, 70, 1, 3, 81, 7), Ingrid Binder (2607, 39, 66, 9, 70, 1, 4, 5, 82), Ingrid Gutwirth (2663, 4, 70, 1, 80, 3, 4—7), Klokner Gudrun (2633, 36, 45, 51, 70, 1, 3, 81, 2, 7), Ionescu Luchian (2644, 61, 3, 70, 1, 3, 4, 5, 81, 2), Maior Carmen (2645, 51, 7, 60, 3, 70, 1 4, 82), Mărgineanu Letiţia (2632, 3, 51, 2, 7, 9, 69, 70, 1, 6, 81) Otto Kurt (2633, 51, 63, 70, 1, 3, 5, 81, 2, 7), Renate Faksech (2649, 59, 70—5, 81, 2), Schindler Elke (2642, 59, 62, 70, 1, 3, 5, 81, 2, 3), Schuster Jürgen (2633m, 45, 51, 63, 1—5, 81, 2, 7), Schütz Werner (2640, 1, 3, 4, 7, 61—3, 6), Ursula Mathes (2605, 45, 61, 6, 70, 1, 3, 81, 2), Ziegler Brigitte 2657, 60, 2, 9, 70, 3, 4, 80, 4), *S. g. 16* cl. V Mavrodin Ştefan (2631, 2, 3, 6, 8, 43, 50—2, 63, 70, 1), cl. VI Hüchel Renate (2631, 2, 3—9, 41, 3), cl. VII Gologan Cătălin (2639, 40, 1, 3, 78, 81, 2, 3), cl. VII Gologan Radu (2643, 6, 82—4, 9, 8097, 8), *Lic.. Gh. Lazăr* cl. X Panga Mariana (7923, 5, 31, 3, 80, 2, 5, 6, 91, 3, 8001, 14, 20, 8, 65, 88), *L. 2* cl. IX Musslächer W. (2666, 87, 7924, 34, 5—7, 9, 40, 1, 8020, 97, 8) *L. v* cl. IX Perecrestov Mircea (2645, 65, 7, 84, 7, 9, 7933, 4, 5, 6, 8020, 97, 9, 100, 1, 11), Raţiu Tudor (2666, 7, 86, 7933—7, 41, 8097, 99, 100), cl. X *Bogdan Romana* (79 21—5, 8,

30, 2, 3—6, 41, 3, 57, 73, 76, 8, 9, 90, 6, 90, 3, 97, 8001, 5, 20, 2, 6, 8, 33, 61, 91), *Ciorran Dorin* (7921, 3, 5, 9, 43, 4, 9, 57, 74, 6, 8, 9, 80, 2, 5, 6, 90, 1, 8001, 6, 20, 2, 6, 33, 48, 51, 61, 5, 70, 5, 88, 111), Ciumac Lucia (7913, 23, 5, 8, 33, 5, 6, 9, 49, 57, 77, 8, 9, 82, 5, 97, 8000, 1, 4, 9, 20, 1, 35). Coroianu Mihai (7923, 5, 8, 43, 5, 51, 7, 77, 9, 80, 83, 4, 5—8, 30, 1, 3, 9, 8000, 4, 10, 14, 15) Dobroiu Gabriela (7933, 4, 43, 4, 9, 73—5, 8, 82, 90, 3, 5, 8 8004, 4, 6, 7, 10, 11, 8, 9, 20, 51, 70, 4, 5, 81, 4, 8, 90, 100, 11), *Florea Şerban* (7911, 3, 6, 21, 3—5, 8, 32, 3, 5, 6—9, 43, 4, 6, 7—9, 51, 7, 72, 4, 6—9, 80, 2, 5, 6, 90, 2, 3, 7, 8000, 1, 4, 20, 1, 2, 8, 31, 3, 48, 51, 3, 4, 61, 3, 5, 67, 74, 5, 8, 81, 4, 88, 90, 99, 101, 3), Gladcă Daniel (7548, 878, 8, 80, 1, 7, 923, 5, 8, 332, 5, 43, 4, 57, 74, 2, 80, 25—7, 8000, 1, 9, 10, 1, 6, 8, 33, 90), Grigore Paula (7921, 5, 32, 3—5, 9, 43, 5, 8, 9, 51, 6, 7, 80, 8000, 20, 2), *Iliescu Marilena* (7907, 14, 6, 21, 3, 4, 5, 31, 3—6, 43, 4, 6, 9, 51, 7, 77—80, 2, 5, 7—90, 2, 3, 5, 7, 9, 8000, 1, 4, 5, 10, 20, 1, 4, 33), Liuba Daniela (7878, 913, 23, 5, 8, 33, 5, 48, 9, 57, 74, 7, 8, 9, 80, 2, 5, 57, 8000, 1, 4, 20, 48, 51, 61, 5, 75, 90, 9, 10, 11), Macrea Gheorghe (7913, 20, 1, 3, 4, 5, 32, 3, 5, 6, 8, 43, 4, 6, 8, 9, 57, 74, 6, 8, 9, 80, 5, 50, 3, 8004, 20, 1, 2, 8), Munteanu Dordea Ion (7913, 31, 5, 8, 33, 4, 5, 6, 41, 3, 4, 9, 57, 8, 9, 80, 2, 5, 6, 97, 8000, 8001, 20, 61, 66, 9, 74, 5, 86), *Radu Ioan* (7921, 3, 5, 31, 2, 32, 3, 4—9, 43, 9, 72, 6—80, 2, 6, 90, 1, 2, 3, 8000, 1, 4, 5, 6, 14, 19, 20, 1, 2). Schianu Rodica (7921, 3, 5, 32, 4, 5, 43, 9, 57, 77, 8, 9, 80, 2, 5, 6, 7, 90, 3, 5, 7, 9, 8001, 4, 5, 10, 20, 2, 3), *Sevestrean Ioan* (7876, 8, 80, 1, 3, 4, 7, 923, 5, 8, 9, 30, 4, 5, 6, 9, 40, 3, 4, 7, 9, 57, 77, 8, 9080, 2, 3, 4, 91, 3, 7, 8000, 20), Tatu Elena (7916, 21, 3, 5, 8, 33, 5, 43, 4, 9, 57, 77, 8, 9, 82, 3, 5, 6—30, 3, 5, 99 8001, 4, 10, 11, 20, 32, 48, 51, 8, 61, 5), *Vlădoianu Horia* (7911, 3, 4, 6, 20, 1, 8, 30, 2, 6, 8, 3, 72, 4, 6, 80, 9, 92, 3, 8001, 4, 22. 8, 33, 43, 8, 51, 3, 4, 8, 60, 1, 5, 70, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 50, 9, 100, 103, 7, 11). Tachete Mihai (7913, 8, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 32, 49, 63, 4), cl. XI Pal Ştefan (7907, 9, 11, 3, 8, 20, 1, 22, 3, 5, 6, 7, 32, 49, 64). *S.g.* cl. VI Stîngescu Adrian (2631—4, 6, 8, 50, 1, 5, 7), cl. VIII Droc Mihai (2639, 41, 3, 6, 61—57, 80—4, 7, 9, 7933—6, 9, 41, 57, 8019, 20, 97, 100, 1, 11), *S.g. v* cl. V Frum Anca (2632, 3, 4, 51, 69, 70, 1), *S.g. 8* cl. VIII Toma Marcel (2632, 7, 42, 57—9, 63, 6, 78, 82, 3), *S.g. 15* cl. VI Canalas Rodica (2756—9, 87—90), Stoican Maria Gabriela (2613—20, 31—4, 6, 8), cl. VII Nichiton Liliana (2636, 7, 40, 54, 7, 8, 9, 61, 3, 70, 1, 4, 5), Popa Adrian (2636, 8, 9, 41, 3, 55, 9, 63), cl. VIII Palmaş Anca (2637, 71, 90, 4, 8, 704, 5, 7), Rodean Cornel (2657, 5, 7, 70, 1, 90, 2, 4), Stoica Gh. (2669, 70—5, 3, 4), Tiglar Ion (2669, 70—5, 83), *S.g.* 12 cl. VI Racotă Dorin (2631—8, 43, 9, 50—3, 5, 7, 59, 60), Picu Gabriela (2632, 3, 5—7, 41, 51, 9, 60), Toma Viorica (2632—4, 6—8, 41, 3, 51), cl. VIII Lomăşan Octavian (2661—8), *L.Ec.* an II Buzgariu Mircea (7920, 3, 5, 31—5, 5, 57, 8020, 41, 84, 8, 90), *L. 1* cl. IX Bălăşoiu Mircea (2645, 6, 65, 6, (7932—6, 41, 57, 78, 80, 4, 99, 8801), 5, 14, 9, 20, 32), Reveanu Alex. (2666, 7, 7933, 5, 7, 8, 40, 1, 8017, 8, 20, 1, 99, 101, 11), Roşca Lucia (2645, 6, 66, 7, 87, 7933—6, 9, 41, 8018, 20), cl. X Ban Adriana (7923, 5, 8, 30, 1, 74, 6, 8, 9, 80, 4, 5), *L. 3.* cl. X *Andrei Alexandru* (7923, 32, 7, 44, 76, 9, 82, 7, 8, 92, 8006, 10, 4, 25, 46, 60, 1, 70—58, 81, 4, 8, 90,1, 5, 7, 8, 100, 11), *Bojescu Iuliana* (7921, 3, 5, 32—5, 43, 6, 9, 57, 77—80, 2, 5—7, 90, 3, 5, 7, 9, 8001, 4, 5, 10, 20, 2, 33, 44), Bogdan Carmen (7878, 913, 23, 5,33—6, 43, 9, 57, 77—9, 82, 97, 8000, 4, 11, 21, 6, 48, 51, 61, 5, 75, 88, 99), *Constantinescu Radu* (7913, 28, 30, 6, 79, 80, 6, 7, 97, 8000, 1, 6, 9, 10, 33, 46, 8, 51—4, 6, 8, 60, 1, 5, 7, 70, 5, 8, 81, 4, 8, 90, 1, 8100, 4), Dogaru Gică (7913, 21, 8, 32, 3, 72, 7—80, 2, 5, 7, 97, 8004, 10, 28, 33, 58, 8, 61, 5, 70, 81, 2, 8, 90, 8107), *Găldeanu Marioara* (7293, 5, 31, 3—5, 44, 57, 72, 4, 7—80, 5, 7, 90, 8004, 19, 26, 8, 65, 74, 81, 2, 4, 8, 90, 17, 9, 700, 3, 7), Hristea Mihnea (7902—4, 21, 3, 5, 8, 31, 2, 43, 4, 7, 9), Laşiţă Dan (7923—5, 8, 31, 3, 77—80, 2, 4, 6, 7, 93, 7, 8001, 4, 21, 46, 8, 51, 6, 61, 5, 75, 81, 8, 90, 8111), *Marton Ladislau* (7913, 34, 6, 40, 6, 8, 74—6, 9, 80, 4, 92, 7, 8001, 6, 10, 4, 21, 2, 6, 48, 50, 1, 8, 60, 1, 5, 7, 71, 5, 8, 81, 2, 8, 90, 103, 7), Pintea Mariana (7914, 20, 1, 3—5, 8, 31, 3, 5, 43, 5, 6, 9, 56, 7, 77, 9, 80, 3, 90, 811, 46, 8, 51, 6, 71, 5, 84, 95), *Pîrşu Elena* (7911, 6, 28, 33, 44, 57, 82, 6, 7, 90, 3, 5, 9, 8001, 4, 10, 11, 2, 4, 6, 33, 48, 51, 8, 61, 3, 5, 7, 70, 4, 5, 81, 4, 8, 90, 1, 100, 11), Purţa Daniel (7934, 9, 57, 77—80, 2, 4, 6, 7, 97, 8000, 1, 3, 4, 18, 41, 6—9, 51, 8, 60, 1, 7, 74, 5, 107), Retezeanu Carmen (7921, 33—6, 44, 57, 77—9, 80, 5, 90, 1, 3, 7, 8000, 1, 90, 100, 11, 4, 20, 8, 46, 51, 60), Sorici Georgeta (7933, 73, 8, 90, 5, 8, 9, 8001, 4, 6, 7, 10, 11, 8, 9, 20, 46, 8, 51, 74, 5, 81, 4, 8, 90, 100, 11, 3, 47), *Stancu Ana* (7911, 3, 4, 6, 28, 30, 6, 8, 9, 72, 4, 6, 80, 6, 92, 8001, 20, 2, 8, 49, 51, 4, 8, 60, 1, 3, 5, 70, 45, 8, 88, 90, 9, 100, 3, 7, 9, 11), Stănescu Dorin (7921, 3, 33, 5, 9, 40, 1, 3, 7, 8, 49, 51, 7, 77, 80, 2, 6, 90, 3, 7, 9, 8000, 1, 10, 18, 20, 1, 33, 100), Tecariu Mariana (7923—5, 8, 30, 2—5, 41, 3, 37, 72, 6—80, 5, 6, 90, 3. 7, 8001, 4, 5, 20, 2, 6, 8, 33), cl. XI Banyai Gheorghe (7907, 18, 21, 3, 6, 8, 32, 41, 6,71),

SIGHIŞOARA. *L. 1* cl. XI Benkö Iulian (2646, 65, 7, 84, 7, 933—5, 7, 41, 4, 57, 8021, 99), Frunzetti Doina (2645, 65—7, 84, 7, 940, 78, 8020, 97, 9, 100), Palade Nicolae (2665—7, 84, 7, 934, 5, 6[illegible]7, 8020, 100, 1), Tecacenco Dan (2645—7, 65—7, 7933—6, 9, 40 1), cl. XI Miriţescu Alexandru (7907, 13, 8, 9, 20, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 30, 2—6, 60, 2, 3, 4), Teniţchi Eugen (7941, 62, 4, 75, 7—80, 2, 3, 5—8, 90, 2, 3, 800, 4—6, 9, 10), cl. VIII Chiţă Georgeta

(2643, 5, 62, 3, 5, 6, 7933—5), *L. 1* cl. IX Aron Mariana (2646, 65, 6, 87, 706, 8, 7933—6, 41, 8019, 20, 97), Bucur Petru (2644—7, 7937, 8, 40, 1, 57, 78, 80, 2, 8020), Ciopoc Elena(2644—7, 7924, 34, 7—41, 41, 9), Dîlbea Pavel (2646, 65, 7, 84, 7, 7933—6, 41, 8099, 100, 1, 11), Dobrescu Florin (2646, 65—7, 84, 7933, 6, 40, 1, 93, 7, 9, 8100), Merluşcă Ion (2643, 6, 65, 7, 84, 7, 7933—5, 7, 41, 8021, 99), Moldovan Adriana (2645, 67, 87, 7940, 1, 82, 7, 8001,101, 20), cl. X Dragoş Ionela (7923, 5, 33—6, 41, 4, 9, 78, 80, 6, 8020), cl. XI Oaida Dumitru (7975, 7, 8, 80, 3, 5, 7, 8006, 10, 49, 51, 60, 88), *Jakab Elek* (7918, 21, 2, 44, 70-5, 8, 80—3, 8, 93, 8006, 44, 5, 7—9, 51, 6, 8—62, 5, 8, 79, 81, 2, 4, 5, 7—90), Wagner Ioan (7977—80, 2—5, 91, 8001, 4, 43, 51, 88, 90, 4), Weiss Günther (7929, 79, 82, 4—6, 8, 90, 2, 3, 9, 8006, 9,32).

SIGHETUL MARMAŢIEI. *Ş. g. 2* cl. VIII Katz Marcel (2639, 40, 1, 3, 61—7, 80, 1, 3, 4, 9), *L. 1* cl. XI Marinca Ştefan (7907, 9, 18, 9, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 30—2, 62—4, 70—80, 8045, 51, 9, 65, 88, 90), cl. X Moldovan Ion (7912, 3, 23, 5, 8, 31, 3—41, 9, 51, 7).

SIMERIA *Ş. g.* cl. V Cirstiuc Eugenia (2631—4, 51, 70, 1), Ebert Hermina (2631—4, 51, 70, 1, 90, 1), Bîldea Mihai (2632—4, 49—51, 70, 71), Iordan Adrian (2631—4, 50, 1, 70, 1), Mărăcineanu Gheorghe (2632—4, 43, 51, 2, 70, 1), cl. VI Bezuz Dan (2631—4, 6, 7, 72, 3), Schneider Francisc (2632—4, 6, 8, 49, 51, 73), Pienar Nilu (2632, 3, 6, 55, 7, 9, 72, 3), Rusu Ana (2632, 3, 6, 51—9, 73, 5), cl. VII Shila Dorina (2636, 43, 55, 7, 63, 72, 3, 4), Oprea Gabriel (2635—9, 41, 2, 3), Oprea Magdalena (2638 53—63), cl. VIII Oprea Alexandru (2661, 2, 4—7, 80, 1, 3, 9, 8100), cl. X Iacob Maria (7908, 23, 5, 8, 31, 5, 8019, 20, 84, 100, 1), cl. XI Ghibu Aurel (7925, 32, 76—8, 80, 8058, 64, 78, 80, 1, 8, 90), Katsis Gavril (7907, 18, 20, 1, 2, 5, 6, 28—32, 57, 63, 4, 70, 1, 1, 8, 82—4, 6, 93, 7, 100, 1, 5, 6, 10, 11, 28, 51, 70, 88), Lupu Ana (2632—4, 51, 70, 1, 91), Popovici Angela (2631—4, 50, 1, 70, 1), cl. VI Gostae Adrian (2632—4, 6, 57, 9, 70, 1), cl. VII Horvat Ernest (2635—9, 41—3), Chicui Olga (2635, 6, 7, 9, 41—3, 57), Mihăilescu Georgeta (2635—9, 41—3), Pătraşcu Luminiţa (2635—9, 41—3), Tămătaş Estera (2635—9, 41—3), Predoiaş Mina (2635—9, 41—3, 57), Cocoveanu Marius (2636, 8, 9, 57, 72, 80, 1, 3), Crişan Gabriela (2606, 37—9, 41, 55, 72, 4), Goga Vasile (2636, Crişan Gabriela (2606, 37—9, 41, 55, 72, 4), Goga Vasile (2636, 7, 9, 43, 71, 94, 7), Bubgan Georgeta (2635, 7—9, 41—3, 55, 81), Varga Irina (2626, 35, 7, 41, 2, 57, 72, 4), cl. VIII Pepenar Marcel (2639, 45, 65—6, 7934, 8018), cl. XI *Lemac Sorin* (7924, 8, 70, 1, 4, 5, 7—80, 3, 5, 90, 3, 8009, 43, 7, 8, 50, 9, 60, 1, 2, 5, 6, 8, 81, 4, 8, 90, 4, 121, 30, 2, 8, 42, 3).

SINAIA. *L. cl.* VI Drăgan Dan (2613—5, 8, 9, 21, 32, 4, 6), cl. VII Florescu Horaţiu (2653—9, 61, 3, 4), Schrobanek Sanda (2636—8, 40, 1, 3, 6, 7, 61, 7), Jigău Silvia (2672—8, 80, 1, 2, 3), cl. VIII Bumbac Marian (2639, 40, 1, 5, 62, 3, 6, 7933, 6, 8097, 8), Bustuc Viorica (2645, 57, 62, 3, 6, 70, 1, 5, 7, 74, 8019, Daciu Viorica (2640, 1, 3, 6, 57, 61, 3—7),Iordănescu Mihaela (7933—5, 7, 40, 1, 4, 6, 54, 8, 61, 5, 70, 1, 83, 8019, 7), Istrate Claudiu (2643, 63—6, 70, 1, 8, 8097), Lacea Marius (2631, 41, 63, 5, 6, 7933, 8, 8019, 20), Moldoveanu Dragoş (2640, 1, 61, 3, 4, 6, 7, 81, 3, 4, 9, 7) Topoloveanu Adriana (7936, 7, 9—41, 8017, 8, 99, 2641, 43—6, 62—8, 81, 2, 5, 6), Tudoreaţă Mariana (2640, 1, 3—6, 61, 3, 5, 6, 81, 3, 7, 934, 8019, 97), Wizernegg Mariana (2640, 57, 62, 70, 1, 9, 81, 7934, 8097), cl. IX Florescu Mureşica (2666, 7, 87, 33—6, 8019, 20, 98, 100, 1), cl. X Cosma Radu (7920, 5, 8, 31, 5, 40, 3, 64, 76, 8019, 21, 2, 48, 51, 8), Burlacu Vasilica (7928, 31, 40, 3, 76, 8, 80, 4, 5, 93, 8004, 48, 51), Bunea Cornelia (7928, 31, 40, 3, 76, 8, 84, 5, 93, 8004, 48, 51), Prisecaru Nenoni (7925, 76, 7, 93, 8043, 8, 51, 8, 61, 88, 90, 100), Simionescu Cristian (7933, 4, 41, 76, 8, 93, 9004, 19, 20, 95, 7, 100), Voicu Viorel (7976, 8, 84, 93, 8000, 4, 51, 1, 90, 7, 8, 100, 1), *L.* cl. VI Csiki Olga (2658, 70—3, 5, 90, 1, 4—7), cl. VII Iliescu Raul (2636—8, 41, 6, 77, 85, 5, 6), Lungu Luminiţa (2638, 57, 9, 61, 70, 2—5), Neguţoiu Liliana (2649, 51, 70—5), Onea Elena (2641, 9, 51, 7, 60, 70—2, 5), Teodorescu Camelia (2633, 4, 6, 7, 8, 51, 3, 7, 9, 70, 1, 3, 5, 81), cl.VIII Petrescu Georgeta (2640, 1, 4, 61, 3, 5, 70, 1, 80, 3, 8019, 98), cl. IX Ciucu Artemiza (2646, 65—7, 84, 7, 7940, 78, 82, 7, 8001, 4, 21), Gheorghe Maria (2665—7, 84, 7, 7982, 7, 8004, 20, 1, 101), Ghindea Elena (2646, 65—7, 84, 7, 7940, 82, 7, 8020, 1), Gulie Niculina (2646, 5, 7, 83, 5, 7, 9, 7933, 40, 1, 78, 82, 7, 8001, 4, 21), Mihăilescu Florin (2665, 7, 84, 5, 7, 7933, 4, 40, 1, 82, 7, 8004, 20, 1, 97, 101), Negoiu Crisita (2646, 65—7, 84, 7, 7940, 82, 8020, 1, 87), Pavel Elena (2646, 84—7, 707, 7933, 40, 8019, 97, 8, 100, 11), Palas Doina (2646, 65—7, 84, 7939, 40, 8019, 20, 1, 97, 8, 100, 1), Stoica Emil (2646, 65—7, 84—7, 7933, 4, 9, 40, 1, 8019, 20, 1, 97, 8, 100, 1), Tatu Eugenia (2645, 67, 84, 7, 7941, 8091, 21, 89, 97, 9, 100, 1), Zidaru Nela (2646, 65—7, 87, 7978, 83, 8020, 1, 100, 1), cl. X Cîmpeanu Ion (7976-8, 83—5, 8, 93, 8000, 4, 51, 8, 82, 90, 7, 100, 1).

SIRET (Suceava). cl. X Patraş Niculina (7923, 5, 8, 31—6, 9, 40, 4, 8, 57, 60), Costeniuc Mircea (2646, 66, 7, 7924, 33, 5, 6, 40, 1, 40, 1, 4, 57, 8020), *L.* cl. VI Jarcău Adriana (2636 55, 9, 60, 1, 71—3, 5), Jarcău Cristina (2636, 55, 9, 60, 1, 71—5), Morar Domnica (2632, 6, 55, 60, 1, 71—5), Sandru Otilia (2636, 55, 7, 60, 70, 1—3), Vitviţchi Antonica (2631—8).

SIBIU (Ploieşti) cl. VIII Şerban Nicolae (2640, 1, 3, 6, 61, 2, 3, 5, 7, 79, 34).

SINNICOLAUL MARE (Banat). cl. VI Cecam Lidia (2631, 8, 50—3, 7, 9, 60, 1), cl. IX Kotzman Ion (2627, 30, 67, 7874, 8, 9, 85, 933—5, 9, 40, 1, 7, 57, 78, 80, 2, 8001, 20).

SFT. GHEORGHE. *L.* cl. X Varga Andrei (7933—5, 7—41, 4, 8, 9, 57, 8019, 20).

SLATINA *Şg.* cl. VI Buicescu Alex. (2631—8, 43, 50, 2, 5, 7, 8), 57, 60, 9, 70—2, 4), cl. VIII Grigore Maria (2633, 4, 6, 50, 1, 70, 1, 87, 8097, 100, 11), Ionescu Dan (2633, 4, 6, 8,9 9, 43, 57, 2, 88), cl. XI. *Drăghici Sam* (7922, 36, 62, 4, 97, 8010, 101, 7, 9, 29, 31, 9, 42, 5, 7, 8, 50 1, 8, 60, 1, 2, 5, 70, 3, 4, , 9, 81, 3, 4, 6, 87, 8, 9, 8100, 1, 11, 5), *Voicu Gelu* (7907, 18, 20, 1, 2—5, 8, 9, 30, 1, 2, 65, 70, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80—93, 6, 8001, 4, 6, 8, 11, 45, 7—51, 60, 3, 78, 9, 80, 1, 2, 4, 8, 9, 90, 1), *L. 2* cl. V Preoteasa Dorina (2632—4, 8, 51, 69, 70, 1), cl. VI Cotar Gheorghe (2632, 3, 6, 9, 46, 51, 9, 64), Diaconescu Nicolae (2632, 3, 5, 6, 8, 9, 46, 64), *L. 2* cl. VI Mateescu Octavian (2632, 6, 46, 51, 5, 6, 9, 60, 2, 2, 4, 70, 1, 4, 81), Vancea Victor (2630, 5, 8, 9, 46, 64), cl. VIII *Preoteasa Marinela* (2635, 6, 7, 9, 40, 2, 4, 9, 50, 1, 3—5, 7—67, 9, 70—6, 9, 80—3, 9, 7933, 4, 8100), cl. IX Leulescu Lucian (2665—7, 84, 7, 2704, 6, 7, 8, 7933, 6, 41, 8017, 8, 20, 97, 100), Liceică Mihai (2646, 65, 7, 84, 7, 9, 911, 23, 4, 37, 49, 74, 8, 80, 84, 6, 7, 8, 90, 3, 9, 8001, 4, 5, 10, 19, 20), Rădulescu Alexandru (2667, 84, 7, 9, 7911, 78, 80, 4, 6—8, 90, 3, 9, 8001, 4, 5, 10, 9, 20, 7, 100), cl. X Tănase Florea (8045, 7, 8, 51, 8, 9, 60, 2, 4, 78, 9, 81, 2, 8, 130), *Voinea Vasile* (7970, 2, 4, 6, 8, 10, 2, 5, 92, 3, 7, 8006, 16, 8, 9, 31, 5, 43, 51, 8, 61, 3, 5, 75, 8, 81, 4, 8, 90, 7, 8, 9, 101, 3, 11, 5).

SLĂNIC (Ploieşti). cl. IX Marinescu Mircea (2645, 6, 84, 7, 7933—7, 40, 8019, 20, 97—100).

SOLCA (SUCEAVA). cl. IX Gorce Emilian (2645, 6, 66, 7, 84, 7933, 4, 6, 41, 8018, 20, 1, 97), cl. X Jitariuc Mina (7925, 33, 5, 6, 9, 40, 1, 76, 8018, 51, 81, 8, 90, 1, 100).

SOVATA-BĂI. *L.* cl. IX Bohor Andrei (2646, 7, 65—7, 7934, 9, 40—3, 8019, 101).

STEHARU (Oltenia) *Ş. g.* cl. VIII Dicu Mihai (2646, 65, 6, 84, 7, 7933—5, 8019, 20, 97, 8).

STOENEŞTI (Bucureşti). cl. VIII Bunică Petra (2632—4, 6, 8, 9, 43).

STOINA (Oltenia). *Ş. g.* cl. V (2632—4, 49—52, 69).

STOICĂNEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VI Manea Constanţa (2632—4, 9, 51, 70, 3, 7937.

SUBCETATE (Topliţa). *L.* cl. IX Tompea Gavril (2646, 67, 84, 5, 7, 9, 7933—6, 9, 40—1, 4, 8020, 97, 100).

SUCEAVA — *L.* cl. VI Cazacu Florin (2632—4, 6, 8, 52, 3, 9), Ciubotaru Irina (2632, 4, 6, 51, 7, 61, 70, 1, 5), Dumitriu Dana (2632—4, 6, 43, 61, 4, 72, 67), Moscovici Zola (2638, 61, 70, 1, 2, 4, 5, 7) Reichbuch Adrian (2606, 31, 4, 7, 59, 64, 71, 2, 5, 8, 81), cl. VII Bessler Sanford (2632—4, 43, 59, 70, 1, 2, 83, 7, 9, 57), Ivanovici Sandu (2646, 54, 5—7, 8, 60, 1, 3, 5, 70, 1, 2, 3, 81), Tecuceanu Radu (2632, 3, 4, 52, 67, 9, 70, 2, 3, 5, 81, 2, 83, 4), cl. VIII Anchidin Dorin (2639, 40, 3, 62, 3, 4, 81, 83, 4, 7933, 57, 8020), Bolodan Constantin (2639, 40, 62, 3, 83, 4, 7933, 57), cl. IX Ardeleanu Mihai (2684, 7, 9, 7913, 49, 57, 82, 97, 100, 19, 81, 95, 7, 8, 8100, 1, 11), Onofrei Mircea (646, 66, 7, 84, 87, 9, 7937, 8049, 21, 5, 8100), Popobeniuc Mircea (2641, 67, 84, 7, 7933, 4, 5, 6, 8020, 57, 8, 9, 8100), Ştefănescu Florin (2646,,65 6, 7, 84, 7, 7934, 41, 8020, 1, 95, 7, 8100), Volintiru Constantin (2627, 8, 30, 7874, 5, 6, 8, 9, 83, 933, 4, 51, 7, 41, 8018, 20, 21), cl. X Airoaie Doina (7913, 20, 36, 8, 44, 41, 60, 4, 72, 8018, 9, 20, 6, 8), Amarici Sonia (7913, 31, 6, 7, 9, 44, 8019, 20, 6, 50, 51, 65, 81, 84, 88, 90, 8100), Armeanu Alexandru (7928, 30, 1, 6, 7, 9, 40, 77, 8, 82, 5, 8020, 51, 90), Constantin Steşian (7957, 78, 80, 2, 5, 6, 91, 3, 8001, 3, 10, 20) Lobodă Mihai (7918, 21, 3, 5, 31, 6, 7, 9, 44, 8, 77—80, 2, 5, 90, 1, 3, 8, 8004, 6), Merdler Aneta (7707, 21, 3, 5, 33, 6, 8020, 98, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 7, 8100), Zeilig Paul (7925, 31—6, 9, 41, 57, 7977, 85, 91, 9019), cl.XI Pintea Aurel (7918, 20, 1, 3, 5, 43, 4, 30, 57, 60, 8031, 43, 48, 51, 60, 1, 62, 78, 90, 8101) Tabarcea Petru (7970, 71, 73—88, 90—94, 97, 9—8101, 2, 4, 26, 8, 9). *Ş. g.* cl. VII. Posteucă Romeo) 2636—44), *L.* cl. VI Andriuţă Mircea (2633, 51, 7, 60, 9, 70, 2, 91, 2), Bolohan Dinu 2614, 33, 6, 51, 5, 9, 60, 2, 72, 5), Humă Lidia (2670—5, 81—3), Oanea Călin (2632—4, 6, 7, 51, 5, 7, 9, 60), cl. IX Coca Miroslav Elena (2645, 6, 65, 6, 7, 87, 7936, 41, 8020, 97, 9, 100), *L. 3* cl. VIII Iroaie Florin (2639, 41, 3, 5, 82, 4, 7933, 4, 41), cl. IX Nichită Mariana (2665—7, 84, 7, 7934—6, 9, 41, 8019, 20, 97, 9, 100, 1).

SOMCUŢA MARE (Maramureş). *L.* cl. V Lazăr Valeriu (2634, 6, 43, 57, 70, 1, 4, 5, 81), cl. VIII Lazăr Maria (2634, +6, 43, 57, 70, 1, 4, 5, 81, 4), cl. X Buhan Ioan (7923, 5, 8, 31, 2, 4, 76—80, 2, 4—7, 93, 8004, 5, 11), Dale Nistor (7923, 5, 31, 9, 40, 78, 80, 2, 5—8, 91, 8001 4, 51, 3, 4, 88, 90, 1, 7, 100), Dale Rodica (7923, 5, 8, 31, 3, 57, 76, 8, 9, 80, 2, 4, 5, 90, 3, 8020), Mureşan Maria (7923, 5, 8, 31, 3, 57, 78, 9, 80, 2, 4, 5, 90, 1, 8020), Uţă Vasile (7914, 23, 5, 31, 4—6, 9, 40, 1, 57, 77, 8, 80, 15, 7, 8, 93, 8004, 5, 11), cl. XI *Cuceu Gheorghe* (7918, 21, 3, 4, 7, 8, 30—2, 70, 4, 7, 8, 80, 2, 3, 6, 93, 8026, 45, 7, 8, 51, 3, 9, 70, 5, 84, 5, 8, 90, 111).

Mureşan Emil (7918, 20, 1, 3, 5, 7, 8, 30, 1, 2, 49, 70, 1 4, 6—8, 80, 2, 3, 6, 8, 93, 8024, 6, 43, 5, 7, 8, 51, 9, 60, 1, 3, 70, 5, 8. 8, 4, 5, 8, 90, 111), Pop Alexandru (7918, 21, 3, 5, 7, 8, 31, 2, 70, 3, 8026, 43, 5, 8, 75, 81, 8, 90, 111), *L.* cl. X Buciuman Emilia (7923, 5, 31, 3, 5, 57, 78, 80, 2, 4, 51, 90, 3, 8020), Buda Dan (7923, 5, 8, 31, 3—5, 9, 40, 56, 7, 60, 4, 77—80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 6, 9, 8001, 4, 5), Grosan Gheorghe (7919, 28, 33, 9, 40, 78, 9, 80, 2, 6, 93, 8020, 1), *Laza V. Viorel* (7923, 5, 8, 31, 3—6, 9—41, 9, 57, 77—80, 2, 4—7, 90, 3, 9, 8001, 4, 5, 18, 20, 1, 8, 48, 51, 75, 81, 97, 100), Leş Vasile (7925, 31, 41, 57, 74,

8—80, 4, 6, 7, 93, 8001, 3, 5, 20, 48, 51, 81, 100), *Noghi Iulian* (7914, 23, 5, 8, 31, 4—6, 9—41, 51, 7, 64, 76—80, 2, 4—8, 90, 1, 3, 9, 8001, 4, 5, 12, 8, 9, 20, 1, 8, 31, 48, 51, 97, 100), *Varga Livia* (7923, 5, 8, 31, 3—6, 8, 41, 4, 9, 56, 7, 60, 4, 76, 80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 6, 9, 8000, 1, 4, 5, 10, 11, 8, 20, 1, 6, 8, 31), Pop Virgil (7923, 5, 31, 3, 57, 77—80, 2, 4, 6—8, 90, 3, 8001, 4, 5, 48, 51), cl. XI Fernea Vasile (7918, 23, 5, 7, 8, 31, 2, 70, 4, 6, 8043, 5, 8, 51, 9, 60, 81, 4, 8, 90), Finăţan Ioan (7921, 3, 5, 7, 8, 31, 2, 70, 4, 8043, 5, 8, 9, 81), Măriej Doina (7923, 5, 7, 8, 30—2, 70, 6, 8043, 5, 7, 8, 51, 61, 78, 81), Mora Rozalia (7907, 18, 20, 1, 3, 5—32, 70, 1, 4—6, 8043, 59, 81, 4), Scurtu Ioan (7918, 21, 3, 5, 7, 8, 3—2, 40, 4, 8045, 8, 51, 9, 81, 8, 90), Tiens Vasile (7918, 23, 5, 8, 30—2, 70, 8026, 43, 5, 51, 75, 81, 4, 8, 90, 11 1.

SOPOTUL VECHI (Banat). *Ş. g.* cl. VII Bădescu Iosif (2639, 41, 3, 6, 62, 3—6, 80, 1, 3), Cocora Ionică (2639—44, 61—44).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). *S. g.* cl. V Răută Ion (2631—4, 43, 6, 9, 50—2), cl. VI Cazacu Panseluţă (2637, 51, 2, 64, 9, 70—3, 5, 81), Leanca Ligia (2632—4, 6, 9, 43, 51, 2, 65), Patriche Cornel (2638, 49, 51, 2, 5, 7, 9, 60, 9, 70—5), cl. VII. Dacios Antonis (2636, 8, 9, 43, 55, 7, 80, 1), Portuzidis Costas (2636—43, 6, 53—5, 7—67, 72—5, 7, 8, 81—3), cl. VIII Patriche (2639—44, 6, 61—7, 77—84, 7, 9, 933—6, 8019, 20, 97, 8, 100, 1).

SOTINGA (Ploieşti) *S. g. 2* cl. VI Popa Constantin (2632, 4, 49, 55, 70, 1, 3, 5), cl. VII Bran Ion (2638, 9, 436, 69, 64, 79, 80, 1), Dragomir Maria (2636, 8, 55, 61, 74, 5, 80, 1), Ilie Victor (2639, 52, 5, 6, 64, 70, 1, 3, 4, 5, 81, 7, 7957).

ŞTEFĂNEŞTI (Suceava). *L* . cl. X Axinte Aglaia (7923, 5, 31, 3, 5, 40, 1, 8020, 6, 43, 99, 100, 111), Mihai Dumitru (7923, 5, 8, 32, 3—4, 41, 82, 8019, 22, 48, 61, 91, 7, 100), *Ş. g. 2* cl. VII Ceapă Adrian (2635—41), 3, 4, 6, 53, 4, 8, 9—65, 7, 72, 3, 5, —7, 80, 1), S. g. 17 cl. VIII Popescu Cristian (2639—46, 7933—6, 41).

ŞTIUBENI (Suceava). *S. g.* cl. VII Airitmitoaie Mina (2632, 46, 70—5, 7, 82), Blezniuc Ştela (2632—4, 6, 9, 51, 2, 5, 7, 9, 62, 70, 3, 4, 7, 19, 81). Horoşincu Ion (2645, 55, 7, 62, 70, 1, 4, 5, 81), Bulmagă Verona (2632—4, 6, 8, 9, 43, 51, 5), Cazacu Aurel (2632—4, 9, 43, 5, 9, 51, 5, 9), Ciuclea Veronica (2634, 46, 9, 57, 64, 73—5, 7, 82), Cuzub Ana (2638, 9, 46, 70, 1, 3, 4, 9), Gavrilei (Dumitru (2632—4, 43, 5, 9, 51, 5, 7), cl. VIII Moruz Maria (2645, 6, 9, 52, 7, 9, 62, 5, 70, 1, 5, 80), cl. VII Pavel Florica (2638, 45, 6, 9, 69, 70, 1, 9, 82), Petrea Maria (2632—4, 6, 9, 43, 5, 9, 51, 5), cl. VIII Amarică Ion (2632, 4, 6, 43, 6, 9, 51, 59, 60, 4), Banaru Laurenţia (2645, 6, 9, 55, 9, 64, 5, 70, 1, 2, 4), Blezniuc Aurora (2670, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 80, 1, 3, 8019), Broască Adela (2645, 6, 9, 52, 5, 7, 9, 62, 5, 633, 4), Bunica Tia (2670—5, 7—82), Cuzub Iulian (2669—71, 4—6, 81, 3, 4, 7), Dămii Marilena (2665, 70, 1—5,7 80—2), Dănălache Eugenia (2653, 7, 9, 62, 5, 7, 73, 5, 80, 1, 7935), Fecioru Lucia (2649, 51, 62, 6—7, 74, 5, 81, 7134), Fusu Iulian (2645, 51, 5, 9, 62, 70, 1, 2, 7), 8095), Grigore Gheorghe, (2632, 4, 6, 45, 62, 4, 5, 6), Horiceanu Coca (2646, 57, 9, 62, 70, 3, 7, 80, 1, 7934), Horiceanu Virginia (2655, 64, 65, 70, 1, 2, 4, 5, 7, 80, 2, 7935), Hudişteanu Maria (2670, 1, 3—5, 7—82), Jidic Fănica (2639, 49, 51, 3, 7, 9, 62, 7, 74, 5, 81, 7938), Jiglie Mariana (2632—4, 6, 45, 51, 6, 70, 1, 7), Juncănaru Mihai (2632, 34, 6, 43, 5, 6, 51, 3, 6, 4), Moruz Rodica (2665, 70, 1, 3—5, 77—82), Moruz Stela (2664, 5, 9, 70—2, 4, 9, 82, 8095), Părăşcuţă Dănuţ (2650, 1, 3, 9, 62, 4, 5, 70, 3, 4, 9, 81).

TANSA (Iaşi). *S. g.* cl. V Creţu Maria (2631—4, 8, 46, 51, 1, 2). Ichim Fevronia (2631—4, 85, 8, 51, 1, 2), Mantale Lucia (2631—4, 8, 46, 54, 51, 2), Mironescu Maria (2631—4, 8, 50, 1, 2, 46), Pavel Maria (2631—4, 8, 46, 51, 2), Stere Constantin (2631—4, 8, 46, 50, 1, 2), Vîrtan Ion (2631—4, 51, 1, 38), cl. VI Joacăbenie Gheorghe (2631—8, 49, 51, 1, 52), Loghin Mariana (2632—8, 49, 51, 2), Macovei Vasile (2631—9, 51, 1, 2), Mantale Ana (2631—9, 51, 1, 2) Mironescu Vasile (2631—9, 51, 1, 2), Sofragiu Maria (2631—9, 50, 1, 1), Spiridon Maria (2631—9, 50, 1, 2), Tibuleac Ecaterina (2631—8, 49, 51, 1, 2), Ursanu Grigore (2631—8, 38, 9, 51, 1), cl. VII Creţu Lucica (2631—8, 49, 1, 2), Mardare Silvia (2631—8, 50, 1, 5), Mardare Elena (2631—8, 49, 51, 1, 2, 5), Mocanu Vasile (2633—52, 5), Mironescu Maria (2631—8, 49, 51, 1, 5), Mironescu Dumitru (2631—8, 49, 51, 2, 5), Olaru Adina (2631—8, 49, 52, 5), Pepene Neculai (2631—3, 7, 8, 49, 51, 1, 2, 5), Piriu Vasile (2632—8, 49, 51, 1, 3), cl. VIII Axinte Gheorghe (2634—42, 6, 9, 51, 1, 2, 5), Bradu Toader (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Calancea Constantin (2631—43, 45, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Cărăuşu Mihai (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Ciobanu Maria (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5), Corbu Adrian (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Ichim Constanţa (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2), Mantale Maria (2631—43, 45, 6, 9, 51, 1, 2), Mera Gheorghe (2631—43, 45, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Ouatu Elena (2631—43, 5, 6, 9, 51, 2), Sbera Anica (2631, 42, 51, 2, 5, 43—6), Solomon Gheorghe (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Solomon Vasile (2631—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7), Stan Gheorghe (2634—43, 5, 6, 9, 51, 1, 2, 5, 7).

TEACA (Cluj). *L.* cl. IX Radu Alexandru (2645, 6, 65, 7, 7933, 5, 8, 40, 1, 57, 8018, 20, 1, 9), cl. VI Pop Zenovia Doina (2631—4, 6—9, 43, 6).

TARIGENI (Ploieşti). *S. g.* cl. VI Constantin Marin (2650—2, 5, 7, 60, 1, 3).

TAMAŞEU (Crişana). *S. g.* cl. VIII Pop Floarea (2645, 63, 5, 6, 7933—5, 41).

TECUCI. *S. g.* cl. VII Ariton Costel (2639, 41, 3, 5—7, 63, 5—7), cl. VIII Popa Victor (2631—4, 7, 8, 41, 3, 6), cl. VII Enache Vasile (2632, 3, 6—8, 43, 51, 3, 5, 6, 63, 4), cl. VIII Timoftę Ioan (2645, 51, 2, 4, 5, 7, 9, 60—6, 7936, 8019), *L. 1* cl. VI Danifeld Doina (2633, 7, 59, 51, 70—3), Ghica Katiuşa (2633, 6, 7, 3, 61, 70, 2, 3), Gheorghiu Lorica (2633, 6, 7, 51, 9, 61, 70, 1, 2, 3), Nicoară Gilda cl. VIII Amăruică Costel (2641, 66, 84, 62, 3, 87, 80, 1), Lupaşcu Aurora (2641, 3, 6, 78, 81, 3, 8020, 97, 9), Palade Maria (2639, 43, 5, 6, 62—5, 80, 1, 7), Soare Adrian (2640—2, 61, 3, 83, 4, 7), cl. IX Budu Sorin (2667, 87, 9, 7933—6, 41, 8098, 100, 1), Vizitiu Valentin (2645, 65, 7, 83, 4, 7, 9 7933, 5, 6, 8020, 99, 100, 1), *L. 2* cl. V Bogatu Adrian (2631—4, 50—2, 69, 70), col. VI Mirza Mitică (2632—6, 8, 8, 41, 3, 5, 51, 2, 5, 7), Sevastre Aurelia (2632, 3, 6, 8, 51, 7, 70, 1), cl. VII Mustărică Doru (2634, 5, 8—41, 3—6, 51, 2, 5, 6, 8—64, 7, 69—76, 79—84, 7), cl. X Păunescu Liviu Doru (7928, 36, 70, 2, 4, 5, 80, 2—6, 8, 93, 8006, 10, 2, 9, 20, 3, 6, 8, 31, 2, 47, 8, 51, 61, 5, 7, 70, 1, 4, 8, 82, 90, 1, 7, 100, 11).

TELCIU (Cluj). *S. g.* cl. V Munteanu Laura (2632, 4, 50—2, 69—71), cl. VI Micailu Georgeta (2631—4, 6, 50—2, 7, 9, 60).

TELEGA (Ploieşti). cl. VII Milea Cornelia (2630, 3, 9, 33, 6, 43, 8, 57—60, 2), cl. VIII Gurbet Ecaterina (2642, 3, 6, 61—5, 80—4, 7, 7933—6, 8097, 100), Stoican Vasilica (2642, 61,2, 4, 7, 9, 84, 7935).

TILEAGD (Crişana). cl. VIII Pardi Ecaterina (2632—4, 6, 53, 7, 61—3, 7933, 4, 57)

TIMIŞOARA. *Ş. g.2* cl. VII Hales Mihaly (2635—9, 41—3), Kasai Pal (2635—9, 41—3), Kötö Agnei (2635—9, 41—3), *S. g. 5* cl. VI Mărgiu Eva (2631, 2, 4—6, 57, 9), cl. VI Micu Georgeta (2643, 5, 9, 55, 9, 60, 71, 8), *S. g. 9* cl. VI Berindean Coriolan (2631—8, 52), *S.* g. 10 cl. VI Ivănescu Marius (2631—9, 41, 3, 6), cl. VII Dimitriu Georgeta (2632, 3, 6, 8, 43, 51, 5, 7, 8, 63, 5, 6), Rotariu Darius (2635, 51, 4, 5, 9, 60, 3, 70—2), cl. VIII Goldstein Gavril (2669—81, 3, 9, 8097), *S. g. 12* cl. VII Pop George (2672—7, 9—83, 7), *Ş. g. 13* cl. VII Hirth Walter (2635, 6, 8, 9, 41, 3, 6, 53, 55, 60, 3, 4), *S. g. 15* cl. VIII Gheorghieş Eugenia (2644, 6, 64, 89, 7933, 5, 8018, 9, 20), *S. g. 16* cl. V Tică Virgil (2631, 3, 6, 51, 5, 69, 70, 1), cl. VIII Dobra Rodica (2639—41, 4, 7, 63, 87, 7933, 5—7, 8100), *L. E. M.* cl. IX Marinca Vasile (2631—44, 6, 7, 7933—7, 40, 1), *L. 1* cl. VI Oteşteanu Marius (2669—75), cl. X Bach Iacob (7923, 5, 33, 4, 6, 7, 41, 60, 8118, 20, 51, 65), Chati Magdalena (7925, 33—6, 9—41, 3, 4, 7, 9, 8020, 1, 31, 88, 90, 7), Dan Buniş (7925, 31, 2, 77—80, 2, 4—7, 92, 3, 9), Popescu Doina (7911, 3—6, 9, 40, 1, 4, 7, 9, 8020, 6, 31), Goian Elena (7904, 11, 25, 36, 43, 4, 7, 9, 8019, 20—2, 96, 7), Groza Ghiocel (7921, 3, 5, 8, 30, 3—5, 7, 40, 1, 4, 8, 9, 57, 76, 8019—22, 6, 8, 31), Laszlo Gabriela (7925, 8, 33, 5, 9, 40, 3, 4, 9, 8020, 1, 2, 26, 42), Mioc Maria (7936, 41, 3, 9, 8019, 20—2, 6, 8, 81, 8—90, 1, 7, 9, 100), Petcov Agatha (7933, 4, 6, 41, 8019, 20, 2, 6, 8, 91, 7, 100, 1), Radoslav Rodica (7924, 33, 44, 77, 8, 80, 5, 90, 8004, 5, 20, 51, 61, 5, 81, 8, 20), *L. 2* cl. VI Heim Ingrid (2636, 43, 57, 9, 63, 6, 70—3), Dordea Doina (2632, 3, 5, 6, 8, 51, 3, 5, 60), Trande Gerda (2632, 3, 5, 6, 55, 9, 63, 5), Ungureanu Ioana (2650, 1, 4, 5, 7—63, 5—7, 70—4, 80—3), Tufan Adriana (2670—5, 80, 1, 3), Voiculescu Oltea (2632—4, 6, 8, 9, 49, 51, 5, 7), cl. IX Esch Katherina (2645, 65, 6, 7, 84, 7, 7933, 40, 1, 8017, 8), Rădulescu Liviu (2645—7, 7933—41, 8017, 20), Voicu Călin (2645, 6, 65, 84, 7, 7933—6, 41, 4, 8018—20, 97, 8, 100, 1), Breitenbach Iacob (7907, 11, 23, 5, 8, 31, 3—5, 41, 4, 57, 8, 60, 6), Hermina Hamei (7933—5, 41, 9, 8017, 8, 20, 91, 100, 1), Igasag Mihai (7911, 23, 5, 8, 31, 3, 5, 41, 3, 4, 57, 60, 77, 8, 80, 4), *Rafiu Tudor* (7943, 9, 57, 60, 4, 6, 70—2, 4, 6—90, 2—93, 7, 9, 8000, 1, 4, 5—7, 18, 20, 1, 6, 8, 9, 31, 2), Wagner Cornel (7935, 6, 44, 57, 84—6, 93, 7, 9, 8001, 4, 18, 9), *L. 4* cl. VI Anca Cornel (2631—4, 6, 7, 50, 1), cl. X Cremianu Doina (7970, 8020, 8, 48, 61, 5, 81, 4, 90, 107, 111), *L. 6* cl. V Novăcescu Mircea (2631—4, 43, 51, 70, 1), L. 7 cl. VI Badea M. Dan (2632—4, 6—8, 51, 7, 70—2), Hîncu Ionuş (2631—3, 6, 8, 49, 50, 1), Miulescu Nicolae (2634, 6, 8, 59, 64, 70, 1, 4), cl. IX Laţie Olimpia (2666, 7, 84, 7, 933—5, 41, 8020, 97, 9, 100), *L. 8* cl. V Peteu Rigoleto (2631—4, 50, 1, 69, 70), cl. VIII Hajek Gheorghe (2661, 3, 40, 66, 83, 4, 7933, 8020—97—100), Berindeanu Radu (7913, 6, 49, 70, 2, 6—80, 82—8, 93, 800, 82—8, 93, 8001, 4—7, 18, 20—2, 43, 8, 51, 61, 5, 75, 8, 81, 8, 90), *L. 10* cl. X Sziller Matei (7974, 8, 9, 60, 4, 5, 6, 7, 90, 1, 7, 8001, 4, 5, 7, 14), *L. muzică* cl. VI Blasciuc Delia (2631—9), *L. ind.* cl. IX Klaus Rollinger (2645, 6, 7, 87, 933, 5, 41, 78, 80, 8019, 20, 97, 8, 100).

TINCA *L.* cl. VIII Török Ibolya (2632—4, 9, 40—3), cl. XI Boroş Iuliu (7970—2, 5, 6, 8021, 45, 8, 51, 8, 9, 60, 1, 4), Petriko Paraschiva (7918, 20—2, 5, 32, 44, 64, 75—8, 80, 2—6, 88, 8010, 87, 88, 90).

TITEŞTI *S. g.* cl. VII Bărăgan Doina (2639, 43, 5, 3, 5, 7, 9, 62, 4), *Dobrin Constantin* (2631—3, 6, 8, 9, 43, 5, 6, 9, 51, 5—64, 9—75, 77—81), Dobrin Ilie (2639, 70, 1, 84, 7, 7933, 6, 57, 8033, 111, 14), Rouă Elena (2639, 43, 5, 55, 1, 3, 7, 8, 62, 4).

TITU *S. g.* cl. VI Zamfir Adrian (2632, 2, 3, 6, 8, 51—3, 60, 9, 70, 3), *L.* cl. IX Sandu Dumitru (2645—7, 66, 7, 7933—6, 8, 80, 2, 6, 91, 8018—21), cl. X Dincă Marian (7907, 10, 12, 3, 8, 23—5, 7—34, 7—44, 8—51, 7—60, 2, 4, 8), cl. XI Dinu Ion (7918, 20, 3, 5, 7, 31, 2, 44, 74, 70, 1, 3, 5), Soare Gheorghe (7918, 20, 1, 3, 5, 30—2, 44, 64, 70, 1, 3, 5).

TG. CĂRBUNEȘTI *S. g.* cl. VI Andrei Georgeta (2632—4, 50, 1, 70, 1, 2, 4), *L.* cl. IX Ciungu Stelian (2684, 5, 7, 9, 7984, 7, 8003, 13, 67, 71, 5, 91, 5, 7, 8, 100), cl. X Bușneag Dumitru (7972, 85, 8018, 84—51, 8, 61, 5, 71, 5, 81, 8, 90, 8101, 3, 11), cl. X Colțescu Ion (7979, 85, 8051, 8, 60, 75, 81, 8, 90, 111, 34, 40, 76, 85), Catrinoiu Petre (7925, 31—4, 37, 9—41, 9, 57, 64, 74, 6—80, 2, 7, 90, 1, 3, 7, 8001, 14, 20—2, 6), Mutu Spiridon (7976, 8—80, 2, 5, 7, 90, 3, 8001, 14, 20, 1, 2, 6, 8).

ERATĂ

— La pag. 92 rîndul 8 în loc de Ionel se va scrie Cornel Călin.
— La pag. 229 rîndul 18 și pag. 335 rîndul 45 în loc de Sampe se va scrie Șaupe
— La pag. 375 rîndul 35 în loc de Bădulescu se va scrie Rădulescu.
— La problema 8365 în loc de $(n+)^{n+3}$ se va scrie $(n+3)$.
— La problema 8421 în loc de $-1/a^2$ se va scrie $-1/bc$.
— La problema 8491 în loc de 5 se va scrie 5^n.
— La problema 8496 în loc de 2^n și 2^h se scrie respectiv $2n$ și 2^k.
— La problema 8505 în loc de R^2 se va scrie R^3.

La problema E : 2780 înălțimea triunghiului este $20\sqrt{2}$ cm.

1967 OKT 20

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme, pregătiți și olimpiada de matematică 1968.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă în aceeași expediere cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele probleme au mai fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din *probleme propuse sau chestiuni de examen* în ultimele două numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă.

Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeț semnate și în plic separat cu mențiunea *probleme propuse*. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiți și redactați de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor dacă trimit într-un plic cel puțin *8 probleme* bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin *12 probleme*. Orice elev poate trimite soluții și la problemele din clasă precedentă.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

★

Licecle care participă la *întrecerea pe anul 1967* privind activitatea școlară la matematică, pot trimite pînă la 31.XII.1967, fișa cu punctajul obținut, după modelul publicat în acest scop în G.M.—B, pag. 158, 1967.

— *Școlile generale de 8 ani* pot trimite tot pînă la 31.XII.1967, fișa după modelul publicat în G.M.B. pag. 158/1967.

— *Rezolvitorii de probleme* pot fi premiați dacă în numerele 1—12 (1967) au totalizat la rubrica rezolvitorilor de probleme peste 150 probleme rezolvate pentru clasele IX—XI sau peste 100 rezolvări pentru elevii claselor VI—VIII în anul școlar 1966—1967. Pînă la 31.XII. 1967 acești elevi pot trimite o fișă care să cuprindă problemele rezolvate anunțate și totalizarea lor.

Elevii premiați de G. M. B. nr. 3. 1967 care n-au primit cărțile acordate ca premiu sau mențiune, să ne trimită adresa lor exactă.

★

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G. M.—B și unui coleg care să devină un nou abonat.

I. P. Informația — c. 5773

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — noiembrie 1967

11

GAZETA MATEMATICĂ
SERIA B
Anul XVIII, nr. 11 — noiembrie 1967

SUMARUL

	Pag.
1. Matrici pătrate de N. Teodorescu	481
2. Asupra separării rădăcinilor unor ecuații și stabilirea unor inegalități de I. Stamate	487
3. Note matematice de P. Dumitreasa, N. Blaha	489
4. Probleme rezolvate (7548, 7549, 7590, 7591, 7592, 7597, 7598, 7602, 7603)	494
5. Chestiuni de examen (8565—8581)	501
6. Probleme propuse (8582—8609)	505
7. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2826—2846)	508
8. Concursul de matematică 1968. Materia cerută	512
9. Cărți noi	513
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	513

ANUL XVIII 11 NOIEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, *profesoară*; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit; *Ionescù-Țiu C.*, profesor, redactor șef adjunct; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj): *Mușat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Oltescu C.*, profesor: *Plăvițu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Teodorescu N.*, profesor; *Țene L.*, profesoară și *Voinea R.*, prof., univ.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14—Tel. 14.46.53—București

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică a școlilor precum și orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

E 1426

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII, nr. 11 noiembrie 1967

OSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

MATRICI PĂTRATE DE ORDINUL II ȘI III

de *Nicolae Teodorescu*, profesor, București

Vectori bidimensionali. Se numește *vector bidimensional*, o pereche ordonată de numere reale. Se scrie $x = (x_1, x_2)$, sau $x = \left\| \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right\|$. Perechea se zice ordonată, în sensul că $(x_1, x_2) \neq (x_2, x_1)$. Se spune că vectorii $x = (x_1, x_2)$ și $y = (y_1, y_2)$ sînt egali dacă și numai dacă $x_1 = y_1$ și $x_2 = y_2$.

Se definește suma vectorilor $x = (x_1, x_2)$ și $y = (y_1, y_2)$ ca fiind vectorul $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$. De asemenea se spune că produsul unui număr $\lambda \in R$ cu vectorul $x = (x_1, x_2)$, este vectorul $\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2)$. Vectorii bidimensionali verifică următoarele proprietăți:

1°. $(x + y) + z = x + (y + z)$.

2°. $x + 0 = 0 + x = x$ unde $0 = (0, 0)$.

3°. $x + (-x) = (-x) + x = 0$ unde $-x_1, x_2 = (-x_1, -x_2)$

4°. $x + y = y + x$

5°. $(\lambda\mu)\, x = \lambda(\mu x)$ unde $\lambda, \mu \in R$

6°. $\lambda(y + x) = \lambda x + \lambda y$ unde $\lambda \in R$

7°. $(\lambda + \mu)\, x = \lambda x + \mu x$ unde $\lambda, \mu \in R$.

Matrici pătrate de ordinul II. Fiind dați vectorii $x = \left\| \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right\|$ și $y = \left\| \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix} \right\|$ se spune că y este transformatul lui x prin operatorul $A = \left\| \begin{matrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{matrix} \right\|$, dacă

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{aligned} \qquad (1)$$

Tabloul $A = \left\| \begin{matrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{matrix} \right\|$, unde a_{ij} $(i, j = 1, 2)$ sînt numere reale se numește *matrice pătratică* de ordinul II.

Concentrat, relația (1) se mai scrie:

$$y = Ax \qquad (1')$$

sau

$$\left\| \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right\| \qquad (1'')$$

Egalitatea matricilor de ordinul II.

Se spune că două matrici $A = \left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \right\|$ și $B = \left\| \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{matrix} \right\|$ sînt egale dacă avem relația $Ax = Bx$ oricare ar fi vectorul x.
Ținînd seama de (1) avem:

$$\left\| \begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 \end{matrix} \right\|$$

de unde rezultă că trebuie să avem:

$$(a_{11} - b_{11})\, x_1 + (a_{12} - b_{12})\, x_2 = 0$$
$$(a_{21} - b_{21})\, x_1 + (a_{22} - b_{22})\, x_2 = 0$$

conform egalității vectorilor.

Dar aceste relații nu pot avea loc oricare ar fi x_1 și x_2 decît dacă $a_{11} = b_{11}$, $a_{12} = b_{12}$; $a_{21} = b_{21}$; $a_{22} = b_{22}$.

Prin urmare, două matrici $A = \|a_{ij}\|$ și $B = \|b_{ij}\|$ sînt egale dacă $a_{ij} = b_{ij}$ $(i, j = 1, 2)$ adică dacă toate elementele sînt respectiv egale.

Adunarea matricilor de ordinul II. Prin definiție matricea C este numită suma matricilor A și B dacă avem

$Ax + Bx = Cx$, oricare ar fi vectorul $x = \left\| \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right\|$. Dacă

$A = \left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \right\|$, $B = \left\| \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & b_{22} \end{matrix} \right\|$ și $C = \left\| \begin{matrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{matrix} \right\|$, atunci ținînd seama de (1), de adunarea și egalitatea vectorilor, avem:

$$(a_{11} + b_{11})\, x_1 + (a_{12} + b_{12})\, x_2 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$$
$$(a_{21} + b_{21})\, x_1 + (a_{22} + b_{22})\, x_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2.$$

Pentru ca aceste relații să fie valabile oricare ar fi x_1 și x_2, trebuie să avem:

$$c_{11} = a_{11} + b_{11}, \qquad c_{21} = a_{21} + b_{21},$$
$$c_{12} = a_{12} + b_{12}, \qquad c_{22} = a_{22} + b_{22}.$$

Deci $\left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + a_{22} \end{matrix} \right\|$.

Exemplu: $\left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 3 & 4 \\ 4 & 4 \end{matrix} \right\|$.

Inmulțirea unei matrici cu un număr real. Prin definiție, matricea C este numită produsul numărului $\lambda \in R$ cu matricea A, dacă avem $Cx =$

$= A(\lambda x)$ oricare ar fi vectorul x. Dacă $x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Vmatrix}$, $C = \begin{Vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{Vmatrix}$; $A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix}$, atunci ţinînd seama de egalitatea vectorilor, avem:

$$c_{11}x_1 + c_{12}x_2 = \lambda a_{11}x_1 + \lambda a_{22}x_2,$$
$$c_{21}x_1 + c_{22}x_2 = \lambda x_{21}x_1 + \lambda x_{22}a_2.$$

Cum aceste relaţii trebuie să fie satisfăcute oricare ar fi x_1, x_2, trebuie să avem:

$$c_{11} = \lambda a_{11}, \qquad c_{21} = \lambda a_{21},$$
$$c_{12} = \lambda a_{12}, \qquad c_{22} = \lambda a_{22}.$$

Prin urmare, avem:

$$\lambda \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{Vmatrix}.$$

Produsul a două matrici. Prin definiţie, matricea C este produsul matricilor A şi B, dacă avem $Cx = A(Bx)$ oricare ar fi vectorul x. Dacă

$$C = \begin{Vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{Vmatrix}, \quad A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix}, \quad B = \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{Vmatrix} \text{ şi } x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Vmatrix}, \text{ avem:}$$

$$\begin{Vmatrix} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 \\ c_{21}x_1 + c_{22}x_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 \end{Vmatrix} =$$
$$= \begin{Vmatrix} (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21})\,x_1 + (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})\,x_2 \\ (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21})\,x_1 + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22})\,x_2 \end{Vmatrix}.$$

Ţinînd seama de egalitatea vectorilor, precum şi de faptul că x_1, x_2 sînt arbitrari, avem:

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}, \quad c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22},$$
$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21}, \quad c_{22} = a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22},$$

adică

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{Vmatrix}.$$

Deci, pentru a obţine elementele matricii AB, înmulţim liniile matricii A cu coloanele matricii B. Astfel, dacă

$$A = \|a_{ij}\|, B = \|b_{ij}\|, \text{ atunci } AB = \left\| \sum_{s=1}^{2} a_{is}b_{sj} \right\|$$

Să observăm că produsul matricilor nu este comutativ, adică nu întotdeauna $AB \neq BA$.

De exemplu:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}; \quad \begin{Vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{Vmatrix}.$$

Produsul matricilor este însă asociativ, adică

$$(AB)\,C = A\,(BC).$$

Într-adevăr, dacă $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{ij}\|$, $C = \|c_{ij}\|$, atunci $AB = \left\| \sum_{s=1}^{2} a_{is} b_{sj} \right\|$, $(AB)\,C = \left\| \sum_{t=1}^{2} \left(\sum_{s=1}^{2} a_{is} b_{st} \right) c_{tj} \right\|$ adică $(AB)\,C = \left\| \sum_{s=1}^{2} \sum_{t=1}^{2} a_{is} b_{st} c_{tj} \right\|$.

De asemenea,

$$BC = \left\| \sum_{t=1}^{2} b_{it} c_{tj} \right\|, \quad A\,(BC) = \left\| \sum_{s=1}^{2} a_{is} \left(\sum_{t=1}^{2} b_{st} c_{tj} \right) \right\|$$

adică

$$A\,(BC) = \left\| \sum_{s=1}^{2} \sum_{t=1}^{2} a_{is} b_{st} c_{tj} \right\|.$$

Rezultă deci că produsul matricilor este asociativ, adică $(AB)\,C = A\,(BC)$.

Exemplu: $A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $B = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$, $C = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{Vmatrix}$

Avem

$$AB = \begin{Vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}, \quad (AB)\,C = \begin{Vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{Vmatrix} \text{ şi } BC = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{Vmatrix}, \quad A\,(BC) = \begin{Vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{Vmatrix},$$

deci $(AB)\,C = A\,(BC)$.

Dacă definim matricea nulă ca fiind matricea $\begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}$ atunci şi matricile pătrate verifică proprietăţile 1°—7° ale vectorilor bidimensionali.

Matricea unitate: Matricea $E = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$ este element neutru pentru înmulţirea matricilor adică fiind dată o matrice A, avem:

$$AE = EA = A$$

Într-adevăr, $AE = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} = A$ şi

$$EA = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} = A$$

Vectori tridimensionali. Matrici de ordinul III. Se numeşte vector tridimensional, un triplet ordonat de numere reale. Se scrie $x = (x_1, x_2, x_3)$ sau $x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}$. Se defineşte egalitatea, suma şi înmulţirea unui număr real cu un vector tridimensional, analog ca şi pentru vectorii bidimensionali. Se verifică cu uşurinţă proprietăţile 1°—7°.

Fiind dați vectorii $x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}$ și $y = \begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Vmatrix}$ se spune că y este transformatul lui x prin operatorul

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix},$$

dacă avem :

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3. \end{aligned} \tag{37}$$

Tabloul $A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix}$ se numește matrice pătratică de ordinul III.

Egalitatea, suma, înmulțirea cu un număr real, se definesc analog ca la matricile de ordinul II.

De asemenea rezultă înmulțirea matricilor de ordinul III:

$$\begin{Vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} b_{11}b_{12}b_{13} \\ b_{21}b_{22}b_{23} \\ b_{31}b_{32}b_{33} \end{Vmatrix} =$$

$$= \begin{Vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{Vmatrix}$$

Se verifică de asemenea că produsul matricilor de ordinul III nu este comutativ, dar este asociativ.

Matricea

$$E = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

este matricea unitate pentru înmulțirea matricilor de ordinul III.

Matricea inversă a unei matrici de ordinul II sau III.

Numărul

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

se numește determinantul matricii A, de ordinul II. Dacă $\det A \neq 0$, matricea

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix}$$

se numește *nesingulară*. În acest caz matricea,

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{Vmatrix} a_{22} & -a_{21} \\ -a_{21} & a_{11} \end{Vmatrix},$$

se numește inversa matricii A, deoarece

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E.$$

Într-adevăr,

$$AA^{-1} = A^{-1}A = \frac{1}{\det A}\begin{Vmatrix} a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} & 0 \\ 0 & a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Amintim că fiind dat determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

minorul elementul a_{ij} este determinantul A_{ji} obținut din Δ suprimînd linia i și coloana j.

Astfel, minorul lui a_{11} este $A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, minorul lui a_{32} este $A_{32} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$ etc.

Se verifică ușor că matricea inversă matricii

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix}$$

cu $\Delta = \det A \neq 0$ este matricea

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{Vmatrix} A_{11} & -A_{21} & A_{31} \\ -A_{12} & A_{22} & -A_{32} \\ A_{13} & -A_{23} & A_{33} \end{Vmatrix}$$

Aplicații ale matricilor în rezolvarea sistemelor de ecuații.

Fiind dat sistemul de ecuații :

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= a_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= a_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= a_3, \end{aligned}$$

notînd

$$x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}, \quad a = \begin{Vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Vmatrix}, \quad A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix},$$

putem scrie sistemul sub forma matricială :

$$Ax = a$$

Dacă $\det A \neq 0$, înmulțind la stînga cu A^{-1}, obținem : $x = A^{-1}a$, de unde rezultă soluția sistemului.

Exemplu. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 3x_2 &= 8 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 &= 7 \\ x_2 - 2x_3 &= -12 \end{aligned}$$

Avem $A = \begin{Vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{Vmatrix}$; $x_1 = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}$; $a = \begin{Vmatrix} 8 \\ 7 \\ -12 \end{Vmatrix}$.

Calculînd matricea inversă, avem:

$$A^{-1} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \end{Vmatrix}; \quad x = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 8 \\ 7 \\ -12 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{Vmatrix}$$

de unde $x_1 = 3$, $x_2 = -2$, $x_3 = 5$

Se pot aplica proprietăţile matricilor (de ordin superior lui 3) şi pentru sisteme de ecuaţii cu mai mult de 3 necunoscute.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

Asupra separării rădăcinilor unor ecuaţii şi stabilirea unor inegalităţi

În *G. M.—B* nr. 10, octombrie 1966, am evidenţiat un procedeu pentru discuţia şi separarea rădăcinilor unor ecuaţii; la publicare însă din articol a fost omisă partea privind stabilirea unor inegalităţi, parte asupra căreia revenim în cele ce urmează.

Exemplul 1. Să se determine mulţimea valorilor lui x pentru care avem

$$\left|\frac{2x-5}{x+1}\right| \geqslant 1.$$

Soluţie. Evident că $x \neq -1$ şi întrucît $x + 1 > 0$, rezultă inegalitatea echivalentă

$$|2x - 5| \geqslant |x + 1|.$$

Prezentăm acum grafic faţă de acelaşi sistem de axe de coordonate funcţiile

$$y_1(x) = |2x - 5| \text{ şi } y_1(x) = |x + 1|.$$

Se observă că $y_1(x) - y_2(x) > 0$, pentru

$$x \in (-\infty, -1) \cup \left(-1, \frac{4}{3}\right] \cup [6, \infty).$$

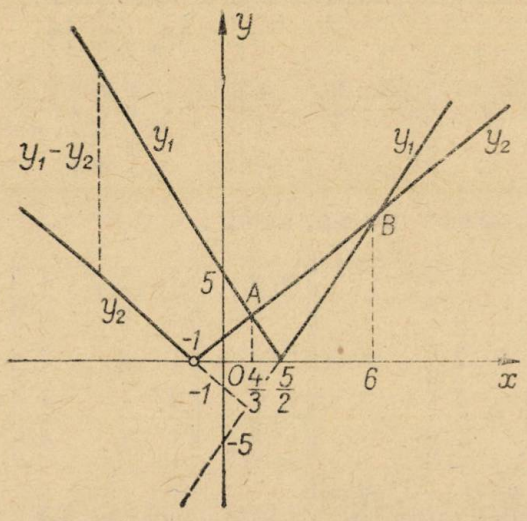


Fig. 1

Exemplul 2. Să se arate că pentru orice $x > 1$ avem

$$\ln x > 2\,\frac{x-1}{x+1}\,.$$

Soluție. Punem

$$y(x) = \ln x - 2\,\frac{x-1}{x+1}\,.$$

Din

$$y'(x) = \frac{(x-1)^2}{x\,(x+1)^2},$$

se vede că pentru $x \geqslant 1$ avem $y'(x) > 0$, deci $y(x)$ crește odată cu x. Dar $y(x)$ și $y'(x)$ se anulează pentru $x = 1$, deci pentru $x > 1$ avem $y(x) > 0$.

Exemplul 3. Să se arate că oricare ar fi x real există inegalitatea

$$\sqrt[3]{x^3 + 3x + 2} > \sqrt{x^2 + 2x + 3}$$

Soluție. Se poate proceda în două moduri.

1. Reprezentăm grafic funcțiile

$$y_1(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x + 2}\,, \quad y_2(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}.$$

Avem

$$y_1'(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt[3]{(x^3+3x+2)^2}}, \quad y_1''(x) = 2\frac{x^2+2x-1}{\sqrt[3]{(x^3+3x+2)^5}}$$

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		$-0{,}59$		0		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
y_1'		$+$		$+$	∞	$+$		$+$		$+$	
y_1''		$-$	0	$+$	∞	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	α	$\nearrow$	0		$\sqrt[3]{2}$	$\nearrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

$$\alpha \approx -2{,}682, \quad \sqrt[3]{2} \approx 1{,}259, \quad \beta \approx 1{,}49.$$

Asimptota oblică are ecuația $y = x$ și ea taie curba pentru $x = -\frac{2}{3}$.

Graficul funcției y_2 se face mai ușor față de același sistem de axe de coordonate, (fig. 2) și este lăsat cititorului.

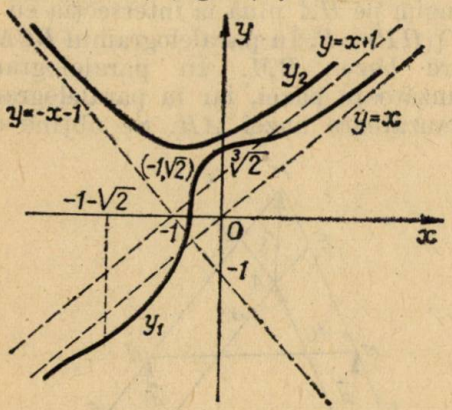


Fig. 2

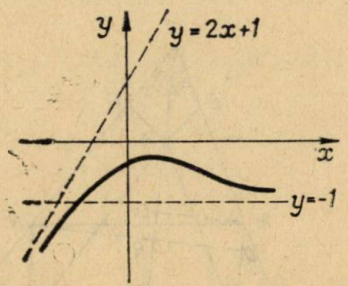


Fig. 3

Se vede că $y_2 - y_1 > 0$.

2. Se reprezintă grafic

$$y(x) = \sqrt[3]{x^3+3x+2} - \sqrt{x^2+2x+3}$$

Graficul este dat în figura 3 și se vede că $y(x) < 0$ oricare ar fi x. Studiul graficului este lăsat cititorului.

I. Stamate, Cluj

NOTE MATEMATICE

45. O generalizare a teoremei lui Pitagora

Generalizarea teoremei lui *Pitagora*, după cum a fost numită de *Pappus* din Alexandria, care a trăit la sfîrșitul secolului al III-lea al e.n., este conținută în prima parte din cartea a IV-a a lucrării „Culegerea" și are următorul enunț :

Dacă pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC construim paralelograme arbitrare ABDE și ACFG, apoi prelungim pe DE și FG pînă la intersecția lor H, unim pe H cu A și ducem BM și CN paralel cu HA, atunci

paralelogramul BCNM va fi egal cu suma paralelogramelor ABDE și ACFG.

În cele următoare se arată unele demonstrații cunoscute ale acestei generalizări a teoremei lui *Pitagora* și *Clairaut.*

1. *Demonstrație geometrică**. Ne sînt date paralelograme arbitrare pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC (fig. 1), în care $BD \parallel AE$ și $DE \parallel AB$, de asemenea $CF \parallel AG$ și $FG \parallel AC$. Prelungind pe DE și FG, se obține $(DE) \cap (FG) = H$. Unind pe A cu H, construim $BM \parallel AH$, (M pe DH) și $CN \parallel AH$, (N pe FH), apoi unim pe M cu N.

Din paralelogramele $ABMH$ și $ACNH$, cu AH latură comună avem BM paralel și egal cu AH și CN paralel și egal cu AH, de unde rezultă BM paralel și egal cu CN; deci patrulaterul $BCNM$ este paralelogram.

Se notează aria $ABDE = S_1$, aria $ACFG = S_2$, iar aria $BCNM = S$ Se va arăta că $S_1 + S_2 = S$.

Se observă că paralelogramele $ABMH$ și $ABDE$ sînt echivalente, avînd aceeași bază AB și înălțimi egale. La fel se arată că paralelogramul $ACNH$ este echivalent cu paralelogramul $ACFG$.

În scopul demonstrației, prelungim pe HA pînă la intersecția cu BC în P și construim $NQ \perp BM$; $(NQ) \cap (HP) = R$. În paralelogramul $BCNM$, NQ este înălțimea corespunzătoare bazei BM. În paralelogramul $AHBM$, QR este înălțimea corespunzătoare bazei, iar în paralelogramul $AHNC$, NR este înălțimea corespunzătoare bazei AH. Se obține deci

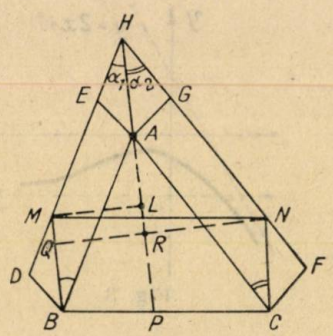


Fig. 1

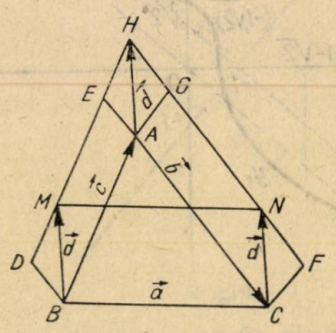


Fig. 2

$S_1 = BM.QR$ și $S_2 = AH.NR$. Se însumează aceste două arii și se obține $S_1 + S_2 = BM.(QR + NR) = BM.NQ$, care este tocmai S; deci

$$S_1 + S_2 = S.$$

2. *Demonstrație cu ajutorul trigonometriei.*** Notăm $\sphericalangle AHM = \alpha_1$, $\sphericalangle AHN = \alpha_2$, iar laturile triunghiului ABC cu a, b, c. În paralelogramul $ABMH$, înălțimea corespunzătoare bazei c este $h_1 = AH.\sin \alpha_1 = MB.\sin \alpha_1$, iar în paralelogramul $ACNH$, înălțimea corespunzătoare bazei b este $h_2 = AH.\sin \alpha_2 = NC.\sin \alpha_2 = MB.\sin \alpha_2$.

Din M coborîm perpendiculara ML pe AP, prelungirea lui HA. În dreptunghiul $MQRL$, ML este egal și paralel cu QR. Avem $QR = ML = MH\sin\alpha_1 = c\sin\alpha_1$, iar $NR = NH\sin\alpha_2 = b\sin\alpha_2$; $c\,MB\sin\alpha_1 + bMB\sin\alpha_2 = S_1 + S_2$.

---

*) *E. Kolman*: Istoria matematicii în antichitate, Ed. științifică, București, 1963, pag. 209.

**) *A. Stan*, G. M.-B nr. 12, 1965. G.M.-B, 1957, 245 de *V. Udrescu*

3. *Altă demonstrație trigonometrică.*

Fie $S_1 = c\,MB \sin \alpha_1 = c.\,AH \sin \alpha_1$, iar $S_2 = b\,MB \sin \alpha_2 = b\,AH \sin \alpha_2$. Prin însumare obține $S_1 + S_2 = AH\,(c \sin \alpha_1 + b \sin \alpha_2)$.

$$S = a\,NC \sin\,(BCN) = a\,AH \sin\,(C + \alpha_2).$$

Problema revine la verificarea egalității:

$$AH.\,(c \sin \alpha_1 + b \sin \alpha_2) = a.AH.\sin\,(C + \alpha_2)$$

sau

$$c \sin\alpha_1 + b \sin\,\alpha_2 = a.\sin\,(C + \alpha_2).$$

Exprimînd laturile triunghiului în funcție de R și sinusurile unghiurilor opuse laturilor, se obține:

$$2R \sin C \sin \alpha_1 + 2R \sin B \sin \alpha_2 = 2R \sin A \sin\,(C + \alpha_2).$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = A,\ \alpha_1 = A - \alpha_2,$$

deci $2R\,[\sin C \sin\,(A - \alpha_2) + \sin B \sin \alpha_2] = 2R \sin A \sin\,(C + \alpha_2)$.

Dezvoltînd pe $\sin\,(A - \alpha_2)$, se obține:

$$2R\,[\sin C\,(\sin A \cos \alpha_2 - \cos A \sin \alpha_2) + \sin\,B \sin\,\alpha_2] =$$

$$= 2R \sin A \sin\,(C + \alpha_2).$$

Dar $\sin B = \sin\,(A + C)$, $(A + B + C = 180°)$, deci

$$2R\,[\sin C \cos \alpha_2 - \cos A \sin C \sin \alpha_2 + \sin\,(A + C) \sin\,\alpha_2] =$$

$$= 2R \sin A \sin\,(C + \alpha_2).$$

Dezvoltînd $\sin\,(A + C)$ și efectuînd reducerile, se obține:

$$2R\,(\sin A \sin C \cos \alpha_2 + \sin A \cos C \sin \alpha_2) = 2R \sin A \sin\,(C + \alpha_2)$$

ceea ce este evident. Rezultă deci că $S_1 + S_2 = S$.

4. *Demonstrație vectorială.* Pentru a arăta că $S_1 + S_2 = S$ (fig. 2), ne servim de produsul vectorial a doi vectori, care este un alt vector, egal în valoare numerică cu suprafața paralelogramului construit pe cei doi vectori dați.

$$S_1 + S_2 = |\,[\bar{c}\bar{d}] + [\bar{b}\bar{d}]\,| = |\,[(\bar{c}+\bar{b})\,\bar{d}]\,|,$$

iar $S = |\,[a,\ d]\,|$, unde $\bar{a} = \bar{c} + \bar{b}$.

Rezultă deci că $S = |[(\bar{c} + \bar{b})\,\bar{d}]|$ și în concluzie

$$S_1 + S_2 = S.$$

Observație. Demonstrații vectoriale și prin considerații de arii mai sînt date în *G.M.—B*, 1957 p. 241—249 și 1963 pag. 129—139 și 715—718.

P.Dumitreasă, profesor Cluj

46. Generalizarea unei teoreme de coliniaritate

1. *Se dau două puncte oarecare O și P în planul unui triunghi ABC. Se consideră în O, pe dreapta OP, perpendiculara Δ, care taie laturile BC, CA, AB în punctele A', B', C'. Dreptele PA', PB', PC' întîlnesc în α, β,*

γ perpendicularele ridicate în O pe dreptele OA, OB, OC. Să se demonstreze că punctele α, β, γ sînt coliniare *). *(fig. 1)*

Soluția acestei probleme este următoarea :

Avem

$$O(ABCA') = A\,(OBCA') = P(OC'B'A') = P(A'B'CO)$$

adică

$$O(\alpha, \beta, \gamma\ P) = P\,(A'B'C'O),$$

deci punctele α, β, γ sînt coliniare.

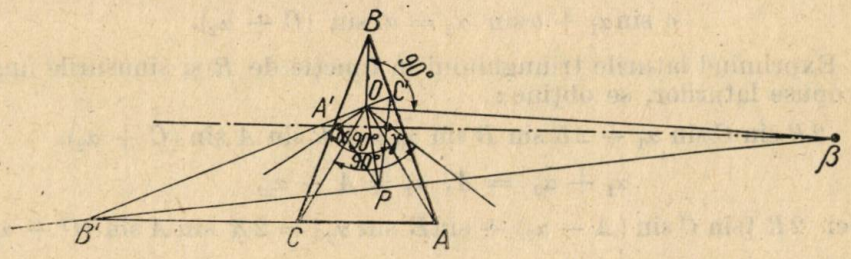


Fig. 1

Dacă punctul P este aruncat la infinit, în direcția lui OP, rezultă că dreptele $A'\alpha$, $B'\beta$, $C'\gamma$, devin perpendiculare pe Δ în punctele A', B', C' ; putem obține următoarea proprietate :

2) *Printr-un punct oarecare T, din planul unui triunghi ABC, se duce o dreaptă Δ, care taie laturile triunghiului în A', B', C'. Perpendicularele ridicate pe Δ, în aceste puncte, taie în trei puncte A'', B'', C'' perpendicularele ridicate în T pe dreptele AT, BT, CT.*

Punctele A'', B'', C'' sînt coliniare ** *(fig. 2).*

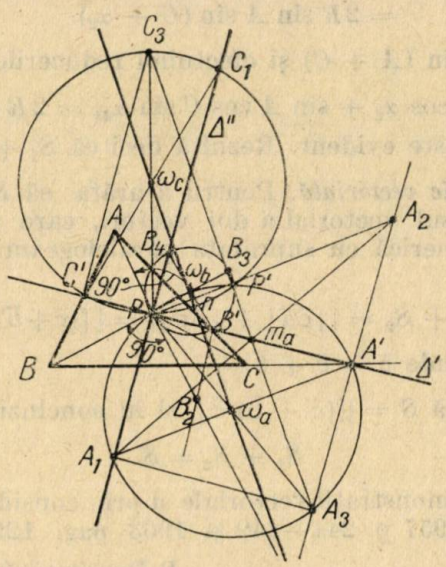


Fig. 2

*) C.d.P de Gh. Țițeica problema 1185.

**) vezi revista *Mathésis* 361/1934

Dacă prin ortocentrul H, al unui triunghi ABC, se duc două drepte rectangulare Δ, Δ' *ele determină pe laturile acestui triunghi trei segmente, ale căror mijloace sînt în linie dreaptă* ***).

Demonstrația acestei proprietăți este cunoscută, o generalizare se poate enunța astfel:

3. *Printr-un punct oarecare P, din planul unui triunghi ABC, se duc două drepte rectangulare* Δ', Δ'' *care taie laturile BC, CA, AB, respectiv în punctele* (A', B', C') *și* (A'', B'', C''). *Dacă punctele A', B', C', situate pe* Δ' *sînt proiectate respectiv pe PA, PB, PC, în punctele* α, β, γ *dreptele* $\alpha A'$, $\beta B'$, $\gamma C'$ *taie dreapta* Δ'' *respectiv în punctele* A_1, B_1, C_1 *astfel că mijloacele segmentelor* $A'A_1$, $B'B_1$, $C'C_1$ *sînt în linie dreaptă* (fig. 3).

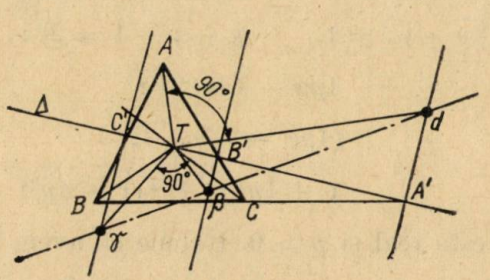


Fig. 3

Se vede că avem trei triunghiuri dreptunghice PA_1A', PB_1B', PC_1C'. Dacă ω_a, ω_b, ω_c snînt mijloacele segmentelor $A'A_1$, $B'B_1$, $C'C_1$, să arătăm că punctele ω_a, ω_b, ω_c sînt colineare.

Fie m_a mijlocul lui PA'. Dreapta A_1m_a, taie perpendiculara în A' pe Δ' în punctul A_2 și fie B_2, C_2 punctele analoge.

Patrulaterul $PA_1A'A_2$ este un paralelogram, pentru că laturile sale opuse sînt egale și paralele.

Dreapta PA_2 este paralelă cu A_1A' care este prependiculară pe PA, deci PA_2 este prependiculară pe PA.

Cercurile circumscrise triunghiurilor $PA'A_2$, $PB'B_2$, $PC'C_2$ au deci centrele lor ω_a', ω_b', ω_c' situate în mijloacele segmentelor PA_3, PB_3, PC_3. Ori, triunghiurile $PA'A_2$, $PB'B_2$, $PC'C_2$ sînt egale cu triunghiurile $PA'A_3$, $PB'B_3$, $PC'C_3$, unde A_3, B_3, C_3 sînt simetricele lui A_2, B_2, C_2 în raport cu dreapta Δ'.

Patrulaterul PA_1A_3A' este dreptunghi pentru că $PA_1 = \| A'A_2$ și $A'A_2 = \| A'A_3$, iar Δ' și Δ'' sînt rectangulare, deci cercul său circumscris are ca centru punctul ω_a, mijlocul lui A_1A'. Dintr-o proprietate stabilită anterior, rezultă că punctele A_2, B_2, C_2 sînt colineare, deci și simetricele lor A_3, B_3, C_3, în raport cu Δ' sînt coliniare.

Urmează că și punctele ω_a, ω_b, ω_c sînt colineare.

Dacă punctul P se confundă cu H, ortocentrul triunghiului ABC, regăsim imediat teorema lui *Droz-Farny*. În acest caz, simetricul lui P în raport cu Δ', se află pe cercul circumscris lui AB iar intersecția dreptelor Δ', PP', se află pe cercul *Euler* al triunghiului ABC.

N. Blaha, București

***) Teorema lui Droz-Farny

PROBLME REZOLVATE

Problema 7548

Să se rezolve în numere reale ecuația

$$\sqrt{x^2 + 2px - p^2} - \sqrt{x^2 - 2px - p^2} = 1 \ ; \ p > 0 \qquad (1)$$

Soluție: Dacă x este o soluție, atunci notînd:

$$= x^2 + 2px - p^2, \qquad z = x^2 - 2px - p^2$$

avem în mod necesar: $y > 0$, $z \geqslant 0$, $y > z$. Din (1) obținem succesiv:

$$\sqrt{y} - \sqrt{z} = 1, \qquad y - z - 1 = 2\sqrt{z},$$

$$4px - 1 = 2\sqrt{z} \qquad (3)$$

$$(4px - 1)^2 = 4z \qquad (3')$$

$$1 + 4p^2 = 4x^2(1 - 4p^2) \qquad (4')$$

Deoarece x este real și $p > 0$, trebuie să avem $1 - 4p^2 > 0$, deci

$$< p < \frac{1}{2}. \qquad (4)$$

Din $y > z$, obținem $4px > 0$, deci $x > 0$. Din (4') găsim:

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1 + 4p^2}{1 - 4p^2}} \qquad (5)$$

Condițiile inițiale sînt satisfăcute, dacă $z > 0$, ceea ce este asigurat de (3'). Ecuația (3) are loc numai dacă $4px - 1 \geqslant 0$, adică

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1 + 4p^2}{1 - 4p^2}} \geqslant \frac{1}{4p}$$

de unde

$$\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2} - 1} \leqslant p < \frac{1}{2} \qquad (6)$$

Deoarece $y = z + 4px$ și $4px > 0$, avem $y > 0$, deci putem trece de la (3) la (1). Am găsit în acest fel condițiile în care întregul procedeu de rezolvare poate fi inversat, adică condițiile în care x verifică ecuația.

Cu aceasta concluzia este: ecuația (1) are atunci cînd este îndeplinită condiția (6) soluția unică dată de (5), altfel nici o soluție.

Problema 7549

În plan se dau 5 puncte astfel încît să nu existe 3 puncte coliniare printre ele. Fiecare 2 puncte se unesc printr-un segment de culoare roșie sau albastră, astfel încît să nu avem nici un triunghi ale cărui laturi să aibă aceeași culoare.

a) *Dovediți că din fiecare din cele 5 puncte date pornesc două segmente roșii și două albastre.*

b) *Dovediți că segmentele roșii formează o linie închisă. Același lucru și pentru cele albastre.*

c) *În cîte feluri se pot uni punctele date cu segmente roșii sau albastre astfel încît să fie satisfăcute condițiile problemei?*

Soluție. a) Notăm cele 5 puncte cu A, B, C, D, E (vezi fig. 1) și presupunem că din A pornesc cel puțin 3 segmente roșii, de exemplu AB,

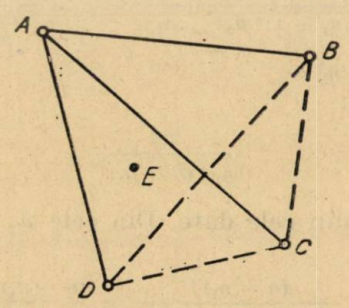


Fig. 1

AC, AD. Atunci segmentele BC, DB, CD ar trebui să fie albastre, ceea ce ar implica să avem un triunghi albastru BCD, ceea ce este imposibil.

b) Din paragraful a) rezultă că din punctul A pornesc 2 segmente roșii — de exemplu AB, AC. Celelalte două segmente AD, AE sînt albastre (vezi fig. 2). Segmentul DE este atunci roșu. Din punctul D pornesc (conform cu a)) două segmente roșii, deci CD este fie roșu (figura 2) fie albastru (figura 3). În cazul figurii 2, segmentul CE este albastru și conform

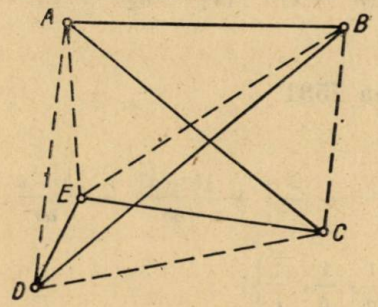


Fig. 2

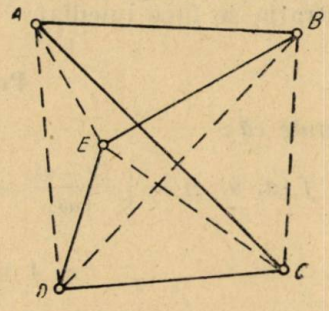


Fig. 3

cu a) (aplicat punctelor E, D), BE este roșu și BD albastru. În mod asemănător completăm figura 3. Liniile căutate sînt : pe figura 2, $ABEDCA$ (roșu) și $ADBCEA$ (albastru) ; pe figura 3, $ABDECA$ (roșu) și $ADCBEA$ (albastru).

c) Considerăm punctul A și alegînd cele două segmente roșii ce pornesc din A, obținem 2 posibilități pentru modurile de unire cu segmentele colorate. Avem deci în total $C_4^2 \cdot 2 = 12$ posibilități de colorare.

Problema 7590

Se dau n obiecte diferite.

a) În cîte feluri se pot împărți aceste obiecte în trei categorii A_1, A_2, A_3 astfel încît în fiecare categorie A_i să intre un număr anumit n_i de obiecte ($i = 1, 2, 3$; $n_1 + n_2 + n_3 = n$)?

b) *Aceeași întrebare pentru numărul de categorii egal cu k.*

c) *Dovediți identitatea :*

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \ldots n_k!} = \frac{(n-1)!}{(n_1-1)!\, n_2! \ldots n_k!} + \ldots + \frac{(n-1)!}{n_1! \cdot n_2! \ldots (n_k-1)!}$$

($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$)

Soluție. a) Există :

$$\frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!}$$

grupe de n_1 elemente din cele date. Din cele n_2 elemente rămase putem alege în

$$\frac{(n-n_1)!}{n_2!\,(n-n_1-n_2)!} = \frac{(n-n_1)!}{n_2!\,n_3!}$$

moduri n_2 elemente pentru urna A_2.

Numărul total de moduri de distribuire este deci :

$$S_3 = \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!} \cdot \frac{(n-n_1)!}{n_2! \cdot n_3!} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\,n_3!}$$

b) $S_k = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2! \ldots n_k!}$

c) Folosind faptul că $n! = ((n-1)!\ (n_1 + n_2 + \ldots + n_k)$, demonstrația se face imediat.

Problema 7591

Să se arate că :

a) $f(a, b, c) = \left| \dfrac{|b-a|}{|ab|} + \dfrac{b+a}{ab} - \dfrac{2}{c} \right| + \dfrac{|b-a|}{|ab|} + \dfrac{b+a}{ab} + \dfrac{2}{c} =$

$$= 4 \max \left\{ \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} \right\};$$

b) $f(a, b, c) = f(b, c, a) = f(c, a, b) = f(a, c, b) = f(c, b, a)$

Soluție. $f(a, b, c) = \left\| \left| \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} \right| + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - \dfrac{2}{c} \right| + \left| \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} \right| + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{2}{c} =$

$$= \begin{cases} 2\left(\left| \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} \right| + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \right) & \text{dacă } \left| \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} \right| + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - \dfrac{2}{c} \geqslant 0 \\ 4 \cdot \dfrac{1}{c} & \text{dacă } \left| \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} \right| + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - \dfrac{2}{c} \leqslant 0 \end{cases}$$

Deoarece există posibilitățile :

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\geqslant 0 \text{ și } \frac{1}{a}-\frac{1}{b}\leqslant 0$$

avem :

$$f(a,\ b,\ c)=\begin{cases} 4\cdot\frac{1}{a} & \text{dacă } \frac{1}{a}-\frac{1}{c}\geqslant 0 \text{ și } \frac{1}{a}-\frac{1}{b}\geqslant 0 \\ 4\cdot\frac{1}{b} & \text{dacă } \frac{1}{b}-\frac{1}{a}\geqslant 0 \text{ și } \frac{1}{b}-\frac{1}{c}\geqslant 0 \\ 4\cdot\frac{1}{c} & \text{dacă } \frac{1}{c}-\frac{1}{b}\geqslant 0 \text{ și } \frac{1}{c}-\frac{1}{a}\geqslant 0 \end{cases}$$

adică :

$$f(a,\ b,\ c)\begin{cases} 4\cdot\frac{1}{a} & \text{dacă } \frac{1}{a}=\max\left\{\frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}\right\} \\ 4\cdot\frac{1}{b} & \text{dacă } \frac{1}{b}=\max\left\{\frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}\right\} \\ 4\cdot\frac{1}{c} & \text{dacă } \frac{1}{c}=\max\left\{\frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}\right\} \end{cases}$$

Rezultă $f(a,\ b,\ c)=4\ \max\left\{\frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}\right\}$

Din simetria funcției față de cele trei argumente, rezultă imediat relațiile de la punctul b).

Problema 7592

Demonstrați egalitatea :

$$\sum_{r,s=0}^{n-1} a_{r-s}=\sum_{k=-n}^{n}(n-|k|)\,a_k$$

Soluție. Considerăm funcția $a\,(r,\ s)=a_{r-s}$ definită pentru punctele cu coordonate întregi, în planul rOs. Suma $\sum_{r,s=0}^{n-1} a_{r-s}$ reprezintă suma valorilor acestei funcții în interiorul și pe frontiera patratului $OMNN'$ unde puncte M și N' au coordonatele : $(n-1,\ 0)$ și respectiv $(0,\ n-1)$.

Deoarece pe fiecare dreaptă D_k având ecuația :

$$s=r+k \qquad (k=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm(n-1).$$

funcția a_{r-s} are aceeași valoare a_k, suma valorilor pe dreapta D_k este : $(n-|k|)\,a_k$, astfel că :

$$\sum_{r,s=0}^{n-1} a_{r-s}=\sum_{k=-(n-1)}^{n-1}(n-|k|)\,a_k=\sum_{k=-n}^{n}(n-|k|)\,a_k.$$

Problema 7597

Demonstrați propoziția : dacă a, b, c, d, coeficienții polinomului ax^3+bx^2+cx+d, sînt numere întregi, astfel încît ad să fie impar și bc par, atunci rădăcinile polinomului nu pot fi toate raționale.

Soluție. Dacă x este o rădăcină rațională a polinomului din enunț, atunci $y = ax$ este o rădăcină întreagă a polinomului :

$$y^3 + by^2 + acy + a^2d.$$

Dacă acest polinom are 3 rădăcini întregi, atunci aceste rădăcini sînt impare, fiind divizori ai lui a^2d. Suma lor $(-b)$ și suma (ac) a produselor lor cîte două, ar fi atunci tot numere impare, ceea ce contrazice ipoteza că bc este număr par.

Problema 7598

a) *Dovediți că perpendicularele coborîte din mijloacele laturilor unui patrulater inscriptibil pe laturile opuse sînt concurente.*

b) *Fie $ABCD$ un patrulater inscriptibil. Să se arate că centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, BCD, CDA, DAB formează un patrulater inscriptibil.*

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București. a) Fie M, N, P, Q mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA ale patrulaterului inscriptibil și S intersecția lui MP cu NQ. $MNPQ$ fiind paralelogram, punctul S este centrul de simetrie. Prin simetrie față de S perpendiculara din M pe CD se transformă în mediatoarea laturii CD, analog pentru celelalte perpendiculare. Mediatoarele laturilor lui $ABCD$ fiind concurente rezultă că perpendicularele din M, N, P, Q pe laturile opuse sînt și ele concurente și că punctul lor comun este simetricul față de S al centrului cercului circumscris lui $ABCD$.

b) Fie E și F mijloacele diagonalelor AC și BD și G centrul de greutate al triunghiului BCD. Punctul de intersecție M al lui AG și EF este mijlocul lui EF. Într-adevăr dacă H este mijlocul lui GC, atunci din $AE = EC$ rezultă că EH este paralel cu AG și cum $EG = GH$ avem $FM = ME$. Avem : $MG = \frac{1}{2} EH = \frac{1}{4} AG$, deci G este imaginea lui A printr-o omotetie de centru M, raportul de omotetie fiind 3 : 1. Punctul G este deci situat pe cercul omotetic cercului circumscris lui $ABCD$. Același lucru e valabil și pentru centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, CDA, DAB.

Problema 7602

Decupăm din hîrtie o figură de arie 1. Împărțim prin linii una din fețele figurii de hîrtie în 10 părți, pe care le colorăm cu 10 culori diferite. Întoarcem apoi figura de hîrtie pe cealaltă față, pe care o împărțim în mod arbitrar tot în 10 părți. Dovediți că putem colora aceste zece părți cu cele zece culori de mai înainte, astfel încît suma ariilor porțiunilor colorate pe ambele părți cu aceeași culoare să fie mai mare sau cel puțin egală cu 0,1.

Soluție. Prin suprapunerea celor două moduri de împărțire se obține o împărțire a figurii în minimum 100 de părți. Fie A_{ij} aceste părți unde indicii i, j ne arată A_{ij} rezultă din intersecția părții A_i a primei împărțiri cu partea B_j a celei de-a doua. Numărul de moduri în care pot fi colorate părțile B_j este egal cu 10 !. Numerotăm aceste moduri într-o anumită ordine cu $k=1,2,\ldots,10!$ și presupunînd că părțile A_i sînt colorate într-un mod fix notăm cu S_k suma ariilor părților A_{ij} colorate cu aceeași culoare la modul k de colorare al regiunilor B_j.

Propoziție ajutătoare:

$$\sum_{k=1}^{10!} S_k = 9!$$

Utilizăm mai întîi propoziția în rezolvarea problemei și dăm demonstrația ei în încheiere. Dacă adunăm 10 ! numere nenegative și obținem 9 ! atunci există cel puțin unul care nu e mai mic decît $\frac{9!}{10!}$

Pentru demonstrarea propoziției ajutătoare să observăm mai întîi că :

$$S_k = \sum_{i,j=1}^{10} \varepsilon_{ij}(k)\, s(A_{ij})$$

unde $S(A_{ij})$ este aria regiunii A_{ij} iar ε_{ij} este egal cu 1 sau 0 după cum regiunea A_{ij} este colorată cu o singură culoare pe ambele fețe sau nu. Rezultă de aici :

$$\sum_{k=1}^{10!} S_k = \sum_{i,j=1}^{10} \eta_{ij}\, S(A_{ij})$$

unde η_{ij} este numărul de moduri de colorare în care A_{ij} este colorat cu aceeași culoare pe ambele fețe. Acest număr este egal cu numărul de moduri de a colora 9 regiuni cu 9 culori, adică $\eta_{ij} = 9!$.

Rezultă atunci :

$$\sum_{k=1}^{10!} S_k = 9! \sum_{i,j=1}^{10} S(A_{ij}) = 9!$$

Problema 7603

Într-un triunghi dat să se ducă un segment de dreaptă care se sprijină cu extremitățile pe laturile unuia din unghiurile lui, care împarte aria triunghiului în două părți echivalente și îndeplinește condițiile: segmentul are o lungime minimă și se găsește în întregime în interiorul triunghiului dat.

Să se determine unghiul în care trebuie făcută construcția, mărimea segmentului în funcție de laturi și construcția grafică a soluției.

I. Teodorescu, Galați

Soluție. Fie triunghiul ABC, cu laturile a, b, c și aria S și un segment MN înscris în unghiul A.

Notăm $AM = x$, $AN = y$ și atunci avem :

$$MN^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos A$$

Dacă raportul dintre aria triunghiurilor MAN și ABC este $\frac{1}{2}$, atunci vom avea relația :

$$\frac{\text{aria } MAN}{\text{arla } ABC} = \frac{x.y}{b.c} = \frac{1}{2}, \text{ deci } xy = \frac{1}{2} b.c\,.$$

Problema revine la a găsi minimul segmentului MN sau MN^2. Expresia acestui segment se va putea scrie sub forma :

$$MN^2 = (x^2 + y^2 - 2xy) + 2xy(1 - \cos A)$$

sau

$$MN^2 = (x - y)^2 + bc\ (1 - \cos A),$$

sau

$$MN^2 = (x - y)^2 + 2bc \sin^2 \frac{A}{2}.$$

Minimul segmentului MN, va avea loc cînd $x = y$ și atunci avem

$$x = y = \sqrt{\frac{b.c}{2}}, \qquad MN = \sqrt{2\,bc} \sin \frac{A}{2}$$

Dacă ținem seama că $\sin \frac{A}{2}$ se poate exprima în funcție de laturile triunghiului, găsim

$$MN = \sqrt{2(p - b)(p - c)}$$

2) Este evident că se va putea înscrie în fiecare din unghiurile triunghiului cîte un segment. Astfel pentru B și C, vom avea

$$M'N' = \sqrt{2(p - a)(p - c)}; \quad M''N'' = \sqrt{2(p - a)(p - b)}$$

Pentru a compara mărimea lor vom introduce în exprimarea lor și aria triunghiului $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$ și avem

$$MN = \frac{\sqrt{2.}\,S}{\sqrt{p(p - a)}},$$

$$M'N' = \frac{\sqrt{2.}\,S}{\sqrt{p(p - b)}},$$

$$M''N'' = \frac{\sqrt{2.}\,S}{\sqrt{p(p - c)}}.$$

Segmentul cel mai mic îl avem, pentru cea mai mare expresie $p - a$, $p - b$, $p - c$ deci pentru cea mai mică dintre laturile a, b, c. Minimul absolut îl vom obține cînd segmentul MN este înscris în cel mai mic unghi, care, după cum se știe, se opune celei mai mici laturi. Să presupunem că latura a satisface această condiție, $a < b < c$; atunci segmentul MN fiind înscris în unghiul A, el va fi cuprins în interiorul triunghiului cînd avem $AN \leqslant AC$, adică

$$\sqrt{\frac{b.c}{2}} \leqslant b$$

De aci deducem $\frac{c}{2} \leqslant b$ sau $c \leqslant 2b$.

Cea mai mare latură care formează unghiul în care se face construcția trebuie să nu depășească îndoitul celeilalte laturi.

În cazul egalității $c = 2b$, avem $AN = AM = b$, adică segmentul MN se confundă cu mediana dusă din C pe latura cea mai mare c.

Relațiile $AN = AM = \sqrt{\frac{b.c}{2}}$ ne arată că soluția se obține construind media geometrică între o latură a unghiului și jumătatea celeilalte. Construind această medie avem determinată poziția segmentului căutat MN.

8565. Se dă un sistem de axe de coordonate rectangulare xOy și punctul $C(a, 0)$. Se consideră cercul cu centrul în C, tangent la axa Oy și coarda AB paralelă la Oy, care intersectează axa Ox în D, astfel ca $OD = p$.

a) Să se afle aria triunghiului OAB, apoi să se găsească relația dintre a și p pentru ca această arie să fie maximă.

b) Să se arate că volumul corpului care ia naștere prin rotirea triunghiului OAB în jurul axei este $V = \frac{4}{3} p^2 \sqrt{2ap - p^2}$, apoi să se studieze variația acestui volum cînd a este constant și p variabil. Să se calculeze $\operatorname{tg}(AOB)$ în cazul coardei AB corespunzătoare corpului de volum maxim.

c) Perpendiculara în O pe OB și paralela prin A la Ox se intersectează în punctul M. Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului OM, cînd a este constant și p variabil.

Bacalaureat, mai 1967

8566. a) Să se studieze variația funcției $f(x) = -\frac{1}{6} x(x-3)(x-8)$ și să se reprezinte grafic.

b) Să se determine m astfel ca ecuația $f(x) = m$ să admită o rădăcină dublă și să se rezolve în acest caz.

c) Să se arate că dacă funcția $f(x)$ admite pentru $x = x_0$ un extrem a cărui valoare este y_0, atunci ecuația $f(x) = y_0$ admite pe x_0 ca rădăcină dublă.

d) Se dă ecuația $x^3 - 11x^2 + 24x + 144 \sin^2 a = 0$, unde x este necunoscuta și a un parametru real.

Să se determine valorile lui a din intervalul $[0, 2\pi)$ pentru care suma a două rădăcini este egală cu 5.

Bacalaureat, mai 1967.

8567. Se dă cercul (C) de ecuație $x^2 + y^2 - R^2 = 0$ și un punct M mobil pe acest cerc. Fie (C_1) cercul cu centrul în M și tangent în P la axa Ox, și (C_2) cercul cu centrul în M și tangent în Q la axa Oy. Fie DE coarda comună a cercurilor (C) și (C_1), iar FG coarda comună a cercurilor (C) și (C_2). Dreptele MP și DE se intersectează în I, iar dreptele MQ și FG se intersectează în H.

a. Să se arate că punctul I este mijlocul segmentului MP.

b. Să se afle locul geometric al punctului I cînd M parcurge cercul (C).

c. Să se arate că suma distanțelor punctului O la dreptele DE și FG este constantă atunci cînd M parcurge cercul (C).

d. Să se exprime aria triunghiului IOH în funcție de abscisa punctului M și de raza cercului (C) și să se afle maximul acestei arii atunci cînd M descrie cercul (C).

Bacalaureat, iunie 1967 (subiect de rezervă)

8568. Se dă parabola $y^2 = 2x$ și cercul $x^2 + y^2 - 1 = 0$. Se consideră punctul P mobil pe parabolă, din care se duc tangente la cerc, ale căror puncte de contact se notează cu A și B.

a) Să se exprime lungimea coardei AB în funcție de abscisa t a punctului P și să se arate că

$$AB = 2\sqrt{\frac{t^2 + 2t - 1}{t^2 + 2t}}.$$

b) Să se determine abscisa punctului P astfel ca lungimea coardei AB să fie egală cu latura patratului înscris în cerc.

c) Să se studieze variația lungimii coardei AB cînd P se deplasează pe parabolă și să se reprezinte grafic.

Bacalaureat, iunie 1967 (Subiect de rezervă)

8569. Cu demonstrația următoare, desigur greșită, s-a pretins să se demonstreze că într-un trapez $ABCD$ (v. fig. 1) suma celor două baze AB, CD e nulă. Să se afle și să se explice greșala comisă.

Demonstrația: Fie $a = AB$, $b = CD$ lungimile celor două baze. Pe prelungirea lui AB dincolo de B, să luăm $BE = b$. Pe prelungirea lui CD dincolo de D, să luăm $DF = a$. Trasăm apoi cele două diagonale AC, BD ale trapezului, apoi segmentul EF.

Punem (ca în figură) : $DH = x$, $HK = y$, $KB = z$.

Din triunghiurile asemenea DKC, BKA, obținem $\frac{a}{b} = \frac{z}{x+y}$ și din triunghiurile asemenea BHE, DHF : $\frac{a}{b} = \frac{x}{z+y}$. Scăzînd termen cu termen cele două fracții $\frac{z}{x+y}$, $\frac{x}{y+z}$, rezultă $\frac{a}{b} = \frac{z-x}{x-z}$, de unde $\frac{a}{b} = -1$, $a+b = 0$.

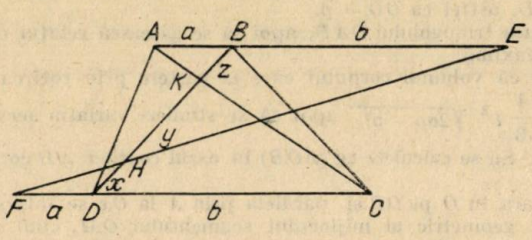


fig. 1

Concursul de matematică din Torino (Italia), 1966

3570. Pe o autostradă, trei automobile a, b, c străbat fiecare cu mișcare uniformă, linia care unește două puncte P, Q.

Automobilului a îi trebuie cu 10 m mai mult decît automobilului b pentru a face întreaga cursă, dar cu 40 m mai puțin decît automobilului c. Aceasta provine din faptul că iuțeala lui b întrece cu 31 km. pe oră pe cea a lui c.

Să se calculeze distanța PQ pe autostradă și cele 3 iuțeli ale lui a, b și c.

Concursul de matematică din Torino (Italia), 1966

3571. Se observă ora indicată de o pendulă, între 4 și 5, apoi între 7 și 8 ; se constată că în intervalul dintre cele două observațiuni, cele două sfere și-au schimbat respectivele poziții. Să se demonstreze că, la fiecare observație, sferele erau de asemenea înclinate în raport cu verticala.

Concursul de matematică din Torino (Italia), 1966

3572. Se ia un număr oarecare de 3 cifre cu condiția ca prima și a treia cifră să fie diferite între ele și se inversează (adică se inversează ordinea cifrelor).

Asupra celor două numere astfel dispuse să se facă operația de a scădea din cel mai mare pe cel mai mic.

La rezultatul obținut să se adauge acum numărul care se obține răsturnînd rezultatul însuși. Să se demonstreze că, oricare ar fi numărul inițial, se obține mereu, ca rezultat final, 1089.

Concursul de matematică din Padova (Italia), 1966

3573. Cu demonstrația care urmează s-a pretins să se probeze că : „Dintr-un punct exterior unui plan se pot duce o infinitate de perpendiculare pe plan". Să se găsească greșala și să se explice. Demonstrația : Fie α și P planul și punctul considerate (v. fig. 2). Să luăm două puncte arbitrare A și B în α și fie γ_A și γ_B cele două sfere avînd A și P, respectiv B și P ca puncte diametral opuse. γ_A și α se taie după o circumferință l_A trecînd prin A în timp ce γ_B și α se taie după o circumferință l_B trecînd prin B. Fie C, D punctele de intersecție ale circumferințelor l_A, l_B.

Să observăm acum că, triunghiul ACP e înscris într-o circunferință mai mare decît l_A, avînd latura AP ca diametru : pentru aceasta $\sphericalangle ABC = \frac{\pi}{2}$. În mod analog se vede că și $\sphericalangle BCP = \frac{\pi}{2}$. Urmează că dreapa PC, fiind perpendiculară pe cele două drepte CA, CB din α este perpendiculară pe α. La fel se demonstrează că și dreapta PD e perpendiculară pe α.

---

*) Problemele 8569—8557 sînt reproduse din „Periodico di matematiche" Seria IV, vol. XLIV, nr. 1, 1967. Bologna, Italia.

Cu un astfel de procedeu la o pereche arbitrară de puncte A, B din α va corespunde o bine determinată pereche de drepte distincte PC, PD ambele perpendiculare pe α.

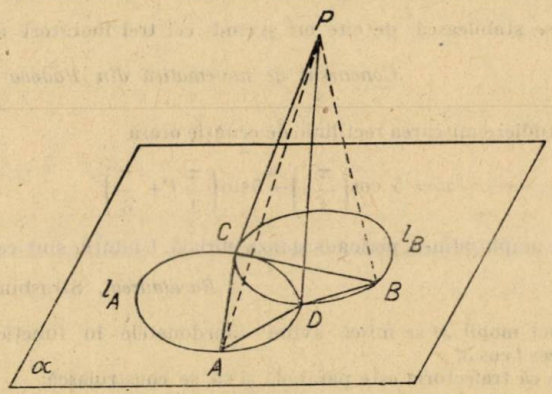


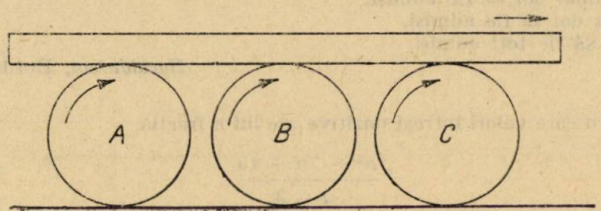
fig. 2

Dată infinitatea de posibilități de alegere a perechii A, B și numărul perechilor unor astfel de perpendiculare PC, PD este infinit.

Concursul de matematică din Padova (Italia), 1966

3574. Figura de mai jos reprezintă o scîndură sprijinită pe 3 roți A, B, C, acestea fiind așezate la rîndul lor pe o podea orizontală.

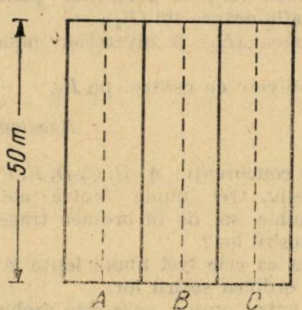
Cele trei roți sînt egale între ele și au forma de cilindri circulari drepți. Circomferința bazelor lor e de 1 m. Se presupune că cele trei roți se rotesc în așa mod ca să facă un tur



complet (în sensul arătat de săgeți). În același timp scîndura sprijinită se mișcă orizontal, ca în figură. Să se calculeze cu cît se deplasează scîndura, admițînd că nu există nici o frecare, nici între roți și scîndură, nici între roți și podea.

Concursul de matematică din Padova (Italia), 1966

3575. Trei înotători iau parte la o întrecere într-un bazin, plecînd simultan de la punctele A, B, C indicate în figură și străbătînd de patru ori cursele respective.



Cursele sînt lungi de 50 metri și de aceea drumul întreg e de 200 m. Liniile (punctate în figură) străbătute de înotători sînt echidistante între ele.

Se presupune că iuţelile înotătorilor sînt constante, în tot timpul întrecerii şi anume:

$$V_A = 105 \text{ m/min}, \quad V_B = 102 \text{ m/min}, \quad V_C = 96 \text{ m/min}.$$

Se cere să se stabilească de cîte ori şi cînd cei trei înotători ajung să fie aliniaţi între ei.

Concursul de matematică din Padova (Italia), 1966

3576. Să se studieze mişcarea rectilinie de ecuaţie orară

$$x = 5\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Să se precizeze amplitudinea, perioada şi faza iniţială. Unităţile sînt centimetrul şi secunda

Bacalaureat, Strasburg, iunie 1965

3577. Un punct mobil M se mişcă avînd coordonatele în funcţie de timp date de $x = \cos 2t$ şi $y = \cos t \cos 3t$

a) Să se arate că traiectoria este parabolă şi să se construiască.

b) Să se determine poziţia mobilului la timpul $t = \frac{\pi}{6}$ şi să se construiască vectorul viteză şi vectorul acceleraţie corespunzătoari acestei date.

Bacalaureat, Montpellier, iunie 1966

3578. Procentul de admişi la un examen este de 40%. Care este probabilitatea ca dintr-o grupă de cinci candidaţi

a) nici unul să nu fie admis,

b) unul şi numai unul să fie admis,

c) doi şi numai doi să fie admişi,

d) cel puţin doi să fie admişi,

e) cei cinci să fie toţi admişi.

Bacalaureat, Bordeaux, 1966

3579. Pentru care valori întregi pozitive ale lui n fracţia

$$\frac{n^2 - 7n + 15}{n - 3}$$

este ireductibilă? Poate fi ea egală cu un număr întreg?

Bacalaureat, Bordeaux, 1966

3580. Se consideră $M(x, y)$ şi $M'(x', y')$ două puncte inverse unul altuia în inversiunea de pol O şi de putere unitatea.

a) Să se arate că $yx' - xy' = 0$ şi $xx' + yy' = 1$ şi se se afle mulţimea punctelor duble ale inversiunii.

b) Să se determine mulţimea (E_1) a inverselor punctelor cercului (C_1) de ecuaţie $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ şi să se afle natura lui (E_1).

c) Să se determine mulţimea (E_2) a inverselor punctelor cercului (C_2) de ecuaţie $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$.

Să se arate că (E_2) este un cerc cu centrul pe E_1.

Bacalaureat, Poitiers, iunie 1966

3581. Într-o cursă sînt 10 concurenţi: $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$.

a) Se trag la sorţi, succesiv, trei nume dintre ale celor 10 concurenţi. Care este probabilitatea ca aceste trei nume să fie în ordinea tragerii, aceleaşi cu ale primilor trei concurenţi din cursă în ordinea sosirii lor?

c) Care este probabilitatea ca cele trei nume ieşite la sorţi să fie ale primilor trei din cursă, fără a ţine seamă de ordinea sosirii lor.

c) Dacă se trag la sorţi patru nume, care este probabilitatea ca printre aceste patru nume să figureze şi ale primilor trei din cursă.

Bacalaureat, Bordeaux, iunie 1966

PROBLEME PROPUSE*

8582. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia

$$\frac{2x-7}{x-1}+\frac{2-x}{2+x}-\left(\frac{3x-10}{x-2}+\frac{3-2x}{x+1}\right)-\frac{2x^2-32}{3(x^2-1)}$$

Să se calculeze valorile numerice pentru $x=4$, $x=-4$, $x=1$.

David Haim, Bîrlad

8583. Se dă trapezul $ACDE$ cu diagonalele egale $AD=CE$. Să se demonstreze direct (printr-o construcție) și indirect (prin absurd) că laturile neparalele AE, CD sînt și ele egale.

A. Froda

8584. Dacă a, b, c sînt numere reale astfel încît $b\sqrt{a}\neq c$, atunci :

$$\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{\frac{ac-b\sqrt{a}}{b\sqrt{a}-c}}\right)^3+\left(\sqrt{a}\sqrt{\frac{ac-b\sqrt{a}}{b\sqrt{a}-c}}\right)^3}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{\frac{ac-b\sqrt{a}}{b\sqrt{a}-c}}\right)^2+\left(\sqrt{a}\sqrt{\frac{ac-b\sqrt{a}}{b\sqrt{a}-c}}\right)^2}=\frac{b\sqrt{a}(a-3)+2ac}{b(a-1)}$$

(În legătură cu problema 7131).

D. M. Bătineţu, Iaşi

8585. Diagonalele unui patrulater $ABCD$ se intersectează în O. Dacă notăm cu R_1, R_2, R_3, R_4 respectiv razele cercurilor OAB, OBC, OCD, ODA, relaţia

$$\frac{R_1+R_3}{R_2+R_4}=\frac{AB+CD}{BC+DA}$$

este adevărată.

C. Ciolloş, elev Moineşti

8586. Să se determine toate cifrele n pentru care $\overline{3n2}$ şi $\overline{2n3}$ au cel puţin un divizor comun diferit de 1.

F. Kacso, Reghin

8587. Se dă un triunghi ABC şi un punct M pe BC. Dacă există relaţia :

$$MA^2\cdot BC^2=MB^2\cdot AC^2+MC^2\cdot AB^2$$

atunci triunghiul ABC este dreptunghic în A.

N. Pantazi, elev Sebiş

8588. Considerăm operaţia $*$ astfel definită,

$$a*b=\frac{a^2+b^2}{a-b}$$

Să se arate că $\frac{m+n}{m-n}*\frac{a(m+n)}{b(m-n)}=a*b$ unde $m\neq n$.

N. Poşta, Baia Mare

8589. Pe medianele AD, BE şi CF ale triunghiului oarecare ABC se iau respectiv punctele oarecare M, N şi P. AN şi RP intersectează pe BC respectiv în A_1 şi A_2; BM şi BF intersectează pe AC respectiv în B_1 şi B_2; CM şi CN intersectează pe AB respectiv în C_1 şi C_2.

Să se arate că triunghiurile AB_1C_1, BA_1C_2 şi CA_2B_2 sînt asemenea între ele.

Florea I. Dumitrescu, profesor Craiova

---

* IX (8582—8588); X (8589—8595); XI (8596—8601); S(8602—8609). Soluţiile se primesc numai timp de două luni de la publicarea enunţului problemei. Rezolvările problemelor se vor trimite într-un singur plic odată la două luni cu cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Elevii de clasa IX-a pot trimite soluţii şi la problemele pentru clasa VIII-a. Problemele pentru clasele IX şi X sînt indicate şi pentru licee speciale şi pedagogice.

8590. Să se descompună în factori :

$$P(x, y, z) = 2x^2 - 3y^2 + 5xy - xz - 3yz + 3x + 16y + z - 5.$$

A. Coța, profesor Turda

8591. Fie M un punct oarecare în interiorul unui triunghi echilateral ABC. Să se arate că avem relația :

$$\frac{AM}{BM \cdot CM} + \frac{BM}{AM \cdot CM} + \frac{CM}{AM \cdot BM} = \frac{4S}{3R^2}\left(\frac{\cos A_1}{B_1C_1} + \frac{\cos B_1}{A_1C_1} + \frac{\cos C_1}{A_1B_1}\right),$$

unde B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 și A_1, B_1, C_1 sînt respectiv laturile și unghiurile triunghiului podar al punctului M.

Ioan Sabou, elev Cîmpulung Suceava

8592. Să se arate că :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 2n - 1}{2^n} = 1$$

Hahn Radu, elev București

8593. Dacă x, y, z sînt numere reale care satisfac relațiile :

$$x + y + z = 1 \quad \text{și} \quad \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y + \operatorname{arctg} z = \frac{\pi}{4}$$

să se demonstreze că :

$$x^{2n+1} + y^{2n+1} + z^{2n+1} = 1$$

pentru orice n număr natural.

Ioan Tomescu, București

8594. Să se rezolve ecuația

$$(a + b + c)x^3 + (a^2 + b^2 + c^2)\,x^2 - (a^3 + b^3 + c^3)x - (a^4 + b^4 + c^4) = 0,$$

știind că a, b, c sînt rădăcinile ecuației : $y^3 - y^2 + y + 3 = 0$.

Corneliu Georgescu, Craiova

8595. Să se arate că

$$\cos^2\frac{\pi}{9} + \cos^2\frac{2\pi}{9} + \cos^2\frac{4\pi}{9} - 1 = 3\cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9} =$$

$$= \frac{1}{12}\left(\cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9} + \cos^2\frac{\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9} + \cos^2\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{4\pi}{9}\right).$$

C. Ionescu-Țiu

8596. Se dau funcțiile $y_1(x) = ax^2 + bx + c$ și $y_2(x) = cx^2 + bx + a$ cu $a > c$.
Se cere :

1) Să se demonstreze că dacă $x = \dfrac{2t}{1 + t^2}$ sau $x = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2}$ $(t \in R)$

atunci $y_1(x) \leqslant y_2(x)$ și reciproc.

2) Să se arate că dacă ecuațiile $y_1(x) = 0$ și $y_2(x) = 0$ au o rădăcină comună, atunci $a + b + c = 0$ sau $a - b + c = 0$ și reciproc.

3) Să se afle codomeniul funcției $y(x) = \dfrac{y_1(x)}{y_2(x)}$, știind că $b = a + c$.

Miron Oprea, Ploiești

8597. Să se arate că expresiile

$$E_1 = \cos^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\beta}{2} - 2 \cdot \cos\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\beta}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\alpha + \beta}{2}\right);$$

$$E_2 = \cos^2\frac{\beta}{2} + \cos^2\frac{\gamma}{2} - 2\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\beta+\gamma}{2}\right);$$

$$E_3 = \cos^2\frac{\gamma}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2} - 2\cos\frac{\gamma}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\gamma+a}{2}\right).$$

sînt egale dacă $\alpha + \beta + \gamma = (4k+1)\pi$, $(k \in z)$.

Spiridon Deleanu, Iaşi

3598. Dacă x_1, x_2, x_3, x_4 sînt rădăcinile ecuaţiei

$$x^4 + ax^3 + ax^2 + ax + a = 0$$

să se arate că

$$(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + 1)^4 = (x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + 1)^3$$

L. Pîrşan, Bucureşti

3599. Să se afle valorile lui x din intervalul $(0°, 720°)$ pentru care expresiile

$$E_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\sin x} \pm \sqrt{1-\sin x}\right)$$

iau pe rînd valorile $\pm \sin\frac{x}{2}, \pm \cos\frac{x}{2}$.

C. Ionescu-Ţiu

3600. Două turnuri de aceeiaşi înălţime, sînt situate pe acelaşi meridian, unul avînd latitudinea $+\varphi$, celălalt $-\varphi$.

Soarele în meridian, declinaţia $+15°$. Umbra unuia din turnuri este de 3 ori mai mare decît a celuilalt turn.

Care este latitudinea?

C. V. Costăchescu, Constanţa

3601. Să se afle locul geometric al imaginilor numărului complex z care satisface relaţia :

$$\frac{az+b}{\bar{z}} + \frac{a\bar{z}+b}{z} = \gamma,$$

unde $\bar{z}$ este conjugatul lui z, a şi b două constante reale, iar λ un parametru real variabil.

Adrian Sorin, elev Bucureşti

3602. Să se calculeze :

a) limita cînd $n \to \infty$ a şirului

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\sigma_n\right)^n \text{ unde } \sigma_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)},$$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

St. Musta, Oradea

3603. Fiind dată funcţia $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ cu coeficienţii $a_0, a_1, a_2 \in R$ şi cu argumentul $x \in R$, să se arate că o primitivă a funcţiei $\dfrac{f(x) - f(k)}{x-k}$ unde k este o constantă reală, este funcţia :

$$F(x) = \frac{1}{2}[f(x) + a_1x + a_0] + k[f'(x) - a_2x - a_1].$$

Dinu Iliescu, Bucureşti

3604. Fie funcţia $f(x)$ derivabilă pe intervalul I şi $f'(x)$ derivata sa pe acest interval.

a) Să se determine $f(x)$ ştiind că produsul dintre funcţie şi derivata sa este constanta k.

b) Să se determine $f(x)$ ştiind că funcţia este proporţională cu derivata sa (coeficientul de proporţionalitate fiind k).

Claudiu Orşivschi

3605. Dîndu-se tetraedrul regulat $A_1A_2A_3A_4$ de latură a și un punct M în spațiu, să se arate că

$$\sum_{i,j=1}^{4} MA_i \cdot MA_j \geqslant \frac{15a^2}{4},$$

unde indicii i, j pot fi egali sau diferiți cu condiția ca luînd $i = a, j = b$ să nu se mai ia $i = b$ și $j = a$

C. Băluță, elev Filiași

3606. Fie $T_n^i = C_n^i\ (a \sin^{2i}x + b\cos^{2i} x)$

Să se arate că

$$C_n^{i-1}\,[C_n^{i+1}\,T_n^i - C_n^i\,T_n^{i+1}] = \sin^2 x\,\cos^2 x\,C_n^i\,C_n^{i+1}T_n^{i-1};\ (1 \leqslant i \leqslant n-1)$$

D. M. Bătinețu, Iași

3607. Să se discute rădăcinile ecuației

$$(2m^2 + m - 1)\sin^2 x - (2m + 1)\sin x + 1 = 0,$$

m fiind un parametru real.

D. Angheluță și *M. Metler*, Vișeu

3608. Să se arate că dacă

$$\sqrt{\frac{a^2 - y^2}{a^2 - x^2}} \pm \frac{dy}{dx} = 0,$$

atunci expresia $E = x\sqrt{a^2 - y^2} \pm y\sqrt{a^2 - x^2}$ este constantă și reciproc.

G.M.-B 1951, pag. 18, *C. Ionescu-Țiu*

3609. Fie (C_1), (C_2), (C_3) trei cercuri care au coarda comună AB. Pe fiecare se consideră respectiv punctele M_i, $N_i (i = 1, 2, 3)$. Cercurile $AM_i\,M_j$ și $AN_i\,N_j$ $(i \neq j)$ se întîlnesc în punctele ω_k; $(k \neq i,\ k \neq j)$. Să se arate că punctele ω_1, ω_2, ω_3, A sînt conciclice.

Manolache N. Nicolae, elev București

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2826. Trei frați au la C.E.C. aceeași sumă de bani. Cînd fiecare dintre ei a scos 180 lei pentru o excursie la care voiau să participe, pe toate carnetele C.E.C. la un loc a rămas o sumă egală cu cea inițială depusă pe fiecare carnet. Ce sumă a avut fiecare la C.E.C?

I. Albescu, Făgăraș

E : 2827. Din localitatea A, pleacă spre localitatea B aflată la 30 km două autobuze, la interval de 40 min. Fiind iarnă, primul autobuz merge cu 40 km/h, iar al doilea cu 48 km/h. Primul autobuz stă 5 min în B, după care se întoarce din nou spre A. Să se afle la cîți km depărtare de A se vor întîlni.

Alexandru Popescu, Corabia

E : 2828. Un cooperator vinde la centrul de achiziție 3 curci, 3 gîște și 3 găini, pentru care primește 270 lei. Cu cît a vîndut fiecare pasăre în parte, dacă 2 curci costă cît 3 gîște și 1 gîscă cît 2 găini?

Emil Tilici, Cîrligele

---

*) V (E : 2826—2828)); VI (2829—2832); VII (2833—2839); VIII (2840—2846). Soluțiile se primesc pînă la 1 martie 1968.

E : 2829. La începutul anului 1965 numărul ovinelor depăşea cu 730 000 dublul numărului de porcine, care depăşea la rîndul său cu 1 250 000 numărul bovinelor, totalul lor fiind de 23 480 000. Se preconizează pînă în 1970 o creştere cu 270 000 capete la ovine de $1\frac{1}{12}$ ori la porcine iar numărul bovinelor din 1965 reprezintă 95% din numărul celor prevăzute pentru 1970. Ce cifre se prevăd a fi atinse în 1970?

Romeo Munteanu, Cîmpina

E : 2830. Suma a patru segmente este 13,75 cm. Ştiind că primul se raportează la al doilea ca 2/3, al doilea la al treilea ca 4/5, iar al treilea la al patrulea ca 3/4, se cere :

a) Să se găsească mărimile acestor segmente.

b) Cîte triunghiuri se pot construi cu aceste patru segmente.

c) Pe laturile unui triunghi construit la punctul b) să se scrie lungimile lor apoi să se ordoneze după mărime unghiurile triunghiului.

Concursul la clasa VI, 1967, Crişana.

E : 2831. Două brigăzi pot termina o lucrare, împreună, în 8 zile. După ce lucrează amîndouă 5 zile, brigada a doua pleacă la altă lucrare, urmînd ca brigada întîi să termine restul lucrării în 9 zile. Să se afle în cîte zile poate efectua lucrarea fiecare brigadă lucrînd singură.

Concursul la clasa VI, 1967, Oltenia

E : 2832. În triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) se duc medianele AM, BN, CP, care se intersectează în punctul G. În punctul C se duce perpendiculara pe BC care întîlneşte mediana BN în punctul D. Se cere :

a) Să se arate că CN este mediană în triunghiul CGD.

b) Dreapta AD este paralelă cu CP.

c) Dacă unghiul $A = 45°40'$, iar unghiul $BDC = 55°$, să se afle mărimea unghiului BNC.

Concursul la clasa VI, 1967, Oltenia.

E : 2833. Dintr-o bară metalică lungă de 11,9 m s-au tăiat trei bucăţi de lungimi proporţionale cu numerele : 2 ; 2,(6) ; $3\frac{1}{2}$, partea rămasă reprezentînd 3/17 din lungimea barei întregi. Din cele trei bucăţi tăiate un muncitor produce la strung piese de acelaşi fel. Să se calculeze :

a) lungimea fiecărei bucăţi ;

b) numărul de piese rezultate din fiecare bucată, ştiind că din a treia s-au produs cu 36 piese mai mult decît din prima.

Concursul la clasa VI, 1967, Constanţa (*Sava Stan*)

E : 2834. Se dă triunghiul isoscel ABC. Se duc bisectoarele unghiurilor de la baza triunghiului şi fie O intersecţia lor. Din acest punct se duc : OG perpendicular pe AB şi OF perpendicular pe AC. Să se arate că EG este egală cu DF. (Punctele D şi F sînt picioarele bisectoarelor).

Concursul la clasa VI, 1967, Constanţa (*Ismailescu Florin*)

E : 2835. Se dau expresiile :

$$E_1 = 1 + \frac{a^2 + 2ax + x^2}{1 - 2ax + a^2x^2} \quad \text{și} \quad E_2 = \frac{1 - ax + x(x + a)}{2ax - a^2x^2 - 1}$$

Se cere :

a) Să se calculeze $E_1 + E_2$.

b) Să se determine valoarea lui x așa fel încît

$$E_1 + E_2 = 1.$$

c) Să se arate că expresia $E = \frac{E_1}{E_2}$ nu depinde de x.

Concursul la clasa VII, 1967, Oltenia

E : 2836. Perimetrul unui trapez isoscel $ABCD$ este egal cu 86 cm Laturile neparalele și bazele sînt proporționale respectiv cu numerele 3,25 ; 6,25 și 8,75.

a) Să se afle înălțimea trapezului.

b) Pe baza mare AB se ia segmentul $AE = 21$ cm.

Să se arate că triunghiul CED este dreptunghic.

Concursul la clasa VII, 1967, Oltenia.

E : 2837. Se dă expresia :

$$E(a,b) = a^2 - \left\{b^2\left[1 - \frac{(a+1)^2}{a^2} : \left(\frac{(3a-b)(3a+b)}{3a^2} - 3\right) - \frac{3a^2+1}{b^2}\right] - 6a\right\}$$

a) Să se aducă expresia la forma cea mai simplă.

b) Să se afle valoarea numerică a expresiei pentru $a = -3\frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{3}$.

Concursul la clasa VII, 1967, Constanța (*Sava Stan*)

E : 2838. Un trapez isoscel $ABCD$ înscris într-un cerc, are baza mică egală cu laturile neparalele ale trapezului. Se notează cu D' punctul diametral opus punctului D; segmentul DD' întîlnește baza mare în E.

a) Să se demonstreze că triunghiul ADE este isoscel.

b) Știind că baza mică $CD = 10$ cm, și baza mare $AB = 22$ cm, să se afle aria trapezului.

c) Să se afle aria triunghiului ADE.

Concursul la clasa VII, 1967, Constanța (*Pop Valeriu*)

E : 2839. Să se afle valoarea numerică a expresiei

$$E = (1 - 2\,y/x + y^2/x^2) : (1 - y/x) : \frac{x-y}{x}(1/y - 1/x),$$

pentru $x = (0{,}305 : 10{,}0 - 0{,}0020510 + 2\frac{1}{25} : 51)13\frac{1}{3} : 1\frac{2}{3}$ și $y = \frac{1}{2}$.

Concursul la clasa VII, 1967, Crișana

E : 2840. Într-un trapez dreptunghic $ABCD$ ($A = D = 90°$) se ia un punct M pe diagonala AC. Din M se duc paralelele MN cu AD și

MP cu BC, N pe CD, P pe AB. Paralela la BC prin A taie diagonala BD în F iar paralela la AD prin B taie diagonala AC în F. Se cere:

a) Să se găsească mărimea unghiului CAD dacă $MC = 2MN$.

b) Să se arate că indiferent de poziția punctului M, există relația

$$\frac{MN}{AD} + \frac{MP}{CB} = 1.$$

c) Să se arate că EF este paralelă cu CD.

Concursul la clasa VII, 1967, Crișana

E : 2841. Fie ecuația în x:

$$\frac{a-1}{a+1}(ax - x/a).\ a(1-a)\ x = (a+2+1/a)(a-2+1/a)+(a-1)x.$$

a) Să se arate că ecuația se transformă într-o ecuație echivalentă în care coeficientul lui x și termenul liber sînt pătrate perfecte.

b) Să se rezolve ecuația.

c) Există valori admisibile pentru a în așa fel ca ecuația dată să aibă mai multe soluții?

Concursul la clasa VIII, 1967, Crișana

E : 2842. În triunghiul ABC se dau $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm și $BC = 5$ cm. Fie D piciorul înălțimii din A iar F piciorul înălțimii din D pe AC. Se cere:

a) Să se arate că solidul născut prin rotirea triunghiului ABC în jurul lui AD cuprinde corpul născut prin rotirea triunghiului ADB în jurul lui AD.

b) Să se afle aria corpului născut prin rotirea patrulaterului $AFDB$ în jurul lui AB.

Concursul la clasa VIII, 1967, Crișana.

E : 2843. Se dau fracțiile:

$$f = \frac{x^2+2x+1-4}{x^2-2x+1};\ g = \frac{4-x^2-2x-1}{x^2-9} \text{ și } h = \frac{x^2+2x-2x-6}{x^2-6x+9}.$$

Se cere:

a) Să se simplifice fracțiile.

b) Să se calculeze:

$$F = \frac{(f+g):(f-g)}{f.g:h} \cdot \frac{x+7}{x+2}$$ unde f, g, h sînt expresiile obținute după simplificări.

Concursul la clasa VIII, 1967, Oltenia

E : 2844. O piramidă $VABCD$ are ca înălțime muchia VA, iar ca bază rombul $ABCD$. Muchiile laterale sînt proporționale cu numerele 36, 39 și 45, iar suma muchiilor laterale este egală cu 53 cm. Să se calculeze:

a) Lungimea fiecărei muchii laterale.

b) Aria secțiunii ACV.

c) Volumul piramidei (cu aproximația de 0,1 prin adaos).

Concursul la clasa VIII, 1967, Oltenia

E : 2845. Să se afle valoarea numerică a expresiei :

$$E(x,y)=\left\{1-\frac{4y}{x^2-y^2}\left[\left(1-\frac{x^2+y^2}{2xy}\right):\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)\right]\right\}\times$$

$$\times\left[2\,\frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}+\frac{y^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}+\frac{xy^2-y^3}{x^2-y^2}\right]$$

pentru :

$$x=-1{,}5\left[2\left(3\,\frac{1}{3}-0{,}5\right)-3\,\frac{2}{3}\right];\ y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{9}.$$

Concursul la clasa VIII, 1967, Constanța (*Stepan Maria*)

E : 2846. Un con circular drept și o piramidă au aceleași vîrf, V, iar drept baze cercul de centru O, respectiv triunghiul echilateral ABC înscris în acest cerc. Aria secțiunii axiale a conului este 120 cm^2 iar raza cercului de bază 10 cm.

a) Să se afle volumul conului și volumul piramidei.

b) Să se calculeze aria laterală a piramidei.

c) Notînd cu a unghiul diedru format de planul bazei cu planul unei fețe laterale a piramidei, iar cu b unghiul format de planul bazei cu generatoarea conului, să se arate că $\operatorname{tg} a \operatorname{ctg} b > \operatorname{tg} 45°$.

Concursul la clasa VIII, 1967, Constanța (*Sava Stan*)

CONCURSUL DE MATEMATICĂ 1968. *Materia cerută pe etape și pe clase*

Etapa locală, la 4 februarie 1968

Clasa a IX-a : — *Algebra* pînă la Puteri cu exponenți întregi și raționali.
— *Geometria* pînă la Cerc.

Clasa a X-a : — *Algebra* pînă la Inecuații de gradul II.
— *Geometria* pînă la dreapta perpendiculară pe plan.
— *Trigonometria* pînă la ecuații trigonometrice.

Clasa a XI-a : — *Analiza matematică* pînă la Limite de funcții.
— *Elemente de algebră superioară* pînă la Matrici.
— *Geometria analitică* pînă la cerc.

Etapa regională (a 2-a, a 3-a, și a 4-a zi din vacanța de primăvară) 23—25 martie

Clasa a IX-a : — *Algebra* pînă la ecuații bipătrate.
— *Geometria* pînă la Segmente proporționale.

Clasa a X-a : — *Algebra* pînă la Funcții exponențiale.
— *Geometria* pînă la Poliedre.
— *Trigonometria* pînă la Relații într-un triunghi oarecare.

Clasa a XI-a : — *Analiza matematică* pînă la Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor.
— *Geometria analitică* pînă la Elipsă.
— *Elemente de algebră* pînă la sisteme de ecuații.

Etapa finală la 5, 6, 7 mai 1968

Clasa a IX-a : — *Algebră* pînă la sisteme de ecuații de gradul II cu 3 necunoscute.
— *Geometria* pînă la Relații metrice în triunghi.

Clasa a X-a : — *Algebră* pînă la Funcţia logaritmică.
— *Geometria* pînă la Sferă.
— *Trigonometria* pînă la Rezolvarea triunghiurilor oarecare, cazuri speciale.
— *Elemente de algebră superioară* pînă la sisteme incompatibile.

Clasa a XI-a : — *Toată materia.*
— *Pentru liceele speciale, şcoli profesionale, şcoli tehnice de maiştri, la fiecare etapă se cere materia făcută la zi conform programelor respective.*

Concursul de matematică pentru clasele VI—VIII *1968*

— La 22 martie, *etapa locală* (pentru clasele VI, VII, VIII).
— La 21 aprilie, *etapa regională* pentru clasa VIII.

Elevi şi eleve, U.T.C.-işti şi pionieri pregătiţi concursul de matematică 1968, intensificaţi activitatea ca rezolvitori de probleme din Gazeta matematică seria B şi veţi fi evidenţiaţi.

CĂRŢI NOI

Egmont Colerus. De la punct la a patra dimensiune. Editura ştiinţifică, 1967.

Cartea constituie o expunere amplă şi atrăgătoare a principiilor, care au stat la baza dezvoltării geometriei din antichitate şi pînă în epoca contemporană. Modul în care este prezentată cartea, deschide cititorului orizontul spre geometria modernă, creată şi dezvoltată în paralel cu marile descoperiri ale fizicii noi.

Cartea cuprinde următoarele capitole : Prefaţă. I. Întreaga lume este geometrie, II. Măsurătorul de distanţe al lui Tales din Milet, III. Erori de măsurare, IV. Consideraţii preliminare asupra paralelelor şi a triunghiurilor, V. Geometria de poziţie, geometria metrică, spaţiul şi dimensiunea, VI. Problema ochiului, VII. Geometria proiectivă, VIII. Noţiunile fundamentale ale geometriei proiective şi punctul de la infinit. IX. Principiul dualităţii. X. Figuri geometrice complete, XI. Axiomele geometriei, XII. Axiomele de incidenţă şi axiomele de ordonare, XIII. Axiome de congruenţă. Congruenţa triunghiurilor, XIV. Axioma paralelelor. Axiomele de continuitate, XV. Observaţii finale asupra axiomaticii lui Hilbert, XVI. Trecerea la geometrie metrică, XVII. Principiie fundamentale ale geometriei metrice, XVIII. Teorema fundamentală a geometriei proporţiilor. XIX. Punctele remarcabile ale triunghiului, XX. Diferite tipuri de triunghiuri, XXI. Raportul anarmonic, XXII. Puncte armonice, XXIII. Cercul, XXIV. Împărţirea cercului şi poligoanele înscrise în cerc, XXV. Diferite tipuri de patrulatere, XXVI. Poligoane sau mutilatere în sens restrîns, XXVII. Construcţii geometrice şi transformări constructive. Măsurarea suprafeţelor, XVIII. Cuadratura cercului, XXIX. Funcţii unghiulare, XXX. Trigonometria plană a triunghiului dreptunghic, XXXI. Geometria plană a triunghiului scalen, XXXII. Esenţa geometriei analitice, XXXIII. Coordonate, ecuaţiile curbelor şi funcţii, XXXIV. Geometria analitică a dreptei şi a cercului, XXXV. Geometria analitică a elipsei, a hiperbolei, XXXVI. Observaţii finale asupra geometriei analitice, XXXVII. Teoremele principale ale steremetriei, XXXVIII Unghiuri solide. Teorema lui Euler. Poliedre regulate, XXXIX. Principiul lui Cavalieri. Măsurarea volumelor. LX. Rezolvarea pe cale constructivă a problemelor împărţirii unghiurilor în trei părţi egale, a cadaturii cercului şi dedublării cubului, XLI. Sfera, XLII. Trigonometrie sferică, XLIII. Geometrii neeuclidiene, XLIV, Spaţii curbe, XLV. Geometria celei de a patra dimensiuni şi de dimensiuni mai mari. Încheiere.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

(urmare din numărul precedent)

TÎRGOVIŞTE *S. g.* cl. VI Micu Radu (2632, 3, 5, 8, 51—3, 5, 9), *S.* g. cl. VII Mihai Eugen (2632, 3, 6, 8, 9, 40, 1, 3, 5, 51—3, 5, 7, 9, 60, 2—6), *L. 1* cl. VI Grigoriu Sanda (2637, 8, 57, 8, 60, 70—2, 75), cl. VII Andrei Tania (2633, 6, 8—42, 51—4, 6—8), cl. VIII Avasilichioaie Adrian (2631, 7, 4, 5, 6, 51, 2, 5, 6, 7934, 5, 6), cl. IX Dan Adrian (2665, 6, 7933—6, 39, 40, 1, 4, 57, 78, 80, 2, 4, 6, 7, 91, 8001, 19, 20), Moraru Gheorghe (2667, 70, 84, 9, 7933, 9, 40, 1, 57, 8020, 100, 2, 4), Popa Cornel (2665, 84, 9, 7936—41, 57, 82—93, 6, 7, 9, 8000, 1, 4, 19, 20, 1, 32, 70, 1, 97—101), Pîrvan Popescu (2645, 7911, 33—41, 49, 50, 7), cl. X Ionescu Marius (7823, 31, 3, 4, 5, 40, 57, 72, 77—9, 99, 1, 3, 8001, 20, 22, 101, 11), Mircescu Vasilica (7976, 8, 9, 80, 5, 6, 91, 3, 9, 8006, 26, 31), Săileanu Sorin (7923, 25, 28, 31, 3, 9, 8, 9, 40, 1, 86, 8001, 20, 1, 2, 7), cl. XI *Stan Nicolae* (7962, 4, 91, 3, 8021, 32, 43

5, 7—33, 6, 8—62, 4—9, 71, 5, 6, 8, 9, 8080—2, 7, 8, 90, 1), *L. 2* cl. IX Stan Traian (2646, 7, 7933—7, 9, 40, 4, 9, 57, 80, 2, 6, 91, 3, 7, 8001, 20), *Burduşel Călin* (2665—7, 84, 5—7, 9, 7933, 4, 6, 9, 40, 1, 7, 9, 78, 80, 2, 6, 91, 3, 9, 8001, 20, 41, 75, 80, 1, 91, 7, 9, 8100, 11), cl. XI Andronescu Cornel (7907, 20, 32, 49, 71—3, 5, 6, 8006, 51, 75, 88, 90, 100, 10). Ilie Theodor (7918, 20, 2, 72, 3, 51, 9, 63, 6, 88, 90, 110), *Soare Nicolae* (7977, 8, 80, 2—5,8, 8003, 21, 2, 8, 51, 5, 76, 7), 93, 7, 203 4, 7, 8, 12—16, 27, 8, 30, 1, 5, 7, 40, 3—58, 52, 4, 9, 64—6, 72, 6, 80, 1, 92, 300, 1, 2, 5—8, 10, 2—4, 7, 8, 22, 33, 5, 6, 7, 44, 51, 2, 66, 79, 80—4, 6—9, 97, 400, 6, 22, 6, 7, 33, 5, 6). *L. 3* cl. IX Cremenescu Ion (2646, 65—7, 7933, 5, 6, 9, 40, 1,80, 2, 90, 1, 7, 8019, 21), *Georgescu Radu* (7920, 3—5, 8, 30—4, 8, 9, 40, 1, 5, 9, 50 6, 7, 60, 6, 70, 4, 6—8, 80, 2, 4, 5, 7, 9, 20—2, 6, 8, 9, 31, 2), Ghinea Nicolae (7974, 8, 80,3—5, 8, 90, 1, 3, 8004—6, 9, 39, 48, 51, 6, 65, 6, 82, 4, 8, 90), *Solomon Petre* (7970—2, 74—93, 5—7, 99—8001, 4—6, 9, 10, 4, 5, 21, 2, 8, 31), *Ivănescu Ana Gabriela* (absolventă) 7907, 8, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 30, 1, 71, 2, 5, 6—80, 3, 5—8, 90—3, 7, 9, 8004—6).

TG. JIU. *S. g. 2* cl. VII Diaconu Maria (2641, 63, 72, 83, 4, 7933, 5, 78, 97, 8111), Romanescu Viorel (2635—41, 3), Peptan Marinela (2632—3, 6, 52, 7, 70—2, 7935, 8097), *S. g.* cl. VIII Popescu Miron (2631—41, 3—6, 7933—5, 41, 57), *S. g. 8* cl. VII Lumezeanu Tibi (2636, 41, 3, 4, 72, 4, 5, 80, 4), Popescu Mihai (2636, 41, 4, 70, 2, 4, 5, 80, 4), cl. VI Popescu Nicoleta (2632, 4, 6, 70, 2, 4, 5, 80), *L.* cl. IX Arsenescu Gabriela (2666, 7, 708, 8019, 97, 8, 100, 1). Bardan Ion (2645, 6, 51, 82, 4, 7, 9, 2705, 7933, 4, 8091, 100), Bălan Rodica (2666, 7, 84, 7, 7933, 6, 8019, 97, 8, 100), Ciocîrlie Marioara (2642, 65—7, 84, 7, 7933—7, 8019, 20, 95, 7, 8, 100, 1), Dovlete Constantin 2632, 46, 51—5, 82, 7933, 5, 6, 8020, 99, 100), Mergea Florin (2684, 7, 9, 7933—6, 8018, 20, 99, 100, 1), Naiche Nicolae (2637, 43, 6, 7, 53, 4, 8, 61, 3, 6, 7, 72, 83—5, 7, 7933, 8020), Păsărin Constantin (2631, 40, 1, 3, 6, 61—5, 7, 8, 85, 7, 9), 7933, 5, 6), Pîrvuţoiu Gheorghe (2645, 67, 84—7, 9, 7936, 40, 8020, 99, 100), Sapojnic Mihai (2632—4, 8, 41, 6, 51, 5, 62, 3, 5, 6, 82, 3, 4, 7, 7933, 6, 8111), Tircă Aurelian (2642, 3, 6, 61, 2, 80, 4, 7, 9, 7933—6, 41, 8018, 9, 20, 67, 100), Udrici Mioara (2646, 66, 7, 7133—6, 41, 4, 57, 8019, 20), Urechescu Valentin (2627, 30, 46, 82, 87, 7, 7933, 8018, 199, 100), cl. X Angheloiu Tudor (7925, 8, 34—6, 41, 57, 64, 72, 8, 86, 93, 8001, 10, 20), Cîrstea Horia Călin (7913, 4, 8, 23, 5, 8, 30, 1, 3—6, 49, 57, 72, 78, 80), Gogoloşu Mihai (7933, 4, 9 —41,5 64, 77, 8, 80, 2, 5—7, 90, 1, 3, 8000, 11, 4, 10, 9, 20, 6). Gorun Eugen (7976, 8021, 2, 6, 48, 51, 8, 61, 5, 81, 8, 90), Lumezeanu Dan (7923, 5, 33, 44, 8, 51, 8051, 61, 81, 4, 8, 90, 7—100, 11), Nanu Ion (7913, 23, 5, 8, 33—7, 9, 72, 4, 6, 8, 80, 2, 5, 6, 8001, 5, 20, 6, 48, 51, 8, 61, 5, 81, 4, 8, 90, 99, 8111), Olaru Adrian (7920, 5, 31, 78, 80, 2, 93, 8043, 51, 65, 81, 4, 8, 90, 8, 9, 100, 11), Popescu Anca (7923, 5, 33, 72, 6, 8, 80, 2, 8010, 20, 51, 8, 61, 81, 2, 4, 8, 90), Sgarbură Alexandru (7910, 3, 23, 5, 8, 31—41, 9, 51, 7, 64, 72, 4, 8, 80, 2, 5, 7, 91, 3, 9, 8000, 10, 8, 9, 20, 1, 2, 5, 8), Tudor Valentin (7913, 23, 5, 31, 3—6, 9, 41, 4, 9, 57, 64, 78, 82, 4, 5, 7, 8, 93, 7, 8001, 10, 20, 48, 51, 61, 90), Vîlceanu Pantelimon (7911,23, 5, 76—80, 2, 5, 7, 90, 1, 9, 8001, 5, 20, 6, 8), cl XI Olaru Orisifor (7907, 13, 20, 1, 2,3, 30, 1, 2, 64, 75, 6, 8046, 51, 74, 8, 81, 8, 9, 90), cl. VI *L. 2* Dumitrescu Daniela (2635, 7,57, 61, 77, 80, 1), Oproiu Dan (2649, 51, 2, 4, 5, 7, 8, 60, 1, 7, 9), Vîlceanu Emilia (2631, 5, 70, 1, 5, 7, 880, 1), cl. X Comănescu Mariana (7923, 5, 31, 3—6, 41, 4, 57, 64, 74, 8, 80, 2, 5, 8001, 19, 20, 6), Dijmărescu Ion (7923, 5, 8, 36, 9, 41, 2, 72, 4, 6, 7, 8, 80, 2, 4—8, 91, 3, 9, 8001, 5, 18, 9, 20—2, 6, 8, 51, 91, 7, 100), Stănciulescu Ştefan (7925, 34, 57, 78, 80, 2, 6, 7,

TG. LĂPUŞ. cl. VI Bita Viorica (2632—4, 6, 43, 9, 51, 60), Petrehuş Liviu (2632—6, 8, 51, 2, 4—60), cl. VII Inreh Ştefan (2659, 74, 60, 80, 1, 2, 3, 75), Schlakter Francisc (2636, 40, 3, 55, 7, 61, 3, 5, 74), cl. IX Ferenţ Gheorghe (2647, 65, 7, 84, 7, 9, 7935, 6, 9, 40, 87, 8001, 10, 20, 98—100), Perşa Ioan (2646, 65, 6, 7, 7933—6, 8, 9, 41, 57, 8019, 20), Toma Valeria (2645, 6, 66, 7, 84, 7, 7933—6, 8020, 99, 101), cl. X Bude Nicolae (7923, 5, 31, 6, 40, 1, 4, 57—80, 2, 5, 8, 90), Dobre Cornelia (7923, 5, 31, 3, 5, 61, 41, 4, 57, 78, 85, 93). Moldovan Bela (7921, 3, 5, 7, 31, 2, 4, 5, 41, 4, 57, 77, 8, 9, 80, 5, 8, 90), Opriş Teodor (7923, 8, 31, 41, 4, 57, 64, 77, 8, 80, 2, 80, 19, 20, 21, 8), Pop Flore (7925, 74, 85, 90, 1, 3, 8050, 1, 61, 3, 5, 8, 4, 8, 100), cl. XI Petrenciuc Alexa (7918, 20, 1, 3, 5, 8, 30, 1, 4, 57, 64, 71, 5, 8044, 5, 8).

TÎRGU MUREŞ. *Ş. g. 2* cl. VII *Szekely Zoltan* (2647, 698—81, 3, 4, 2650—67, 7933, 41), cl. VIII Boldor Eva (2632—6, 8, 41, 3—5), *S. g. 6* cl. VI Cazan Liviu (2631—8), Cîmpeanu Cecilia (2631—9, 43, 57), Moga Mariana (2631—7, 43, 57, 38), Wineler Tiberiu (2631—9, 43), cl. VIII Aszalos Ioan (2641, 3, 4, 7937, 57, 8, 9, 60), Bagotai Iulius (2639, 40, 1, 2, 3, 4, 6), Bartha Zoltan (2639, 41, 3, 4, 6, 7933—5, 7), Chiriţa Gheorghe (2639, 41, 3, 4, 6, 7933—5, 7), Olaru Dorel (2639, 1, 3, 4, 6, 7934—7), *Ş. g.* 11 cl. VI Szatmari Csaba (2635, 6, 7, 8, 41, 3, 4, 6), cl. VIII Boda Karoly (2639, 41, 3—6, 7934, 6, 57), cl. V Barbu Doru (2631—4, 49, 51, 2, 70, 71), Bidiga Nicolae (2649, 31—4, 51—69, 70, 1), Boţindean Elena (2632—4, 49, 51, 2, 70, 1), Boroş Liviu (2631—3, 49, 51, 69, 70, 1), Burger Lajos (2631—4, 51, 69, 70), Lupşa Alexandru (2631—3, 49, 50, 69, 70, 1), Mailat Cornel (2631—4, 51, 69, 70), Munteanu Anica (2632, 3, 43, 51, 5, 69, 70, 1), Maftali Gheorghe (2631—4, 51, 69, 70, 1), Pintea Tudora (2632—4, 49, 51, 2,

70, 1, 8), Tarşischi Irina (2631—4, 49, 52, 70, 1), Ujhely Eva (2631—4, 49, 51, 69, 70, 1), cl. VI Sălăgeanu Nicolae (2631—3, 5, 7, 69, 70, 1, 2). *L. 1* cl. VII Gross Frederic (2632, 3, 6, 49, 51, 69, 70, 1). Gross Margareta (2641, 51, 1, 5, 7, 63, 4, 70, 1, 2, 81), Ionescu Sanda (2641, 51, 5, 7, 60, 6, 70, 1, 7933), Luca Georgeta (2652, 63, 7, 70, 1, 2, 81), Lugia Cueşdeanu (2638, 9, 41, 57, 7, 73, 4, 7), Mera Alexandra (2633, 8, 62, 70, 1, 5, 83, 7933), Pop Marius (2032—6, 41, 1, 3, 6, 51, 8), cl. VIII Sonnenfeld Gabriela (2631—41, 34—7, 7933—5, 39, 41), Borda Caius (2641, 6, 61, 3, 5, 7, 7935, 8018, 19, 20), Dragotă Adrian (2641, 4, 83, 4, 83, 4, 7933—6, 41, 57, 8, 80, 2, 4, 7, 8, 97), Luca Blanca (2651, 2, 75—9, 70, 1, 67), Poliac Marius (2645, 52—67, 7935, 6, 41), Vasiu Monica (2651, 2, 7, 8, 9, 70, 1, 7), cl. X Pop Horia (7904, 7, 8, 10—13, 6, 20, 1, 3, 4, 5, 27—41, 4, 8, 9, 57, 8, 9, 60, 4, 70, 2, 6, 80, 29), *Turcu Ioan* (7904, 7, 11, 20, 1, 4, 30, 3, 57, 72, 4, 6, 7, 8, 89, 82—88, 90, 1—3, 7—9, 8000, 1, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 4, 7, 8, 9, 20—2, 5, 6, 8, 31), cl. XI Păsat Gheorghe (7912, 3, 8, 9, 20—3, 5, 8, 32, 8, 40—2, 4, 9, 62, 4, 70, 1, 2, 4, 6), *L. „Unirea"* cl. VII Ginghina Dorina (2633, 2, 6, 49, 57, 70, 1, 2), Iancu Remus (2663, 72, 7, 8, 80—4), cl. X Popovici Daniela (7923, 5, 31, 44, 57, 76, 8046, 51, 81, 8, 90, 109), Sălcudeanu Maria (7925, 44, 57, 6, 8020, 39, 48, 51, 3, 4, 8, 65, 88, 90), *L. 4* cl. XI Trifan Ioan (7907, 13, 8, 20—3, 5, 6, 28—32, 59, 70, 1, 3, 4, 5, 77—81, 3, 85—90, 3—5, 7, 9, 8000, 4, 5, 6, 11, 2), *L. Bolyai Farkaş* cl. VI Dombi Enikö (2631—8), Kovacs Andras (2601, 3, 4, 6, 96, 7, 8, 9), Szekely Ilona (2596, 97, 8, 9, 2601,3,4) Kiss Janos (2598, 2600, 6—8, 31—9, 41), cl. IX Jakab Albert (7933, 5—7, 9, 44, 7, 8020, 79, 9, 111). *L. ind.* Spridon Iosif (2645, 87, 7933—6, 8, 41, 8097, 100), Trifan Lazăr (2645—7, 66, 7, 7933—5, 9—41, 8019, 20, 97).

TG. OCNA. (Bacău). L. cl. VI Filip Gheorghe (2632, 4, 6, 57, 59, 60, 70, 1), cl. IX, Gavrilaş D- Mariana (2667, 87, 7933, 79, 34, 35, 6, 41, 8020, 99, 100, 1), cl. X Filip Nicolae (7925, 31, 6, 9, 40, 1, 4, 74, 6, 8, 80, 2, 4, 5—7, 90, 3, 7, 8001, 14, 9, 20, 1, 6, 8, 52, 65, 81, 4, 8, 90, 7, 8, 100, 3, 7, 9, 10, 111).

TG. NEAMŢ. *L.* cl. XI Stîngu Mugurel (7912, 19, 23, 4, 7, 8, 30, 31—4, 8, 9, 57, 9, 62, 70, 1, 2, 4—6, 8022), Verdeş Maria (7920, 1, 3, 5, 31, 2, 76, 8045, 51, 88, 99, 7),cl.VII Chiriac Olga (2635—43). Lipan Sandina (2635—43), Micu Dan (2635—43), Popa Georgeta (2635—42).

TÎRNĂVENI. *L. 2* cl. VI Haltek Judith (2631—9, 43, 6, 9, 50—5, 7—62), Szahacs Ştefan (2631—8), cl. IX Tatakfalvi Ladislau (2646, 66, 7, 7933, 4, 6, 7, 941, 8021), *L. 1* cl. X *Popa Tiberiu* (7923, 5, 8, 31, 3—6, 9, 40, 1, 457, 64, 74, 7, 8, 80, 2, 6, 7, 9, 90, 3, 8000 4, 14, 18, 20, 8, 48, 51, 3, 61, 5, 78, 80, 2, 8, 97, 100, 4, 111); Todoran Gheorghe (7972, 6, 82, 4, 6, 90, 1, 3, 8010, 1, 8, 9, 20, 1, 2, 3, 8, 35, 48, 50, 1, 3, 4, 8, 61, 3—5, 7, 75, 8, 80, 1, 2, 4, 7, cl. XI Gruia Călin (7918, 9, 22, 757, 8, 90, 6, 8015, 51, 4, 8, 60, 1, 7, 81, 2, 8, 91), Oproiescu Dan (7909, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 31, 264, 75, 6, 9, 80, 83, 92, 8020).

TRAIAN (Galaţi). *Ş. g.* cl. VII Tabacu Angela (2636, 8, 9, 41, 3, 55, 57, 60).

TRUŞEŞTI (Suceava). *L.* cl. VIII Gireadcă Adriana (2641, 3, 5, 35, 6, 63, 6, 7, 81, 3, 100), Sildan Rodica (2641, 3, 5, 81, 3, 89, 7933, 4, 63, 4, 5, 6), cl. IX Bălan Rodica (2646, 7878, 80, 6, 93, 8001, 4, 26, 84, 75, 101, 111), Călin Constantin (2684, 7, 8, 9, 7986, 91, 93, 99, 100, 1, 111), Grădinaru Dorin (2646, 65, 7, 84, 7, 7933—6, 41, 9, 78, 8020, 75, 80, 95, 99, 100, 111), Ispas Mihai (2646, 66, 7, 84, 7, 7933—6, 41, 78, 82, 8001, 20, 75, 80, 9, 100, 111), Mardare Vasile (2666, 7, 87, 7949, 78, 80, 2, 6, 93, 8001, 3, 26, 53, 75, 80, 95, 99, 100, 111), Michiu Doina (7933—6, 9, 40, 1, 9, 65, 6, 7, 76, 90, 2, 4, 6, 8, 90, 3, 7, 8001, 3, 4, 6, 19, 20, 1, 6, 73, 5, 80, 7, 8, 99, 100, 1, 111), cl. X Ciobanu Maria (7936, 40, 78, 80, 2, 4—6, 90, 3, 7, 8004, 20, 6, 51, 61, 81, 4, 8, 90, 7, 9, 100, 111), Croitoru Petru (7925, 33, 5, 9, 40, 9, 78, 80, 2—7, 87, 93, 8004, 6, 10, 21, 6), Muraru Valeria (7963, 40, 78, 82—7, 91, 3, 7, 7020, 6, 51, 61, 75, 81, 4, 8, 90, 111). Absolvent *Corduneanu Dumitru* (8194, 6—200, 3—13, 5—7, 9—21, 34—7, 9—41, 3, 5, 8, 9, 52, 6, 9, 61, 2 4, 5, 71, 2, 9, 80, 2, 4, 5, 90—2, 4, 8, 302, 3, 44).

TOPLIŢA. (M.A.M.) *L. 1* cl. VI Csatlos Karoly (2632—4, 6, 43, 9, 51, 60, 70, 1), Mureşan Doina (2632—4, 6, 43, 51, 5, 9, 60, 70, 1), cl. VIII Bota Liviu (2632, 41, 51, 5, 6, 60, 6, 7, 75, 81), Braic Viorel (2641, 67, 77, 81, 3, 4, 89, 7934, 41, 8019), Mucha Judit 2639, 41, 3, 61, 2, 4, 7, 81, 4), Platon Delia (2639, 43, 6, 63, 4, 5, 80, 1, 2, 3), Stoian Floarea (2643, 62, 3—6, 80, 3), Stoica Floarea (2642, 6, 62, 4, 5, 78, 80—2, 7934), cl. X Spaciu Eugen (7936, 44, 950, 1, 6, 8018, 22, 97, 8, 9, 100, 101), Ş. g. cl. VIII Topeţ (Banat) Bălţeanu Marioara (2666, 84, 8097, 100, 10, 111), Popescu Viorica (2683, 84, 89, 8019, 97, 99, 101), Vior Ileana (2666, 84, 7934, 5, 8097, 8, 101).

TOHANUL VECHI (Braşov). *Ş. g. 2* cl. VIII Zamfir Nicolae (2613, 32—47, 7933, 56, 7).

TURNU SEVERIN (Oltenia). *Ş. g. 1.* cl. VII Dulhaha Marcelica (2633, 6, 7, 41, 3, 6, 57, 9, 60, 3, 7), *Ş. g. 6* cl. VI Ciolan Rafael (2632, 3, 6, 8, 51, 2, 4, 59, 60), *L. 1* cl. IX Dumitraşcu Nicolar (2663, 6, 7, 83, 4, 7, 9, 8019, 20, 1, 97, 100), Popescu Eugen (3 (2666, 7, 7933—5, 8—41, 8018, 19, 20, 21), cl. X Iacobescu Jabin (7920, 23, 5, 8, 31—3, 6, 41, 9, 57, 64, 74, 6), *L. 2* cl. V Biban Nicolae (2631—6, 8, 65), cl. VI Dumitraşcu Tania (2632—4, 6, 8, 51, 7, 69, 70, 1, 5), cl. VII Maistoru Elena (32, 3, 6, 8, 9, 43, 51, 2), cl. VIII Popescu Valentin (2667, 84, 5—7, 7935, 57, 8019, 97, 100), Biban Irina (2641, 61—3, 6—8, 7933—6,

8019—20), cl. IX Goşoniu Niculae (2665, 6—8, 7932, 3, 5, 6, 9, 40, 1, 9, 57, 8111, 17, 20, 22, 6, 45, 71), L. 3 *Bivolaru Simion* (7907, 10, 11, 5, 23, 5, 8, 30, 1, 3, 4, 7—41, 44, 6, 60, 4, 76, 8, 80, 2, 4, 5, 7, 92, 3, 5, 6, 7, 8—21, 6, 830—1, 5), Dragotă Elisabeta (7923, 5, 31, 3, 4, 41, 57, 70, 2, 8020, 1, 6), cl. *Martinescu Viorel* (7923, 5, 31, 3, 5, 7, 9, 40, 4, 64, 76, 8, 80, 2, 7, 90, 3, 7, 8001, 5, 15, 20, 21, 22, 48, 65, 81, 4, 8, 90, 91, 99), *Popescu Angel* (7928—31, 2, 8, 9, 40, 9, 54, 7, 60, 76, 8, 80, 1, 2, 4, 5, 7, 9, 8004, 5, 6, 18, 21, 23, 6, 8, 9, 30, 1, 6, 43, 51, 56, 69, 71, 5, 8103). Cl. XI. *Grădinaru Ştefan* (8300—8, 10—22, 33—9, 45, 6, 50, 2, 4—60, 2, 6, 74, 80—98, 400, 2—4, 6, 7, 13—33. 5—7, 9—33, 5—7, 43—5).

TURNU MĂGURELE. *Ş. g. 2* cl. VII Constantin Mihai (2636—9, 41, 3, 5, 6), *L.* cl. X Mihăilescu Virginică (7923, 5, 8, 31—6, 8—41, 6, 7, 52, 4, 6, 8, 61, 3, 5, 70, 81, 2, 4, 8, 90, 7, 80, 100), Puşcaşiu Laurenţiu (7925, 8, 33—6, 9, 77—80, 2, 90, 8020, 51).

TULCEA *Ş. g. 2* cl. VIII Doljencu Victor (2663—6, 80—4, *L. 1* cl. VI Rubeşi Eigen (2632, 3, 6, 49, 51, 5, 70—3, 5), cl. VIII Dragomirescu P. Gabriel (2672—5, 7, 9, 80, 1) Rubeli Dan (2643, 62, 3, 57, 80, 1, 3, 7933—5, 8098), cl. X Ioanidis Maria (7933, 6, 44, 57, 76, 8020, 51, 65, 81, 4, 8, 97, 100), Ivanov Liliana (7977—80, 2, 5, 6, 93, 7, 8001, 6, 22, 101, 10, 11), Şerban Valeriu (7925, 31, 3, 9, 40, 72, 7, 8, 80, 93, 8020, 1), Gaşman Eugen (7923, 5, 33, 5, 40, 8020, 8, 88, 90, 7, 8, 100), Vasiliu Marian (7934—6, 9—41, 6, 9, 57, 8019, 20,i 8), Eftimie George (7923, 5, 41, 4, 57, 76—80, 2, 4—7, 9, 8001, 20, 51, 88), Suharev Neculai (7925, 33, 44, 57, 77—80, 5, 99, 8020, 51, 88).

TURDA. *L. 2* cl. IX Sima O ctavian (2645—7, 65—8, 84—7, 9, 7933—42, 57, 80, 2, 6, 7, 91, 3, 8001, 7, 17, 21, 95, 7—1 03), cl. X Creţu Mihai (7925, 31, 78, 70, 82, 5, 8005, 26, 48 51, 65, 80, 1, 4, 8, 90), Sătmărean Adriana (7925, 3, 3, 41, 51, 4, 78, 9, 82, 6, 7), Olariu Octavian (7974, 78—80, 90—3, 6, 9, 8000, 1, 4—6, 8, 11, 4, 20, 1, 8, 51, 65, 75). Mureşan Vasile (7834, 74, 6, 8, 9, 923, 8, 33—5, 41, 64, 8020, 8), Moldovan Ana Maria (7925, 33, 5, 9, 41, 57, 77, 8, 82, 5—7, 91, 3, 8801, 4, 20, Cerghizan Mihai (7936, 72, 9, 80, 4, 7, 92, 6, 8000, 4, 11, 24, 85, 51, 3, 4, 60, 1, 75, 80, 1, 2, 8, 90, 1, 5, 7, 8, 8000, 1). Apostol Florin (7925, 8, 33—6, 41, 72, 4, 99, 8020, 8, 48, 51, 95), Rusu Ovidiu (7979, 80, 2, 4, 91, 3, 800, 1, 5, 4, 20), Jakub Albert (2645—7, 65—7, 7933, 4, 6—41), Sipoş Gheorghe (2646, 65—7, 87, 7933, 5, 6, 9, 41, 8020, 100), Kerckes Laszlo (2647, 66, 7, 83, 4, 7, 7934, 6—40), Florea Doina (2665, 87, 7980, 2, 4, 90, 5, 6, 8001, 4, 20, 97), Covaci Ioan (2645, 6, 65, 7, 84, 7, 7933, 5, 6,9, 8020, 100), *Ş. g. 6* cl. VI Bonteanu Marius (2637, 53, 7, 70, 1, 8, 9, 83), Adam Violeta (2632, 6, 7, 51, 7, 69, 70—2, 4, 5, 82), *Ş. g. 3* cl. VIII Marcu Ioan (2542, 3, 4, 5, 62—6), Florea Dumitru (2639, 42, 3, 5, 620—7), *Ş. g. 1* cl. VI Pop Mihaela (2632—4, 6—8, 9, 51, 2, 9, 60, 70, 1, 5, 81), Olariu Lia (2632, 4, 6, 8, 9, 51, 2, 60, 70, 1, 5).

ŢĂNDĂREI (Bucureşti). *L.* cl. X Cocoş Ştefan (7925, 8, 78, 80, 2, 5, 6, 91, 3, 9, 8014, 20, 1, 8, 51, 63), David Alexandru (7928, 72, 9, 80, 4, 51, 61, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 100), cl. XI Olteanu Nora (7903, 7, 18, 20, 3, 5, 6, 8, 9, 30—2, 44, 8, 51, 9, 62, 4, 72, 6, 8028, 32), Nedelcu Nicolae (7929, 60, 3, 4, 74, 87, 8026, 8, 31, 40, 5, 7, 8, 51, 8, 75, 87, 8, 19).

ŢINTEŞTI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. V Mihai Ştefan (2633, 4, 8, 43, 51, 2, 70, 1, 9, 81).

UCEA DE JOS (Braşov) *Ş. g.* cl. V Glăgar Irineu (2631—4, 50—2, 69, 71, 1).

UIVAR (Banat) *Ş. g.* cl. VI Friedmann Ioan (2632—4, 6, 57, 70, 1, 5, 81).

ULMI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VI Dobre Elena (2597—9, 601, 4, 13—15).

URECHEŞTI (Galaţi) *Ş. g.* cl. VII Balcan Atena (2636, 49, 51, 7, 63, 70, 1, 4, 85), Ciorăscu Ionel (2631, 2, 6, 57, 70, 1, 5, 81), Costin Florica (2632—4, 6, 51, 5, 7, 8, 70, 1, 4, 83), Dragomirescu Ion (2632—4, 6, 49, 51, 3, 7, 70, 1, 4, 83), Fotache Coca (2636, 49, 51, 7, 62—4, 74, 83), Marina Anişoara (2634, 1, 41, 57, 67, 70—2, 4, 82), Micolau Mariana (2632, 6, 49, 57, 60, 2, 70, 4, 81, 2). Tache Petrică (2632—4, 6, 5, 7, 70, 1, 4), cl. VIII Edu Gabriela (2633—5, 51, 3, 60, 74, 5, 81), Fotache Victor (2632—4, 6, 49, 51, 63, 83), Nicolau Adela (2651, 6, 70, 1, 2, 4, 8, 80, 1, 3, 9), Ionaşcu Margareta (2636, 55—9, 67, 70, 1, 4, 83), Şerbănoiu Dorina (2658, 9, 63, 71—4, 80, 4), Tirilă Emil (2633, 4, 6, 56, 9, 62, 71, 2, 4).

URLAŢI (Ploieşti) cl. XI Vasile Ion (7911, 4, 6, 9, 51, 60, 4, 75, 6, 9, 95, 6, 8009, 10, 4, 26, 8, 9, 31, 48, 51, 6, 8, 60, 1, 75, 81, 4, 8, 90), Zotta Dan (7903—5, 7, 9, 12—4, 9, 20, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 31, 2, 48, 9, 56—60, 3, 4).

URZICENI (Bucureşti). cl. VI Rădulescu Liliana (2632—4, 6, 7, 49, 50, 1, 2, 7, 9, 61, 71), cl. VII Vasilescu Monica (2631—7, 51, 70, 1, 8, 9), Alexandru Luiza (2643, 51, 2, 8, 70, 1, 2, 4), Buga Mihai (2640, 9, 58, 66, 9—73, 6, 8, 80—3), Radu Beatrice (2643, 50, 2, 8,70, 1, 2, 4).

VADUL CRIŞULUI (Crişana). *L.* cl. IX Păcurar Teodor (2645, 6, 65, 7, 87, 7933, 5, 6, 40, 1, 8020, 97, 100).

VALEA BOLVASNITA (Banat). cl. VIII Ghiaţă Anca (2639, 40, 61, 83, 7934, 5, 8020, 101).

VALEA CĂLUGĂREASCĂ (Ploieşti). cl. VI Mihalache Adrian (2632—8, 51, 2, 5, 7—9, 60, 2).

VALEA LUI MIHAI *L.* cl. IX Bekö Ileana (2645, 66, 7, 7933, 4—6, 40, 1, 8019, 20, 1).

VALEA SADULUI (Oltenia). cl. IX Pătrîşcoiu Emil (2646, 66, 7, 84, 7, 7936, 7, 8, 8017, 9, 201, 97, 8, 100), Tetileanu Constantin (2665—8, 84, 85, 7, 7936, 9, 8019, 9, 20, 100), cl. X Găman Grigore (7976 8020, 4, 6, 8, 9, 31, 48, 51, 65, 81, 8, 90, 7, 8, 100, 1, 9, 11).

VASLUI (Iaşi) cl. VI Horei Mihai (2632, 3, 43, 51, 5, 7, 60, 9, 71), cl. VII Möhn Isac (2645, 6, 53—9, 60—3), cl. VIII Gold Iulian (2639, 43, 5, 62—4, 80, 1, 3, 4, 7933, 4),Pralea (2639, 43, 6, 63, 6, 83, 7933, 4, 5), *L. 2* cl. X *Abramovici Buma* (7221, 30, 2, 6, 41, 2, 3, 7, 53, 6, 64, 70, 6, 96, 8001, 4, 7, 14, 25, 31, 2, 43, 5, 7, 8, 50—4, 8, 61, 3, 57, 6, 9—71, 746, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 5, 97—100, 2—7), 9—11, 112, 4, 5, 8012, 30, 131—6, 9, 42—44, 7, 9, 54, 5, 7, 64—9, 72—6), Istrate Dumitru (7908, 13, 21, 3, 5, 31, 3, 8, 9, 49, 52, 60, 74, 7, 8 80,2, 7, 90, 2, 7, 8004, 20, 2, 6, 43, 52—4).

VATRA DORNEI. cl. VII Ostfeld Ioland (2635, 7, 41, 54, 5, 8, 9, 61, 3, 4, 72, 83).

VADASTRIŢA (Oltenia) cl. V Chiţu Tudor (2631—4, 50—2, 69, 70, 1), Săleianu Reveca (2634, 5, 9, 41, 3, 55, 70, 1, 4, 5, 81, 4), cl. VIII Roşioru Paulina (2631—4, 6—9, 43, 4, 7957).

VĂLENI (Argeş) cl. IX Bălăşan Ilie (2645—7, 67, 84, 7, 7933—6, 9—41, 8020, 97, 8100), Şerban Ţucian (26, 46, 7, 67, 84, 7, 7933, 5, 6, 9, 40, 57, 8019, 20, 97, 100), Bejliu Emil (7931, 2, 6, 78—80, 2, 5, 6, 90, 1, 3, 7, 8001, 4, 5, 14, 20, 8, 31, 2, 48, 51, 65, 81, 2, 8, 90, 7, 9, 100).

VĂLENII DE MUNTE (Ploieşti) cl. X Dragomir Cornel (7976, 8018, 20, 6, 31, 48, 51, 65, 99, 100, 34), Absolvent *Zaharia Ion* (7913, 18, 20, 1, 3—6, 8, 3—7, 41, 3, 4, 6, 8, 9, 57, 64, 70—2, 7—80, 3, 7, 90—3, 8006, 20, 45, 8, 51, 60, 1, 3, 5, 70, 1, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 9—101, 8111).

VEDEA (Piteşti). *L.* cl. XI Toma Valeriu (7907, 18, 9, 21, 2, 3, 5, 6, 9, 32, 44,77).

VERGULEASA (Argeş) *Ş. g.* cl. VI Mărculescu Gheorghe (2631, 2, 4, 6—9, 51, 70—2,) Vieru Ilie (2637, 57, 63, 4, 7, 70, 1, 2, 4, 5, 81), cl. VIII Mărculescu Elena (2632, 4, 6, 9, 45, 59, 63, 71, 933, 5), Poroşanu Ioana (2639—43, 5, 7933—5).

VIGOV DE SUS (Suceava) *L.* cl. X Tudose Ilie (7933—5, 9, 41, 8, 57, 8020, 1, 6, 8, 99, 100, 1, 7, 111).

VIDRA (Galaţi). *L.* cl. IX Turcanu Marcel (2646, 65—7, 7933—6, 9, 40, 1, 57, 8019, 20), cl. X Nicoară Alexandru (7925, 33—5, 8, 9, 41, 4, 8, 64, 8019, 20, 8, 31), Saulea Toma (7933—5, 8—41, 4, 7, 57, 8019, 20, 8, 31).

VINGA (Banat) cl. X Dupea Iosif (7933—6, 8, 41, 8019, 20, 6, 97, 9, 100).

VIŞEUL DE SUS. (Maramureş). *Ş. g.* cl. VII Man Victor (2636—8, 58, 61, 3, 72, 3, 72, 3, 81), cl. XI *Grad Maria* (7885, 93, 907, 13, 8, 20, 1, 3, 5, 8, 30—2, 49, 60, 4, 70, 1, 2, 4, 7, 8, 80, 1, 3, 28, 31, 2, 42, 4, 7, 8, 51, 9, 61, 2, 5, 74, 5, 8, 9, 81, 4, 8, 90).

VIŞINA VECHE (Oltenia). cl. IX Lia Adrian (2645, 66, 7, 84, 7, 933—5, 40, 1, 8019, 20, 91, 100, 101).

VÎRFURI (Ploieşti). *L.* cl. XI Rădulescu Petre (7820, 1, 3, 5, 7, 9, 32, 3, 5, 45, 51, 78, 9, 85), Vaiteg (Banat). *Ş. g.* cl. VII Müller Iosif (2632, 6, 9, 57, 60, 3, 5), Vulcan (Hunedoara) cl. V Benyovzki Ibolya (2632, 34, 6, 49, 51, 5, 7, 64). Molnar Iulia (2632, 3, 43, 51, 7, 70, 1), Vasilica Adela (2631, 3, 4, 43, 51, 2, 69, 70, 1), cl. VI Kiraly Zoltan (2634, 50, 1—3, 5—7, 9), Molnar Maria (2632—4, 6, 43, 9, 55, 64), Tökes Iosif (2632—4, 6, 43, 64, 70, 1), cl. VII Csiki Elisabeta (2633, 5, 6, 70, 1, 3, 7933, 5), Fazakaş Maria (2635, 7, 57, 60, 3, 4, 70, 7933, 5), Grünvald Maria (2634, 5, 7, 8, 51, 63, 70, 7933, 5), cl. VIII Csiki Ileana (2631, 2, 4, 8, 9, 42, 3, 64, 81, 7935), Fazakaş Estera (2631, 4, 5, 7, 42, 63, 70, 7933—5), Grünwald Ileana (2631, 42, 51, 63, 70, 1, 7933, 5), Popa Violeta (2641, 63, 4, 6, 81, 3, 4, 7933—6, 8097—9), *Ş. g. 4* cl. V Dobner Hilda (2631, 3, 4, 50—2, 69—71), Pecsi Viorica (2632—4, 49, 51, 5, 7, 64, 70, 1), Vass Piroska (2632, 3, 5, 51, 5, 7, 70, 1), cl. VII Cigher Elisabeta (2635, 6, 57, 8, 63, 4, 933, 5), Deak Iulianna (2633, 5, 57, 63, 70, 1, 3), Diconi Emilian (2632—4, 43, 51, 69, 70, 1, 8, 81), Cseh Viorica (2635, 6, 51, 5, 70, 1, 7933, 5), Hidvegi Irina (2633—5, 51, 60, 3, 6933, 5).

ZALĂU (Cluj) *L.* cl. XI Neufeld Petru (7907, 9, 19, 20, 3, 4, 8, 9, 30, 44, 58, 63, 4), cl. IX Clipinici Marius (2684—8, 7912, 44, 8018, 20, 2, 97, 100, 3), Kupsa Iolanda (2645, 6, 65—7, 7936, 8, 40, 4, 9, 57, 8019, 20), Pop Octavian (7934, 6, 2645, 65, 6, 84, 7—9, 8097, 8, 100), Rus Augustin (2646, 65—7, 7933, 5, 9, 8020, 99, 100, 1), Szolagyi Agnes (2645, 6, 65—7, 87, 7933—6, 8, 40, 1, 4, 9, 57), Togorassy Edith (7910, 2,.23, 31, 4, 6, 8, 7, 9, 40, 4, 9, 57, 60), Tatar Vasile (7910, 2, 23, 31, 4, 6, 7, 9, 40, 4, 7, 9, 57, 600).

cl. XI, Szöcs Coloman (7907, 62, 4, 70, 1, 2, 4—8, 83, 8026, 8, 31, 2), cl. IX Argeşeanu Dan (2646, 65, 7, 84, 7, 706, 7934, 41, 78, 82, 8005, 20, 100). Deutsch Iosif (2665, 7, 84, 7, 7934, 6, 9, 41, 8095, 7—100), Ilieş Lucia (2647, 65, 7, 7938—40, 78, 82, 4, 8018, 19) Porcsalmi Ştefan (2645, 7, 7934, 5, 7, 9—41, 4, 9, 57, 8020, 75), Fülöp Gheorghe (7910, 2, 35, 31, 4, 6, 7, 9, 40, 4, 9, 57, 60), Vlaicu Iuliu (7910, 2, 5, 60, 8021, 2, 6, 51, 61, 88, 90, 9, 101).

ZĂVOI (Banat). *Ş. g.* cl. VI Maica Ion (2632—4, 43, 6, 70, 1, 81).

ZIMNICEA *L.* cl. XI Gatu Petre (7907, 9, 10, 13, 8, 9, 20—32, 62, 3).

ZLATNA *L.* cl. V Scorţa H. Relu (2649, 51, 2, 69, 70, 1, 89), cl. VI Pîrnac C. Dana (2632—4, 6—8, 51, 3, 7), cl. XI *Perţa Vladimir* (7970—93, 7, 9, 8000, 4—6, 9, 11).

ZORLENTU MARE (Banat). *Ş. g.* cl. VII Tripon Nicolae (2631—3, 6, 9, 43, 6, 50—2, 5, 6, 8, 60, 2, 3).

*

Pînă la 1 iunie 1967 s-au mai primit soluţii bune de la:

ABRUD (Cluj). *L. 1.* cl. IX Macovei Vladimir (2667, 84, 7, 708, 7977, 82, 7, 8001, 20, 75, 100, 39), Morschil Iosif (2667, 74, 87, 707, 8, 7978, 82, 7, 8018—20, 98, 9), cl. X Candrea Aurel (7923, 5, 8, 33—6, 41, 57, 8019, 48, 61, 88, 9, 500), Jurcă Dumitru (7925, 8, 31, 4—6, 57, 8020, 41, 88, 99, 100), Toma Clara (79, 28, 31, 4, 6, 57, 8001, 2, 3, 5, 81, 8), cl. XI Miclea Emil (7970, 4, 5, 8, 9, 8004, 6, 14, 61, 84, 8, 132, 8).

ADJUD (Bacău). *L. 1* cl. VIII Creţu Dumitru (2662—6, 80, 1, 2, 4, 8, 8019, 20, 2, 97, 100), cl. IX Gheorghiu Gabriela (2645, 6, 84, 7, 7933—6, 41, 5, 7, 8099, 100), Lovin Eugenia (2667, 705, 7, 7978, 80, 2, 6—8, 8003, 5, 101, 133, 6, 8, 7, 47), Sclavoni Sorina (2666, 7, 7970, 84, 7, 8, 97, 8001, 11, 2, 4, 54, 97), Vraciu Mihaela (2665—7, 84, 7, 7974, 8, 82—5, 90, 1, 3, 8004, 5, 18, 9, 84, 95, 8, 100, 1), cl. X Angheluţă Gelu (7978, 97, 8001, 4, 5, 41, 8, 51, 61, 71, 5, 82, 90, 9, 133—6, 40, 9), Apostu Maria (7970, 4, 6, 91, 8000, 6, 7, 10, 2, 4, 7, 9, 22, 4, 48, 61, 81, 101, 11), Bălan Marinela (7982, 5, 7, 80, 90, 5, 7, 8004, 5, 24, 51, 88, 101, 111, 37), Danciu Gh. (7982, 5—7, 936, 7, 8000, 4, 6, 7, 10), Jitaru Ortansa (7970, 2, 87, 8010, 4, 46, 60, 78, 82, 133, 4, 6—10, 2—8, 54, 61), Morărăşu Mariana (7978, 9, 81—4, 7, 9, 95, 8004, 6, 10, 1, 75), Olaru Ion (7970, 89, 5, 8003, 4, 7, 10—2, 5, 26, 8, 30, 5), Oriţă Constantin (7974, 81, 3, 4, 95, 6, 8003, 6, 7, 11, 2, 4, 6, 7—9, 2ş, 6, 9—31, 5), Oţetea Constantin (7970, 8, 90, 6, 7, 8001, 4—6, 8, 11, 2, 3, 7, 9, 26, 51, 90), Vasilache Emil (7970, 2, 4, 94, 8052, 95, 7, 100, 31, 2, 40, 2—5, 54, 6).

AGNITA (Braşov). *L. 1* cl. IX Terchilă Simion (2684, 5, 7, 706—8, 8019, 20, 95, 9—101).

AIUD (Cluj). *Ş. g. 1* cl. VI Moga Cristina (2651, 2, 70—3, 9, 80), cl. VIII Popa Eugenia (2651, 1, 2, 3, 4, 7—9, 62, 3, 70—2, 6).

L. 1 cl. IX Szöcs Alexandru (2665, 7, 7978, 80, 2, 4, 7, 90, 8001, 4, 19, 20), cl. X Majdie Zoltan (7972, 4, 6, 8018, 20—2, 8, 97. 101, 3, 4, 7).

ALBEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VII Duculescu Ion (2653—5, 7, 8, 61, 3γ7).

ALEXANDRIA (Bucureşti). *L. 1* Riplea Nicolae (7971—88, 90—3, 5, 9, 8001, 4—6, 10, 1, 4, 20, 48, 50, 1, 60, 1, 88).

ARAD. *Ş. g. 1* cl. VI Petrilă Dan (2669—75, 90, 4—7), Ş. g. 5 cl. VI Penzeş Marta (2671—5, 90, 4—7), cl. VII Neagrău Cornelia (2649, 51, 7, 8, 61, 3, 70—3, 81, 3), *Ş .g. 14* cl. VII Moldovan Virginia (2672, 4, 81—3, 94, 7, 706, 7), *L. 1* cl. X *Boşcaiu Voicu* (7970—2, 4, 6, 8017, 22, 6, 8, 30—2, 8221, 6—30, 2—40, 4, 5, 54, 5, 8, 9, 63, 4, 8, 72—5, 7—84, 90—3, 300—6, 10—22, 33—42, 4—60, 72, 4) Bora Cornelia (8001, 4, 5, 10, 11, 21, 6, 51, 8, 1, 66, 88, 97), Bulzan Emilia (8014, 9, 21, 6, 49, 51, 8, 65, 81, 4, 90, 134), Corbu Nicolae (7970, 2, 4, 6, 8, 80, 2, 5—8, 90—2, 7, 9, 8001, 39, 48—51, 3, 4, 6, 8, 51, 3—5, 78, 81, 2, 90, 1, 5, 7—101, 10, 34, 342—4, 8, 66, 73), Drăgan Doru (7976—80, 2, 4, 6, 7, 93, 9, 8001, 19, 20), Nădrău Dorin (7934, 9—41, 76, 92, 8019, 2, 90, 8—101), Olaru Doru (7972, 6—8, 80, 7, 8020, 51, 61, 81, 2, 8, 133, 4, 8), Valea Emilian (7972, 6—8, 5, 6, 90, 3, 8001, 10, 9, 20, 8, 48, 9, 51, 74, 80—2, 4, 8, 90, 7, 8, 100), Văleanu Sorin (7978, 80, 2, 6, 93, 8001, 4, 5, 19, 20, 51, 88, 97, 101, 11), cl. XI Chirilă Florea (7919, 79, 63, 90, 3, 8001, 5, 6, 9, 48, 51, 61, 74, 8—81, 4, 7), Haş Ioan (7977—80, 3, 5, 90, 3, 800——6, 48, 51, 60—2, 88, 90, 138, 48), Lucuţa Petru (7907,—9, 12, 3, 8—26, 8—32, 43, 6, 60, 2—4, 70—97, 9—8001, 3—10, 12, 3, 5, 25, 8, 32, 7, 9, 43, 5, 8, 51, 8—66, 9, 80, 8, 90, 4), Petcovici Ionel (7907, 18, 20—3, 5, 6, 8—32, 72—2, 4, 8, 80, 3, 45, 7, 8, 51, 9—62, 5, 6, 79, 81, 2, 4, 8, 90), *L. 2* cl. VI Fildan Dorel (2651, 70, 2—5, 90, 1, 4, 7), Pricâ Mariana (2669, 71, 3—5, 8, 80, 1, 94), cl. VII Podea Delia (2659—63, 5, 6, 74), Zabb Mia (2657—62, 4, 6), cl. X Achim Otilia (7976, 8, 80, 2, 4, 67, 8051, 8, 65, 90, 131), Procolean Irina (7976—8, 80, 4, 5, 93, 8048, 51, 8, 65, 88, 134, 43), Urlea Dan (7978, 80, 2, 4, 6, 90, 8020, 51, 8, 65, 90, 100), *L. 3* cl. XI Tudor Dorina (7909, 13, 8—23, 5, 30—2), *L. 4* cl. VI Nitu Luminiţa (2651—2, 5, 7, 9, 61, 4, 9—71, 3, 92, 5, 6), cl. X Aciocîrloaie Florin (7923, 5, 8, 48, 57, 8048, 51, 6, 8, 61, 5, 88, 90), Hirschl Ladislau (7972, 6, 9, 81, 4, 7, 90, 7, 9, 8001, 6, 10, 2, 4, 8, 20, 1, 31). S.U.V. an I Pop Ioan (2646, 65—7, 84, 7933—6, 41, 8019, 20).

ABRUD (Maramureş). *L. 1* cl. IX Lenggel Maria (2684, 7, 8047, 74, 81, 4, 97—800, 63, 75, 110), cl X Baumgartner Ecaterina (7972, 4, 6, 8019, 20, 48, 51, 6, 8, 60, 3, 4, 74), Földes Adalbert (7972, 6, 8020, 48, 51, 6, 8, 60, 1, 3, 5, 78, 88, 110), Reszler Ştefan (7972, 4, 6, 8019, 20, 8, 31, 48, 51, 6, 8, 60, 1, 65, 81).

BABADAG (Dobrogra). *L. 1* cl. IX Muraveli Osip (7977, 8, 80, 2, 4, 8004, 5, 11, 2, 6, 9—21, 66, 7, 95, 7, 100, 1, 2684, 7, 705—7).

BACĂU. *Ş. g. 2* cl. VIII Feller Marian (2663—4, 82, 3, 7, 701, 2, 5—7, 7980, 2, 4, 6, 7, 9, 915, 9, 8001, 10, 8, 20, 71, 97, 8, 111, 33, 54, 61), *Ş. g. 5* cl. VI Cristea Dan (2651, 6,

9, 65, 70, 1, 81, 90—4, 7), cl. VII Paraschiv Nicuşor (2657, 8, 61, 2, 4, 6, 76, 7, 80, 1, 94, 7), *Ş. g.* 8 cl. V Grapă Teodora (2649, 52, 69—71, 8, 90, 1, 3), Moroşanu Rodica (2643, 61, 50, 1, 3, 69—71), Ripaş Viorel (2643, 6, 9, 50—2, 69—71), Venger Iosif (2643, 6, 60, 1, 5, 9, 64, 70, 1), cl. VIII Cîrlan Carmen (2639, 43, 4, 6, 7933, 5, 8019, 20), *L. 1* cl. VI Cărăuşu Radu (2651, 61, 70—3, 5, 81, 90, 1), cl. VII Mircea Laurenţiu (2654, 8, 61, 2, 72, 5, 81—3), cl. IX Cîrnu Gh. 2665—8, 84—7, 9, 8018—22, 97—101), Munteanu Sorin (2665, 84—7, 9, 705—8, 8019, 20, 97, 100), Năstase Constantin (2665—7, 84, 7, 9, 704, 5 8, 8019, 20, 99—101), Rotaru Adrian (2684—7, 7982, 6, 90, 3, 8001, 20, 1, 98—100, 7), Stanciu Ion (2665—7, 84, 7, 9, 705—8, 8020, 99—101), Tomescu I. (2645— 6, 65—7, 7933, 4, 6, 41, 8020, 95, 7, 100, 1), cl. X Sofronie Gh. (8019, 20, 6, 8, 51, 65, 9, 80, 2, 4, 8, 90, 9), *L. 2* cl. X Panaite Florentina (8017, 9, 22, 6, 95, 7, 9—101, 3, 9, 16, 7), cl. XI Iurea Vasile (7991, 8028, 38, 4,4, 5, 7, 8, 56, 9, 63, 5, 9—71, 81, 2), *L. 3* cl. IX Ungureanu Ion (2665—7, 84, 7, 9, 8019, 20, 97—101), L. 4 cl. IX Faibis Aurel (2667, 85, 7, 9, 7978—80, 2, 91, 3, 6, 9, 8017, 9, 20, 5, 7, 8, 100, 1, 7, 75, 80), cl. X Merluşcă Gh. (7878, 980, 7, 8001, 6, 605, 88, 90, 134, 8, 40), L. economic cl. X Iftimie Neculai (7978, 80, 7, 801, 60, 5, 6, 88, 90, 1, 134, 8, 40).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. V Croitoru Ion (7976, 8019, 26, 8, 48, 51, 65, 81, 4, 8, 90, 7, 9—101, 11), Paulescu Victor (7977, 8, 85, 8020, 6, 8, 97, 8, 100, 1, 11, 33, 4), Raicu Ion (8015, 61, 5, 8, 90, 7—9, 101, 33, 4, 42, 7, 61).

BAIA MARE. *Ş. g. 1* cl. V Carpade Angela (2651, 2, 9, 69—71, 90—2,), cl. VI Matei Liviu (2657, 60, 1, 9, 40—2, 4, 7), *Ş. g. 2* cl. VI Florian Valentina (2650, 1, 3, 5, 9, 60, 70, 1), Savorszki Iosif (2649—53, 7, 70, 1), cl. VII Cone Lucia (2654, 60—3, 7, 72, 81, 3), Marian Anca (2655, 7, 60, 3, 7, 72, 81, 3), Mihalasik, Ştefan (2654, 60—2, 6, 7, 72, 81, 3), Tătaru Eva (2654, 60—3, 6, 7, 72, 81, 3), Trif Ştefan (2654, 60—2, 6, 7, 72, 81, 3), cl. VIII. Ciocan Viorica (2662, 4, 5, 7, 9—84), Moldovean Alexandru (2641, 5, 62, 3, 81, 3, 4, 7934), Simona Pop (2662, 4, 5, 79, 81—4), Suciu Eva (2638, 41, 5, 63, 81, 3, 4, 7934), *Ş. g. 3* cl. VIII Ardeleanu Gh. (2633, 6, 41, 3, 6, 7933—5), *Ş. g. 8* cl. VI Clapa Mircea (2673, 5, 90—4), Cuc Daciana (2652, 3, 69—75), cl. VIII Andronache Constantin (2665, 7, 81—3, 8020, 77, 100), Felszeghy Aurora (2662, 4—7, 809, 20, 97), *L. 1* cl. V Strempel Nicolae (2650, 1, 69—71, 90—2), cl. IX Fried Livia (2665—7, 7978, 80, 2, 4, 7, 90, 3, 4, 7, 9, 8014, 7—21, 32), *L. 3.* cl. IX Andreicuţ Maria (2684, 7, 706—8, 7978, 80, 2, 4, 6, 91, 9—101, 65), Lauran Iosif (2684, 7, 705, 6, 8, 8018, 95, 7, 9—101, 33), cl. X Ambruş Horia (7976, 86, 8010, 9, 20, 6, 51, 8, 61, 81, 2, 8, 90, 7, 100), Breban Dorina (7972, 90, 8018, 20, 97, 100, 1, 34, 8, 40, 67), Cozmuţă Dorel (2972, 8018, 20, 97, 9—101, 8, 33, 4, 8, 51, 60, 1), Danciu Ioan (8018—20, 97, 9, 100, 1, 9, 34, 8, 40, 8), Grosu Victor (7974, 8020, 48, 51, 61, 2, 90, 9, 100, 9, 34, 8, 40, 67), Medan Axente (8018—20, 51, 97, 9—101, 9, 34, 8, 40), Palaghiţă Nicoleae (7936, 44, 8, 72, 8019, 20, 2, 6, 48, 51, 8, 60, 1, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7, 8, 500, 1, 33—6, 9, 40, 2—5, 7, 8, 76).

BAIA SPRIE. *L. 1.* cl. IX David Maria (2665—7, 84—7, 706—8, 8012, 100, 1, 61).

BALŞ. *Ş. g. 2* cl. VII Voiculescu Luminiţa (2672—6, 8—82, 4), *Ş. g. 3* cl. VII Şerbănescu George (2657, 9—62, 5, 6), *L. 1.* cl. X Brînaru Constantin (7974, 6, 7, 9, 80, 2, 4, 6, 7, 91—3, 9, 8001, 3, 6, 10, 5, 9, 20, 8, 31, 43, 8, 61, 5, 7, 75), Creţan Florentina (7976, 8—80, 2, 5, 90, 1, 3, 4, 61, 74, 82, 90, 100, 7), Lăcraru Ion (7976—9, 84—91, 8001, 3, 6, 10, 20, 1, 6, 8, 32, 70, 89), Rotaru Constantin (7974, 6—82, 5, 7, 90—3, 8001, 4, 6, 10, 4, 5, 20, 8, 48, 51, 4, 6, 8, 60, 1, 5, 73, 4, 8).

BĂBENI ROMANI (Argeş). *Ş. g.* cl. VI Stănciucu Evira (2649, 55, 7, 68, 9, 73, 91, 2), Trăistaru Maria (2661, 5, 70—2, 5, 91, 2).

BĂICOI (Ploieşti). *Ş. g. 1* Iancu Nicoleta (2661—3, 6, 7, 7986, 91, 9, 8019, 20), Jianu Cecilia (2651, 5, 8, 9, 63—6), L. cl. X Coman Ion (7972, 4, 6, 8018—21, 8, 32, 51, 75, 90, 7).

BĂILE GOVORA. *Ş. g.* cl. VIII Toma Ilie (2642, 3, 6, 62—5, 7).

BALOŞANI *Ş. g.* cl. VII Vicol Felicia (265, 60, 2, 81, 3, 94—7, 9).

BECLEAN. *L. 1* cl. IX Pop Ion (2666, 7, 84, 7, 705, 7,, 8, 8018, 20, 97, 100, 1), cl. X Deac Viorel (8019—21, 9, 95, 7—10, 7, 11, 65).

BEIUŞ, *L. 1* cl. VIII Laslău Ioan (2643, 51, 5, 8, 60, 7933, 5, 6, 8019).

BENIC (Hunedoara). *Ş. g.* cl. VII Daia Ioan (2649, 51, 2, 7, 66, 70, 1, 4, 5, 83).

BECENI (Ploieşti). *L. 1* cl. VI Dragomir Victor (2657, 9, 70—3, 5, 94), Moisoiu Maria (2633, 43, 51, 3, 71, 3, 94, 5).

BECHETU (Oltenia). *L. 1* cl. IX Ştefănescu Marian (2665, 8, 703—8, 8103, 11, 33, 5, 40, 54, 61, 2, 5, 6), cl. XI Popa Ion (7971—5, 8035, 9, 43, 5, 59, 60, 3—7, 9, 75, 8, 81, 2, 5, 8, 90, 103, 7, 9, 16).

BERTEA (Ploieşti). *Ş. g. 2* cl. VI Bratu Grigore (2649, 55, 9, 60, 2, 74, 80. 90, 4, 5, 7), Bratu Victor (2655, 9, 60, 5, 72, 3, 81, 90, 4—7), Bucur Elena (2655, 60—2, 5, 72, 81, 90—2, 4, 5, 7), Dumitru Doina (2654, 8—60, 80, 1, 90—2, 4—7), Goagă Gh. (2652, 5, 60, 2, 5, 73, 81, 90, 1, 4, 5, 7), Moraru Luca (2655, 60, 2, 5, 72, 4, 80, 1, 90, 1, 94—7), cl. VII Cătunescu Roseta (2656, 8—60, 2, 5, 70, 1, 3, 4, 81, 3, 4, 9, 4, 5, 7, 9, 701, 7), Lungu Vasile (2649, 52, 7—9, 62, 3, 4, 6, 70, 1, 3—5, 81—3. 9—91, 4, 5, 6, 701, 6, 7), Sinca Constantin

(2650, 6, 8, 60, 3, 5, 6, 76, 80—2, 6, 9, 1, 8099), Vuţă Georgeta (2653, 6—60, 2, 3, 5, 6, 70, 1, 3—5, 80—4, 9—91, 4, 5, 9, 707), cl. VIII Căldură Mariana (2656, 8—60, 6, 72, 80, 2, 3, 6—91, 4, 5, 7, 9, 705—8), Ionică Ionel (2656, 8—60, 2, 5, 6, 72, 6, 86—8, 90, 1, 4, 5, 7, 9, 701, 6—8), Neagu Constanţa (2654, 8, 60, 1, 4, 8, 90—2, 4—7, 9, 701, 3—8, 7978. 80, 7, 8010, 7, 9, 98, 111, 62), Niţescu Ştefan (2649, 50, 2, 6, 60, 2, 6, 5, 75, 6, 82, 90, 1, 4—7, 9, 701, 6—8, 8101), Rujoiu Petre (2656. 8—60, 6, 80—2, 9, 90, 4—7, 9, 701, 6, 7), Rujoiu Voicu (2656, 8—60, 5,6, 9, 72, 3, 6, 81—3, 7—91, 4, 5, 7, 9, 701, 5—8), Sinca Gh. (2650, 4—6, 60, 5, 6, 80, 2, 90—2, 4—7, 9, 701, 6—8, 80, 8010, 7), Zaharia Gh. (2652, 6, 8—12, 4, 6, 9, 74—6, 81—3, 5, 7, 9—91, 4, 5, 7, 9, 701, 4—8).

BICAZ. *L. 1* cl. VII Olaru Mihail (2654, 5, 8, 3, 6, 7, 72, 8), cl. IX Chindea Neculai (2665—7, 84, 7, 9, 7978, 80, 2, 6, 8001, 5, 14, 20, 100), Cruşitu Viorel (2665—7, 84, 7, 9, 706, 8, 7978, 82, 8001, 20, 87, 100), Ropoteca Eugen (2647, 66, 84, 7, 9, 7978, 93, 8001, 3, 20, 53, 74, 80, 1, 91, 7, 100, 1), cl. X Bîrjoveanu Gh. (7934, 6, 9, 40, 77, 8, 80, 2, 97, 8022, 51, 4, 88, 90, 7, 100), Colceriu lAl. (79972, 6, 7, 9, 8014, 7, 26, 8, 31, 5, 65, 133, 4, 48), Coman Adrian (7984, 91, 2, 8000, 6, 60, 84, 97, 100, 9, 33, 4, 8), Grosu Gh. (7977, 8, 80, 90, 8004, 6, 10, 51, 60, 5, 88, 90, 7, 8), Ionaşcu Maria (7980, 2, 6, 90, 8004, 14, 51, 50, 55, 84, 8, 90, 7, 8), Manolescu Decebal (8006, 21, 51, 8, 61, 78, 88, 90, 1, 7, 9, 100), Nancă Florin (799, 9, 8001, 6, 11, 4, 9, 21, 2, 6, 48, 51, 80, 8, 90).

BISTRIŢA. (Cluj). *L. 1* cl. X Bauman Octavian (797, 8, 80, 2, 5, 6, 90, 3, 8001, 4, 5, 18—20, 8, 31), Ceuca Lucian (7974, 6, 8, 8021, 6, 31, 65, 75, 88, 100, 11), Făgărăşan Ion (7977,—80, 4, 6, 7, 91, 3, 8001, 4, 6, 19, 21), Hecht Anton (7972, 4, 6, 7, 9, 80, 4, 6, 90, 8000, 1, 18—21), Pavel Lucaci (7977—80, 2, 5, 7, 90, 1, 8004, 6, 19, 20(), Pop Eugen (7972, 4, 7, 80, 4, 6, 7, 90, 3, 8001, 4, 6, 19, 21, 31), Pop Iacob (7974, 8,80, 5, 8051, 65, 76, 88, 100, 11, 33, 4, 8, 72). Roiban Gh. (7972, 6—81, 5, 8028, 31, 47, 8), Scridon Lucia (297 7, 84, 7, 8019, 51, 80, 1, 8, 90, 7, 8), Suciu Petre (7977—9, 87, 91, 3, 8000, 1, 4—6, 20). Şerban Grigore (7972, 4, 6, 8, 8001, 20, 1, 6, 31, 48, 61, 84, 8, 97, 8), Timofte Corneliu (7970, 8042, 5, 7, 51, 4, 63, 71, 81, 2, 4, 8, 97), cl. XI Gacea Alexandru (8043, 5, 7, 8, 51, 6, 8, 60—2, 5, 70j, 1, 5, 8, 81, 8, 90, 107, 10, 1), *L. 2* cl. VI Tătaru Rodica (2634, 46, 57, 8, 60, 1, 73, 4), cl. VIII Bucşă Viorica (2640, 1, 6, 63, 7933, 4, 8019, 20, 97, 110).

BÎRCA (Oltenia). *L. 1* cl. IX Proca Ştefan (2685, 6, 705, 7982, 29, 51, 8, 51, 81, 97, 101, 33, 48). cl. X Popa Ştefan (7986, 9, 90, 7, 8011, 8, 39, 58, 78, 97, 100, 7, 11, 7, 33).

BÎRLAD. *L. 2.* cl. VI Baciu Costel (2659, 60, 2, 4, 70—5, 81), Lepădatu Rodica (2649, 51, 3, 5, 7, 9, 60—75, 81, 90—7), Leţcai Carmen (2669—75, 7, 81), Ruse Dan (2649, 53, 9, 60, 4, 70—3), Spulber Marin (2651, 3, 7, 60, 70—5, 90), *L. 3* cl. VII Păiş Ştefan (2669——75, 80, 1, 90—4, 7).

BÎRLEŞTI (Iaşi). *Ş. g.* cl. VIII Pascaru Maria (2699, 701, 4—8, 8161).

BLAJ. *L. 1.* cl. X Păduraru Nicolae (7976, 91, 8006, 19, 25, 50, 4, 60, 82, 95, 8, 101, 7, 10, 33—6).

BOCŞA (Banat). *L. 1* cl. X Piroi Ion (7970, 2, 4, 6, 8019, 21, 6, 8, 9, 31, 43, 52, 3, 6, 61, 5, 7, 8, 7,1 80, 8, 91, 7, 131—5).

BOLDEŞTI (Ploieşti), *Ş. g.* cl. VI Nichita Teodor (2653, 5, 7—62, 4), cl. VII Enescu Daniela (2651, 8, 67, 70, 1, 3, 5, 81, 94, 6), Tudoran Marieta (2651, 7—9, 66, 70, 1, 5, 94).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti), *L. 1* cl. XI Grigore Niculae (7974, 83, 5, 90, 2, 8042, 5, 7—9, 51, 8, 61, 3, 4, 75, 5, 8, 80—2, 4, 8—90, 107, 12, 32, 3, 7, 8, 40, 1, 8, 67, 85), Niculae Pavel (7975—7, 85, 9, 90, 8045, 51, 60, 5, 6, 81, 4, 8, 9).

BOTOŞANI. *Ş. g. 3* cl. VI Bordeianu Valentin (2651, 7, 9, 60, 70—2, 5, 81), Iftimie Dumitru (2661, 4, 72, 5, 80, 1, 90, 1, 4—6), *Ş. g. 4* cl. VIII Tinichigiu Aurel (2651—3, 5, 8, 63, 70, 1, 3, 6, 7, 80—3, 8067, 100), *Ş. g. 7* cl. V Chicoş Silvia (2650—2, 60, 70, 1, 90—2), Mărgineanu Carmen (2650—2, 69, 71, 90—2), Onofrei Luminiţa (2634, 50—2, 69—71, 89), Serediuc Vladimir (2650—2, 69, 71, 90—2), Simion Angela (Satropa Boris, Vamana Marcela (2650—2, 70, 1, 90—2), cl. VII Andone Mariana (2663, 5, 6, 80, 1, 7, 99, 705, 7, 8, 8100), Fîntînă Maria (2659, 60, 2, 73, 83, 93—7), Jerean Geta (2660, 2, 5, 76, 80, 3, 99, 100), Oniciuc Eugen (2643, 57, 72, 3, 5, 2662, 81, 3, 93—6, 8, 706, 7), Popescu Tamara (2655, 63, 80, 1, 700, 1, 5, 7, 94), Serediuc Doina (2657, 9, 60, 2, 72, 5, 83, 93, 5), cl. VIII Amarandei Aurel (2663, 86, 99, 704, 6—8, 8111, 62), Andrieş Călin (2663, 81, e, 4, 7, 99, 701, 4, 7, 8, 8020, 100, 1), Brumă Mariana (2661, 3, 5, 82—4, 6, 7, 8111, 20), Ciolan Consuela (2680—2, 4, 7, 701, 6, 7, 8097, 111), Ciornei Doina (2663, 80—4, 7, 708, 8097, 111), Glădun Claudia (2661, 7, 70—8, 8020, 101, 11, 62), Mihăilescu Rodica (2663, 80, 7, 99—701, 5—7, 8100), Popovici Liviu (2661, 3, 6, 7, 81, 3, 705, 8019, 20, 100), *L. 1* cl. VII Cojocaru Andaluzia (2650, 1, 5, 69, 70 2—4, 80), cl. IX Ghelaru Ilie (7971, 3—5, 7, 82, 6, 8005, 14, 21, 2, 48, 51, 3, 61, 81, 8, 90, 1), *L. 2* cl. IX Luca Dumitru (2708, 7992, 980, 2, 7, 93, 8080, 97, 100, 33, 9, 40, 61, 2), S. M. A. plastice cl. VII Condriuc Liviu (26 54, 8, 60, 1, 3, 72, 7, 82, 3, 93, 4). *L. economic* an I Bantaş Liliana (2684, 5, 7, 7978, 82, 4, 6, 7, 91, 67, 8, 8017, 20—2, 6, 53, 75, 8,1, 101, 3), Cioriş Vasile (2667, 84, 705, 6, 8, 7935, 80, 8020, 70, 1, 5, 7, 100, 1, 3), an II Gheorghiu Valentin (7976, 8053, 65, 81, 8, 90, 110, 32, 43—5), Li-

vianu Cornelia (7970, 4, 6, 80 1, 5, 8, 8023, 5, 6, 32, 47—51, 3, 71, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 101, 3, 4, 7, 10, 33, 9, 42, 3), Roman Mircea (8080, 131, 4—8, 40, 4, 8).

BOZOVICI (Banat). *L. 1* cl. VII Verdeț Aurel (2655, 7, 8, 62, 3, 5, 70, 1), cl. IX Găină Dănilă (2666, 7, 84, 7, 708, 7977, 9, 87, 90, 8001, 4, 18, 20, 100, 61), Mustăcilă Ilie (2665, 6, 708, 7979 80, 90, 19001, 20, 100, 48, 61), Zăvoianu Petru (2665—7, 84, 7, 7980, 2, 8019, 54, 97, 8, 100).

BRAD (Hunedoara). *L. 1* cl. X Sfat Ioana (8018, 9, 21, 97, 8γ100—2, 4, 117, 65, 75).

BRAȘOV, *Ș. g. 3* cl. VII Ionescu Anca (2653—5, 7—61, 3, 6, 7), *Ș. g. 5* cl. VI Poepescu Horațiu (2654, 60, 1, 4, 70—2, 4, 5), *Ș. g. 6* cl. VIII Munteanu Florin (2665—8, 83—9), *Ș. g. 3* cl. VI Otincelescu Dragoș (2651—3, 5—7, 9, 60), *L. 3* cl. IX Mărgărit Viorel (2665—7, 86, 707, 8, 7980, 8, 90, 9, 8012, 4, 8, 9, 58, 74, 80, 1, 99, 100), Stamate Mihaela (2648, 65, 87, 9, 704—8, 8020, 100, 61), Selei Mariana (2645, 6, 66, 7, 84, 7, 9, 8019, 20, 95, 7, 8, 100), *L. 4.* cl. V Bîrsan Eugenia (2651, 7, 70, 1, 80, 90—2), Irimescu Adrian (2649, 69—71, 81, 90—2), Manea Luminița (2651, 2, 69—71, 90—2), Moarcăș Sanda (2651, 2, 9, 60, 70, 1, 81, 91, 2), Popa Romeo (2649, 51, 69—71, 90—2), Popescu Benone (2651, 69, 70, 1, 81, 91—3), Teodorescu N. (2651, 9, 60, 70, 1, 81, 91, 2), Voiculescu Dana (2650, 1, 69, 70, 1, 90—2), cl. VI Mihai Doina (2653, 5, 60, 4, 70, 3, 5, 90), cl. VII Barbu Mihai (2653, 69, 72, 4, 6, 81, 2, 92, 708), Bîrsan Niculae (2669—72, 81, 2, 90, 4, 6), Grigorescu Cristina (2655, 60, 70—12, 81, 90, 3, 9, 701), Ioan Mariana (2655, 69—71, 82, 90, 4,)7), Nema Mircea (2660, 9, 71, 2, 81, 90, 3, 101), Niculescu Marilena (2655, 6, 60, 9, 71, 2, 81, 90, 3, 4, 7, 9, 701), Oprea Ovidiu (2651, 5, 63, 70—2, 81, 90, 11), Pop Cristian (2655, 9, 70—3, 83, 90, 1, 3), Popa Mircea (2669—7—9, 80, 2, 3, 91, 3, 708), Șerbănescu Gabriela (2655, 6, 60, 79—72, 8 90, 3, 9, 701), Voivod Dorina (2652, 5, 60, 9, 70—2, 802), cl. IX Delesega Laslo (2665, 7, 87, 9, 704, 6, 7, 8018—20, 97, 8, 100, 1, 62, 5).

BRĂILA. *Ș. g. 3* cl. VII Nedelcu George (2643, 5, 8, 60—4), *Ș. g. 7* cl. VII Manas Pericle (2654, 9, 70—3, 5, 83, 7991, 8022, 97, 8, 100, 1), *Ș. g. 12* cl. VI Mocanu Florian 2651, 3, 9, 60, 70, 1, 3—5), *Ș. g. 1b* cl. VI Miclăuș Karmen (2651, 78, 9, 81, 90—2, 4, 5, 7), Oprișan Mircea (2651, 5, 64, 70, 1, 5, 81, 96), *Ș. g. 22* cl. VII Chiriac Jenica (2654, 5, 7—61, 3, 4, 6), Perianu Octavian (2655, 7—61, 3, 4, 6), *L. 1* cl. IX Dumitru G. (2665, 7, 7978, 87, 93, 9, 8003, 18, 20, 6, 98, 9, 133), Vasiliu Georgeta (2666, 7, 84, 7, 9, 705—7, 8018—20, 97, 100, 1, 61, 2), cl. X Petre Voica (7976—8, 82, 4, 5, 90, 1, 3, 9, 8014, 8), Păileanu Vasilica (7977, 8, 80, 2, 4, 7, 90, 7, 8004, 6, 10, 7, 26, 31, 48, 9, 52—4, 6, 60, 1, 3, 5, 81, 4, 8, 90, 7, 8, 100, 4, 7, 11), Sîrbu Cornelia (7977, 8, 80, 2, 4—6, 91, 3, 7, 8004, 6, 17, 9, 28), *L. 3* cl. IX Tabacu Viorel (2684, 7, 8, 7978, 80, 2, 4, 6, 7, 90, 8097—100), Zainea Neculai (2647, 65—7, 84—9, 8019, 20, 97—100), cl X Istrate Marius (7974, 7—80, 2, 5, 7—91, 3, 8019, 20, 8), cl. XI Aminos Mery (7970, 1, 8043, 8, 51, 5, 9—61, 5, 88—90 130—4), 6—41, 4, 6—8), Bucur Camelia (7970, 3, 6γ, 8051, 6, 8, 60, 1, 5, 74, 88, 90), Cuciu Dan (8051, 9, 65, 131, 3, 4, 40, 2—4, 7).

BRĂNEȘTI (București). *L. 1* cl. X Cernea Iulian (7976, 8, 80, 2, 4, 8051, 8, 75, 88, 90, 100, 34, 61), Nicola Ion (8043, 9, 50, 3, 4, 8, 61, 3, 75, 81, 2, 91, 9, 103, 11, 6).

BREAZA *L. 1* cl. VII Oprea Ion (2658—60, 20, 3, 74, 94, 5, 7), cl. IX Cornoiu Paul (2665, 84, 7, 704—8, 8020, 95, 7, 100, 65), Florea Florin (2665—8, 84, 7, 706—8, 8020, 97, 100, 62), Ghiauș Carmen (26884, 7, 9, 704—6, 8095, 7—101, 61, 2, 5),cl. X Cojocaru Cornel (7978, 80, 2, 5, 6, 90, 5, 8001, 18, 20, 1, 51, 90, 7, 8, 100, 33, 8, 62, 5), Colțoiu Constantin (8018, 20, 95, 7—101, 9, 61, 2, 5, 7, 75), *L. militar* cl. XI Enache Victor (7971, 5—8, 84—91—3, 7, 91, —3, 7, 9, 8004—7, 9, 10, 5, 25, 39, 43, 5, 7, 8, 51, 4, 8, 9, 61, 2, 4, 5, 9, 73, 5, 9, 81, 7, 91, 110, 5, 6, 21), Gărgălie Silvestru (7979, 84, 8, 90, 2, 3, 6, 7, 8001, 7, 9, 10, 43, 5, 8, 51, 6, 9—63, 65, 75, 8, 81, 2, 8, 90, 131—5, 7—45, 54, 73, 6, 86, 92).

BREZOI (Argeș). *L. 1* Achim Gh. (2669—72, 5, 6, 81—4, 7), cl. X Mitu (7978, 80 2, 93, 8001, 4, 19—21, 6, 8, 51), cl. XI Lepădatu Dumitru (7959, 60, 2, 4, 70—2, 4, 6, 8026, 9, 31).

BUCEGEA (Suceava). *L. 1* cl. VII Anton Constantin (2655, 6, 1, 3, 72—4, 80, 1), cl. IX Apetrei Adrian (2630, 66, 8,7, 7878, 933, 5, 6, 41, 8000, 1, 18, 20).

BUCUREȘTI. *Ș. g. 4* cl. VII Havrici Octavian (2654, 5, 8, 61, 3, 6, 7, 72, 3, 5), Udrea Bogdan (2650, 2, 3, 65, 74, 6, 82, 4, 9, 94, 9), *Ș. g. 5* cl. V Oanea Dinu (2650—2, 69—71, 90—2), Rogozeanu Bogdan, Cioboată Liviu, Tănase Cristian (2650—2, 69—71, 90—2), cl. VII Lazăr Anca (2650—2, 5, 7—9, 63, 6, 7), Leibovici Anton (2651—3, 8, 61, 3, 6, 7), Ștefan Carmen (2657, 60, 3, 70, 1, 90, 1, 4, 7, 9), *Ș. g. 11* cl. VI Cicei Adrian (2650—6, 9—61), cl. VII Alinici Dan (2653—67, 72—83, 93—701, 8), *Ș. g. 19* cl. VI Suciu Ștefan (2638—41, 3, 6, 7, 57), *Ș. g. 21* cl. V Creangă Gabriela, (Moldoveanu Monica. Nicolae Adina (2651, 51, 2, 69—71, 90—2), cl. VII Dumitru Sorin (2654—6, 62, 7, 73, 84, 9—91, 3, 6, 9, 8020), cl. VIII Moisescu Stela (2661—7, 78), Profir Paul (2677—84, 7, 9, 8017, 20, 97, 8, 100, 1), *Ș. g. 23* cl. VIII Bădea Olga (2654, 6, 7, 63, 70—3, 6, 81, 3, 4, 7, 9—92, 4, 9, 8020, 97, 9), *Ș. g. 26* cl. V Găinaru Doina (2649—53, 7, 9, 60, 9—72, 6, 8, 81, 9); cl. VII Boguleanu Adriana (2690—2, 4—7, 9, 701), Osman Petrișor (2690—2, 4—7, 9, 701), *Ș. g. 55* cl. VIII Stănescu Gabriela (2640, 1, 50—4, 6), *S. g. 75* cl. VII Adrian Mihaela (2653, 4,

8—60, 2, 3, 72), *Ş. g. 77* cl. VII Grigoriu Florin (2650—8, 63, 9, 70, 2, 3, 5, 6, 8, 80—3, 9). *Ş. g. 95* cl. VIII Gâţă Mihai (2661—7, 7977, 8, 82—4, 6, 8, 91, 3, 9, 8001, 9, 10, 9), *Ş. g. 96* cl. V Costea Simona (2649, 51, 1, 2, 69, 70, 90, 1), Simion Rodica (2670, 1, 90—3, 5, 7), cl. VI Neagu Rodica (2651, 69—72, 90, 1, 5). *Ş. g. 102* cl. VII Constantin Petre (2670—2, 4, 8, 80, 90, 1, 4), Marcu Viorel (2655, 7, 63, 70, 1, 4, 8, 90, 80, 4, 7), Nicula Ilie (2657, 63, 70, 1, 4, 7, 8, 80, 90, 1, 4), Ştefănescu Ion (2670—2, 4, 7, 80, 90, 1, 4, 701), *Ş. g. 128* cl. VI Anghel Viorica (2659, 1, 3, 5, 7, 9, 60, 4), Dragu Gabriel (2650, 1, 4, 5, 7, 9—61), Mănescu Adrian, Mîrsan Constantin (2650, 1, 5, 7, 9—61, 4), Rogobete Nicoleta (2650, 1, 3, 5, 7, 9,60, 5), cl. VII Popa Mihaela (2655, 7—63), *Ş. g. 145* cl. VII (Ionescu Angela (2650——4, 60—2), Lebejoară Ovidiu (2658, 67, 9—75, 9—84), Micherim Marioara (2639, 51, 51—3, 63, 9, 79, 80), cl. VIII Şerban Radu (2649, 57, 69—72, 90, 4, 7, 9), *Ş. g. 150* cl. VIII Alinescu Brînduşa (2640, 1, 3, 6, 7, 77—84, 7, 9, 7933—5, 41, 51, 8097, 8, 100, 4), *Ş. g. 155* cl. VII Mărculescu Ion (2672—7, 80—4, 9, 97, 700, 5), *Ş. g. 164* cl. VIII Tomotin Dan (2666, 7, 87, 9, 704, 6—8, 8097, 165), *Ş. g. 169* cl. VII Ioamer Lucia (2650—63, 5, 7, 8019, 20), Romaşcanu Dan (2659—61, 3—6, 72, 4, 8020), Sîrbu Gh. (2640, 1, 6, 67, 7977, 8, 80, 2, 4, 6, 91—3, 7, 9, 2018—22), *Ş. g. 172* cl. VII Serbeniuc Emil (2672, 3, 5, 7, 80, 4, 7, 8091, 5, 7, 1), *Ş. g. 173* cl. VII Andrievici Bogdan (2653, 4, 8—63, 5—7, 7978, 86, 2, 6, 7, 8010). *Ş. 118 — V. Alecsandri* cl. VII Croitoru Olga (2653, 7, 63, 72—4, 6, 81, 99), *L. 1 N. Bălcescu* cl. IX Georgescu Marius (7978—80, 2, 67, 90, 1, 3, 5, 9, 8001, 4, 18, 91, 133, 54), Vijelie Luminiţa (2666, 7, 7970, 1, 6—80, 2, 4, 6, 7, 9, 8000, 6, 7, 10, 8, 20—2), cl. X Dan Petre (7972, 4, 80, 24, 5 93, 5, 7, 9, 8001, 5, 6, 10, 4, 8, 21,). cc. XI Trenaru Aurelian (7940 7—80, 2—8, 40, 3, 7, 9, 8005, 45, 9—12, 4, 45, 51, 60, 5, 78, 81, 2, 8, 131—4, 7—40), *L. 2* X Muscalu Doru (7977—80, 2, 4, 6, 7, 90, 7, 9, 8004, 18, 32), *L. 5* cl. VII Bahrim Mihaela (2650—4, 9—62, 4, 5), Popa Mihai (2661, 3, 7, 72, 4, 83, 9, 8021, 101), cl. IX Sfarti Adriana (2665—8, 84, 5, 7—9, 7974, 8, 80, 2, 6, 90, 7, 8004, 14, 7, 8, 20, 32, 50, 63, 9, 75, 80, 1, 4, 91, 5, 9, 101, 11), *L. 4* cl. IX Iliescu Stelian (7936, 8019, 97, 100, 1, 11, E : 2665, 7, 84—7. *L. 6.* cl. IX Poica Adrian (2665—8, 84—9, 8095, 7—100), *Ş. g. 7* cl. VII Lustig Adrian (2658, 8, 61, 9—71, 3, 4), cl. IX Grünfeld Cecil (2665—7, 7978, 80, 2, 6, 7, 91, 3, 8018—21), cl. X Mateescu Alexandru (7972, 4, 6, 8019, 20, 48, 51, 6, 8, 61, 111, 34, 25, 6), Taler Adriana (7972, 6, 9, 80, 7, 8, 8001, 6, 12, 9, 60—1, 82, 4, 97, 111), cl. XI George Ion (7907, 18—23, 5, 32, 43, 60—4, 70—93, 7, 800, 1, 4—7), 31, 8, 9, 42, 4, 5, 7—9, 51—3, 6, 8—66, 74, 7—9, 81—91, 110, 6, 21), *L. 10* cl. VIII Brateş Nanu (2649—57, 61, 3, 8019, 21), Patringenaru (2649—67, 8018—21), Petcov Alexe (2649, 50—3, 5, 7, 8019, 20), cl. X Guriţă Rodica (8019—21, 54, 8, 68, 9, 75, 90, 1, 7, 8, 133), Costin Ruxandra (8050 51, 861, 7, 81, 2, 4, 5, 140, 3, 61). *L. 11* cl. X Claiman Mişu (7972, 4, 6—80, 2, 4—93 6—8001, 3—8, 10—2, 8—21, 3, 6, 8, 31, 2, 5), Klein Adrian (7972, 8048, 51, 8, 78, 81, 2, 8, 90, 9, 101, 37, 40). Geogescu Maria (7972, 4, 6, 8, 80, 2, 4, 5, 7, 90, 2, 3, 8006, 19, 208), Petrescu Corneliu (7974, 80, 4, 91, 3, 8006, 18—21, 6, 60), *L. 12* cl. VII Rizescu Marieta (2699—701, 18—21), *L. 13* cl. IX *Berceanu Barbu* (7970, 2, 4, 81, 82, 4—91, 3—5, 7, 9—8001, 3, 4, 12, 3, 5, 7—21, 8), 3197—201, 4, 5, 7—10, 12—8, 21, 7—32, 55, 8, 63, 72, 3, 5—9, 81, 4, 5, 6, 90—2, 4). Pungan Ovidiu (7936, 8001—5, 19, 74, 5, 93—7, 899), Sauca Darius (2703—5, 8105, 41—3, 8, 55, 61, 93—7), cl. X Garabel Cristian (7972, 8020, 51, 90, 131—3, 5, 9, 45, 8, 76), Horomei Constantin (7984, 8006, 50, 2, 9, 97, 138, 44, 209, 10, 2, 43). *L. 15* cl. IX Ion Ion (2666, 86, 704—8, 7990, 8004, 17, 8, 81, 91, 131, 54, 65, 6), cl. X Moscovici Iulian (7972, 8019, 20—2, 4, 6, 8, 97, 107, 9, 11, 65, 76), cl. XI Duţescu Dan (7974, 7, 8, 80, 3, 8, 90, 8001, 6, 28, 44, 5, 7, 8, 50, 9—62, 5, 78—82, 4, 6—9, 110, 1, 30, 1, 3—5, 7, 8, 40, 2, 5, 8, 85), *L. 20* cl. X Herling M. (8018—26, 8—32, 4—40, 2—8, 50—4, 6, 8—67, 9—71, 3—5, 8—80, 2, 3, 5—91, 3), Bulandra Mariana (8048, 51, 8, 60, 1, 134, 7, 8, 40, 2, 7, 8). *L. 22* cl. IX Popa Mircea (2665—7, 84, 7, 9, 8018—20, 97,100 1), cl. X Bolintineanu Şerban (7970—2, 4, 6—80, 2, 5—7, 90—3, 8017—23, 6, 8, 9, 31), Blagoev Branislova (7972, 8002, 4, 6, 60, 1, 82, 91, 8, 100, 33, 4, 8, 48, 92), Damaşcan Cătălin (7976, 8004, 6, 20, 39, 48, 51, 8, 61, 75, 8, 88, 90, 133, 7, 8, 48), Gavrilescu Ionel (7976—83, 6—8, 90, 1, 3, 7, 9, 8001, 6, 9, 13, 4, 18—21), Georgescu Radu (7972, 5, 6, 8—83, 5, 7, 90—2, 8006, 10, 8, 20, 1, 8), Kauffmann (7970, 9, 81, 7, 97, 8026, 9, 39, 43, 9, 78, 84, 5, 92, 8, 101, 31—40, 2—5, 7, 8, 67, 76, 85, 6), Minea Gh. (7070—2, 4, 6—93, 6, 7, 9—8011, 3—5, 8, 20—5, 6, 9—31, 5, 6), Puiu Corneliu (7985, 6, 8, 91, 2, 8026, 35, 48, 51, 60, 75, 81, 8, 91, 7, 8, 100), Sandru Constantin (7976—84, 6—8, 90, 1, 3, 9, 8001, 2, 4, 6, 8, 17, 21, 32), *Sergiescu Vlad* (8131—4, 4—49, 51—5 64, 7, 74 6, 7 9, 81, 5, 92, 7, 203, 4, 7, 9—17, 20, 1, 7, 30, 7, 40, 4, 55, 8, 72, 81, 3, 90—22, 300—08, 10 3, 7, 33—6, 8, 9, 41, 2, 4—7, 9, 50, 2—9, 66, 9, 71—5) *L. 24*, cl. IX Popescu Claudiu (2667, 87, 706—8, 7980, 2, 4, 6, 7, 93, 8001, 18, 20, 97), cl. X Costandache Doina (7944, 8020, 1, 51—4, 63, 7, 83, 107, 111), *L. 25* cl. IX Pană Maria, Smărăndescu Mihaela (2665—7. 84, 7, 8017—20, 97—9, 800), *L. 27*, cl. VIII Burcea Elena (2653, 60, 74, 81, 4, 94, 7, 701, 8), *L. 28* cl. VI Anghel Elena (2649—53, 5, 7, 81), Forchi Dan (2653—5, 71, 3—5, 93—7), Nicolau Bogdan (2651—3, 5, 62, 83, 91—7), Nicolau Jenica (2673, 92—8), Păduraru M. (2632, 3, 51, 69, 72, 90, 1, 7), Popescu Ion (2657, 70, 3, 5, 7, 81, 91, 6), cl. IX Chiva Florentina (2651, 2, 7, 63, 70, 1, 87, 90, 1, 4, 7, 706,

8099, 100), Petcu Vasile (2684, 7, 705—8, 8050, 2, 80, 91, 7—101), Tudose Mihai (2665, 84, 7, 7982, 6, 91, 3, 8001, 14, 21, 100, 1, 11), cl. X Crăciun Dan (7970, 2, 4, 6—80, 2, 4, 5, 7, 90, 1, 3, 9, 8006), *L. 30*, cl. X Platz Alexandru (7974, 81, 8, 90, 6, 8001, 2, 7, 9, 10, 2—5, 20—3, 6, 31, 2, 4, 6, 48, 58, 60, 1, 71, 3, 4, 8, 82, 90, 2, 5, 103, 4, 6, 17, 45, 8, 53, 63, 4, 76, 9, 85, 6, 8), *L. 34* Costea Florin (2694—6, 9, 701, 5, 8161, 2), cl. V Blănariu Sanda (2650—2, 69—71, 90—2), cl. VII Gheorghe Valeriu (2655, 7—9, 61—3, 7), Kiriacescu Constantin (2655—7, 8, 9—61, 3, 6, 7), *L. 36* cl. VII Chelemen Viorel (2650, 1, 4, 5, 7—66), Costăchescu Dan (2653—5, 8, 61, 3, 5, 7), cl. X Tătaru Nicolae (2972, 6—80, 2, 8020, 9, 56, 8, 61, 90, 148), *L. 39* Ioniță Georgeta (2650—5, 8, 60, 4, 7), *L. 42* cl. VI Voiculescu Mircea (2651, 1, 2, 3, 5, 7, 9, 60, 2, 72), Florescu Gabriela (2654, 6, 8—60, 70—3, 6, 81—3, 7, 9, 8020, 97, 8, 100, 1). *Lic. 41.* Teodorescu Sorin (8080—4, 7—90, 111, 34, 40, 76, 85)

BUHUȘI. *L. 1* cl. VI Buzdugan Elena (2651, 2, 5, 7, 60, 71—3), Gheorghiu Liviu (2650—2, 5, 7, 9, 60, 4, 5, 71), Mîminet Mariana (2650—2, 5, 7, 60, 2, 5, 71), cl. VII Solomon Constantin (2653, 3, 7, 9, 60, 3—6), cl. IX Barasch Irina (2665—7, 84, 704—6, 8, 8020, 97, 100, 1), Bălțățescu Elena (2665—7, 84, 5, 7, 9, 704—8, 7991, 9, 8001, 14, 8—21, 91, 7, 8, 100, 1, 11), cl. X Crăciun Constantin (8018—22, 5, 6, 8, 9, 2, 9, 8).

BUJORENI (Argeș). *Ș. g.* Dincă Maria (2653—5, 7—64, 7).

BUȘAG (Baia Mare). *Ș. g. 20* cl. VIII Dragomir Gh. (2661—5, 83, 4, 8020), Măgurean Zamfira (2643, 5, 63, 82—4, 9, 7935), Pop Aurelia (2643, 62, 79, 81, 2, 4, 7935, 57).

BUZĂU. Absolvent Ivan Al. Tiberiu (8028, 43, 9, 51, 8, 60, 1, 5, 71, 5, 88, 111, 31—4), *Ș. g.* cl. VI Ghioca Rodica (2649—53, 5, 7, 70, 1,), Miroiu Adrian (2661, 9—72, 4, 91, 4, 6, 7). *L. 1* cl. X Cernahoschi Cătălin (7972, 4, 6, 8018—22, 6, 32, 48—51), Danet Nicolae (7972, 8022, 6, 8, 117, 31, 2, 7, 8, 40, 3, 7, 8, 66, 75, 6, 92), Simion Bely (8018—20, 5, 6, 8, 95, 7—100, 7, 61, 2).

BUZIAȘ (Banat) . *L. 1.* cl. VI Beinglas Claudia (2649—5, 3, 5, 7, 9, 62, 4, 5), cl. VII Drăgan Viorel (2631—6, 8, 41, 3, 6).

CALAFAT. *L. 1* cl. XI Balcon Toma (8039, 48, 51, 61, 131—4, 40, 2, 4, 5).

CARACAL. *Ș. g. 2* cl. VII Nicola Florin (2657, 9, 60, 2, 4, 72—5, 80), cl. VIII Tănase Doru (2643, 5, 6, 61—7), *Ș. g. 6* cl. VI Uciu Irina (2651, 9—61, 4, 5, 9, 72), *L. 1* cl. X *Alexandru Alexandru* (8039, 45, 7, 8, 50, 1, 8, 60, 1, 3, 5, 7, 9, 70, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 5, 7, 8, 90, 1, 7—101, 9, 11, 2, 31—6, 8—40, 2, 4—9, 54, 5, 62, 5, 6, 73, 6, 85), Păunică Mariana (7978, 9, 80, 2, 5, 91, 8006, 26, 61, 78, 88, 98—100, 9, 47) *L. 2* cl. X Andrei Octavian (7977, 80, 4, 8000, 4, 14, 9, 20, 6, 8, 32, 100, 9).

CARANSEBEȘ. *L. 1* cl. V Budrugeac Dorina (2650—2, 5, 70, 1, 7, 97), Butunoiu Georgeta (2650—2, 69—71, 90—3), cl. VI Chițescu Elena (2655, 70, 1, 5, 91, 2, 4, 7), Eliass Ioana (2657, 70—2, 5, 90, 1, 4, 7), cl. VII Poiana Dinu (2633—41, 70, 1), Rusu Mircea (2640, 1, 3, 6, 9—53, 5, 6, 9, 60), cl. VIII Grecu Dorina (2641, 3, 63, 4, 83—6, 7933, 5, 6, 57, 8099, 101), cl. XI Ștefănescu Mircea (7910, 1, 8, 9, 21, 3, 30, 44, 7—9, 60, 4, 70—2, 5—87, 90, 8004—6, 26, 51, 8, 60, 1, 9, 75, 80, 8, 90, 4), *L. 2* cl. VII Onisit Felicia (2663, 7, 70, 1, 5, 8, 9, 82—4), Stolojescu Bogdan (2658, 63, 72, 3, 7, 81, 3, 98), Sendroiu Elvira (2654, 8, 61, 3, 7, 70, 1, 81), Wermsesceher Liana (2651, 7, 60, 9—71, 81, 2), cl. IX Andraș Nicolae (2684—9, 706—8, 8097, 9, 100, 65), Buga Alexandru (2665, 7, 87, 9, 805—8, 8087, 9, 100, 65) Cornean Trandafir (2667, 84, 7, 9, 705, 6, 8, 8097, 100), Munteanu Rodica (2665, 7, 84—7, 706—8, 8018, 97, 9, 100), Văcărescu Florica (2684—7, 9, 708, 8020, 97, 100, 61, 2), cl. X Coveșanu Olimpia (7977, 8, 80, 2, 7, 93, 7, 8004, 5, 26, 51, 88), Danciu Nicolae (7976, 80, 2, 5, 93, 7, 8004, 20, 6, 48, 51, 4, 88), Sola Iacob (7972, 6, 7, 80, 2, 5, 7, 93, 7, 8004, 5, 20, 6, 8), Vandrea Cornel (7978, 80, 2, 5, 7, 93, 8004, 5, 20, 6, 51, 81).

CALAN (Hunèdoara). *Ș. g.* cl. VIII Muntean Olivia (2669—73, 5, 81, 4, 5), L. 1 cl. XI Găspărescu Gheorghe (7970—8, 80—8015, 39—41, 4—8, 50—5, 7, 65, 77—84, 6).

CALATA (Cluj). *Ș. g.* cl. VIII Cora Teodor, Girbău Floarea, Hicea Emil (2661—3. 5, 6, 80, 1, 3, 4, 7, 9).

CĂLĂRAȘI (București), *L. 1* cl. VI Petcu Anania (2657, 9, 60, 3, 73, 4, 5, 93, 7) cl. IX Marcu Aurelia (2665—7, 84, 7, 9, 706, 8, 8020, 97—100), cl. X Ilie Nicoleta (7982, 5, 6, 9, 8001, 6, 19—21, 8, 48, 51, 63, 80—2, 4, 8, 90, 1, 7—101, 3, 33—5, 42, 7, 8, 52, 62, 5), *L. 2* cl. X Anton Georgeta (7976, 8020, 2, 51, 88, 90, 7, 100, 11, 7, 33, 4, 42, 54), Ciurea Mișu (7976, 8021, 2, 6, 7, 80, 97, 8, 100, 11, 35, 8, 40), Coderiu Constantin (7976, 8018, 20, 1, 5, 6, 8, 51, 8, 81, 138), Drăghici Gh. (8051, 6, 8, 18, 20, 1, 28, 81, 8, 98, 111, 33, 4), Munteanu Ion (8019—22, 95, 7, 9, 100, 3, 4, 9, 62).

CĂLIMĂNEȘTI (Argeș). *L. 1* cl. IX Buduleci Florin (2666, 84, 7, 705—8, 8019, 21, 2, 80, 97, 100, 3, 33).

CĂPRENI (Oltenia) *Ș. g.* cl. VI Georgescu Ion (2650,—3, 7, 9, 60, 9—71).

CEHU SILVANIEI. *L. 1* cl. X Bessenyei Arpad (7928, 33, 4, 6, 9—41, 57, 74, 8020, 6, 51), Cuceu Ion (8048, 54, 61, 5, 7, 81, 2, 97—100, 4, 7, 11), Zoicas Ioan (8026, 51, 8, 81, 97—100, 11, 33, 40).

CEICA (Crișana). *Ș. g.* zl. VIII Troie Valeriu (2690—8, 706—8).

CELARU (Oltenia). *Ş. g.* cl. V. Podaru Paula (2650, 60, 4, 70, 1, 81, 90—3), cl. VI Grigore Steliana (2653, 5, 62, 4, 73, 81, 90, 4—7), cl. VII Andreo Elena (2655, 64, 73—5, 81, 3, 94, 7, 701), Ion Marioara (2655, 64, 73—5, 80, 1, 3, 94, 7), Leoveanu Constantina (2661, 6, 70—5, 84, 94, 7), Petcu Mariana (2653, 5, 60, 5, 7, 80, 3, 4, 94, 7), Stancu Silvia (2655, 70, 1, 3, 4, 81, 3, 4, 94, 7), cl. VIII Celăreanu Viorica (2663—5, 9, 99, 701, 8, 8019, 20).

CETATE (Oltenia). *L. 1* cl. X. Ciuca Petre (7976, 8020, 8, 48, 51, 8, 61, 5, 82, 8, 101, 34, 42, 76), Dăbuleanu Marin (7976, 8020, 8, 51, 8, 65, 82, 8, 101, 34, 42—5, 76).

CIORANI (Ploieşti). *L. 1* cl. X Piţa Stan (7985, 8020, 51, 61, 5, 9, 78, 81, 8, 90, 7, 9, 134, 9).

CISNĂDIE (Braşov). *L. 1* cl. X Fleischer Heinz (7972, 6, 80, 20, 2, 51, 8, 71, 5, 81, 2, 90, 134), Rusu Gheorghe (7976, 8020, 5, 8, 74, 5, 88, 90, 7, 9—101, 39), cl. XI Ciobanu Marian (7970, 2, 8045, 9—51, 9—61, 9, 71, 8, 88—90, 144, 8).

CÎMPENI (Cluj). *L. 1* cl. X Mucea Ion (7972, 6, 89, 91, 2, 8000, 6, 51, 3, 4, 63, 7, 5, 8, 82, 4, 90, 7, 9—101, 3), Pleşa Ion (7972, 4, 6, 88, 9, 8000, 4, 6, 10, 32, 9, 41, 5, 7, 52, 8, 60, 3, 74, 99, 100, 10, 31—5, 8, 9, 42, 4, 6—8, 54, 5).

CÎMPIA TURZII. *Ş. g. 14* cl. VI Dohotaru Rodica (2636, 8, 52, 3, 9, 72, 4, 5), *L. 3* cl. VIII Stoleriu Mihai (2661, 3—7, 79—84, 7, 9, 8018—21, 97, 9, 100), cl. IX Bretoriu Sorin (2665, 7, 7978,—80, 2, 4, 7, 9—91, 3, 5, 9—8001, 4, 10, 4, 5, 8—21), Ciupercescu Mihai (2666, 7, 84, 708, 8978, 80, 2, 6, 7, 8001, 20, 99), Gödorogea Anton (2684, 7, 706—8, 7990, 1, 8001, 18, 20, 1, 67), Mera Mihail (2665, 7, 84, 7, 7978—80, 2, 4, 7, 97, 8001, 4, 100), cl. X Dolha Ana (7970, 2, 4, 8, 80, 2, 6, 97, 3, 7, 8020, 6, 51, 65, 71), Ionescu Mugur (7976, 8020, 48, 51, 61, 5, 81, 4, 8, 90, 7, 9, 100, 11), Pop Dumitru (7974, 8, 82, 5, 8, 93, 8001, 4, 5, 51, 8, 65, 81, 4, 8, 90, 7, 8, 100, 34—6, 9, 40, 2, 3, 7, 8, 54, 7, 61—3). Szekely Papp (8048, 51, 8, 81, 8, 90,100, 33, 8, 40, 2, 3, 7, 8, 61), Tulai Lucia (7970, 2, 4, 6, 8, 80, 4—7, 90, 1, 3, 8019, 20, 6).

CÎMPINA *L. 1* cl. V Badea Cristian (2651, 2, 69—71, 89, 91, 2), Ciosu Patricia (2633, 50—2, 70, 1, 90, 2), Bădescu Gabriela (2649—52, 69—71, 89), Clinci Carmen (2650—2, 69——71, 89—93), Dumitrescu Marian (2649, 50, 9, 70, 1, 90—2), Mărăcineanu Bănică, Neagu Adriana, Neagu Vasilica (2650—2, 69—71, 91, 2), Săvulescu Dan (2649—52, 69, 70, 1, 89), cl. VI Bîscă Viorel (2657, 60, 9—74, 91, 5, 7), cl. VII Ciornei Cecilia (2691—2, 4, 6—700, 5, 7), Popovici Cristina (2654, 7, 8, 63, 81, 93, 4, 7, 9, 701), Tănăsescu Sanda (2654, 7, 8, 60—3, 7), cl. VIII Eftimie Lucian (2651, 2, 5, 70, 1, 83, 4, 90, 1, 4, 701, 8, 8019, 97—100), Panteli-monescu Radu (2651, 2, 5, 70, 1, 90, 1, 4, 701, 8, 8019, 20), Turtureanu Adrian (2651, 70, 1, 90—4, 701, 8), cl. IX Anton Radu (2665—7, 84, 706, 7978, 82, 4, 93, 8001, 14, 9, 20, 80, 97—9, 165), Eftimie Laurenţiu (2665, 7, 84, 7, 707, 8, 7978, 82, 4, 93, 8089, 100), Romaşcanu Rodica (2667, 7977—80, 2, 4, 6—8, 91, 3, 7, 9—8001, 5, 7, 10), cl. X Albu Elena (7987, 99, 8000, 10, 51, 8, 60, 90, 7, 9, 100, 1, 34), Androne Teodor (8006, 51, 63, 5, 100, 1, 9, 33, 4, 42—4), Bogdanovici Adrian (7976, 9, 90, 4, 8—8001, 3, 4, 7, 14, 7, 9), Ciucă Gh. (7972, 4, 6, 90, 4, 6, 8, 8001, 6, 10, 8, 60, 82), Cojocaru Vasile (7972, 4, 6—9, 81, 2, 5, 6, 90, 7—8001, 14, 20, 2, 8, 45, 9, 50, 6, 8, 61, 3, 5, 74, 81, 4, 8), Comănescu Georgeta (7985—8, 8001, 6, 10, 1, 56, 65, 88, 90, 111), Dragotă Viorica (7976—8, 80, 2, 5, 6, 90, 7, 9, 8005, 6, 20, 48), Ghinpold Mariana (7976, 8—82, 6, 90, 1, 8, 8000, 1, 3), Gonţescu Bogdan (7976, 7, 9, 80, 5, 6, 93, 8006, 14, 21, 6, 8), Grădinescu Victor (7981, 8, 8000, 6, 11, 5, 7, 9, 39, 45, 7, 8, 51—6, 60, 1, 6, 78, 82, 4, 5, 8, 91, 8, 9, 101, 7, 9, 10, 31, 3, 4, 40, 2, 4), Harapu Adrian (7978, 80, 5—7, 90, 7—9, 8005, 6, 14, 31, 51, 1, 8, 61, 5, 82, 4, 90, 1, 8, 100, 33, 6), Iorga Claudia (7913, 23, 5, 33—7, 44, 57, 76—80, 5, 6, 8, 90, 1, 3, 8001, 3—6, 20, 51, 100, 1), Manta Sorin (7978, 82, 6, 7, 90, 1, 8024, 48, 51, 61, 5, 80, 8, 90), Panaitescu Costin (7978, 82, 5—7, 90, 1, 9, 8005, 6, 19, 24, 8, 48, 61, 75, 88, 90, 7), Pricop Elena (7979, 90, 4, 8, 8004, 7, 48, 51, 88, 90, 100, 11, 56, 72), Rădulescu Cornel (7972, 4, 6, 8011, 9, 20, 2, 8, 51, 84, 8, 90, 1, 100, 1), Salcu Simona (7974, 6, 9—81, 6, 8, 90, 1, 3, 4, 7—8001, 5, 6, 10, 1, 31, 48, 52—5, 6, 8, 61, 5, 71, 5, 6, 8, 81, 4, 8, 97, 100, 1), Sendroiu Adriana (7977, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 8, 8004, 20, 51, 88, 97, 100), Tănăsescu Aurel (7974, 6, 80, 2, 4, 6, 92, 3, 7, 8001, 4, 6, 19, 21, 2, 8, 51, 8, 65, 75, 81, 8), Tatulescu Vicenţiu (2931, 7, 76, 8, 82, 6, 91, 8, 8000, 1, 18—20, 48, 51—6, 61, 3, 5, 81, 4, 8, 90, 7, 100, 31, 3, 4, 42, 7), Vlad Lucian (7970, 6, 84, 98, 8005, 11, 4, 22, 8, 31, 1, 48, 51, 4, 6, 8, 61, 5, 75, 8, 81, 8, 90, 1, 5, 7—101, 4, 7, 9, 11, 33—6, 54, 62), cl. XI Andrei Gh. (8043, 5, 7—9, 51—61, 71, 5, 81, 2, 90, 111, 30, 2—4, 8—40, 4), Dragomir Lucian (8043, 8, 51, 6, 9, 61, 5, 81, 90, 131—4, 40, 6, 7, 60), Franga Elena (8039, 43, 5, 7, 54, 124, 33, 5, 7, 8, 40, 5), Ghenoiu Daniel (7970, 7—80, 2—4, 8, 56, 61, 80, 90, 134), Georgescu Horia (7970, 1, 7, 8, 81—7, 92—4, 7, 9, 8001, 3, 5, 6, 43, 51, 2, 4), Ionescu Constantin (7977, 8, 80—8, 90, 2, 3, 8009—11), Ivaşcu Florin (7975, 84, 8010, 36, 9, 45, 7, 50—4, 6, 9, 60, 2—5, 7, 78—87, 90, 1, 3, 4, 7, 9—11, 7, 24, 31—4, 8, 40, 86, 92), Pitrovschi Dan (8038—40, 3, 124, 31—4, 7, 8, 40—2), Văcăroiu Ioana (7971, 2, 8021, 47, 56, 8—65, 78, 9, 81, 2, 4, 5, 7—91, 4, 107, 10, 30—6, 9, 40, 2, 3, 5, 7, 8, 76, 92), *L. 2* cl. IX Dragomir Adrian (2704—8, 7978, 82, 6, 7, 90, 1, 8007, 133, 54, 65), Minea Şerban (2666, 7, 84, 7, 9, 707, 8, 7978, 82, 4, 93, 8099, —101), Palade Bogdan (2667, 85—7, 7977—9, 8001, 5, 10, 8, 25, 67, 75), cl. X Naghel Alex. (7984, 90, 1, 3, 5, 8001, 4, 51, 3, 6, 61, 88, 102—4, 7, 11), Vişa Florin (7972, 6, 8—80, 2, 5—8, 90,

3, 4, 7, 9, 8059, 20, 31, 52, 8, 61, 3, 6, 75, 90, 5, 101), Popa Mihai (7976, 9—84, 6, 7, 90, 3, 8140), Spulber Cătălin (7972, 4, 6, 7, 81—3, 7, 8, 92, 8004, 6, 9, 26), *L. ind.* an I Ghinea Constantin (2666, 7, 84, 704—8, 8118, 20, 100, 2), Sbirnea Gh. (7978, 80, 6, 7, 90, 1, 8001, 4, 54, 91,9 9, 111), Chirică Casandra Srîrbu Mihai (2649—52, 70, 1, 89, 92).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *L. militar* cl. X Beican Ioan (8020, 6, 48, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 7, 100, 11)., Burg Eduard (7976, 8048, 51, 8, 61, 5, 9, 71, 5, 81, 2, 8, 90, 1, 7—101, 11), Constantin Vasile (7970, 6, 8020, 6, 48, 51, 8, 61, 5, 78, 88, 98, 111), Duhan Iordachi (8039, 48, 50, 1, 4, 8, 61, 5, 78, 81, 4, 8, 90, 7, 9—101, 1) Georgescu Aurelia (8048—51, 4, 8, 81, 4, 5, 8, 90, 7, 9—101, 1), Iliescu Dumitru (7976, 8020, 6, 48, 51, 75, 81, 8, 90, 7, 100, 34), Marta Ilie (7970, 2, 4, 6, 7, 80, 2, 5, 90, 3, 9—8001, 3, 20, 2, 6), Melinte Teodor (7976, 84, 6, 92, 9, 8006, 20, 32, 48, 50, 1, 81, 90, 7, 104, 33, 85), Păuleț Gh. (7972, 6, 8020, 6, 48, 52, 8, 62, 5, 88, 90, 7, 9—101, 34, 9, 47, 8), Scutaru Ion (8019, 20, 6, 48, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 7, 100, 11), Turluianu Ion (8019, 48, 50, 62, 5, 78, 90, 7, 9, 101, 11, 33, 43, 8, 62), cl. XI Rotaru Nicolae (7972, 4, 8031, 58, 82, 90, 1, 131, 2, 5, 6, 8, 44, 7), *Sabou Ion* (7977—94, 6—8001, 4—7, 9—11, 4, 21, 8, 30, 9, 43, 5, 7), 8, 51, 6, 8—65, 71, 5, 8, 81, 2, 4, 6, 8, 90, 1, 3, 10, 1, 30—48, 76, 92).

CÎMPULUNG MUSCEL. *L. 1* cl. X Beloiu Gh. (7910, 2, 25, 8, 31, 3, 8—41, 4, 8, 9, 51), *L. economic* cl. X Pohariu Nicolae (7972, 4, 6, 8022, 6, 39, 46, 7, 63, 5, 9, 74, 5, 8, 82, 4, 5, 103, 14, 31—40, 2, 3, 4—8, 54, 64, 6).

CLIPEȘTI (Galați). *Ș. g.* cl. VIII Tutoveanu Costică (2638, 43, 54, 8—60, 2, 3).

CLUJ, *Ș. g.* 3 cl. VII Mert Delia (2657, 63, 70, 1, 7, 9, 94, 9), Murariu Mihaela (2649—55, 8—67, 8020), *Ș. g. 4* cl. VII Goșea Lidia (2647, 93—708, 7935, 7—40, 8020, 154, 66), *Ș. g. 5* cl. VIII Diaszegi Zsuza (2650—3, 5, 64, 5, 8018), Horvath Vasile (2679—81, 3, 4, 7, 9, 8097, 100), *L. 1* cl. X Hudrea Mihail (7970, 2, 4, 6, 83—6, 90, 1, 8004, 7, 14, 22, 9, 51, 8, 61, 5, 70, 1, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 1, 5, 7—104, 7, 8, 11, 5, 33, 4), Moraru Adrian (7960, 72, 8, 80, 2, 4, 5, 7, 90, 8006, 14, 5, 26, 9, 31, 60, 5, 70, 1, 4, 100, 9, 34, 8, 48, 66, 76, 85, 92). *L. M. Eminescu* cl. VI Mustea Delia (2661, 70—2, 90, 1, 4, 7). *L. G. Coșbuc* cl. VII Sălăjan Reva (2651, 3, 5, 7, 60, 2—4), cl. VIII Cornel Andrei (2661—3, 6, 7, 82—4, 7, 9), *L. 14 Racoviță* cl. VI Dragoș Fulviu (2661—73, 5—7, 80—2, 9), Fedor Gabriel (2651, 3, 5, 61, 4, 70, 2, 3), cl. VII Popescu Adrian (2653—61, 4—7), cl. X Bocianu Ana (7970, 7—9, 83, 5, 6, 91—3, 9, 8001, 4, 5, 1, 2, 5, 22, 91, 110), *L. 5* cl. VI Igna Mirela (2654—62, 4, 5), Popa Mihaela (2664, 9—73, 5, 81), cl. X Coadă Dan (7923, 5, 8, 33, 8020, 51, 71, 5, 88, 103—5), Moldovan Nicolae (7977, 8, 80, 2, 7, 95, 8000, 4, 20—2, 8, 9, 31, 2, 48, 51, 61, 88, 90, 103). *L. 8* cl. VII Moina Mihai (2636,57, 8, 63, 74, 81, 3, 7957), Stan Laurențiu (2637, 43, 55, 8, 61, 2, 72, 81), cl. IX Antonescu Domnica (2646. 65—7, 84, 7, 7933, 4, 6, 8019, 20, 98—101), Damian Sergiu (2646, 65, 7, 7933—6, 9—41, 80, 8, 20), Oroș Mariana (2666, 7, 84, 8, 705—7, 8020, 99, 100, 33, 54, 61), Ghiurfalean Ion (2646, 7, 65—7, 7933, 4, 9—41, 8019, 20), Mihălceanu Dan (2665—7, 84, 5, 7, 9, 704—6, 8, 7978—80, 90, 39), 8000, 4, 5, 19, 20, 80, 1, 97, 100, 1, 11, 33, 5, 42, 54, 5, 61, 5, 6), cl. X Aldea Alexandru (7970, 6, 7, 9, 81, 4, 5—8, 90, 1, 3—9, 8001, 4—7, 12—4, 8, 20—2, 8), Bracaciu Dan (7972, 6, 82, 5—7, 94, 7001, 5, 6, 20, 2, 9, 31), Cimpian Gh. (7970, 2, 4, 81, 4, 5, 7, 90—3, 6, 8000, 1, 3, 7, 17—21, 5, 8, 9, 70, 1), Constantinescu Doru (7976, 8, 82, 7, 93, 8006, 20, 99, 101, 33, 6, 8, 40, 8, 65), Gorcea Monica (7976, 82, 8, 8004, 19, 31, 51, 65, 88, 90, 9, 100, 11), Matcaboji (7972, 4, 6, 8, 80—2, 4—7, 90—2), Oprea Ioan (7928, 31, 3, 4, 41, 58, 76, 8018—22, 6, 8, 9, 31, 48, 52, 67, 82, 134, 5, 9, 54), Pop Micrea (7972, 7—80, 2, 4, 7, 93, 8000, 4, 6), Popovici Maria (7978, 82, 6—8, 8020, 1, 48, 51, 97, 9, 100, 11), Salvanu Ruxandra (7976, 86, 8014, 7—22, 6, 8, 9), Săcăluș Lia (7974, 6, 82, 8006, 21, 2, 31, 51, 61, 5, 81, 90), Szinon Sonia (7972, 4, 6, 85, 92, 8019, 48, 51, 2, 8, 61, 3, 5, 75, 82, 8, 90, 1, 7, 9, 100, 3, 4, 7, 11), 33, 4, 6, 40, 3, 8). *L. 10* cl. VII Feldrihan Virginia (2651, 5, 8, 63, 72, 3, 91, 7, 9), Mișan Ioan (2649, 51, 5, 8, 9, 63, 70—5, 7, 90—2, 4, 9), Șerban Cecilia (2641, 58, 60, 3, 72—5, 81, 701), *L. 11* cl. VIII Szabo Elisabeta (2661, 2, 4—7, 8019, 20, 101), cl. XI Kohai Klara (2647, 66, 7, 84—9, 7913, 33—5, 8020), *Meder Istvan* (2666—7970, 4, 9, 80, 3, 4, 6—8, 90, 2—6, 9, 8000, 3, 4, 10, 4, 2, 9), P. E. (2645, 2665, 6, 7933, 5, 6, 8, 40, 1, 57, 82, 93), cl. X Csetri Klara (7972, 4, 6—82, 4—92, 6, 7, 9, 8003, 6, 10, 4, 5, 8, 9), Zsizsnovsky Framcisc (7977—81, 4, 6, 7, 90, 1, 5, 9, 8000, 5, 14, 5). *L. 14* cl. VII Paulescu Cezar (2654, 5, 7—73), cl. X Costea Remus (7974, 8019, 20, 6, 8, 98, 50, 61, 5, 81, 4, 8, 90). *L. 15* cl. VI Cristea Cornel (2649, 57, 60, 9—73), Dăscălescu Lucian (2653, 5, 6, 8—62, 5), Dragomir Radu (2643, 6, 9—53, 5, 7, 9, 60, 1, 70—2, 81, 90, 4), Neamțu Marin (2649, 51, 60, 70, 1, 3, 90, 1), Onea Gabriela (2649, 51, 60, 9—74, 901), Țigăreanu Sorin (2649—51, 5, 7, 69, 70, 2), cl. X Kocsis Mircea (7913, 23—5, 8, 30—4, 6, 8, 9, 8022, 32).

COMARNIC. L. 1 cl. IX Baciu Adrian (2666—7, 84, 7, 705, 8, 7980, 2, 7, 93, 8001, 20, 97, 1009, 11), Dinu Constantin (2666, 7, 84, 7, 9, 705—8, 7980, 8018, 20, 97, 160, 11, 65), Enoaie Constantin (2665—7, 84, 7, 706—8, 7996, 100, 33, 54, 65), Olumb Teodor (2665——7, 84, 7, 9, 707, 8, 7982, 7, 8001, 20, 97, 100, 1, 61), Roșca Alexandru (2666, 7, 84, 7, 9, 705, 8, 8018, 20, 7, 34, 4, 97, 100, 1, 111), cl. X Petrescu Eugen (7979, 80, 6, 7, 91, 8001,

51, 61, 97, 9, 100, 11), Piciorea Ion (7978, 9, 86, 8019, 20, 48, 51, 61, 75, 88, 90, 7, 100, 111), Popescu Gh. (7976, 8—80, 2, 5, 7, 91, 8001, 4, 22, 48, 51, 8, 61, 88, 90, 100, 40, 4), Terecoasă Ion (7972, 6, 8, 9, 82, 5—7, 91, 3, 8001, 14, 20, 48, 51, 4, 61, 88, 90, 7, 100, 34, 47, 8).

COMĂNEŞTI (Bacău). *L. 1* cl. VII Toderiţa Emilia (2663, 6, 81, 3, 4, 99, 8019, 99, 101), cl. VIII Hanganu Dorina (2671, 8, 3, 4, 99, 8099, 101), cl. IX Ardeleanu Stelian (2665—7, 89, 5, 8019—21, 75, 81, 97, 8, 100), Naporogna Toma (2684, 707, 8, 7993, 8020, 6, 75, 97, 8, 100, 1, 11, 61), cl. X Anăstăsoaie Viorel (7974, 6, 8, 80, 2, 7, 93, 9, 8006, 20, 1, 6, 9, 45, 8, 9, 51, 8, 61, 3, 73, 5, 84, 8, 97, 8, 100, 1, 9, 61), Atonu Valeria (7976, 8, 93, 8006, 20, 51, 8, 75, 88, 100, 11, 48), Creţu Vasile (7970, 84, 8, 90, 8006, 57, 24, 30, 5, 47, 9, 50, 2—4, 8, 60, 3, 73, 4, 8, 80—2, 4, 91, 7, 9—101, 3, 4, 7, 9—10, 4, 5), Munteanu Cornelia (7987, 93, 8006, 26, 9, 48, 51, 8, 73, 81, 8, 101, 9, 11), Poliştan Dumitru (7978, 80, 2, 8051, 61, 5, 75, 81, 8, 90, 7, 100, 9, 111), cl. XI Butnaru George (7972, 6, 8031, 48, 51, 8, 60, 1, 4, 5, 7, 75, 8, 9, 81, 4, 8—90).

CONSTANŢA. *Ş. g. 2* cl. VI Popescu Mircea (2655, 7, 9—62, 4, 9—73, 5), *Ş. g. 4* cl. VI Gheorghiu Anca (26651, 1—5, 7—63), *Ş. g.* 8 cl. VIII Filimon Gheorghiţa (2663, 6, 70—2, 4, 83, 7, 94, 7, 9, 705, 8097, 100, 1, 61), Aldea Eugenia, Nicolae Eugenia (2665, 66, 87, 705, 8097, 100, 1, 61), *Ş.* g. cl. VI Ciurea Eugen (2657, 8, 60, 1, 9—73, 5), *Ş. g.*18 cl. VII Cuţeţu Mihai (2653, 9, 60, 9—72, 5, 6, 81—4, 8020, 97), cl. VIII Culeţu Hristu (2669, 70, 2, 3, 5, 6, 80—4, 7, 9, 8097, 4—10), *Ş. g. 19* cl. VII Muşat Nicolae (2649, 51, 4, 7, 70—2, 83, 90), *Ş. g. 24* cl. VIII Dropel Mircea (2662, 4, 82, 3, 7, 9, 8019, 20, 97, 100, 1), Sarica Tinca, Zamfir Doina (2661—7, 83), *L. 1* cl. IX Anca Tudor (2665—7, 87, 705, 7, 8018—20, 95, 7—100), Apolozan Adrian (2677, 8, 81—4, 7, 9, 8095, 7, 9, 100), Dorneanu Mihail (2677, 8, 80—3, 7, 708, 8095, 7, 8, 10), Gheorghiu Dan (2646, 7, 65, 7, 7933—7, 9, 41, 8018, 20, 1), Ivaneş Mircea (2665, 7, 84, 5, 7, 9, 8018, 20, 1, 97—101,), Munteanu Constantin (2666—7, 7970, 6, 8—80, 2, 5, 6, 93, 7, 8003, 14, 5, 8, 21, 2, 5), Păunescu Viorel (2667, 84, 7, 9, 706, 8018, 20, 97, 9—101), Şerbu Doina (2665—7, 84—9, 8017—20, 99—101), Tomeş Zisu (2665, 7978, 9, 82, 5, 6, 90—2, 7, 9, 8001, 4, 5, 14, 5, 99, 22), cl. X Aivas Erol (7980, 84, 5, 7, 8, 91, 8004, 6, 48, 51, 67, 81, 2, 4, 8, 95), Ciurea Traian (7970, 2, 4, 6—80, 2, 5, 6, 90, 1, 3, 6, 7, 9—8001, 3—7, 10, 1, 7—20, 6, 8), Ionică Ştefan (7982, 3, 6—8, 921, 4, 9, 8001, 17, 31, 9, 45, 8—51, 60, 4, 5, 74. 5, 82, 8, 90, 7—101, 7, 10, 1, 32—5, 40, 67, 76), Oprea Gh. (7990, 8000, 3, 4, 4360, 7, 70, 1, 3, 4, 103, 7, 9, 17, 51, 5), Persoi Radu (7992, 8011, 7—9, 21, 39, 47, 51, 2, 63, 5, 70, 1, 88, 90), *L. 2.* cl. IX Radu Virgil (2667, 8, 84, 7, 705, 8, 7978, 80, 2, 8029, 98, 100, 16), *L. 3* cl. VIII Constantinescu Vasilică (2651, 1, 4, 5, 7, 8, 61, 70, 1, 95, 701, 5, 8097, 100, 61, 2), Soşoiu Sorin (2651, 2, 5, 7, 9, 62, 6, 7, 70—2, 5, 84, 7), Vidican Alexandru (2653, 4, 6, 8—60, 2—4, 6, 7, 9—72, 5, 81, 3—7, 7977, 8, 80, 2, 4, 6, 7, 91, 7, 98001, 18—21, 35, 53, 4, 67, 70, 1, 3, 5, 97, 100, 1, 3, 9, 11), cl. X Achif Iussel (7974, 80, 1, 91, 5, 8018, 43, 53, 60, 1, 5, 71, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 5, 7, 100, 2—5, 6, 7, 10—12, 6, 9, 31—4, 44, 8), Popescu Rodica (8043, 50, 60, 70, 71, 4, 92, 110, 2, 7, 31, 3, 40, 2, 51, 5), Suru Constant (7992, 9, 7006, 21, 53, 8, 61, 74, 84, 90, 9, 1, 133—5, 8, 47, 85), Tănase Angela (7972, 8, 80, 2, 4, 7, 90, 8000, 3, 4, 26, 8, 31, 9, 51, 61, 90, 148), cl. XI Atanasiu Adina (7970—2, 6—8, 80, 2—4), 9, 90, 2, 3, 5, 6, 9, 8000, 3—5, 20, 39, 43, 6, 8, 50, 1, 8, 61, 5, 78, 88, 90), *L. 4* cl. IX Georgescu Maria (2704—8, 7970, 4, 8019, 98, 101, 61, 25, 5), Tene Stelian (2687, 704—8, 800, 1, 61, 2, 5), cl. X Beadechii Despina (7974, 7, 8, 80, 7, 90, 8004, 20, 5, 51, 61, 78, 88, 90, 101, 11), Crimacenco Carmen (7970, 8, 9, 84, 7, 90, 1, 5, 7—8000, 4, 5, 7, 10, 6, 8, 9, 21, 8, 9, 31, 5), Diaconu Georgeta (7970, 4, 6, 8—80, 2, 4, 90, 3, 5, 7, 8000, 4, 10, 6, 20, 2, 5), Popa Virgil (7972, 7, 80, 1, 4, 5, 7, 9, 90, 1, 3, 7—8000, 4, 6, 11, 2, 4—6, 9, 21, 2, 6, 8), Udrescu Viorel (7976, 82, 6, 91, 80, 4, 9, 43, 8, 51, 8, 60, 5, 74, 81, 8, 111), cl XI Niţu Nicolae (7974—88, 90—3, 7, 9, 8004—7, 9—11, 28—31).

COSTEŞTI (Argeş). *L. 1* cl. X Constantinescu Liviu (7923, 8, 34, 6, 41, 57, 78, 80, 2, 5, 7, 8, 90, 3, 6, 9, 8020, 1, 8, 48, 50, 1, 65, 81, 8, 90, 7, 100, 3, 98).

COSTEŞTI (Suceava), *L. 1* Asiminoaiei Ioan (2661—5, 7, 78, 9, 83).

COSTIŞA (Bacău). *Ş. g.* Gurbăţ Aurel (2661—3, 6, 7, 83, 4, 7, 8097, 100, 1. Huţanu Viorica (2657, 6, 3, 72, 5, 83, 4, 94).

CRAIOVA. Abseolvent Bătrînca Ion (7970—2, 8, 84, 7, 8026, 43, 6, 9, 50, 60, 1, 3, 84, 5, 7, 97, 8, 800, 7, 31—40, 2, 4—8, 62, 73), *Ş. g. 2* cl. Radu Cornel (2651, 2, 5, 6, 9, 60, 9, 71, 3, 4, 91), *Ş. g. 7* cl. VIII Poşoiu Paul (2652, 3, 5, 9, 63, 9, 72, 81, 2, 4, 90—7, 701, 8, 8097, 101), *Ş. g. 18* cl. V Cotora Cristea (2652, 60, 70, 1, 3, 81, 2, 9, 91, 2), cl. VI Chirilă Ana (2653, 5, 7, 9, 60, 93, 5—7), *L. 1.* cl. VII Gorunescu Florin (2649—67), cl. XI Bălan Virgil (7970—4, 6, 8022, 6, 8, 35, 8, 45, 7—51, 6, 8—60. 1, 3, 5, 6, 131—8, 40—5, 7, 8), Diamandescu Aurel (7970—2, 4—8, 90—3, 6, 7, 9—8001, 3, 7, 9, 11, 21, 6, 8, 31), Turcu Ilie (7907, 18, 49, 51, 7—9, 62—4, 71, 2, 6), *L. 2* cl. V Tutuescu Suzana (2649—53, 7, 69—71, 81, 9), cl. IX Constantinescu Cornel (2666, 7, 87, 705—8, 7978, 80, 2, 7, 91, 8019, 20, 97, 8, 100). Dina Constanţa (2666, 7, 84, 7, 9, 704, 6—8, 7980, 2, 8005, 20, 80, 99,

100, 61) Eşanu Dan (2684—71, 9, 704, 8, 8050, 4, 63, 7, 9, 71, 3, 4, 6, 80, 1, 4, 97, 9, 100, 7, 100, 33, 5, 42, 4, 54, 61, 2, 5, 86), Iovan Marcel (2665, 8, 84, 7, 9, 705—8, 7978, 80, 2, 6, 91, 6, 8001, 4, 14, 20, 67, 8, 97, 100, 1), cl X Cazangiu Cornel (7977—80, 2, 4—7, 90, 1, 4, 8, 9), Cheroiu Constantin (7972, 4, 6, 8, 80, 2, 4—6, 90, 3, 8001, 4, 19, 26, 51, 6, 8, 65, 82, 8, 90, 7, 8, 100, 34, 9, 47, 8), Dobreanu Iulian (7974, 7, 88, 8006, 84, 98, 101, 12, 33, 5, 47, 8, 51), Florescu Ion (7978, 82, 6, 7, 90, 2, 7, 9, 8001, 4, 5, 14, 21, 2, 6, 8, 51, 88, 99, 100, 11), Golumbeanu Virgil (7972, 7, 84, 8—91, 6, 8001, 14, 6, 51, 8, 67, 70, 82, 97, 101), Neamţu Radu (7913, 23, 5, 30, 2—5, 7, 9—41, 57, 64, 70, 6—80, 2, 5—7, 93, 9, 8005, 19, 21, 97), *L. 3* cl. VII Juga Violeta (2653—60, 3—5, 7), Petrescu Denisa (2650—3, 5, 8, 61, 3——5, 70, 1), *L. 4* cl. XI Dicu Nicolae (7910—20, 3, 5, 6, 8, 30—6, 9, 40, 64, 71), Mogoi Ion (7970, —3, 5, 7, 8, 80—8, 90, 1, 3, 7, 9, 8000, 1, 4—6, 9, 11, 8, 60), *L. 7* cl. X Micuţ Constantin (7878—80, 2, 6, 97, 292, 6, 49, 51, 97, 8, 100, 9), *S. S. Electrop.* an I Giura Dulian (2662—5, 83, 8019, 20, 97, 100), *L. I. Energetic* an I Enescu Nicolae (2684—9, 706, 7, 8018, 9, 97, 100), Grünberg Silviu (2666, 7, 84—7, 9, 707, 8, 8018, 9, 97), Podeanu Valeria & 2666, 7, 85—8, 706, 7, 8018, 9, 99, 20), Privaru Dumitru (2667, 84—9, 706, 8018—20,& 100), Voicu Gh. (2666, 7, 84—8, 706—8, 8019, 20).

CREŢEŞTII DE SUS (Iaşi). *Ş. g.* cl. VI Anea Ion (2600, 1, 5, 7, 60, 70—2, 4).

CRISTIAN (Braşov). *Ş. g.* cl. VI Hosu Maria (2632, 4, 6, 8, 70, 1, 3, 5).

CUCUEŞTI SUDITI. *Ş. g.* cl. VII Daiciu Ilie (2657, 72, 3, 5, 83, 94, 7, 9, 701, 5).

CUDALBI (Galaţi). *Ş. g.* cl. V Caşu Aurelia (2651, 1—3, 5, 7, 71, 9, 2), Gheorghiu Florin (2600, 1, 3, 8, 64, 6, 9, 70, 4, 5, 9, 20, 3, 5, 7), Lungu Nicu (2649—52, 60, 70, 4, 9—81, 90—2), cl. VII Crihană Sofica (2658, 61, 4, 6, 79, 83, 93—5, 7, 701), Dodu Irina (2650—2, 61, 3, 4, 6, 9, 77, 83, 90, 2), Drăguţ Maria (2650, 1, 8, 62, 4, 6, 7, 9, 90, 2—4), Goga Maria (2650, 1, 8, 61, 4—7), cl. VIII Barbu Gheorghina (2649, 50, 2, 8, 70, 5, 80, 1, 91, 3, 5), Pojoga Elena (2650—4, 7, 8, 60, 2—6).

CURTEA DE ARGEŞ. *L. 1* cl. IX Diu Mihail (2665, 84, 7, 9, 7974, 8019, 41, 81, 4, 91, 7—100), Jianu Emil (2666, 7, 703, 4, 6—8, 7974, 98, 9, 133, 42, 65), Mateescu Octavian (2665—7, 704, 6—8, 7974, 8019, 98, 9, 165), cl. X Savu Nicolae (7974, 8019, 21, 41, 58, 84, 82, 91, 8, 100, 53, 48). *L. 1.* cl. IX Bogdan Octavian (2666, 7, 84, 5, 7, 7977—80, 2, 5—7, 93, 7, 9, 8004, 18, 20, 67, 97, 100, 3, 9, 11). Szan Ianoş (2665—7, 7978—80, 2, 4, 90, 3, 8018—20), cl. X Papluca Alin (7972, 7, 8, 80—1, 4—8, 90, 1, 3—5, 7—8001, 4—7, 13, 4, 8, 20—2, 6, 8, 9, 4, 8, 60, 5, 70, 88).

DĂRĂBANI (Suceava) *L. 1* cl. X Aionese Mihai (7970, 2, 4, 6—9, 81, 4—7, 92, 3, 7, 9, 8001, 4, 6, 10, 2—4, 20, 8, 30, 51, 605, 88).

DEJ (Cluj), *Ş. g. 2* cl. VI Guia Daniela (2649—58), *L. 1* cl. VIII Guia Smaranda (2640, 1, 3—5, 7, 61—4, 6, 7, 7933, 5, 80, 2, 6, 91, 8018—20), cl. IX Oniogo Cristina (2665—7, 84, 5, 7, 9, 8018—20, 95, 7, 100), cl. X Gruia Lucian (7976, 90, 8004, 58, 63, 133, 4, 6, 40, 2—4, 7, 8), Iacob Mircea (7974, 6, 8, 80, 93, 8051, 61, 5, 81, 90, 7, 133, 6), Ilinoiu Dan (7974, 8020, 8, 48, 51, 61, 5, 8, 90, 7, 133, 4, 9, 42, 8), Solymossy Zoltan (7172, 6, 90, 1, 3, 8001, 19, 20, 48, 51, 8, 61, 6, 81—3, 90), *L. 2* cl. VIII Borodi Adina (2669—72, 7, 80—4, 9, 91, 2, 4—7, 9, 8097, 8, 100), Costin Carmen (2669—70, 3, 80, 3, 4, 7, 90, 7, 707, 8, 8099, 100), Maniu Inocenţiu (2651, 7—60, 3, 70, 1, 5, 81, 4, 7, 900), Petrean Gh. (2651, 61, 3, 5, 6, 80, 3, 704, 6, 8100), cl. IX Adler Ervin (2665, 6, 84, 8, 705, 7, 7978, 9, 84, 7, 8020, 100, 1), Pura Rodica (2667, 7, 84, 7, 9, 7, 96—8, 8097, 100, 1, 65), Santău Georgeta (2665—7, 84, 7, 706—8, 8019, 20, 95, 7, 8, 100), Surăsanu Ovidiu (7978, 80, 2, 4, 93, 8019, 20, 97, 8, 100, 2667, 84), cl. X Bâle Gavril (8020, 1, 8, 31, 48, 51, 62, 5, 81, 4, 8, 97), Lazăr Adina (7924, 5, 33—6, 9m 50 7982, 8051, 75, 8, 97, 110), Letiţoiu Bogdan (7977, 8, 20, 2, 4—6, 90—3, 6, 7, 9, 8000, 18—22, 48, 51, 3, 4, 61, 7, 81, 2, 75), *Pintea Leon* (7972, 4, 6—8, 82, 7, 97,8006, 18, 20, 1, 8, 31, 48, 51, 6, 8, 61, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 5, 90, 5, 7, 9, 100, 7, 111, 33, 4, 40, 4, 7, 9, 62, 5), Precup Romulus (7974, 7, 8, 80, 2, 4—7, 90, 3, 9, 8001, 5, 6, 10, 9, 20, 6, 8, 51, 88).

DETA. *L. 1* cl. IX Höchster Peter (2665, 7, 84, 7980, 2, 7, 91, 3, 9, 8001, 20, 67, 4, 97, 9, 100).

DEVA (Hunedoara). *Ş. g.* cl. V Susan Radu (2649—52, 70, 1, 90—2), L. industrial an I Bojan Mihăilă (2665—7, 84, 6, 706—8, 8019—21, 91, 166), Sorca Ion (2665—7, 84, 8018——22, 97, 8, 166), Vonica Dumitru (2665, 67, 84—6, 706, 8, 8018, 20—2, 95, 7, 8, 100, 11).

DOROHOI. *Ş. g.* 1. cl. VI Creţu Valeria (2653—5, 7—61), Leizerovici Lăzărica (2653, 5, 7—61), cl. VIII Grigor Dorina (2656, 69—72, 4, 81—4, 7), *L. 2* cl. IX Corniciuc Dumitru (2665—7, 84—7, 9, 8018, 20, 74, 5, 81, 97, 100, 54), cl. X Jalubă Petru (7972, 4, 6, 8017, 9, 20, 8, 31, 5, 48, 51, 6, 8, 61, 5, 75, 8, 81, 8, 90).

DRĂGĂNEŞTI OLT. Absolvent. Durigu Mircea (7970, 2, 3, 5, 9, 80, 4, 8022, 8, 9, 31, 45, 51, 8, 60, 5, 70, 1, 3—5, 88, 90, 115, 6, 30—5, 8, 40, 8), *L. 1* cl. VII Mihalache Florica (2640, 3, 6, 7, 64, 73, 5, 94), cl. X Ionescu Dumitru (7048, 61, 5, 71, 5, 8, 81, 8, 90, 1, 7, 100, 11, 6).

DRĂGĂŞANI (Argeş). Absolvent Micu Florin (7970—88, 90—3, 8000, 1, 3—6, 9, 28, 32, 8, 43, 7, 8, 5, 8, 60, 5, 71, 8, 81, 2, 8, 90, 131—3, 7—40, 2—5, 8), *Ş. g. 2* cl. V Brînaru

Carmen (2632—4, 8, 9, 43, 51, 2, 69, 81), Mîndra Cornel (2643, 51, 1, 2, 69, 70, 1, 3, 9), *L. 1* cl. VII Ciubuc Rodica (2653, 7, 73, 5, 94—7, 9), cl. X Ivan G. (7879, 912, 3, 23—5, 8, 30—2, 4—7, 40, 1, 4, 6, 57, 67, 75, 8019, 20), Palaghin Tudorin (7974, 6, 8, 82, 5, 6, 91, 2, 8019, 74, 5, 84, 97, 9, 131—4, 9, 40, 2, 54, 66), Predescu (7972, 4, 6, 51, 8, 61, 3, 5, 75, 8, 88, 90, 7, , 100, 31, 3, 4, 48, 54, 85), Stavraru Gh. (7974, 6, 8, 80—2, 4—93, 5, 7, 9, 8001, 6, 17).

DUMBRĂVENI (Braşov). *L. 1* cl. V Marcoş Mircea, Mircescu Gh. (2651—2, 69—71, 90—2), cl. VI Nicu Constantin (2633, 49, 51, 1, 70, 1, 7, 89).

DUMBRĂVIŞTE (Suceava). *Ş. g.* cl. VII Turtă Constantin (2634, 51, 69—71, 5, 81, 3).

DUMITREŞTI (Ploieşti). *L. 1* cl. X Soloiu Ion (8048, 51, 4, 6, 60, 1, 3, 5, 81, 4, 8, 90, 1, 103, 7, 33, 4, 40, 2, 2—4, 6, 7).

FĂGET (Banat). *L. 1* cl. V Bunea Mircea (2632—4, 49, 51, 1, 70, 1), Gavril Dorin (2665, 7, 84, 7, 705—8, 8018—20, 99, 161), cl. XI Otescu Elena (8051, 8, 60, 1, 78, 81, 5, 7, 8, 90, 131—5, 9, 40, 3—5).

FĂUREI *L. 1* cl. IX Rîmniceanu Adrian (2665, 7, 87, 9, 706—8, 8020, 97, 9, 100, 65), cl. X Popa Ionel (7944, 51, 8019, 21—3, 5, 8, 31, 97, 8, 100).

FĂGĂRAŞ. *Ş. g.* 1 cl. VIII Florea Viorel (2663, 81, 3, 4, 7, 99, 706, 8, 8019, 97, 100, 62).

FETEŞTI. *L. 1* cl. IX Pîrvan Aurica (2645, 6, 66, 7, 84, 7, 7933, 5, 6, 40, 8020, 1, 100), cl. X Baciu Gabriel (7970, 2, 7, 8018, 20, 1, 8, 31, 9, 51, 2, 8, 61, 71, 5, 81, 2, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 1, 38), Guriţa Mariana (7971—4, 6, 8018, 20, 6, 48, 51, 61, 88, 90. 111, 81), cl. XI Pîrvulescu Roman (8032, 45, 50, 4, 9, 63, 82, 4, 110, 31—4, 6—9, 41—5, 7, 8, 76), Tudor Victor (7970—2, 4—6, 8022, 6, 8, 39, 48, 51, 6, 8—61, 88, 90, 103, 7, 16, 20, 30).

FETEŞTI GARĂ. *Ş. g. 7* cl. VI Gheţan Valeria (2657, 9, 61, 70, 2—5), *L. 1.* cl. X Popa Constantin (8031, 9, 51, 8, 61, 5, 71, 81, 4, 8, 90, 100, 11, 33, 8).

FIENI (Ploieşti). *L. 1* cl. X Solomon Ion (7990, 1, 3, 7, 9, 8001, 4, 6, 7, 10, 18, 9, 23, 30, 56, 70, 4, 97, 133—5, 9, 40, 2, 3, 7, 8, 66, 7, 76, 85).

FILIPEŞTII DE PĂDURE (Ploieşti). *L. 1* cl. IX Ion Nicolae (2665—7, 84, 5, 7, 705——8, 8018—20, 95, 7, 9, 100), Rădulescu Natalia (8048, 9, 51, 61, 3, 81, 4, 8, 90, 107, 11, 7, 40, 67), cl. XI Ioan Tudor (8021, 2, 6, 8, 9, 31, 43, 8, 451, 6, 9, 61, 5, 78, 81, 4, 8, 90, 103, 7).

FÎRTĂNEŞTI (Galaţi). *Ş. g. 1* Caraghiulea Mioara (2661, 3, 6, 80, 1, 4, 705—8), Caraghiulea Zaharia (2661, 3, 6, 81, 3, 4, 7, 9, 706, 8), Struţă Ionel (2663, 6, 80, 1, 3, 4, 9, 706—8).

FOCŞANI. *L. 1.* cl. VII Iancu Adrian (2651, 3—5, 8—61, 3—5), cl. X Beloiu Gabriel (7925, 32, 3, 6, 80, 51, 60, 81, 8, 97, 100, 7, 34), Popescu Guriţă (7933—5, 41, 8019, 20 6, 95, 7, 8, 100, 1, 7), *Lic. economic* an I Stanciu Constantin (2645, 6, 7990, 1, 3, 800, 4, 18, 22)

FURCENI (Galaţi). *Ş. g. 1* cl. VIII Breahna Emil (2651—3, 5—7, 9, 60, 2—6).

GĂEŞTI (Argeş). *L.* cl. IX Badea Gheorghe (2265, 87, 704—8, 7994, 8018, 9, 80, 1, 97, 9, 100), Boianciuc Violeta (2665, 87, 704, 6, 8, 7986, 8028), 98, 154, 61, 2), Stanciu Marin (2565, 87, 704, 6—8, 82, 5—7, 78, 90, 3, 8101, 33, 54, 67), Şova Teofil (2666, 7, 87, 9, 7978, 80, 2, 93, 8001, 4, 18, 20, 97—9), Absolvent *Rudeanu Valentin* (8038—40, 2—5, 7—54, 8—65, 78—84, 134—48).

GALAŢI. *Ş. g. 14* cl. VIII Ciupercă Pompilia (2657, 64, 70, 1, 3, 81, 9, 2, 4), Savin Anca (2669—71, 3, 81, 4, 7, 90, 1, 4), *Ş. g. 21*, cl. VI Zorlescu Dan (2632—5, 7, 70—3,), cl. VII Iordăchescu Dan (2653, 5, 6, 9, 60, 2, 4, 6, 71, 2, 81, 3), *Ş. g. 24* cl. VI Alexe Rodica) 2659, 73—5, 80, 93, 5—7), Gogoncea Gabriel (2649—65), cl. VII Gogoncea Lilion (2649——67), Lascu Marcela (2653—5, 7, 8, 60, 2—4), cl. VIII Ioan Alex. (2643, 6, 51, 2,63,72, 80, 97), Panait Virgil (2632, 6, 43, 6, 63, 70, 71, 7933), *Ş. g. 25* cl. VII Chiriac Constantin (2658, 63, 90—5, 9), *Ş. g.* 26 cl. VIII Buiucaş Monica (2631—6, 7933, 5), *L. 1.* cl. IX Anghel Mircea (7977—80, 4, 7, 8020, 97, 8, 100, 11), Arginteanu Teodor (2643, 6, 65—7, 78, 80, 93, 7933—6, 41, 8011, 20), Popescu Mircea (2665—7, 84, 7, 9, 7933, 41, 8019, 20, 97, 8, 100, 1), cl. X Ceauşu Ion (7976, 8, 85, 97, 8051, 8, 61, 5, 8075, 78, 81, 8, 90), Lupu Silviu (7923, 34, 6, 41, 8020, 2, 88, 90, 5, 100, 1, 9, 11), Wecsler Adrian (7980, 2, 4, 5, 8028, 48, 8, 51, 4, 61, 81, 2, 8, 90), cl. XI Oprea Vasile (7991, 2, 9, 10, 4, 5, 24, 9, 24, 6, 9—52, 8—61, 5—7, 82, 7—91), Rizea Florian (7907, 10, 1, 4, 77, 80, 2—90, 2, 3), *Rozenberg Niky* (7907, 11, 20, 3, 5, 8, 30—2, 344, 8, 9, 60, 4, 76—8, 90, 2, 3, 9, 8006, 9, 26, 8, 31), *L. 2* cl. XI *Caloianu Lucia* (7918, 20—4, 30—2, 71, 4—8, 80, 3, 5, 8, 90—2, 8006, 31, 9, 45—8, 60, 1, 5, 7, 75, 81, 4, 8, 90, 1, 111), *Neagu Sevastinca* (7920, 3, 5, 8, 30, 2, 70, 2, 3, 6—8, 80, 8, 93, 8006, 31, 9, 43, 8, 9, 51, 6, 8, 60—2, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 103, 11, 6, 31, 4, 8, 1, 44, 7, 8), Savin Alexandru (8043, 5, 7—54, 6, 8—65, 71, 4, 5, 81, 2, 4, 90, 107, 10, 1, 6), *L. 3* cl. IX Neagu Dana (7997, 8005, 14, 67, 73—5, 95, 7, 9—101), *L. 4* cl. VIII Ariton Petrica (2643, 5, 51—3, 6, 7, 62, 3, 5, 9, 7933—5, 8019, 20), *L. 6* cl. XI Vasiliu Ilie (7907, 18, 20, 3, 5, 8, 30—2, 43, 57, 64).

GEOAGIU (Hunedoara). *Ş. g.* cl. VI Igna Emilia (2633, 6, 51, 7, 9, 70—3, 5), cl. VIII Rusu Iosif (2643, 6, 61—3, 81, 3, 9).

GIRIŞUL DE CRIŞ (Crişana). *Ş. g.* cl. VIII Miculiţa Ioan (2650—67), Pele Dorin (2651, 3, 5, 63, 5, 9—72, 5, 81).

GIURGIU. *Ş. g. 4* cl. VI Dumitru Iulia (2651, 3, 9, 60, 4, 72, 4, 8, 92, 7), Lazăr Leonard (2657, 9, 60, 9, 73, 4, 90, 4, 5), Radu Lucian (2661, 2, 9, 70, 1, 4—6, 81), Zisu Cristina (2651, 3, 5, 7, 9, 60, 2, 70, 1, 91), cl. VII Beianu Paul (2650—5, 7, 8, 62), Măcăneaţă Cristian (2659, 62—6, 70—2, 90, 1, 4, 6, 7, 701), State Viorel (2631—4, 7, 41, 3, 6)), *Ş. g. 7* cl. VI Mărăcineanu Victor (2651—3, 6, 7, 9, 70—2, 90, 1, 3), cl. VIII Dinu Alexandru (2632—4, 8, 9, 43, 4, 51, 2, 7, 9), *L. 1* cl. IX Fraimovici Abraham (7978—80, 2, 6, 9, 3, 9—8001, 4, 5, 67, 80, 95, 7, 8, 100), Iorga Ion (2689, 7980, 2, 6, 90, 1, 8001, 21, 80, 98, 9), Nuţă Jan (2665, 7, 84, 7, 707, 8014, 9, 67, 97, 100, 33, 65,) Oborceanu George (2667, 706, 8, 78, 80, 2, 93, 7, 8020, 80, 1, 100, 33, 40), Popescu Dragoş (7970, 4, 7, 8, 80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 7, 8000, 1, 17, 8, 20, 1, 8), cl. X Bolca Emilian (7977—80, 2, 4, 7, 93, 9, 8001, 4, 5, 20), Călinescu Mihail (7977—80, 2, 4, 5, 7, 93, 9, 8001, 4, 5, 18—20, 2), Chină Florea (8058, 75, 100, 33, 4, 6, 9, 40, 4, 5, 7, 8), Cîrjaliu Viorel (7978, 80, 5, 7, 90, 1, 5, 8006, 51, 61, 88, 97, 100, 33), Ivănescu Clement (7977—80, 2, 5—8, 90, 3, 7, 9, 8001, 4, 5), Mujescu Victor (7970, 2, 87, 8, 8011, 2, 8, 22, 6, 51, 6, 65, 88, 91), Pîrcălăbescu Ştefan (7985—8, 90, 3, 9, 8001, 4, 5, 20, 51, 88, 97—100, 11), Popescu Ionel (7977—80, 2, 4, 7, 93, 9, 8001, 4, 5, 18, 20, 2, 8), *Radu Cezar* (7036, 72, 4, 6—80, 2—7, 9, 90, 1, 3, 5, 7, 9—8001, 4—7, 9—11, 5, 9—21, 32, 50—4, 80, 1, 4, 8), cl. XI Mărăcineanu Eugen (7907, 10, 2, 8, 9, 23, 5, 6, 8—30, 43, 57), *L. 2.* cl. IX Goţa Nicoleta (2665—7, 84, 7, 704, 6, 8, 18—20, 97, 9, 100), cl. X *Isar Aurelian* (7982, 6, 81, 3, 6—9, 91, 8000, 3, 5, 7, 9—15, 21, 2, 5, 6, 8, 9, 31, 9, 45, 8, 51, 61, 7, 9, 71, 4, 5, 8, 81, 90, 7, 9—101, 11, 62), Răsuceanu Rodica (7970, 1, 6, 89, 90, 1, 6, 8002, 4, 5, 8—10, 26, 8, 30, 1), *Tena Ion* (7995, 8001, 2, 6, 7, 10, 2, 4, 45, 6, 50, 57, 60, 4, 71, 3, 133—40, 2, 4—8, 51, 4, 6, 86), cl. XI Bolborici Marian (7907, 18—21, 3, 5, 8, 9, 31, 2, 44, 8, 57—9, 63, 4), Răboj Constanţa (7907, 18——20, 3, 5, 8, 32, 8021, 6, 32, 47, 9, 51, 9—61, 5, 111).

GOGOŞU (Oltenia). *Ş. g.* cl. VI Mihai Dan (2669, 71—5, 7, 81, 90—5, 7).

GRĂDIŞTEA (Oltenia). *Ş. g.* cl. VII (2632,, 6, 8, 9, 43, 51, 4, 8, 61, 2, 70—2, 5, 80, 1).

GURA HUMORULUI (Suceava). *L.* cl. VII Prelipceanu Mugurel (2637, 40, 51, 8, 60—7).

GURA VĂII (Tg. Ocna) *Ş. g.* cl. VII Radu Gheorghe (2650, 60, 70, 1, 5, 91, 4, 7).

HALEŞ (Ploieşti) *S. g.* cl. VIII Vişan Ştefan (2651, 2, 7, 8, 62, 9—2, 7, 83).

HAŢEG (Hunedoara) *L.* cl. VIII Marsec Monica (2649, 3, 61—4, 83, 7934).

HÎRLĂU (Iaşi). *L.* cl. X Ciubotaru Dan (7931, 3—5, 7, 9, 41, 57, 8019, 20, 8, 51, 65, 88).

HOREZU (Argeş). *L.* cl. VI Rolei Octavian (2650—3, 5, 70—4), cl. VII Comănescu Cristian (2670—7, 80—4, 93, 5—7, 702).

HUNEDOARA. *Ş. g. 1* cl. VIII Bîcă Marius (2665, 80—4, 701, 8020, 98—101, 61, 2), *Ş. g. 2* cl. VII Toma Tudor (2637, 43, 61, 6, 7, 72, 3, 84), *Ş. g.* 4 cl. VII Cintea Rodica (2653, 3, 8—64), *L. 1.* cl. VI Enăşel Petru (2669—73, 5—7, 90—2, 4, 5), Raşcă Radu (2669, 74, 6—8, 80, 2, 90, 1, 4), cl. IX Bereczi Iosif (7978—80, 2, 4, 6, 90,1, 3, 7, 8001, 4—6, 10, 75, 97) Rampa Alexandra (2666 , 24, 7, 9, 707, 8, 8095—101), 61), cl. X Iacob Teodor (7974, 7, 8, 80, 90, 1, 3, 8000, 6, 20, 1, 51, 67, 80, 8, 97, 81, 100), Ionescu Petra (7985, 86, 8001, 19, 20, 6, 8, 31, 48, 51, 65, 75, 81, 8, 90, 9, 101, 9, 31—5, 40, 3—5, 7, 8), Lazăr Ştefan (7925, 32—5, 41, 76, 8017, 20, 8, 51, 3, 82, 8, 50, 7, 132—6, 42, 8, 62, 2, 98, 209, 12), Mărgineanu Octavian (7977, 8, 80, 90, 1, 3, 8000, 4, 10, 1, 9—21, 80, 8, 97, 100, 1, 9, 11), *Mogoşan Valeriu* (7970, 1, 4, 8042, 3, 5, 7, 8—51, 8—60, 70, 1, 4, 5, 8, 81, 2, 1, 5, 8—90, 130—8), cl. XI Oprişa Doru (8039, 43—5, 7—9, 53, 6, 8—66, 71, 4, 5, 8—91, 103, 7, 21, 30—5, 7—48). *Ciotescu Ion* (8198, 204, 11, 35, 42, 3, 61, 2, 4, 5, 8, 71—3, 9—84, 6, 9—90, 2, 3, 5, 6, 8, 300—3, 5—20, 2—37, 44 5, 7, 9, 50 2, 4, 7—9, 66, 7, 12).

HUŞI (Iaşi). *Ş. g. 1* cl. V Ştefănescu Simona (2651, 5, 7, 9, 60, 2, 4, 70—2), *L.* cl. X Hulubei Gheorghe (7923, 5, 33, 5, 6, 78, 93, 8020, 51, 81, 4, 8, 97, 9, 100, 1, 11).

IAŞI. *L. 1.* cl. VI Gheorghiu Laurenţiu (2652, 3, 5, 7, 60—2, 5), cl. VII Aftenie Sorin (2655, 7, 63, 5, 70—2, 5, 94), cl. IX *Blidaru Viorel* (7976—95, 7, 9—4, 6—9, 16—21), Simon Iosip (7974, 8—80, 6, 7, 90, 9—8001, 4, 5, 7, 10, 4, 8, 20—2), Stavrache Mioara (2646, 65, 7, 84, 7, 7933—6, 9, 41, 8020, 95), Tighineanu Zamfira (2645, 6, 67, 84, 7, 9, 7933—7, 9, 41, 80), *L. 2.* cl. VII Davidescu Cătălina (2656, 7, 9, 60, 2—7), cl. IX Vrabie Ioan (2667, 706—8, 19—22, 80, 1, 100, 44, 65), *L. 3* cl. VIII Platea Dan (2680, 1, 3, 9, 704, 6—8, 8100, 19), cl. IX Avram Eugen (2665—7, 84, 5, 7, 9, 8017, 9, 95, 7, 8, 100), Drişcu Radu (2645—7, 7933—7, 9—41, 8018—20), Leibovici Eugen (2665—7, 87, 7933—7, 40, 78, 80, 8020, 99, 100), Văcaru Viorel (2665, 7, 84, 7, 9, 704, 6—8, 7983, 5, 8019, 100), cl. X Buţă Visarion (7972, 6, 8039, 58, 60, 75, 8, 91, 111, 34, 8, 40, 2—4, 7, 8, 64, 76, 85, 92), *Linde Radu* (7911, 2, 4, 23, 8, 31—6, 9, 41, 4, 9, 57, 40, 70, 8018—20, 8, 31, 9, 48, 51, 65, 95, 81, 8, 90, 7, 9, 100, 10), Livadaru Iosif (7972, 6, 8047, 63, 5, 81, 4, 8, 90, 133, 4, 8, 43, 7, 8,

76, 85, 92), *Teodorescu Octavian* (7923, 5, 8, 31—7, 9, 41, 4, 9, 57, 60, 70, 2, 8017— 20, 8, 31, 9, 43, 5, 8, 51, 61, 5, 81, 4, 8, 90, 6, 8—101), Văideanu Dan (7928, 31, 3, 5, 9, 40, 4, 9, 57, 70, 8019, 20, 48, 51, 65, 8), cl. IX Achelăriței Radu (7907, 9, 13, 8—20, 3—32, 70, 1, 5—80, 2, 3, 5, 6, 8, 90—3, 8001, 5, 6, 9, 51, 6, 9, 60, 1, 6, 71, 81, 4, 8—90), Bejinaru Ioan (7971, 2, 5, 82, 7, 90, 2, 3, 5, 8001, 4—6, 10, 24, 8, 60, 1, 7, 81, 90, 132, 3, 43, 8), *Boia Adrian* (7970, 1, 3—93, 5, 9, 8000, 1, 3, 5, 6, 10, 45, 6, 8, 51, 60—3, 7, 71, 8, 81, 4, 8, 90, 131—4, 40—3), *Damaschin Ioan* (7970, 1, 4—93, 9—80001, 4—7, 24, 49, 61, 90, 131—3, 5, 7—42, 4, 5, 7), *Gherghescu Mihai* (7970, 1, 6—93, 7—8007, 20, 1, 51, 9, 65, 7, 71, 81, 4, 8, 90, 4, 131—4), *Gîlmeanu Vasile* (7907, 18, 20, 1, 3—7, 9—32, 70, 1, 3, 77—80, 2—5, 7, 90, 2, 3, 99—8001, 5—7, 9, 10, 32, 45, 7, 8, 131—4, 7—44), *Grindei Iulian* (7970—2, 4, 6—8007, 9—11, 4,3, 8, 9, 51, 8, 85, 8, 90), *Iacob Florin* (7970,—8022, 9, 31, 3, 7).

ERATĂ. — La problema 8353 în loc de colg se va scrie tg.
— La problema 8495 în loc de r_a se va scrie r_a^2.
— La problema 8501 în loc de $-y$ se va scrie $\pm y$.

1967 NOV 18

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme, pregătiți și olimpiada matematică 1968.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare prolemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă la aceeași expediere cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele problemele au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluții și problemele propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din *probleme propuse sau chestiuni de examen* din ultimele două numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă.

Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeț semnate și în plic separat cu mențiunea *probleme propuse*. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiți și redactați de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor dacă trimit într-un plic cel puțin *8 probleme* bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin *12 probleme*. Orice elev poate trimite soluții și la problemele din clasa precedentă.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

★

Liceele care participă la *întrecerea pe anul 1967* privind activitatea școlară la matematică, pot trimite pînă la 31.XII.1967, fișa cu punctajul obținut după modelul publicat în acest scop în G.M.—B, pag. 158/1967.

— *Școlile generale de 8 ani* pot trimite tot pînă la 31.XII.1967, fișa după modelul publicat în G.M.B. pag. 158/1967.

— *Rezolvitorii de probleme* pot fi premiați dacă în numerele 1—12 (1967) au totalizat la rubrica rezolvitorilor de probleme peste 150 probleme rezolvate pentru clasele IX—XI sau peste 100 rezolvări pentru elevii claselor VI—VIII în anul școlar 1966—1967. Pînă la 31.XII. 1967 acești elevi pot trimite o fișă care să cuprindă problemele rezolvate anunțate și totalizarea lor.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.—B și unui coleg care să devină un nou abonat.

I. P. Informația — c. 5877

INDEX 14601

Lei 2

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII — decembrie 1967

12

GAZETA MATEMATICA
SERIA B

Anul XVIII, nr. 12 — decembrie 1967

SUMARUL

Pag.

1. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale de C. Kovacs, Cluj 529
2. Asupra teoremei lui Pitagora și a reciprocei de M. Pavelescu, Tg. Jiu 533
3. Note matematice de Șerban Bărcănescu, N. Manolache, I. Păun 534
4. Probleme rezolvate (7605, 7607, 7655, 7780, 7789, 7817) . . 537
5. Chestiuni de examen (8610—8621) 543
6. Probleme propuse (8622—8649) 545
7. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2847—2868) 550
8. În atenția cititorilor 555
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme 555
10. Tabla de materii a G.M.—B pe anul 1967 572

ANUL XVIII 12 decembrie

COMITETUL DE REDACȚIE

Dincă N., profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ. emerit: *Ionescu-Țiu C.*, profesor, redactor șef adjunct; *Kovacs C.*, conf. univ (Cluj), *Mușat I.*, profesor; *Neda Agneta*, profesoară (Cluj); *Ottescu C.*, profesor: *Păvițu M.*, profesor; *Rizescu Gh.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef: *Simionescu Gh.*, conf. univ.: *Teodorescu N.*, profesor; *Țene Lucia*, profesoară și Zamfirescu T., cercetător.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14—Tel. 14.46.53—București

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică a școlilor precum și orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

SERIA B

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XVIII nr. 12 decembrie 1967

CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE

C. Kovacs, Cluj

Prin cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) a două numere naturale se înțelege numărul natural cel mai mare prin care sînt divizibile ambele numere.

C.m.m.d.c. al numerelor a și b se notează (a, b).

Dacă $(a, b) = 1$, se zice că numerele a și b sînt prime între ele.

1. Dacă b divide pe a, atunci $(a, b) = b$ (1)

Relația b divide pe a se notează : $b \mid a$, deci teorema enunțată că $b \mid a$ implică $(a, b) = b$. În adevăr, $b \mid b$, iar ipoteza afirmă că $b \mid a$, deci b este un divizor comun. Este evident că un divizor comun mai mare nu există.

2. Dacă $a = bq + r$, atunci $(a, b) = (b, r)$. (2)

Pentru demonstrație este suficient să arătăm că orice divizor comun al numerelor a și b este divizor comun și pentru numerele b și r și invers. Dacă δ este un divizor comun al numerelor a și b, atunci din relația $r = a - bq$ rezultă că și r este divizibil prin δ. Invers, dacă δ un divizor comun al numerelor b și r, atunci din relația $a = bq + r$ rezultă că și a este divizibil prin δ.

C.m.m.d.c. a două numere a și b se calculează, pe baza teoremelor de mai sus, cu un procedeu denumit *algoritmul lui Euclid.*

Considerăm următorul șir de relații în care $a > b$ și b nu divide pe a.

$$a = bq_1 + r_1, \quad 0 \leqslant r_1 < b. \tag{3}$$

$$b = r_1 q_2 + r_2, \quad 0 \leqslant r_2 < r_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$r_{k-2} = r_{k-1}\, q_k + r_k, \quad 0 \leqslant r_k < r_{k-1}$$

$$r_{k-1} = r_k\, q_{k+1} + r_{k+1}, \quad 0 \leqslant r_{k+1} < r_k$$

Avînd în vedere relațiile $b > r_1 > r_2 > \ldots > r_k > r_{k+1}$ și fiindcă pentru un $r_1 > 0$ există un $r_{i+1} > r_i$, după un număr finit de relații ajungem la o relație în care $r_{i+1} = 0$. Fie acest termen r_{k+1}. Putem enunța următoarea teoremă :

3. Orice rest din algoritmul lui Euclid este o combinație liniară cu coeficienți numere întregi a numerelor date, adică există două numere întregi u_n și v_n astfel încît să aibă loc relația

$$r_n = u_n\, a + v_n\, b. \tag{4}$$

Demonstrația se face prin inducție completă.
Pentru $n = 1$ avem $r_1 = a - q_1 b$, deci $u_1 = 1$, $v_1 = -q_1$
Pentru $n = 2$ avem $r_2 = b - r_1 q_2 = b - (a - bq_1)\, q_2 =$
$= -q_2 a + (1 + q_1 q_2)\, b$, deci $u_2 = -q_2$, $v_2 = 1 + q_1 q_2$.
Presupunem valabile relațiile

$$r_{i-1} = u_{i-1}\, a + v_{i-1}\, b$$

$$r_i = u_i\, a + v_i\, b.$$

Din relația

$$r_{i+1} = r_{i+1} - q_{i+1} r_i$$

rezultă

$$r_{i+1} = u_{i-1}\, a + v_{i-1}\, bq_{i+1} (u_i a + v_i b)$$

sau

$$r_{i+1} = (u_i - q_{i+1}\, u)\, a + (v_{i+1} - q_{i+1}\, v_i)\, b$$

și în sfîrșit,

$$r_{i+1} = u_{i+1}\, a + v_{i+1}\, b,$$

unde

$$u_{i+1} = u_{i+1} - q_{1+1}\, u_i, \quad v_{i+1}\, v_{i-1} - q_{i+1}\, v_i.$$

u_{i+1}, v_{i+1} fiind numere întregi, teorema este demonstrată.

4. Cel mai mare divizor comun al numerelor a și b este ultimul rest diferit de zero din șirul de relații (3).

Fiindcă am presupus că $r_{k+1} = 0$ iar $r_k > 0$, teorema enunțată afirmă că $(a, b) = r_k$.

Pentru demonstrație considerăm ultima relație din (3) care devine $r_{k-1} = r_k\, q_{k+1}$, în consecință $(r_{k-1}, r_k) = r_k$.

Din penultima relație, pe baza teoremei 2 rezultă că $(r_{k-2}, r_{k-1}) =$
$= (r_{k-1}, r_k) = r_k$. Continuînd raționamentul, ajungem la șirul de egalități $(a, b) = (b, r) = \ldots = (r_{k-1}, r_k) = r_k$, ceea ce demonstrează teorema.

5. Orice divizor comun al numerelor a și b divide și pe c.m.m.d.c. al acestor numere.

Scriind relația (4) pentru $n = k$:

$$r_k = u_k\, a + v_k\, b, \tag{5}$$

teorema devine evidentă.

Acum putem enunța următoarea teoremă importantă:

6. Condiția suficientă și necesară ca un număr d să fie c.m.m.d.c. al numerelor a și b este ca

a) să fie satisfăcute relațiile $d \mid a$, $d \mid b$,

b) pentru orice număr δ pentru care $\delta \mid a$ și $\delta \mid b$, să avem $\delta \mid d$.

Condiția este suficientă pentru că din a) rezultă că d este un divizor comun al numerelor a și b iar din b) rezultă că nici un divizor comun δ nu poate fi mai mare decît d, δ fiind un divizor al lui d.

Condiția este necesară. În adevăr, dacă $d = (a, b)$, atunci condiția a) este satisfăcută prin definiție. Scriind relația (5) sub forma

$$d = ua + vb \tag{6}$$

este clar că $\delta \mid a$ și $\delta \mid b$ implică $\delta \mid d$.

Dintre toți divizorii lui a și b numai c.m.m.d.c. poate fi exprimat linear cu a și b. În adevăr, dacă am presupune că pentru un divizor comun $\delta < d$ ar exista două numere u' și v' astfel încît să avem :

$$\delta = u'a + v'b,$$

atunci membrul drept ar fi divizibil prin d, ceea ce pentru δ nu are loc și astfel am ajunge la o contradicție.

În consecință, are loc teorema :

7. Condiția suficientă și necesară ca un număr d să fie cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b este ca să existe numere naturale p și q și numere întregi u și v astfel încît să fie satisfăcute relațiile

$$a = pd, \quad b = qd, \quad d = ua + vk. \tag{7}$$

În adevăr, primele două relații asigură condiția ca d să fie un divizor comun al numerelor a și b, iar ultima relație asigură condiția ca d să fie c.m.m.d.c.

Dacă $d = 1$, atunci primele două relații sînt satisfăcute în mod evident, iar ultima devine $1 = ua + vb$. De aici avem consecința importantă exprimată prin :

8. Condiția suficientă și necesară ca numerele naturale a și b să fie prime între ele este ca să existe două numere întregi u și v astfel încît să fie satisfăcută relația

$$ua + vb = 1. \tag{8}$$

Cu ajutorul proprietăților 7 și 8 vom arăta cîteva proprietăți importante ale c.m.m.d.c.

9. Dacă $(a, b) = d$ și m este un număr natural dat, atunci $(am, bm) = dm$.

În adevăr, dacă sînt satisfăcute relațiile 7, atunci au loc și relațiile :

$$\begin{aligned} am &= p\,(d \cdot m), \\ bm &= q\,(d \cdot m), \\ dm &= u\,(am) + v\,(bm), \end{aligned} \tag{9}$$

deci dm este c.m.m.d.c. al numerelor am și bm.

10. Dacă a și b se împart la c, și $(a, b) = d$, atunci

$$\left(\frac{a}{c}\,;\,\frac{b}{c}\right) = \frac{d}{c}$$

Din proprietatea 5 știm că dacă a și b sînt divizibile cu c, atunci și d este divizibil cu c, deci din relațiile (7) rezultă :

$$\begin{aligned} \frac{a}{c} &= p \cdot \frac{d}{c}\,, \quad \frac{b}{c} = q \cdot \frac{d}{c}\,, \\ \frac{d}{c} &= u \cdot \frac{a}{c} + v \cdot \frac{b}{c}\,, \end{aligned} \tag{10}$$

de unde rezultă propoziția enunțată.

În cazul particular cînd $c = d$, obținem

$$\left(\frac{a}{d}\,,\,\frac{b}{d}\right) = 1,$$

deci împărțind două numere cu divizorul lor comun cel mai mare obținem numere prime între ele.

11. Dacă produsul ab este divizibil prin c, iar a și c sînt numere prime între ele, atunci b este divizibil prin c.

Condiția că $(a, c) = 1$ se poate scrie aplicînd relația (8):

$$ua + vc = 1.$$

De aici

$$uab + vcb = b \tag{11}$$

Fiindcă, prin ipoteză, $c \mid uab$ și evident $c \mid vcb$, din relația (11) rezultă că $c \mid b$.

12. Dacă atît a și c cît și b și c sînt prime între ele, atunci produsul ab și numărul c sînt prime între ele.

Într-adevăr, din ipoteză rezultă existența numerelor întregi m, n, r, s astfel ca să avem:

$$ma + nc = 1; \qquad rb + sc = 1$$

Înmulțind egalitățile membru cu membru, obținem

$$mr \cdot ab + (nrb + msa + nsc)\, c = 1,$$

deci relația (8) este satisfăcută pentru numerele ab și c.

13. Dacă c este divizibil atît prin a, cît și prin b, iar a și b sînt numere prime între ele, atunci c este divizibil și prin produsul ab.

Condițiile date în ipoteză pot fi scrise sub următoarea formă:

$$c = ka; \; c = lb; \; ra + sb = 1$$

k, l, r, s fiind numere întregi; avem: $rac + sbc = c$ și în membrul stîng înlocuim pe c în primul termen cu lb, iar în al doilea termen cu ka. Obținem:

$$ralb + sb\, ka = c$$

sau

$$(rl + sk)\, ab = c,$$

de unde rezultă concluzia teoremei.

14. Cel mai mare divizor comun al numerelor a, b, c este egal cu cel mai mare divizor comun al numerelor (a, b) și c, adică $(a, b, c) = ((a, b), c)$.

În adevăr, divizorii comuni ai lui a și b coincid cu divizorii lui (a, b), deci divizorii comuni al lui a, b și c coincid cu divizorii comuni ai numerelor (a, b) și c.

Dăm în completare relația ce există între cel mai mic multiplu comun $[a, b]$ a două numere naturale date a, b și cel mai mare divizor comun (a, b) al acelorași două numere, relație exprimată astfel:

a și b fiind două numere naturale, are loc egalitatea:

$$[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}.$$

Demonstrație: Fie m un multiplu comun al lui a și b; atunci $m = ka$ și $m = lb$, i și l fiind tot numere naturale. Dacă $(a, b) = d$, iar $a = da'$, $b = db'$, atunci $(a', b') = 1$ și deci din relația $ka = lb$ rezultă $kda' = ldb'$ sau $ka' = lb'$. Deoarece $(a', b') = 1$, iar $b' = ka'$, pe baza teoremei

11 rezultă că $b' \mid k$, deci $k = tb'$ unde t este un număr natural. Înlocuind valoarea lui k în egalitatea $m = ka$, obținem $m = t \cdot b' \cdot a = t \frac{b}{d} \cdot a$, deci $m = \frac{ab}{d} > \cdot t$.

t fiind un număr natural, valoarea cea mai mică pe care o poate lua este $t = 1$, deci cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b este $\frac{ab}{d}$, sau cu notațiile adoptate :

$$[a, b] = \frac{a,b}{(a,b)}.$$

15. *Aplicații.* Numerele naturale m și n fiind prime între ele, să se demonstreze că numerele $11m + 2n$ și $18m + 5n$ nu pot avea nici un divizor comun propriu diferit de 19.

Condiția ca m și n să fie prime se scrie :

$$mu + nv = 1 \tag{12}$$

iar dacă cel mai mare divizor comun al numerelor $11m + 2n$ și $18m + 5n$ se notează cu d, atunci au loc relațiile :

$$11m + 2n = pd \tag{13}$$

$$18m + 5n = qd$$

$$d = (11m + 2n)r + (18m + 5n)s \tag{14}$$

Din sistemul (13) se calculează m și n :

$$m = \frac{(5p - 2q)d}{19} \; ; \; n = \frac{(-18p + 11q)d}{19}.$$

Introducem aceste valori în egalitatea (12). După eliminarea numitorului obținem relația :

$$(5p - 2q)ud - (18p - 11q)vd = 19$$

Această relație ne arată că d este un divizor al lui 19, deci dacă $d > 1$, el nu poate avea altă valoare decît numai 19.

PENTRU CERCURILE ELEVILOR DE CL.VII—IX

ASUPRA TEOREMEI LUI PITAGORA ȘI A RECIPROCEI EI

Dăm o demonstrație a teoremei lui Pitagora și, legată de aceasta, demonstrația teoremei reciproce.

— Fie un triunghi dreptunghic — ABC — cu unghiul drept A. Să luăm, pe ipotenuză și în prelungirea ei, segmentele de dreaptă CD și CE egale cu cateta AC. Triunghiul DAE este dreptunghic, prin faptul că mediana sa AC este egală cu jumătatea laturii DE. Unghiurile BAC și DAE fiind drepte, rezultă că $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAE$, ca fiind complemente ale unghiului DAC. Cum triunghiul ACE este isoscel, înseamnează că unghiul BAD este egal cu unghiul E, egalul unghiului CAE, în acest triunghi isoscel.

Constatăm acum că triunghiurile BAE și BDA sînt asemenea, unghiul B comun, $\sphericalangle DAB = \sphericalangle AEB$. Din proporționalitatea laturilor

acestor triunghiuri asemenea, se va obține relația lui Pitagora :

$$\frac{BE}{AB} = \frac{AB}{BD}; \frac{BC + CE}{AB} = \frac{AB}{BC - CD}; \frac{BC + AC}{AB} = \frac{AB}{BC - AC},$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

2. Dăm teoremei reciproce a teoremei lui *Pitagora* următorul enunț : „Dacă măsurile a, b, c a trei segmente de dreptă se află în relația $a^2 = b^2 + c^2$, atunci, cu aceste segmente de dreaptă, ca laturi, se poate construi un triunghi, care este dreptunghic".

Considerăm trei segmente de dreaptă, determinate prin numerele a, b, c, ca măsuri ale lor, raportate la o anumită unitate, numere aflate în relația $a^2 = b^2 + c^2$. Cu aceste segmente de dreaptă ca laturi, se poate construi întotdeauna un triunghi. Într-adevăr, relația $(a+b)(a-b) = c^2$, echivalentă cu cea precedentă, ne arată că $a-b<c<a+b$, condiții necesare și suficiente pentru existența triunghiului.

Fie ABC triunghiul în cauză : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Considerăm relația $\frac{BC + AC}{AB} = \frac{AB}{BC - AC}$, echivalentă cu cea precedentă, pe care poate deci s-o înlocuiască, în caracterizarea triunghiului. Să luăm acum, pe latura BC și în prelungirea ei, segmentele de dreaptă CD și CE egale cu AC ($AC < BC$). $BC + AC = BC + CE = BE$, $BC - AC = BC - DC = BD$ și astfel relația precedentă devine $\frac{BE}{AB} = \frac{AB}{BD}$. Această ultimă relație și faptul că triunghiurile BAE și BAD au unghiul B comun implică asemănarea acestor triunghiuri, din care reținem, pentru folosirea în demonstrația noastră, că $\sphericalangle BAD = \sphericalangle E$. Prin aceasta însă reiese că $\sphericalangle BAD$ este egal cu $\sphericalangle CAE$, egalul unghiului $\sphericalangle E$, în triunghiul isoscel ACE.

Triunghiul DAE fiind însă dreptunghic, deoarece mediana sa AC este egală cu jumătatea laturii DE, înseamnă că unghiul CAD este complement al unghiului CAE, deci și al egalului acestuia, unghiul DAB. Unghiul BAC fiind sumă de unghiuri complementare ($\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAD + \sphericalangle DAC$), triunghiul ABC este dreptunghic.

Mircea Pavelescu, Tg. Jiu

NOTE MATEMATICE

49. Generalizarea problemei 7916

Fie n^2 obiecte de diferite mărimi aranjate în formă de pătrat pe n rînduri și n coloane. În fiecare rînd este selectat obiectul cel mai mare, apoi din cele n obiecte selectate este ales obiectul cel mai mic, notat cu A. Pe fiecare coloană se selecționează obiectul cel mai mic, apoi din cele n obiecte selectate este ales obiectul cel mai mare, notat cu B.

Care este relația între A și B, știind că aceste obiecte nu sînt identice (enunț generalizat)?

Soluție. A și B nu pot aparține aceleiași linii și coloane, întrucît sînt diferite. Presupunem că, în urma operațiilor respective, obiectele A și B *aparțin aceleiași coloane.*

În acest caz, deoarece pe coloana respectivă B este obiectul cel mai mic, $A > B$. (1)

Presupunînd că, în urma operaţiilor, A şi B aparţin aceleiaşi linii, întrucît pe linia respectivă A este obiectul cel mai mare, $A > B$. (2)

Rămîne de studiat cazul cînd A şi B sînt *situate pe linii şi coloane diferite.*

Pe coloana sa, obiectul B este cel mai mic,conform modului de obţinere a sa.

Atunci obiectul B este mai mic decît obiectul situat pe aceeaşi coloană cu B şi pe aceeaşi linie cu A. Fie C acest obiect : $B < C$. Pe linia AC, A este obiectul cel mai mare, ţinînd seama de modul în care îl selectăm ; de unde $A > C$. Deducem $A > B$. (3)

Cu aceasta cazurile posibile au fost epuizate şi, pe baza relaţiilor (1), (2) şi (3) deducem că, în orice eventualitate, A este mai mare decît B.

Şerban Bărcănescu, elev Bucureşti

50. Generalizarea probleme 149

Fie un triunghi ABC, oarecare, cu unghiul $B = \beta$. Să se determine un punct P pe AB şi unul Q pe BC, astfel încît patrulaterul $APQC$ să fie trapez şi unghiul diagonalelor lui să fie de măsură dată α.

Pentru a rezolva problema este suficient să găsim punctul de întîlnire al diagonalelor.

$APQC$ trebuie să fie trapez, deci, conform unui loc geometric cunoscut, punctul de intersecţia al diagonalelor sale trebuie să se afle pe mediana din B a triunghiului ABC.

Unghiul diagonalelor este β, deci punctul lor de intersecţie se află pe arcul capabil de unghiul β sau de unghiul $180° - \beta$, deci se află pe unul din cele două cercuri ce rezultă de aici.

Rezultă că punctul de întîlnire al diagonalelor trapezului $APQC$ se află la intersecţia medianei din B a triunghiului cu cele două cercuri de mai sus. Avem aşadar patru soluţii considerînd că P şi Q se pot afla şi pe prelungirile segmentelor AB, respectiv BC.

N. Manolache, absolvent Bucureşti

51. Interpretarea geometrică a unor inegalităţi

Media proporţională a două numere pozitive este mai mare decît media lor armonică şi mai mică decît media lor aritmetică, adică

$$\frac{2ab}{a+b} \leqslant \sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2}, \text{ unde } a \geqslant 0 \text{ şi } b > 0.$$

I. Redăm mai întîi soluţia apărută în Revista matematică din Timişoara vol. 26/1946 pag. 7 semnată de Maria Neuman.

La cercul (O) ducem tangenta MC în punctul C şi diametrul AB care trece prin M.

Notăm P proiecţia lui C pe diametrul AOB şi fie

$$MA = a, \quad MB = b.$$

În baza inegalităţii dintre cateta şi ipotenuza unui triunghi dreptun-

ghic avem

$$MP \leqslant MC \leqslant MO. \text{ Dar} \tag{1}$$

$$MO = MA + AO = \frac{2MA + 2AO}{2} = \frac{2MA + AO + OB}{2} = \frac{MA + MB}{2} = \frac{a+b}{2} \tag{2}$$

$$MC = \sqrt{MA.MB} = \sqrt{ab} \tag{3}$$

folosind puterea punctului M față de cercul O;

$$MP = \frac{MC^2}{MP} = \frac{ab}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2ab}{a+b} \tag{4}$$

folosind teorema catetei referitor la cateta MC în triunghiul MPC.

Înlocuim egalitățile (2), (3), (4) în inegalitățile (1) și găsim:

$$\frac{2ab}{a+b} \leqslant \sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2},$$

II. Vom da acum o demonstrație în care nu mai intervine teorema referitoare la puterea punctului față de cerc:

Fie cercul O de diametru $AB = \frac{a+b}{2}$ și triunghiul dreptunghic ACB înscris în cerc; D este proiecția lui C pe AB iar E este proiecția lui D pe CO. Notăm $AD = a$, $DB = b$.

În baza inegalității dintre o catetă și ipotenuza unui triunghi dreptunghic avem:

$$CE < CD < CO. \tag{1}$$

Dar CO fiind rază găsim

$$CO = R = \frac{AB}{2} = \frac{a+b}{2}. \tag{2}$$

Aplicăm teorema înălțimii în triunghiul dreptunghic ACB și avem:

$$CD = \sqrt{AD.DB} = \sqrt{ab}. \tag{3}$$

Aplicăm teorema catetei în triunghiul COD:

$$CE = \frac{CD^2}{OC} = \frac{ab}{\frac{a+a}{2}} = \frac{2ab}{a+b} \tag{4}$$

Înlocuind egalitățile (2), (3), (4) în inegalitățile (1), obținem

$$\frac{2ab}{a+b} \leqslant \sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2}.$$

Egalitatea are loc cînd $a = b$, punctele D, E și Q confundîndu-se și

$$CE = CD = CO = R = a = b.$$

I. Păun, profesor Fetești

PROBLEME REZOLVATE

Problema 7605

Din șirul numerelor întregi se extrag n numere luate din p în p, a căror sumă este s. Care sînt aceste numere dacă se cunosc p și s?

Aplicației 1° $p = 1$, $s = 15$; 2° $p = 2$, $s = 30$; 3° $p = 3$ $s = 20$. *(În cazul general, se va preciza numărul soluțiilor; la aplicații se vor scrie efectiv toate soluțiile).*

T. Roman

Soluție. Fie k, $k + p$, $k + 2p$, $\ldots k + (n-1)\,p$ cele n numere extrase. Suma lor dă egalitatea $\frac{2k + (n-1)\,p}{2}\, n = s$ de unde,

$$k = \frac{s}{n} + \frac{(1-n)\,p}{2} \tag{1}$$

Cazul a: $p = 2p'$ (p' număr natural). Relația (1) devine

$$k = \frac{s}{n} + (1-n)\,p' \tag{2}$$

Deoarece k este un număr întreg, rezultă că n trebuie să fie un divizor (pozitiv) al numărului s.

Dacă $a^\alpha\, b^\beta \ldots l^\lambda$ este descompunerea în factori primi a numărului s, atunci numărul soluțiilor ecuației (2) este

$$\varphi(s) = (\alpha + 1)(\beta + 1) \ldots (\lambda + 1).$$

Aplicația 2°, se încadrează în acest caz:

Relația (2) devine:

$$k = \frac{30}{n} + (1-n) \quad ; \quad 30 = 2.3.5\,; \quad \varphi(30) = 2.2.2 = 8$$

Dacă $n = 1$, $k = 30$;

$n = 2$, $k = 14$; $14 + 16 = 30$,

$n = 3$, $k = 8$; $8 + 10 + 12 = 30$

$n = 5$, $k = 2$; $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$,

$n = 6$, $k = 0$; $0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$,

$n = 10$, $k = -6$; $-6 - 4 - 2 + 0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 30$,

$n = 15$, $k = -12$; $-12 - 10 - \ldots + 0 + 2 + \ldots + 12 + 14 + 16 = 30$,

$n = 30$, $k = -28$; $-28 - 26 - \ldots + 0 + 2 + \ldots + 28 + 30 = 30$,

Cazul b: $p = 2p' + 1$, p' număr natural. Relația (1) devine:

$$k = \frac{s}{n}\,\frac{1-n}{2}\,(2p' + 1) \tag{3}$$

Pentru a avea k întreg există două posibilităţi :

S u b c a z u l b_1. n este un număr impar. Dacă

$$2^{\alpha} b^{\beta} \ldots l^{\lambda}$$

este descompunerea în factori primi a numărului $|s|$, atunci n trebuie să fie un divizor al numărului $u = \frac{|s|}{2^{\lambda}}$ şi $1 - n$ fiind un număr par, $\frac{l-n}{2}$, $\frac{s}{n}$ sînt numere întregi şi k este de asemenea întreg.

Numărul soluţiilor este :

$$\varphi(u) = (\beta + 1) \ldots (\lambda + 1).$$

S u b c a z u l b_2. n este un număr par. El trebuie să fie de forma $2^{\lambda+1} q$, unde q este un divizor al numărului u, deoarece $1 - n$ fiind un număr impar, $\frac{1-n}{2}(2p' + 1)$ este de forma $r + \frac{1}{2}$. (r număr întreg), aşa că $\frac{s}{n}$ trebuie să fie de forma $t + \frac{1}{2}$ (t număr întreg) pentru ca expresia (3) să dea pentru k un număr întreg.

Numărul soluţiilor este aşa dar, tot $\varphi(u)$.

Numărul total al soluţiilor în cazul b este prin urmare $2\,\varphi(u)$.

A p l i c a ţ i a 1°. Relaţia (3) devine :

$$k = \frac{15}{n} + \frac{1-n}{2}.$$

Dacă

$n = 2.\ 1,\ k = 7;$ $\quad 7 + 8 = 15,$

$n = 2.\ 3,\ k = 0;$ $\quad 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15,$

$n = 2.\ 5,\ k = -\ 3;\ -\ 3\ -\ 2 - \ldots + 3 + 4 + 5 + 6 = 15,$

$n = 2.15,\ k = -\ 14;\ -\ 14\ -\ 13 - \ldots + 14 + 15 = 15,$

$n = 1,\ k = 15;$

$n = 3,\ k = 4;$ $\quad 4 + 5 + 6 = 15,$

$n = 5,\ k = 1;$ $\quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15,$

$n = 15,\ k = -\ 6;\ -\ 6 - 5 - \ldots + 6 + 7 + 8 = 15,$

A p l i c a ţ i a 3°. Relaţia (3) devine :

$$k = \frac{20}{n} + \frac{3}{2}(1 - n).$$

Dacă :

$n = 8.1,\ k = -\ 8;\ -\ 8 - 5 - 2 + 1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 20,$

$n = 8.5,\ k = -\ 58;\ -\ 58 - 55 - \ldots - 1 + 2 + \ldots + 56 + 59 = 20,$

$n = 1,\ k = 20;$

$n = 5,\ k = -\ 2;\ -\ 2 + 1 + 4 + 7 + 10 = 20,$

Problema 7607

Fiind date două cercuri concentrice de raze r, R se cere numărul maxim de cercuri tangente ambelor cercuri, fără ca acestea să se intersecteze. Să se arate că acest număr este cuprins între

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{R}+\sqrt{r}}{\sqrt{R}-\sqrt{r}} \text{ și } \frac{63}{20}\cdot\frac{R+r}{R-r}$$

O. Sacter

Soluție. Presupunem spațiul dintre cele două cercuri umplut cu cercuri care în condițiile problemei pot fi cel mult tangente. În această situație, fie A, B două cercuri astfel alăturate, care au diametrul de lungime $d = R - r$. Dacă n este numărul maxim de cercuri tangente între ele și tangente cercurilor concentrice avem :

$$\frac{R-r}{2} = \frac{R+r}{2}\sin\frac{\pi}{n} \text{ sau : } \quad \frac{\pi}{n} = \arcsin\frac{R-r}{R+r}.$$

Astfel că

$$n = E\left(\frac{\pi}{\arcsin\dfrac{R-r}{R+r}}\right)$$

unde $E(x)$ este cel mai mare întreg cuprins în x.

Considerînd două cercuri alăturate A, B și triunghiul AOB unde $\sphericalangle AOB = \frac{2\pi}{n}$ obținem din considerarea acestui triunghi :

$$\frac{R}{r} = \frac{1+\sin\dfrac{\pi}{n}}{1-\sin\dfrac{\pi}{n}} = \cot^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2n}\right) \quad \text{sau : } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2n}\right) = \sqrt{\frac{R}{r}}.$$

Deducem :

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2n} = \frac{\sqrt{R}-\sqrt{r}}{\sqrt{R}+\sqrt{r}}$$

Ținînd seama de dubla inegalitate $\sin x < x < \operatorname{tg} x$ avem :

$$\frac{R-r}{R+r} < \frac{\pi}{n} \text{ și } \frac{\sqrt{R}-\sqrt{r}}{\sqrt{R}+\sqrt{r}} > \frac{\pi}{2n},$$

Rezultă

$$n < \pi\,\frac{R+r}{R-r} \text{ și } n > \frac{\pi}{2}\cdot\frac{\sqrt{R}+\sqrt{r}}{\sqrt{R}-\sqrt{r}}$$

sau :

$$n < 3{,}15\,\frac{R+r}{R-r} = \frac{315}{100}\cdot\frac{R+r}{R-r} = \frac{63}{20}\cdot\frac{R+r}{R-r} \qquad \text{și}$$

$$n < 1{,}5\,\frac{\sqrt{R}+\sqrt{r}}{\sqrt{R}-\sqrt{r}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{R}+\sqrt{r}}{\sqrt{R}-\sqrt{r}}$$

ceea ce demonstrează afirmația din enunț.

Problema 7655

Se dau două axe rectangulare xx' și yy'. Un triunghi dreptunghic isoscel avînd cateta a, se mișcă în planul celor două axe, cu vîrful unghiului drept pe Oy, și alt vîrf pe Ox. Se cere :

a) *Locul geometric al mijlocului ipotenuzei.*

b) *Să se afle locul geometric al celuilalt vîrf al triunghiului.*

c) *Să se construiască locul geometric cînd triunghiul isoscel se află în fiecare din cele patru cadrane.*

Gh. N. Rizescu, profesor București

Soluția autorului. a) Notînd, $\sphericalangle OAB = \alpha$, obținem:

$$A(0, a\cos\alpha)\,; B(a\sin\alpha, 0)\,;\ C(a\cos\alpha\ a\cos\alpha + a\sin\alpha).$$

Mijlocul ipotenuzei M, are coordonatele :

$$x = \frac{a(\sin\alpha + \cos\alpha)}{2};\ y = \frac{a(\sin\alpha + \cos\alpha)}{2}.$$

Se vede că $x = y$, reprezintă ecuația locului geometric al mijlocului ipotenuzei ; M se află pe prima bisectoare (nu toată semidreapta)

Cînd triunghiul se află în cadranul II, locul punctului M este pe cea de-a II-a bisectoare.

b) Scriem coordonatele punctului C :

$$x = a\cos\alpha,$$

$$y = a\cos\alpha + a\sin\alpha,$$

Eliminînd α, obținem :

$$y = x \pm \sqrt{(a^2 - x^2)}\ ,\ \text{în cadranul I},$$

$$y = -x \mp \sqrt{a^2 - x^2}\ ,\ \text{în cadranul II}.$$

Domeniul de definiție este : $D = [-a\,;\ +a]$

Intersecțiile cu axa $y'Oy$ sînt : $M(0, a)$ și $M'(0, -a)$.

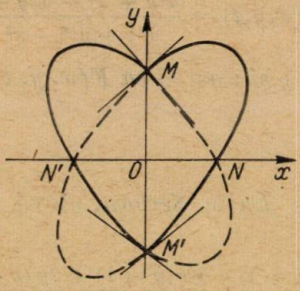
Intersecțiile cu axa $x'Ox$ sînt : $N\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ și $N'\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

Mai avem, derivînd :

$$y' = 1 \pm \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}\,;\ y'' = \mp\ \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}\ ,\ \text{ambele în cadranul I}$$

și $y' = -1 \mp \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}; y'' = \pm \frac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$, ambele în cadranul II.

Aceasta ne arată că M și M' sînt puncte unghiulare, tangentele fiind respectiv paralele cu prima și a doua bisectoare. De asemenea, curba nu admite puncte de inflexiune.



c) Ecuația (1) se mai scrie și sub forma : $2x^2 - 2xy + y^2 = a^2$, care reprezintă o elipsă. Deci, locul geometric este format din două porțiuni de elipsă.

Problema 7780

Să se găsească printre toate patrulaterele convexe $ABCD$ cu laturi $AB = CD = CD = 1$, acela care are aria cea mai mare.

Soluție dată de *N. Manolache*, elev București

Printre triunghiurile care au două laturi date, cel cu aria mai mare este acela ale cărui laturi date fac 90°.

$AB = BC = CD = 1$. Presupunem $\sphericalangle ACD \neq 90°$, $\sphericalangle ABD \neq 90°$.

Dacă $\sphericalangle ACD \neq 90°$, atunci patrulaterul $ABCD'$ în care $CD' = 1$ dar $\sphericalangle ACD' = 90°$, are mai mare aria ca aria $ABCD$.

Rezultă că unul din unghiurile ACD, ABD este drept ; în caz contrar putem construi un patrulater ce satisface această condiție și are deci aria mai mare. Fie $\sphericalangle ACD = 90°$. Notăm $\sphericalangle ABC = \alpha$. Aria patrulaterului va fi :

$$\frac{\sin\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\left(\sin\alpha + 2\sin\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}\left[\sin(180° - \alpha) + \right.$$

$$\left. + \sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\right].$$

Trebuie căutat maximul acestei expresii. Aplicînd rezultatul găsit în nota 21 pag. 248 de prof. *C. Ionescu-Țiu* avem :

$$\frac{1}{2}\left[\sin(180° - \alpha) + \sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\right] \leqslant \frac{3}{2}\sin\frac{(180° - \alpha) + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}}{3}$$

adică $A_{ABCD} \leqslant \frac{3\sqrt{3}}{4}$. Avem egalitate, deci maximul expresiei A_{ABCD}, pentru $180° - \alpha = \frac{\alpha}{2}$, deci $\alpha = 120°$.

Rezultă că patrulaterul $ABCD$ este un trapez isoscel, jumătate de hexagon regulat.

Problema 7789

Se dă:

$$F(x,y,z) = \frac{x^2y + x^2 - 6xy + 2y^2 - 6x + 2y}{x^2z + yz^2 - x^2 - xz + 4z - 4}$$

Să se determine y și z astfel ca $F(x, y, z)$ să fie constant pentru orice x.

Ilie Stănescu, Sibiu

Soluție dată de *Luise Șerban*, elevă Ploiești și *S. Niculescu*, elev Tîrgoviște.

$$F(x,y,z) = \frac{x^2(y+1) - 6x(y+1) + 2y(y+1)}{x^2(z-1) - xz + yz^2 + 4z - 4} = k \text{ de unde:}$$

$$(y+1)x^2 - 6(y+1)x + 2y(y+1) = k\,[(z-1)x^2 - zx + yz^2 + 4z - 4]$$

Deci avem:

$$\frac{y+1}{z-1} = \frac{6(y+1)}{z} = \frac{2y(y+1)}{yz^2 + 4z - 4},$$

$$\frac{1}{z-1} = \frac{6}{z} = \frac{2y}{yz^2 + 4z - 4},$$

din care rezultă $z = \frac{6}{5}, y = -\frac{10}{13}$.

Problema 7817

Notăm

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + 2 + \sqrt{3}}} = A$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \ldots + 2 + \sqrt{3}}} = B$$

fiind în total cîte șase radicali suprapuși.

Să se arate că

$$(A + Bi)^{16} = 2^{14}\sqrt{2}\,(1 + i)(\sqrt{3} - i),$$

$$(A + Bi)^{192} + 2^{192} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *V. Avrămoiu*, elev București și *B. E. Lungulescu*, elev Pitești.

Avem:

$$\cos\frac{\pi}{3\cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos\frac{\pi}{3\cdot 2^2} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}.$$

Găsim

$$\cos\frac{\pi}{3\cdot 2^6}=\frac{A}{2}\ \text{şi}\ \sin\frac{\pi}{3\cdot 2^6}=\frac{B}{2}.$$

$$(A+Bi)^{16}=2^{16}\left(\cos\frac{2^4\pi}{3\cdot 2^6}+i\sin\frac{2^4\pi}{3\cdot 2^6}\right)=2^{16}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right).$$

Rămîne de arătat că

$$2^2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)=(1+i)(\sqrt{3}-i)\sqrt{2},\ \text{sau}$$

$$4\cdot\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}+i\,\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)=[\sqrt{3}+1+i(\sqrt{3}-1)]\sqrt{2};$$

$$2\left(\sqrt{\frac{2+1}{2}}+\sqrt{\frac{2-1}{2}}+i\sqrt{\frac{2+1}{2}}-i\sqrt{\frac{2-1}{2}}\right)=[\sqrt{3}+1+i(\sqrt{3}-1]\sqrt{2}.$$

$$(A+Bi)^{192}=2^{192}\left(\cos\frac{192\pi}{192}+i\sin\frac{192\pi}{192}\right)=2^{192}(\cos\pi+i\sin\pi)=$$

$$=-2^{192}.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN
Probleme date la Olimpiada din URSS, etapa finală 1966

8610. Să se cerceteze dacă există numere naturale x şi y pentru care x^2+y şi y^2+x sînt pătrate de numere întregi (*clasa a VIII-a*).

8611. Punctele A, B, C, D sînt situate în acelaşi plan. Dacă pentru orice punct P al planului avem inegalitatea $PA+PD\geqslant PB+PC$, atunci punctele B şi C sînt situate pe segmentul AD şi $AB=CD$ (*clasa a IX-a*).

8612. Un regiment de soldaţi este aşezat în dreptunghi astfel că în fiecare rînd soldaţii stau după înălţime.

Să se demonstreze că dacă în fiecare coloană soldaţii vor fi reaşezaţi tot după înălţime, atunci în fiecare rînd vor fi aşezaţi după înălţime (*clasa a IX-a*).

8613. Numerele $a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n$ sînt astfel luate încît să îndeplinească condiţiile :

$$0\leqslant a_1\leqslant a_2\leqslant 2a_1;\ a_2\leqslant a_1\leqslant 2a_3;\ \ldots\ a_{n-1}\leqslant 2a_{n-3}.$$

Să se demonstreze că în suma $S=\pm a_1\pm a_2\pm a\ldots\pm a_n$ se pot alege semnele astfel încît $0\leqslant S\leqslant a_1$ (*clasa a IX-a*).

8614. Să se demonstreze că în patrulaterul convex de arie S şi perimetru p se poate înscrie cercul cu raza $R=\frac{S}{p}$ (*clasa a IX-a*).

3615. Se consideră o sută de puncte situate în același plan. Să se demonstreze că ele pot fi acoperite cu unu sau mai multe cercuri, care nu se întretaie, cu suma diametrelor inferioară lui 100 și distanța între oricare două cercuri mai mare ca unu (*clasa X—XI*).

Probleme date la lucrarea scrisă la atmitere în Institutul politehnic "Gheorghe Gheorghiu Dej" pentru facultățile Electrice, Mecanice, Transporturi, la 2 iulie 1967, București

3616. Să dă funcția

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + a}{x^2 - 2x - 3}$$

unde a este un parametru real. Se cere:

a) Să se determine parametrul a așa încît în punctul de abscisă $x = 1$ funcția dată să admită un punct de extrem.

b) Să se reprezinte grafic funcția $f(x)$ pentru valoarea lui a obținută la punctul a).

c) Să se determine mulțime valorilor lui a așa încît $f(x) = 0$ să admită numai o rădăcină cuprinsă în intervalul $[-3, -2]$.

d) Pentru $a = -2$ să se afle mulțimea valorilor lui x pentru care avem $f(x) > 2$.

3617. Se dau expresiile: $E_1 = \operatorname{tg}(x + y) + \operatorname{tg}(x - y)$;
$E_2 = \operatorname{ctg}(x - y) + \operatorname{ctg}(x - y)$.

Se cere:

a) Să se transforme $E_1 + E_2$ și $E_1 - E_2$ în expresii calculabile prin logaritmi.

b) Să se arate că $E = \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2}$ nu depinde de y.

c) Să se determine valorile lui x și y pentru care avem simultan $E_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ și $E_2 = 2\sqrt{3}$.

3618. Se dă un triunghi dreptunghi ABC. Fie AA', BB' și CC' medianele triunghiului și G punctul lor de intersecție. Între catetele b și c există relația $c^2 = 2b^2$. Se cere:

a) Să se calculeze lungimile medianelor AA', BB', CC' în funcție de b și să se arate că triunghiurile ACC' și ABC sînt asemenea.

b) Să se arate că medianele AA' și CC' sunt perpendiculare între ele, iar patrulaterul $CA'GB'$ este inscriptibil.

c) Să se arate că, reciproc, dacă în triunghiul dreptunghic ABC medianele CC' și AA' sînt perpendiculare, între catete există relația $c^2 = 2b^2$.

d) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului dat ABC în jurul axei ce trece prin vîrful A și este paralelă cu ipotenuza BC.

La Facultatea Chimie industrială a Institutului politehnic din București, 1967

3619. Se dă ecuația

$f(x) = (m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$. Se cere:

a) Să se determine valorile lui m pentru care ecuația $f(x)x = 0$ are rădăcini egale.

b) Se se determine valorile m pentru care are loc relația $x_1^2 + x_2^2 = \frac{2m(m+1)}{(m-1)^2}$, unde x_1, x_2 sînt rădăcinile ecuației $f(x) = 0$.

c) Să se construiască curba $y = f(x)$ pentru $m = -2$.

d) Să se discute ecuația $f(x) = 0$ cînd m este un parametru real.

8620. Se dă funcţia $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Se cere :

a) Să se determine valorile lui x pentru care avem

$$4 \leqslant f(x) \leqslant 5.$$

b) Să se studieze variaţia funcţiei $f(x)$ şi să se reprezinte grafic.

c) Să se rezolve ecuaţia $\dfrac{x^2 - 2x - 5}{x - 1} + \dfrac{20(1 - x)}{x^2 - 2x + 5} = 1.$

8621. Se dă sistemul de ecuaţii :

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{a},$$

unde a este un număr strict pozitiv. Se cere :

a) Să se rezolve sistemul.

b) Se notează cu x_1, y_1 o soluţie şi cu x_2, y_2 cealaltă soluţie a sistemului astfel ca $x_1 < x_2$. Se construiesc două progresii aritmetice : una are primul termen egal cu x_1 şi al doilea egal cu y_1, cealaltă progresie are primul termen x_2 şi al doilea y_2 ; să se calculeze al 10-lea termen al fiecărei progresii.

c) Notînd cu S_n suma primilor n termeni din prima progresie şi cu S_n' suma primilor n termeni din a doua — să se afle valorile lui n pentru care $S_n \cdot S'_n$ este strict pozitiv.

d) Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} (\sqrt{S_n} - \sqrt{-S'_n})$

PROBLEME PROPUSE *

8622. Cu 41 de bile se formează 3 grămezi diferite A, B şi C. Eliminînd multiplul de 4 bile din fiecare grămadă, obţinem tot 3 grămezi A_1, B_1, $C_1 \neq 0$.

Să se arate că suma bilelor din grămezile A_1, B_1 şi C_1 este 5 sau 9.

Ilie P. Diaconu, Tg. Jiu

8623. Să se arate că dacă :

$$\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \ldots + \frac{b_n}{a_n} = n \, ; \, a_i \neq b_i$$

atunci :

$$E = \frac{1}{a_1(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)\ldots(a_n - b_n)} + \frac{1}{(a_1 - b_1)a_2(a_3 - b_3)\ldots(a_n - b_n)} +$$

$$+ \frac{1}{(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)a_3(a_4 - b_4)\ldots(a_n - b_n)} + \ldots + \frac{1}{(a_1 - b_1)\ldots(a_{n-1} - b_{n-1})a_n} = 0$$

şi reciproc, n fiind natural. (În legătură cu problemele E : 2320 şi 8227).

N. Pantazi, absolvent Sebiş

---

* IX (8622 – 8628), X(8629 – 8633), XI(8634 – 8640), S(8641 – 8648). Soluţiile se primesc pînă la 1 martie 1968. Fiecare elev poate trimite rezolvări şi la problemele de clasa precedentă celei pe care o urmează. Problemele de clasa IX şi a X sînt indicate şi şcolilor profesionale.

8624. Fie un triunghi ABC cu laturile a, b, c. Pe latura BC se consideră punctele D și E astfel ca : $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ACB$ și $\sphericalangle EAC = \sphericalangle ABC$. Să se demonstreze că :

$$DE = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{a}$$

Ștefan Ralescu, elev București

8625. Dacă definim operația $\divideontimes$ astfel :

$$a \divideontimes b = \frac{\dfrac{a+b}{a-b} + \dfrac{a-b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a-b} + \dfrac{a-b}{a+b}}, \{a\,;b\} = 0$$

a) Să se afle rădăcinile x_1 ; x_2 și x_3 ; x_4 ale ecuațiilor

$$a \divideontimes x = b \divideontimes x \quad \text{și respectiv } a \divideontimes x = x \divideontimes b.$$

b) Să se arate că există egalitățile :

$$(x_1 \divideontimes x_2) \divideontimes (x_3 \divideontimes x_4) = (x_1 \divideontimes x_3) \divideontimes (x_2 \divideontimes x_4) = (x_3 \divideontimes x_4) \divideontimes (x_2 \divideontimes x_3).$$

Hahn Radu, elev București

8626. Fie ABC un triunghi oarecare și M, N, P mijloacele laturilor BC, CA, AB. Dacă A', B' și C' sînt trei puncte pe laturile triunghiului, astfel ca A' să fie în BM, B' în AN și C' în AP, atunci, în ipoteza $BC > CA > AB$, există relația : $AA' + BB' + CC' < AB + BC + CA$.

Șerban Bărcănescu, absolvent București

8627. Să se arate că expresia $4n^2 - 2n + 13$ nu se divide cu 289, unde n este întreg.

Din *Matematika v škole*, nr. 1, 1964

8628. Se dau 20 numere întregi pozitive astfel că $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_{20} < 70$.

Să se arate că între diferențele $a_j - a_k$ unde $j > k$, există cel puțin patru diferențe egale între ele.

Din *Matematika v škole*, 1/1964.

8629. Să se arate că dacă a, b, c sînt numere pozitive, atunci :

$$\frac{2}{3}\left(\frac{b^2c^2}{b+c} + \frac{a^2c^2}{a+c} + \frac{a^2b^2}{a+b}\right) \geqslant abc,$$

$$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geqslant a + b + c \geqslant$$

$$\geqslant \sqrt{3\,(ab + bc + ca)} \geqslant 3\sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot abc\,(a + b + c)}$$

C. Ionescu-Țiu

8630. Se consideră sumele de numere reale sau complexe $A_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_i$, $B_i = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_i$, unde $a_1 = b_1 = 1$ şi $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. Să se arate că

$$\sum_{i=1}^{n} A_i b_{n-i+1} = \sum_{i=1}^{n} B_i a_{n-i+1}$$

N. C. Negoescu, Timişoara

8631. Să se arate că m fiind un număr real, toate rădăcinile ecuaţiei

$$x^4 + (2m + 1)x^2 + 2mx + 2m^2 + 1 = 0$$

sînt complexe.

Kacsó Francisc, Reghin

8632. Să se arate că

$$\frac{1}{1 + \sin a} + \frac{1}{1 + \cos a} + \frac{1}{1 - \sin a} + \frac{1}{1 - \cos a} = = 4 + 2\left(\operatorname{tg}^2 a + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 a}\right)$$

I. Stănescu, Sibiu

8633. Să se demonstreze că numerele $M = 111! \cdot 222! \cdot 333! \cdot$ şi $N = 555! \cdot 666! \cdot 777! \cdot 888!$ sînt divizibile cu 10^{268} respectiv 10^{715}.

D. Goleşteanu, Roşiorii de Vede

8634. Dacă a şi n sînt numere întregi şi pozitive, atunci există un număr natural A_n astfel ca:

$$(a + \sqrt{a^2 - 1})^n = A_n + \sqrt{A_n^2 - 1}.$$

Generalizare.

Ion Tomescu, asistent Bucureşti

8635. Să se arate că pentru orice n aparţinînd numerelor naturale, are loc inegalitatea:

$$\pi^{\frac{n^4 + n^3 + n^2}{4}} > (n!)^3.$$

Cornelia Tuţescu, Craiova

8636. a) Să se arate fără tabele că rădăcinile ecuaţiei $x^2 - 4x + 1 = 0$ sînt $4\sin^2 15°$ şi $4\cos^2 15°$, iar rădăcinile ecuaţiei $x^2 - x - 1 = 0$ sînt $2\cos 36°$ şi $-2\sin 18°$.

b) Să se deducă $\cos 36°$ şi $\sin 18°$.

C. Ionescu-Ţiu

8637. Să se arate că, în cazul cînd triunghiul ABC nu este isoscel ($a > b > c$), condiția ca dreptele perpendiculare pe laturile sale care-l împart fiecare în două părți echivalente să fie concurente este :

$$\cos B = \frac{a(a-b)^2}{2c^3}$$

(În legătură cu problema 8236).

C. Băluță, elev Filiași

8638. Să se arate că nu există două fracții ale căror sumă și produs să fie simultan numere întregi.

Din *Matematika v škole*, 5/1964

8639. Să se arate că dacă A, B, C sînt unghiurile unui triunghi ascuțitunghi, atunci

$$\sin A + \sin B + \sin C + \operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C > 2\pi$$

Din *Matematika v škole*, 2/1964

8640. Într-un triunghi ABC, cercul înscris este tangent laturilor BC, CA, AB în punctele A', respectiv B', C'.

a) Ce condiții trebuie să satisfacă numerele reale u, v, w pentru ca să aibă loc relațiile

$$\frac{AB'}{u} = \frac{BC'}{v} = \frac{CA'}{w}.$$

Să se determine unghiurile triunghiului în funcție de u, v, w.

b) Ce relație satisfac numerele u, v, w dacă triunghiul ABC este dreptunghic?

T. Roman

8641. Care este probabilitatea ca un produs de n numere întregi să fie par? Chestiune analoagă pentru sumă.

Gazeta matematica, 1908, pag. 126 (*V. Vâlcovici*)

8642. Să se arate că ecuația

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 7 = 0$$

are rădăcinile $4\cos^2\frac{\pi}{14}$; $4\sin^2\frac{2\pi}{14}$, $4\cos^2\frac{3\pi}{14}$.

C. Ionescu-Țiu

8643. Fie n un număr natural și $\left[\frac{n}{2}\right]$ cel mai mare număr întreg care se cuprinde în $\frac{n}{2}$. Dacă notăm :

$$u_n = \frac{(3+\sqrt{13})^{n+1} - (3-\sqrt{13})^{n+1}}{2^{n+2}\sqrt{13}},$$

să se demonstreze că:

$$u_n + n_{n-2} = 3^{\frac{(-1)^n-1}{2}} \cdot \left\{(-1)^n \cdot 13\ u^2\left[\frac{n}{2}\right]-1 - 13 \cdot \frac{(-1)^n - 1}{2}\ u^2\left[\frac{n}{2}\right] + \right.$$

$$\left. + [(-1)^n \cdot 3 - 1](-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}\right\}.$$

D. M. Bătineţu, Iaşi

3644. Numerele x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ satisfac $\alpha \leqslant x_i \leqslant \beta$, unde $\alpha, \beta \in R$. Se cere să se găsească minimul expresiei

$$E = \sum_{\substack{i=1 \\ j>1}}^{n-1} x_i x_j - (n-1) \cdot \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Nicolae Manolache, absolvent Bucureşti

3645. Să dă matricea $A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$. Să se găsească matricile $X = \begin{Vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{Vmatrix}$, pentru care avem $AX = XA$.

N. Teodorescu

3646. Se dau în plan punctele P_1, P_2, P_3, P_4, avînd coordonatele carteziene (4, 1); (7, 1); (7, 5); (4, 5). Considerăm vectorii bidimensionali $x_1 = (4, 1)$, $x_2 = (7, 1)$, $x_3 = (7, 5)$, $x_4 = (4, 5)$. Să se demonstreze că punctele P_1', P_2', P_3', P_4', avînd drept coordonate carteziene componentele vectorilor Ax_1, Ax_2, Ax_3, Ax_4 (unde A este o matrice pătrată de ordinul II) sînt vîrfurile unui paralelogram.

N. Teodorescu

3647. Să se determine cum trebuie să fie λ pentru ca matricea

$$A = \begin{Vmatrix} \lambda^2 - 1 & 1 \\ -1 & \lambda^2 + 1 \end{Vmatrix}$$

să transforme vectorul $x = (\lambda, -\lambda)$ într-altul y cu ambele componente pozitive. (În legătură cu articolul Matrici pătrate de ordinul II din G. M.—B nr. 11).

O. Sacter

3648. Considerînd vectorul $x = (a^4, 1)$ ale cărui componente a^4 şi 1 sînt coordonatele unui punct, să se arate că matricea

$$A = \begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ 2a^{-1} & a^2 \end{Vmatrix}$$

transformă vectorul x într-altul y ale cărui componente sînt întotdeauna coordonatele unui punct situat sub bisectoarea întîia a axelor de coordonate, presupuse rectangulare, a fiind oarecare. (În legătură cu articolul Matrici pătrate de ordinul II din G. M.—B nr. 11.

O. Sacter

8649. Să se arate că

$$\sum_{k=1}^{n} \operatorname{cotg}^2 \frac{k\pi}{2n+1} = \sum_{k=1}^{n} \operatorname{cotg}^2 \frac{2k\pi}{2n+1} = \frac{n(2n-1)}{3}.$$

Cazuri particulare $n = 1, 2, 3$.

C. Ionescu-Țiu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E : 2847. Un tren lung de 60 m trece pe lîngă doi drumeți ce merg pe lîngă calea ferată în sens contrar, dar cu aceeași viteză.

Știind că trenul trece pe lîngă unul din ei în 4,32 secunde, iar pe lîngă celălalt în 5,4 secunde, să se afle viteza trenului și a drumeților.

Petre Grăjdeanu, Tansa, Iași

E : 2848. Depășindu-și norma, o echipă de muncitori primește într-o lună cu 1056 lei mai mult decît o altă echipă. Știind că 2/7 din banii încasați de prima echipă reprezintă 5/12 din banii încasați de a doua echipă, să se afle cît a primit fiecare echipă.

Nelu I. Dobre, Merei-Buzău

E : 2849. O gospodărie agricolă de stat și-a însămînțat suprafața prevăzută cu porumb în 4 zile. În prima zi a însămînțat 1/7 din cît și-a planificat și încă 10 ha; a doua zi 3/10 din rest și încă 11 ha; a treia cu 8 ha mai mult ca 5/9 din noul rest, iar a patra a însămînțat cu 56 ha mai puțin ca în ziua a treia. Ce suprafață s-a însămînțat cu porumb la acea gospodărie agricolă de stat și cît s-a însămînțat în fiecare zi?

Corneliu Cartas, Iași

E : 2850. Suma a două numere este 162, iar suma răsturnatelor lor este 504. Să se găsească aceste două numere.

Iulian Schintee, Tr. Severin.

E : 2851. Un autobuz care are capul de linie la Tuzla, ia din Constanța un număr de călători. La Lazu coboară 5 călători și urcă 3, iar la Agigea, coboară 4 și urcă 7 călători. La Eforie Nord coboară jumătate din numărul de călători din autobuz, ceea ce reprezintă jumătate din numărul de călători care vor urca la Eforia Sud. Tot la Eforie Nord urcă un număr de călă-

---

*) V(E : 2847—2850), VI (2851—2857), VII (2858—2863), VIII (2864—2869). Soluțiile se primesc pînă la 1 martie 1968.

tori cu 5 mai mic decît numărul de călători care vor coborî la Eforie Sud. Să se afle cîți călători au urcat în autobuz la Constanța, dacă la Tuzla au coborît în număr de 22.

Stelian Lambă, Constanța

E :2852. Un medic a recomandat un tratament arătat în următoarea rețetă : De trei ori cîte două comprimate pe zi, 4 zile da, 15 zile nu. Se va repeta de atîtea ori respectîndu-se și pauzele de cîte 15 zile pînă cînd în ultima cutie de comprimate cumpărată nu va mai rămîne nici un comprimat. Să se afle cîte cutii cu comprimate sînt necesare știind că cutiile conțin cîte 20 comprimate, și cîte zile durează tratamentul inclusiv pauzele.

Alder Iulius București

E : 2853. Într-un unghi ABC, unghiul B are 75°, iar unghiul C este 3/4 din unghiul A. Bisectoarea unghiului A taie latura BC în D. În triunghiul ABD se duc înălțimile BB', DD' care se interesectează în M.

a) Să se calculeze unghiurile triunghiului ABC.

b) Să se arate că înălțimea AA' a triunghiului ABC este bisectoarea unghiului BAD.

c) Dreapta $B'D'$ este paralelă cu BD.

d) Triunghiul $B'D'M$ este isoscel.

La concursul de matematică, clasa VI, Cluj 1967

E : 2854. La un concurs trei pionieri au fost premiați direct proporțional cu numărul răspunsurilor bune și invers proporționale cu cele greșite. Fiecărui pionier i s-au pus cîte 10 întrebări.

a) Ce sumă a primit fiecare pionier dacă primul a dat 6 răspunsuri bune, al doilea 7 și al treilea 8 și dacă al treilea a primit cu 15 lei mai mult decît primii doi la un loc.

b) Să se calculeze media aritmetică și media geometrică a numerelor care reprezintă sumele primite de ultimii doi premiați.

La concursul de matematică, clasa VI, Cluj 1967 (*Matei Augustin*).

E : 2855. O cooperativă agricolă de producție, a planificat o suprafață de 1932 hectare, pentru cultivarea ovăzului, grîului, și porumbului. Mărimile suprafețelor cultivate cu ficcare din aceste cereale sînt, în ordine, direct proporționale cu numerele : 1 ; 2,5 și $\frac{\sqrt{625}}{6}$.

Să se afle :

a) Mărimile suprafețelor cultivate cu ovăz, grîu și porumb.

b) Cîte tractoare, de aceeași capacitate, sînt necesare pentru a ara suprafața pentru porumb, în cinci zile, dacă o suprafață de 2940 de hectare, se ară de 7 tractoare în 28 zile.

La concursul de matematică, clasa VI, Banat 1967, (*G. Friedrich*).

E : 2856. În triunghiul dreptunghic isoscel ABC, catetele AB și AC sînt bisectoare ale unghiurilor ascuțite egale DAE și respectiv FAG (pun-

ctele E și F sînt situate pe ipotenuză, iar D și G — pe prelungirea ipotenuzei). Să se demonstreze că:

a) Segmentele DB și CG sînt egale.

b) Unghiurile DAF și EAG sînt suplementare.

La concursul de matematică, clasa VI, Banat, 1967 (*Bogdan Sever*).

E : 2857. Șase muncitori primesc pentru o lucrare efectuată suma de 2600 lei, care se împarte după munca depusă de fiecare. Primul muncitor primește 31/2 % din toată suma, al doilea 1/13 din rest, iar al treilea 30% din noul rest. Raportul dintre suma primită de al cincilea muncitor și al patrulea muncitor este 11/18, iar raportul dintre suma primită de al șaselea muncitor și al patrulea muncitor este de 4/15. Să se afle cît a primit fiecare muncitor.

La concursul de matematică, clasa VI, Galați, 1967.

E : 2858. Se dă triunghiul echilateral ABC și un punct M pe latura BC. Din N se duce MP perpendicular pe AC, care întîlnește prelungirea laturii AB în punctul D. Să se arate că:

a) $MB = BD$;

b) $AB = 2(CP + BN)$, unde N este mijlocul lui MD.

La concursul de matematică, clasa VI, Galați, 1967.

E : 2859. Se dă expresia:

$$E(x) = 2 + \left(\frac{4}{x^2} + 9 + \frac{12}{x}\right) : \left(\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}\right).$$

Se cere: a) să se aducă la forma cea mai simplă; b) utilizînd rezultatul obținut să se obțină forma cea mai simplă a expresiei:

$$F(x) = [1 + E(x)]^2 - [1 - E(x)]^2$$

c) să se afle valorile numerice a lui $E(x)$ și $F(x)$ știind că x este rădăcina ecuației:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)x + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)x + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)x + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right)x + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)x +$$

$$+ \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right)x = 27\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right).$$

La concursul de matematică, clasa VII, Galați, 1967.

E : 2860. Să se arate că restul împărțirii numărului $N = 17^{22} \cdot 37^{22}$ prin 7 este 5.

C. I. T.

E : 2861. Se dă un cerc (O) cu diametrul de 15 dm şi se duce tangenta în punctul A. Se ia un punct M pe cerc la distanţa MN egală cu 3 dm. de tangenta în A,N fiind pe tangentă. Se prelungeşte raza OM pînă taie tangenta în punctul B. Prin B se duce o paralelă la OA care este tăiată de dreptele AM şi ON în punctele C şi D. Se cer : a) Lungimea segmentului AN ; b) Laturile triunghiului OAB ; c) Lungimea segmentului CD (A este pe cerc, $\sphericalangle\ MNA = 90°$).

La concursul de matematică, clasa VII, Galaţi 1967.

E : 2862. Se dă expresia :

$$E = \left\{\left[\frac{2}{x-y} + \frac{x^2+y^2+2xy}{x^2-xy} \cdot \frac{2x}{x+y} : (x+y)\right] : \frac{4y^2}{y^2+x^2-2xy} \cdot \frac{x+y}{x-y}\right\}$$

Se cere :

a) Să se aducă expresia la forma cea mai simplă.

b) Să se afle valoarea numerică a expresiei adusă la forma cea mai simplă, cînd x este rădăcina ecuaţiei :

$$x - \frac{1-\frac{3x}{2}}{4} - \frac{2-\frac{x}{4}}{3} = 2$$

şi $y = 2$.

c) Pentru ce valori ale lui x şi y expresia nu are sens?

La Concursul de matematică, cl. VII, Argeş, 1967 (*P. Popescu*).

E : 2863. Se dă triunghiul dreptunghic ($A = 90°$) cu $AC = 5$ cm, şi $\sin B = \frac{1}{2}$. Se duce mediana AD şi perpendiculara pe AD în punctul D, care întîlneşte prelungirea lui AC în E. Prelungirea medianei întîlneşte paralela dusă prin B la AE în F. Se cer :

a) Mărimea unghiurilor triunghiului ADE.

b) Perimetrul triunghiului ABF.

c) Unghiurile patrulaterului $ABFE$.

d) Perimetrul patrulaterului $EDBF$.

e) Să se arate că triunghiurile BDA, EDC şi ADC sînt echivalente.

La concursul de matematică, clasa VII, Argeş, 1967 (*E. Dumitrache*)

E : 2864. Să se descompună polinomul

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 18x + 9$$

într-un produs de trei factori de gradul întîi.

Care sînt valorile lui x care anulează acest polinom?

b) Să se simplifice fracţia

$$f(x) = \frac{P(x)}{(2x-6)(4x^2-1)}$$

Pentru ce valoare a lui x fracţia obţinută după simplificare ia valoarea zero? Dar valoarea $-\frac{3}{4}$?

c) Ce valoare ia fracția, dacă $x = -\frac{1}{5}$?

Dar dacă $x = a^2 - (b^2 + c^2)$, unde

$$a = \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m-n}{2}\right)^2;\ b = \frac{1}{2}(m^2 - n^2);\ c = mn?$$

d) Să se exprime fracția obținută după simplificare, în funcție de u și v știind că :

$$x = (u^2 + v^2)\left(\frac{u^2 - v^2}{u^2 + v^2} - \frac{u^2 - v^2}{u^2 - v^2}\right)\left(\frac{u}{4v} - \frac{v}{4u}\right).$$

La concursul de matematică, clasa VIII, București, 1967 (*V. Tomuleanu*)

E : 2865. În planul P se dă un cerc cu centrul în O și de rază a. În acest cerc se înscrie un triunghi ABC, cu unghiul din A drept și cel din B egal cu 30°.

a) Pe planul P se duc trei perpendiculare : în punctul A perpendiculara $AA' = 5a$, în punctul B perpendiculara $BB' = 3a$ și în punctul C perpendiculara $CC' = 4a$. Să se calculeze lungimile laturilor triunghiului $A'B'C'$ și să se arate că acest triunghi este dreptunghic.

b) Fie AD înălțimea triunghiului ABC, corespunzătoare vîrfului A. Să se calculeze raportul volumelor celor două conuri obținute prin rotirea triunghiurilor ABD și AOD în jurul lui BD.

c) Să se calculeze măsura unghiului la centru corespunzător sectorului rezultat din desfășurarea conului obținut prin rotirea triunghiului ABD în jurul lui BD.

d) În planul P se duce tangenta la cerc în punctul B. Să se calculeze aria totală și volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului ABC în jurul acestei tangente.

La concursul de matematică, clasa VIII, București, 1967 (*V. Tomuleanu*)

E : 2866. S-au construit 10 corturi pentru o tabără de pionieri. Fiecare cort avea forma unui paralelipiped cu baza un patrat cu latura de 4 m. și acoperișul în formă de piramidă regulată cu înălțimea egală cu cea a paralelipipedului și egală cu diagonala patratului de bază. Pentru fixarea unui cort se leagă vîrful piramidei cu frînghii trase în prelungirea muchiilor laterale ale ei și fixate apoi cu cîte un țăruș în pămînt. Se cere :

a) Să se calculeze cîți metri patrați de pînză trebuie pentru aceste corturi.

b) Cîți metri de frînghie sînt necesari pentru spirijinirea lor?

c) Care este capacitatea unui astfel de cort?

La concursul de matematică, clasa VIII, Suceava 1967 (*V. Tofan*)

E : 2867. Se dau expresiile algebrice

$$E_1 = 10x^3 + 5x^2 - 4x^2(2x + 1) + 4x^2 + 4x + 1$$

$$E_2 = x^2 + 2x + 1 - 2x^2(x + 1)^2$$

a) Să se ordoneze după puterile descrescătoare ale lui x.

b) Să se scrie fiecare expresie sub formă de produs.

c) Să se simplifice fracția algebrică $\frac{E_1}{E_2}$ și să se afle valoarea nume-

rică pentru

$$x = \frac{\left(\frac{5}{8} \cdot 3 + 3\,\frac{5}{8}\right) : \frac{4}{19}}{2^2 \cdot 3^3 - 5^3}$$

La concursul de matematică, clasa VIII, Suceava 1967 *(V. Tofan)*

E : 2868. Fie unghiul xOy de 60^0. Pe Ox se ia un punct A la distanţa 4 cm de O. Să se afle mulţimea punctelor care satisfac condiţiile : a) distanţa lor la A este de cel mult 8 cm, b) distanţa lor la O de cel mult 5,5 cm, c) distanţa lor la Oy nu mai mică de 2 cm, d) distanţa lor la Ox mai mică decît distanţa lor la Oy.

C. Ionescu—Ţiu

ÎN ATENŢIA CITITORILOR

Problemele propuse interesante sau legate de practică şi fără a necesita calcule prea lungi, ori care conţin o deosebită inventivitate, se vor publica potrivit materiei predate în clasă.

Pentru ca G.M.—B. să-şi atingă pe deplin scopul urmărit, mai este necesar ca această publicaţie să fie cunoscută în toate şcolile generale de 8 ani, în toate liceele teoretice, speciale, pedagogice, şcoli profesionale şi şcoli tehnice de maiştri. De aceea, apelăm la corespondenţii noştri şi profesorii acestora să facă cunoscută Gazeta Matematică seria B tuturor elevilor din toate şcolile din localitatea respectivă şi să-i îndemne să devină şi ei rezolvitori de probleme.

— Pentru a face cunoscută şi activitatea deosebită a unor cercuri de elevi la matematică din şcoli sau din localitate şi pentru un schimb de experienţă între cercuri, publicăm în G.M.B. şi dări de seamă în care să se arate concret conţinutul unei şedinţe a unui astfel de cerc, după modelul celor ce s-au mai publicat în Gazeta Matematică.

Pentru cărţile anunţate la rubrica Cărţi noi precum şi pentru celelalte cărţi apărute în Biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice, vă puteţi adresa numai librăriilor locale.

— Pentru numere izolate mai vechi din Gazeta matematică seria B, vă puteţi adresa Societăţii de ştiinţe matematice. Deocamdată se pot trimite contra ramburs numere din G.M.—B. 1963 (3—12), 1964 (1, 2, 4, —6, 8, 9, 11, 12) 1966 (4—11), 1965 (3—8, 10—12) şi 1967 (1—10).

— Pentru alcătuirea evidenţierilor anuale, rezolvitorii de probleme care în cursul anului şcolar 1966—1967 au urmat cursurile claselor IX—XI şi care în numerele 1—12 (1967) de G.M.-B au fost trecuţi la rubrica rezolvitorilor cu peste 150 probleme rezolvate sau elevii claselor V—VIII cu peste 100 rezolvări, sînt rugaţi ca să-şi întocmească o fişe cu toate problemele rezolvate şi să o expedieze redacţiei imediat după apariţia numărului 12 — decembrie 1967.

— De asemenea conducătorii sau responsibilii de cercuri de matematică sînt rugaţi să trimită după apariţia numărului 12 al G.M.-B fişa completată conform regulamentului întrecerii publicat în G.M.-B 1967 pag. 158.

— *Tirajul fiind limitat, G.M.-B se trimite mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii noştri să se aboneze de îndată pentru anul 1968 prin oficiile poştale locale.*

— *Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G.M.-B unui coleg care să devină un nou abonat.*

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

Soluţii bune primite pînă la 30 Iunie 1967 (urmare)

IAŞI *Leahu Petru* (7909, 16, 8—20, 22—4, 7—9, 31, 2, 71, 2, 4—8, 2—4, 6—8, 8005, 6, 54—6, 60, 3, 5—7, 84, 5, 8, 9, 131—42), *Liacu Mihai* (7918—23, 5, 9, 32, 70—2, 6—85, 92, 3, 5, 7, 9—8001, 3, 4, 6, 10, 45, 8, 9, 51, 6, 9, 60—2, 75, 86, 8). *Lazanu Tiberiu* (7971, 2, 6—8, 80, 2—4, 6—8, 90—3, 8001, 6, 10, 11, 4, 51, 8—61, 5, 9, 71, 4, 5, 78, 81, 2, 4, 8, 91, 131—5, 45, 7, 8), *Lupu Valentin* (7970, 1, 7, 8, 80—3, 5—8, 90—3, 6—9, 8003—6, 10, 2, 28, 48, 51, 9, 60, 1, 5, 7, 81, 2, 103, 31—8, 42, 3, 5), *Moga Virgil* (7970, 1, 4, 6—23, 5—8, 90—3,

8000, 1, 4—7, 21, 5, 91, 42, 91, 31—3, 5, 7, 8, 41—5, 8), *Pădure Ioan* (7907, 11, 13, 6, 20, 1, 3, 6, 20, 1, 3, 5, 8, 31, 3, 57, 70, 1, 6—88, 90—3, 5, 7, 8000, 1, 5—7, 51, 60, 1, 7, 81, 8, 90, 1), Petraru Constantin (7976, 9, 82, 93, 5, 7, 9, 8004—6, 24, 133, 4, 7, 8, 40—2), Pahonțu Vasile (7970, 1, 4, 6—83, 5—8, 90, 2, 5, 7, 8000, 1, 5—7, 60, 1, 5, 71, 81, 8), *Precup Radu* (7970, 1, 4, 7—80, 3—7, 90, 2, 8003, 6, 14, 45, 7—9, 60, 3, 5, 7, 9, 71, 81, 2, 5, 8, 131—5, 7—5, 7), *Pruteanu Neculai* (7918, 20, 1, 3—9, 32, 70—2, 6—88, 90, 2, 3, 8000, 1, 4—6, 73, 81, 4, 8, 90), Rusu Gheorghe (7971, 6, 93, 7, 9, 8000, 24, 8, 31, 82, 4, 32—45, 7—9), *Stănel Reni* (7970, 1, 4—88, 92, 3, 7, 8000, 1, 4—7, 10, 20, 31, 45, 7, 8, 51, 9, 60, 71, 5, 131—4, 9, 40), *Știrbuleac Constantin* (7970, 1, 6—9, 81—8, 91—3, 5, 7, 1, 8001, 4, 5, 6, 48, 51, 60, 4, 81, 4, 8, 90, 131—4, 7—40), Țîrdea Ioan (7907, 16, 8, 20, 1, 3—6, 8, 30, 2, 43, 70, 1, 6—8, 83, 4, 8032, 71, 81, 7, 8), *Văleanu Neculai* (7970, 1, 6—81, 3—8, 90—3, 5, 7, 9, 8000, 1, 4—6, 9, 10, 24, 70, 1, 5, 7, 73, 81, 4, 8, 90, 132—4, 40, 5, 8), *Volvatic Ioan* (7907, 13, 8, 9, 20—36, 41, 62, 3, 70—8, 82—7), *Vrasăzică Mihai* (7970—2, 4, 6—8, 90—3, 5, 7, 9, 8000, 1, 4—6, 24, 51, 60, 1, 4, 5, 7, 73, 81, 4, 8, 90, 132—4, 40, 5), *Zaharia Vasile* (7907, 18, 20, 1, 3—6, 8, 1, 32, 43, 57, 70, 1, 6—88, 90—3, 5, 8000, 4, 6, 7, 60, 1, 5, 7, 71, 3, 81, 4, 5, 8,) *L. 4* cl. VI Wechsler Nadia (2651—4, 6, 61, 73, 5), cl. VII Știrbu Rodica (2641, 4, 53, 4—6, 8—64), cl. IX Ojog Nicoleta (2705—7, 8019, 20, 66, 7, 95, 7—101, 61), *L. 5.* cl. VII Gogu Mircea (2690, 1, 3—7, 706), *L. 6.* cl. VII Wasserman Sorin (2653—5, 61, 3—7, 7982, 7), *L. 7* cl. VIII *Crulicovski Ariadna* (2639—46, 61—7, 77, 8, 80—4, 6, 7, 9, 7933—6, 8017, 9—21, 97—101), Dimitriu Laurențiu (2431—4, 34, 6—44, 6, 7, 7933, 5, 6, 41), Mardare Corneliu (2639, 41, 3, 6, 70, 1, 8, 80, 1), Păduraru Gabriela (2639——46, 61—3, 5—7, 80—4, 7933—7, 8019, 97—101), cl. X Agapie Elena (7933, 72, 4, 7, 8, 80, 2, 4, 5, 91, 7, 8001, 48, 51, 6, 3, 81, 2, 4, 8, 90), Grosu Rodica (7972, 6, 8018, 21, 51, 81, 2, 8, 90, 140, 8, 76), *L. 8* cl. VII Mihalache Violeta (2655, 7, 8, 61, 3, 7, 71, 94, 9), cl. X Afloarei Rodica (7928, 31, 3—6, 41, 51, 61, 9, 90, 103), Builă Horia (7176, 8026, 67, 75, 109, 95, 7, 8, 100, 10, 1, 34, 7, 8, 40, 7, 65, 76), Fișman Sima (8020, 2, 51, 8, 61, 71, 88, 90, 9, 100, 37, 8, 40), Gheorghiu Aurora (8048, 51, 6, 61, 74, 88, 90, 9, 100, 34, 7,8, 40, 5), Gheorghiu Corina (8049, 31, 2, 8, 65, 71, 8, 88, 97, 100, 9, 34, 7, 8), Unișor Eugenia 7931, 3, 5, 41, 57, 78, 82, 5, 8020, 51, 8, 61, 88), Znacme Georgeta (7925, 8, 31, 3—6, 41, 57, 76, 8, 82, 93), *L. 9* cl. VI Aveselan Doina (2651, 3, 5, 51, 70—2, 97), cl. X Köpecsiri Andrei (7974, 5, 8—80, 2, 4—7, 90, 8001, 5, 6, 14).

IONĂȘENI (Suceava). *Ș. g.* cl. VII Manolache Dumitru (2636, 8, 9, 42, 3, 55, 7—60, 2).

ISLAZ (București). *Ș. g.* cl. VIII Miertoiu Gheorghiță (2639, 42—5, 7, 7933—6).

IȚCANI (Suceava) *L.* cl. V Călin Elena (2632—4, 8, 51, 9, 73—5).

ISVOR (Oltenia). *S. g.* cl. VI. Dincă Liana (2670, 1, 3, 5, 90, 1, 4—7), cl. VII, Dorobanțu Mioara (2658, 63, 6, 72, 3, 5, 81, 94), cl. VIII Dumitru Ion (2663, 84, 99, 61, 8019, 97—9, 101).

IZVOARELE (Bacău). *Ș. g.* cl. VIII Mazilu Florentina (2649, 51, 62, 9—71, 81, 2, 4, 90, 1, 4, 701, 2, 5—7).

LĂPUȘATA (Argeș) *Ș. g.* cl. VIII Voinescu Radu (2650, 4—67, 7978, 93).

LĂPUȘUL ROMÂNESC (Maramureș). *Ș. g.* cl. VIII Mușiu Nicolae (2681—4, 7, 9, 91, 705—8, 8020, 97, 9).

LEHLIU - SAT (București) *Ș. g.* cl. VIII Ciornei Filofteia (2640—3, 70, 706, 7, 7934, 5), Nedelcu Constanța (2651—3, 63, 5, 6, 72, 81, 3, 94, 8019, 20).

LEHLIU (București) *Ș. g.* cl. VI Mașină Carmen (2651—3, 7, 70, 980, 91, 2).

LIPĂNEȘTI (Ploiești) *Ș. g.* cl. VI Dumitrescu Elvira (2657, 64, 70, 1, 5, 90, 4, 6, 7), Manole Gheorghe (2655, 7, 60, 4, 70—3, 90), Ursu Ion (2657, 64, 70, 1, 5, 90, 1, 4, 6, 7).

LIPOVA (Banat). *L.* cl. IX Wild Günther (2684, 7974, 8, 80, 2, 6, 93, 8001, 4, 14, 21, 6, 97), cl. X Rădulescu Mugurel (8051, 2, 78, 81, 8, 90, 7, 9, 100, 33—5, 43, 7).

LUCĂCEȘTI (Bacău). *Ș. g.* cl. VI Dăscălescu Luminița (2657, 60, 70, 1, 3—5, 91, 2, 4)·

LUDUȘ (Hunedoara). *Ș. g.* cl. VIII Muntean Aurel (2663, 4, 7, 81—4, 7, 705—8).

LUDUȘ (Mureș Aut. Maghiară). *L.* cl. VIII Bacinscki Petru (2639, 43, 5, 6, 7939, 5, 6, 41).

LUGOJ. *L. 1* cl. IX Saupe Dorin (2667, 84, 5, 7, 9, 95, 7, 8017, 8, 100, 1), cl.XI Dragomir Mărioara (8047, 8, 50, 1, 9, 60—3, 5, 75, 9, 87, 132, 4, 43—8), *Orbulov Petru* (7915, 57, 62—4, 71—4, 7—86, 8021, 8, 31, 2, 42, 3, 5, 7, 8, 59—61, 5, 70, 1, 5, 8, 90), *Bloc Ivan* (7977—88, 90—4, 6—8, 8000, 1, 4, 6, 7, 8, 11, 4, 5, 6, 7, 21, 2, 5, 6, 8—32), 8193, 7—201, 4, 5, 7—10, 3, 5—7, 21, 6—37, 9, 40, 3, 4, 53, 64, 72, 4—80, 2—4, 92, 3) *L. 2* cl. VI Danubian Dragoș (2653, 5, 7—62, 4, 5), Olariu Silvia (2651, 2, 7, 70, 1, 5, 7, 81, 90, 1, 4, 7), Toderici Delia (2650, 1, 69, 70, 1, 90—2), cl. VIII Olariu Emil (2655, 7, 60, 1, 4, 70—3, 9—81, 90—2).

LUPENI. *L.* cl. IX Dumbravă Marian (2703—8, 8018, 20, 1, 98, 161, 4, 6), cl . *Bon Tiberiu* (7970, 2, 4, 6—8, 80, 2—91, 5—7, 8001, 4—6, 9, 10, 19—22, 6, 9, 39, 48), Brădiceanu Ion (8039, 43, 8, 51, 8, 60, 1, 5, 78, 81, 8, 9, 134), Laziun Vasile (7970, 2, 6, 9, 80, 5, 6, 90, 1, 3, 8001, 4, 6, 21—3, 6, 31), Malozanek Antonia (7920, 8, 34, 7, 60, 8019, 20, 4, 31, 8, 51, 88, 97).

MĂGURA (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VI Podoreanu Mariana (2670—2, 4, 90, 2, 4, 7, 710, 3, 4).

MANĂSTIREA (Cluj). *Ş. g.* cl. VIII Chiorean Doina (2661—3, 6, 82—4, 7, 99, 706, 7, 100).

MĂRĂŞEŞTI (Galaţi). *Ş. g.* cl. VI Cozma Ion (2670, 1, 3—5, 81, 91, 4—7), cl. X Popa Vasile (7974, 8022, 6, 31, 43, 8, 50, 1, 3, 60, 1, 3, 78, 81, 4).

MARGHITA (Crişana). *L.* cl. X Magy Iosif (8020, 48, 51, 61, 5, 82, 8, 90, 9, 109, 33).

MEDGIDIA (Dobrogea) *Ş. g. 1* cl. V Cherin Norten (2669—71, 90, 2, 709, 10, 2, 3) *L. 1* cl. IX Tonus Florida (7980, 2, 6, 7, 91, 3, 8019, 20, 47, 80, 1, 4, 100, 1).

MEDIAŞ. *L. 1.* cl. VI Vlăduţ Mihaela (2632—4, 6—8, 51, 61), cl. VIII Vlăduţ Tudor (2640, 1, 3, 83, 7933, 4, 40, 1), *L. 2* cl. VII Luncean Rodica (2636, 7, 43, 55, 9, 63, 5, 6, 78, 81).

MELINEŞTI (Oltenia) *L.* cl. X *Popa Dumitru* (8039, 45, 7, 8, 50, 1, 6, 8, 60, 1, 3, 5, 9, 70, 8, 81, 2, 4, 5, 6, 8, 90, 1, 7—100, 7, 10, 1, 31—4, 8, 40, 2—5, 54, 62).

MIERCUREA (Hunedoara). *L.* cl. X Dican Irina (8017—20, 5, 6, 8, 95, 7—101), Ludoşan Ioan (8019, 51—4, 67, 9, 75, 81, 4, 8, 91, 7, 100).

MIHAI KOGĂLNICEANU (Dobrogea). *L.* cl. X Iusuf Timuşin (8019—22, 8, 97—100, 9, 10, 61, 2, 5).

MÎNECIU UNGURENI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VI Filipescu Georgeta (2633—9, 51—3, 60, 1, 9, 73, 4), cl. VIII Baciu Emilia (2651—3, 5, 7, 8, 63, 4, 8019, 20), Pîrvu Sorin (2650, 2, 4, 8, 61, 37, 8019, 20), Profirescu Alexandru (2651, 62—4, 6, 83, 8020, 97, 8, 101), cl. IX Preda Viorica (2646, 66, 7, 7932—4, 6, 8, 9, 40, 1, 57).

MIROSLĂVEŞTI (Iaşi) *Ş. g.* cl. VI Dumitrache Gabriela (2652, 5, 6, 9, 60, 9, 73, 5, 90, 4, 7).

MIZIL (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VI Dumitrescu Ana (2651, 60, 70, 1, 5, 90—2, 5), Ionescu Elena (2651, 71, 90—7), cl. VII Drom Elena (2663, 7, 70—2, 8, 90, 4, 9), cl. VIII Popescu Nicolae (2652, 3, 60, 2, 6, 9, 74, 5, 87, 9, 90—2, 4—8, 700, 1, 4, 6, 8, 8020, 98, 100, 54, 61), cl. IX Vlădăreanu Doina (2684, 5, 7, 9, 705—8, 8097—100, 162, 5).

MOINEŞTI (Bacău). cl. VIII Andre Ludmila (2675, 6, 90, 1, 3—7, 701, 2, 4—8, 8097, 8), cl. IX Cristea Dan (2646, 65—7, 7933—6, 9, 41, 8018, 20), cl. X Ştefan Doru (7972, 6, 8026, 31, 20, 4, 7, 8, 51, 8, 61, 5, 81, 8, 90), Absolvent Moconaşu Gheorghe (8131, 2, 4, 7—43, 5—8).

MOLDOVIŢA (Suceava). *L.* cl. X *Darie Viorel* (7976, 8020—2, 8, 9, 31, 2, 41, 8, 9, 51—4, 6, 8, 60, 1, 3—5, 71, 5, 8, 80, 1, 4, 8, 90—2, 5, 7—101, 3—5, 7).

MORENI (Ploieşti). *L.* cl. VI Scheinfort Spirea (2632—4, 6, 7, 9, 42, 9—52, 9, 61, 2, 4, 5, 70—5), Raicu Viorel (2655, 7, 9, 9—61, 70—5, 90, 2), cl. VII Buzilă Cristina (2631, 6, 7, 40, 1, 57, 70, 1, 5, 7—9), Feldman Cristina (2649—66), Moisescu Cristian (2657, 8, 60, 1, 3, 6, 7, 70—2, 4, 5, 7, 91, 2), cl. VIII Andrei Cornelia (2632—4, 8, 51—3, 7911, 8097, 8, 100), cl. IX Oprescu Marian (7933—7, 41, 77, 9, 80, 2, 4, 6, 7, 91, 3, 8001, 5, 10, 9—21, 97, 8, 100, 1), cl. X Andreescu Adrian (7976,—80, 2, 4, 6, 7, 90, 3, 8001, 4—6, 20, 6), *Bollres Cristian* (7913, 23, 5, 8, 30—6, 9, 41, 7, 9, 64, 80, 2, 6, 91—3, 9, 8001, 5, 6, 20, 1, 51, 75, 81, 2, 8, 91). Copilu Adrian (7976, 8, 9, 86, 93, 8004, 6, 51, 8, 98, 111, 38), Dinu Aurel (7923, 5, 31, 4—7, 41, 78, 80, 6, 93, 8020, 6, 51, 63, 74, 81, 8, 100, 11), Dobreanu Micea (7976—80, 2, 4—6, 8, 90, 3, 7, 8001, 6, 20), Emiu Mihai (7976—80, 4—7, 90, 1, 9, 8004—7, 10, 20, 6, 48, 50, 1, 61, 5, 75, 8, 100), Haragiş Ana (7978, 86, 93, 8020, 49, 51, 63, 74, 5, 81, 4, 8, 91, 100, 11), Iliescu Ion (7913, 14, 23, 32—5, 9, 49, 57, 64, 74 7, 8, 80, 3, 4, 6, 90, 2, 3, 8004—6), Ilinca Georgeta (7925, 8, 33—5, 49, 57, 78, 86, 93, 8020, 49, 51, 63, 74,, 84, 8, 91, 100, 11), Matei Gh. (7976, 8—80, 6, 7, 90, 7, 8001, 1, 20, 6, 51, 8, 60, 1, 5, 74, 5, 81, 4, 8, 134, 8, 9, 42, 3, 4, 7, 8), *Nistor Marin* (7923, 5, 31, 3, 4, 6, 9—41, 75, 64, 77—80, 2, 6, 7, 90, 3, 8001, 5, 6, 19, 20, 2, 6, 48, 51, 65, 81, 8, 91, 100, 11), Păsătiou Vasile (7971, 2, 4, 81, 4, 94, 7, 8005, 7, 10, 1, 8, 22, 6), Şerban Gh. (7976, 8—80, 2, 6—8, 91, 3, 4, 7, 8001, 4, 6, 20), *Vlaicu Petrică* (7970, 2, 6—82, 4—7, 90—4, 7—9, 8001, 4—7, 10, 1, 4, 5, 8—22, 6), cl. XI Bunu Nicolae (7971, 2, 5, 6, 8026, 48, 51, 6, 8, 60—2, 4, 78, 81, 2, 5, 8).

MOTRU (Oltenia). *L.* cl. IX Durlă Valeriu (2667, 84, 7, 9, 705, 6, 8, 19, 20, 97—100, 61).

NADLAC (Banat) *Ş. g.* cl. VIII Bătăran Ştefan (2631—41, 4, 50—3, 7, 8, 60, 3—7, 7933, 5, 6, 41).

NADRAG (Banat). *L.* cl. IX Dragotă Dragoş (2665—7, 84, 7, 9, 705—8, 18, 100, 1), cl. X Cromanic Ion (7978, 82, 6, 93, 8001, 18, 20, 43, 51, 61, 5, 71, 4—6, 8, 91, 4, 7—101, 33, 40, 61, 2, 209, 10), Popescu Pavel (7974, 7—80, 2, 4—6, 90, 3, 7, 8001, 4—6, 13, 8, 20, 51, 8, 60,1 , 3, 5, 9, 70, 5, 81, 2, 4, 10, 4, 7—108), Absolvent Bolescu Gheorghe (7970 1, 5, 7—80, 3, 4, 6—8, 93, 8001, 4, 6).

NEGOSTINA (Suceava). *Ş. g.* cl. VI Bileţchi Clara (2651, 3, 7, 69—75, 90, 4).

NEGREŞTI. (Maramureş). *L.* cl. VIII Somle Ana (2661, 79—81, 3, 4, 100), cl. IX Ursu Constantin (2683, 7, 704, 6—8, 8097, 8, 100, 39, 52, 52), cl. X Bledea Ioan (7976, 7,

85, 97, 8028, 51, 6, 60, 91, 133, 4, 7, 8, 40, 8), Ciocan Gheorghe (7970, 4, 9, 8000, 22, 4, 5, 9, 31, 2, 45, 56, 8, 60, 133, 4, 40—5, 8, 54).

NEGRU VODĂ (Dobrogea). Bustiuc Adrian (7972, 88, 8039, 41, 3, 50, 1, 3, 4, 8, 61, 5, 7, 9—71, 3—5, 80—2, 91, 2, 99, 100, 2—6, 11, 2, 7, 9).

NOVACI (Oltenia). *L.* cl. VII Bădescu Elena (2649, 51, 7—64, 70—5, 9—81, 3), Ivan Ionel (2649—53, 5, 7—9, 61, 3, 4), cl. X Zaharia Nicolae (8019, 25, 6, 8, 43, 61, 5, 81, 2, 4, 91, 6, 8, 100, 1).

NĂVODARI (Dobrogea). Absolvent Kiss Eugen (8039, 43, 5, 8—51, 3, 4, 8—62, 4, 5, 9, 81, 2).

NUCET (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VII Oprea Elena (2636, 40, 1, 61—3, 93, 4, 7, 9, 700), Popa Doru (2662—4, 7, 93—5, 7, 9, 700).

OCNA MUREŞ (Cluj). *L.* cl. VI Dondrea Alexandru (2632—4, 70—3, 9, 80, 1), Liţeanu Mariana (2655, 7, 70—3, 80, 17), Oancea Cecilia (2651, 62, 70, 1, 3, 9—82, 7), cl. VII Chercheş Ioan (2635—9, 54, 7—9, 61, 3 78, 90, 1), cl. X Filip Ana (7974, 6, 8, 85, 93, 8004, 11, 20, 8, 31, 51, 75, 81, 4, 8).

OGRADENA (Banat). *Ş. g.* cl. VII Creţu Ovidiu (2636—8, 43, 5, 58, 9, 61, 3, 5).

OLARI (Crişana). *Ş. g.* cl. VIII Bătrîn Gheorghe (2632, 4, 6, 8, 43, 50, 1, 5—60, 4, 5).

OLTENI (Bucureşti). *Ş. g.* cl. V Preda Marin (2650—2, 69—71, 90, 1), cl. VII Preda Ştefan (2653—62, 75), cl. IX Titu Zamfir (2684, 5, 7, 9, 706—8, 8097, 9, 100, 7, 111, 45, 6).

ORADEA. *L. 1* cl. X Bîrău Marieta (7913, 34, 64, 77, 8, 80, 5, 90, 8020, 8, 51, 8, 88, 97), Lipui Smaranda (7923, 5, 8, 30, 1, 3, 5, 41, 60, 4, 8020, 9) Panca Mariana (7913, 6, 30, 2, 9, 41, 57, 60, 72, 7, 8, 8020, 8), cl. XI Vasile Nicolae (7970, 2, 4, 5, 8038, 56, 8, 60, 6, 78, 80 2, 4, 8, 90, 4, 138, 40, 4), *L. 2* cl. VII Cocoş Petru (2664, 70-2, 81, 94, 5, 9, 701), cl. IX Bondar Mircea (2645, 6, 66, 7, 7933, 9—41), cl. XI Maghiar Ioan (8048, 50, 1, 6, 8, 60, 1, 5, 81, 2, 5, 7, 8, 90, 137, 8) *L. 4* cl. X Guţeanu Zorina (7923, 5, 33—5, 41, 4, 7, 57, 8018—20, 6, 31).

ORAŞUL DOCTOR PETRU GROZA, *L.* cl. X Török Arpad (7977—82, 5—8, 90, 1, 3, 7, 8000, 1, 4, 6).

ORAŞUL GHEORGHE GHEORGHIU DEJ. *Ş. g.* 3 cl. VI Schwarz Ingrid (2651—3, 6, 7—9, 70, 1, 2, 4, 5, 90, 4), *Ş. g.* 5 cl. VII Neaga Emil (2635—8, 60—3, 5). *L. .1.* cl. IX Radu Vasile (2667, 84, 7, 9, 704, 6—8, 8020, 99, 100, 65), cl. X Ghioc Vasile (7914, 23, 5, 8, 30—3, 5, 40, 1, 57), Lemnaru Gh. (7977, 8018, 20—2, 6, 31, 95, 7, 100, 33, 4),.

ORĂŞTIE (Hunedoara). *L.* cl. VI Cociorvă Rodica (2651, 2, 55—7, 9—62, 4).

ORAVIŢA (Banat). *Ş. g. 2* cl. VII Gion Ionel (2653, 4, 6—60, 2, 4, 72—4).

ORBEASCA DE JOS (Bucureşti). *Ş. g.* cl. VI Dobre Florea (2631—6, 8, 51, 2). cl. VIII Badea Lucian (2641, 5, 62—5, 8, 80, 9).

ORLEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VIII Diaconeasa Costin (2666, 78, 80, 3—6, 9, 99, 701, 5, 6, 700), Dobrică Florin (2639, 43, 4, 62—4, 6, 7, 7933, 4). Dumitru Etica (2663, 81—3, 99, 701, 6—8), Florescu Constantin (2678—87, 9, 99, 701, 2, 4—8, 18—22, 4, 5, 8097—101, 33, 54, 61, 2), Rada Constantin (2681—4, 7, 94, 701, 6, 8, 19, 91), Tudose Constantin (2642, 9, 62, 4, 5, 80, 4, 7, 99, 7934). Vladu Nicolae (2651, 2, 6, 70—4, 90—2, 4).

ORŞOVA (Banat). *L.* cl. VIII Schimea Victor (2670, 1, 81, 3, 47, 9, 90, 1, 4, 9, 706, 7).

OŢELUL ROŞU (Banat). *Ş. g.* cl. VI Lăeţu Ionel (2654, 5, 61, 4, 7, 70, 1, 3, 5, 91), Pop Sandu (2632, 3, 5—8, 57, 80, 73).

OVESELU (Oltenia). *L.* cl. X Chivu Gheorghe (7978—80, 2, 5, 91, 8001, 4, 5, 51, 61, 5, 88, 90, 9), Chivu Nicolae (7936, 82, 8004, 5, 10, 51, 81, 8, 90, 1, 100, 33), Sclarlat Lucă (7972, 4, 6—8, 90, 8001, 14, 21, 2, 6, 51, 63, 7, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7—9, 100, 1), Timidov Teodor (8014, 8, 21, 2, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 1, 7—100, 7).

PĂNCEŞTI (Bacău). *Ş. g.* cl. VII Tănase Elena (2638, 40, 1, 3, 61, 3, 4, 6, 72, 83).

PANCIU, *L.* cl. VI Popa Mihaela (2632, 6, 50, 7—60, 2, 70—3), cl. VII Hongu Dan (2651, 2, 7, 62, 3, 5, 70, 5, 6, 80), Seciu Romeo (2651, 2, 5—7, 60, 4, 70, 1, 3), cl. VIII Manolescu Aurelia (2684, 90—2, 4, 7, 9, 706, 7, 14, 5), Tacu Iulia (2655, 69—71, 4, 9, 90, 2, 4, 7, 706), cl. X *Purdilă Adrian* (7970, 2, 4, 6, 8, 80, 2, 4—8, 90—3, 6, 7, 8000, 1, 4, 7, 14, 15, 8—22, 6, 8, 9, 30—2, 45, 7, 51, 8, 131, 2).

PĂTÎRLAGELE (Ploieşti). *L.* cl. IX Costea Constantin (2665, 7, 84, 7, 704—6, 8, 8020, 99, 100, 11), cl. X Istrate Gheorghe (8048, 51, 60, 8, 90, 7, 100, 1, 7, 11, 33, 4, 7, 8, 40, 8, 209, 10, 2), Olteanu Nicolae (7978, 80, 8019, 28, 51, 7, 68, 82, 8, 90, 1, 7, 100, 1, 11), Podoreanu Aurel (8051, 8, 63, 78, 88, 90, 7, 8, 100, 1, 33, 43, 54, 62), Siliescu Florin (7972, 4, 8019, 21, 6, 48, 61, 3, 5, 8, 84, 97—101, 7, 11, 7).

PĂUNEŞTI (Bacău). *Ş. g.* cl. VI Berbec Neculai (2631, 3, 5, 8, 50, 1, 5, 60—2, 70—2, 90, 2), Mircea Sorin (2620, 31, 5, 43, 51, 7, 60, 4, 75, 80, 90—4, 6), Neagu Nelu (2620, 9, 31, 2, 5, 6, 45, 50, 1, 5), Pătraşcu Maria (2632, 6, 8, 9, 37, 60, 70, 1), Răuţu Anica (2627, 9, 31—3, 5, 6, 9, 49, 51, 7), cl. VII Angheş Zarafina (2631—4, 7, 8, 40, 4, 9, 51, 2, 5, 62—4), Bîrlă Magdalena (2635, 7, 45, 9, 52, 64, 70, 1), Fisan Georgeta (2631,

4—8, 64, 6), Neagu Victoria (2631, 5, 7, 81, 40, 55, 9—61, 3, 90, 4), Nica Maricica (2631 5, 40, 3, 52, 7, 60, 3, 70, 4, 94), Novac Verginica (2635, 7, 40, 5, 9, 50, 4, 7, 61, 2, 6, 70, 3, 4), Pintilie Traian (2633, 8, 40, 51, 2, 7, 63, 4, 7, 70, 4, 701), Postolache Maria (2637, 40, 6, 52, 70, 4, 70, 1, 4, 84, 92, 700). Rogozor Ioana (2631, 5, 7, 40, 6, 63, 4, 70, 1, 4, 83, 90, 7), Roşu Ileana (2638, 43, 51, 7, 8, 63, 4, 6, 70, 1), Tomiţă Ileana (2631, 5, 7, 40, 6, 51, 2, 5, 7, 9, 60, 4, 74, 90), Vîrlan Lenuţa (2636, 7, 42, 6, 9, 51, 7, 64), cl. VIII Gheorghiu Mihai (2631, 3, 5, 6—9, 42, 3, 5, 6, 50, 1, 2, 3, 5, 8, 63, 4, 71), Novac Maria (2639, 40, 5, 58, 62, 3, 7933, 7, 50, 1), Nica Lucica (2638—44, 50, 1, 3, 4, 7, 8, 61, 3). Zaharia Toma (2631, 46, 58, 70, 1, 83, 90, 2, 4, 701).

PEŞTEANA-JIU (Oltenia). Absolvent *Teodorescu Aurel* (8064—7, 9, 11, 28, 43, 5, 7, 8, 4, 8—65, 9, 71, 8, 81, 5, 8, 90, 130—2, 3—40).

PESTIŞANI (Oltenia). *L.* cl. X Bîrzan Ion (7976, 8048, 51, 8, 61, 75, 88, 90, 7—101, 7, 11, 33, 4).

PETROŞENI (Hunedoara). *Ş. g. 4* cl. VIII Duda Iordan (2683—7, 9, 7—100). L. cl. X Roman Adrian (7923, 5, 8, 30—1, 3—6, 70, 7, 8, 8028, 50, 61, 78, 81, 4, 5, 90, 7, 100). Vinze Alex. (7976, 84—6, 93, 4, 8001, 4, 20, 103, 33, 4, 9, 42).

PIATRA NEAMŢ. *L.* cl. X Zoinovici Adrian (7977, 80, 2, 4—6, 90—3, 8001, 5, 19, 20, 43, 8, 61, 5, 90, 7, 9, 100, 1, 3, 11, 33, 4, 9, 40).

PINCOTA (Banat). *L.* cl. XI Chebeleu Petru (7976—7, 95).

PITEŞTI. *Ş. g. 2* cl. VIII Burcea Adrian (2632, 3, 6, 8, 9, 41, 3, 5), 50—3, 60, 2—5, 80, 9, 7933, 41), *Ş. g. 3* cl. V Ionescu Florin (2632, 4, 50—3, 7, 60, 70, 1, 4, 81, 90—2, 4), cl. VI Popescu Radu (2669—75, 80—2), *Ş. g. 4* cl. VII Dumitrescu Dan (2661, 3, 72, 3, 81, 2, 94, 6, 7), Negru Nicolae (2651, 8, 61, 3, 4, 72, 3, 81, 94, 6, 7), Panaitescu Rodica (2653, 4, 7, 62, 3, 81, 3, 94), *Ş. g. 9* cl. VIII Jugănaru Luminiţa (2632, 4, 6, 40, 63, 5, 81—4, 7, 9, 7933, 5), *Ş. g. 10* cl. VIII Matei Vania (2650—3, 7, 64, 9, 70, 1, 81, 3, 7), *L. 1* cl. IX Anghel Sorin (2665—7, 7978, 80, 2, 4, 6, 7, 91, 3, 8004, 18—21), Andurian Eduard (2665—8, 84, 9, 7849, 8017,—21, 99, 111), Bunea Mihai (2665—7, 7982, 4, 6, 8, 91, 3, 8019—21). Cioromela Constantin (2687, 74, 8, 80, 2, 8081, 4, 14, 20, 99, 100, 1, 61), Cureanu Laurenţiu 2665—7, 84, 7, 97—100, 8019, 20, 1), Gheorghe Picol (7907, 10—3, 6, 20, 1, 4, 7, 32—41, 4, 9, 51, 7), Ilie Ştefan (2684—7, 9, 7978—80, 2, 4, 7, 90, 3, 8021, 10, 74, 97—101). Ionescu Radu (2646, 7, 65, 8, 84, 6, 8932, 6, 57, 77—80, 2, 3, 6, 90—3, 6, 9, 8000, 1, 4, 9), Ruse Lilion (7903, 11, 3, 24, 32—41, 3, 4, 7, 9, 57, 70, 9, 57, 70, 9, 85, 8, 90—2, 8005, 9, 11, 4, 20, 32, 45—7), Udrea Corneliu (2684, 7, 9, 705—8, 25, 8095, 7—100), cl. X Chifor Ion (7923, 5, 31, 3, 5, 9, 40, 78, 80, 2, 7, 8, 91, 3, 8004, 20, 1, 43, 8, 51, 65, 7, 88). *Coşciug Alexandru* (7972, 6, 8, 80, 2, 5—8, 91, 3, 9—8001, 10, 48—54, 6, 8, 61, 3, 5, 7, 75, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7—101, 3, 7), *Cotta Emil* (7970, 2, 4, 6, 8, 80, 2, 5—8, 90, 2, 3, 9, 8001, 4, 6, 10, 4, 9—21, 8, 48, 51, 6, 8, 60, 1, 5, 70, 1, 5, 81, 8, 90, 7, 103, 11), Deneanu Nicolae (8039, 48, 50, 1, 60, 1, 74, 81, 2, 8, 90, 100, 33, 4, 8, 40), Nicolae Constantin (7925, 33, 4, 9, 41, 57, 78, 80, 1, 6, 7, 90, 3, 19, 20, 6, 8, 97, 8, 100), Pavelescu Nicolae (7972, 8, 90, 8020, 48, 51, 60, 1, 5, 88, 109, 33, 4, 7, 8, 40, 2, 3, 7), Popescu C. Georgel (8018—22, 6, 48, 51, 75, 88, 97, 8, 100, 1), cl. XI *Caracostea Florin* (7970, 1, 4—88, 8020—2, 40, 4, 5, 7, 8, 51, 8—62, 7, 73, 4, 9, 88—91, 7, 103, 9), *L. 2.* cl. IX Puricel Victoria (2665, 7, 84, 7, 9, 97, 100, 706—8, 8018, 20), cl. X Dumitriu Dana (7925, 30, 2, 4, 6, 8000, 39, 48, 51, 8, 9, 61, 5, 78, 88, 90), Lenileanu Angela (7972, 6, 8039, 43, 8, 51, 8, 134, 40, 2—5, 7, 8), *L. 3* cl. IX Stănciulescu Luminiţa (2666, 7, 7933—7, 9—41, 8017, 20), Absolvent *Oprea Ştefan* (7970—6, 8, 80, 3—7, 8001, 5, 6, 45, 8, 51, 9—63, 5, 78—81, 4, 5, 7—90, 9, 101, 31, 2, 4, 7—40, 2, 3), *Pietreanu Cristian* (8028, 39, 43, 5, 7—51, 3, 4, 6, 8, 60—7, 9—71, 4—86, 8—92, 4, 103, 7, 10, 4, 6, 31—48, 54, 6, 85), L. ind. chimie an I Ion Gheorghe (2665—7, 87, 705, 7, 8, 17, 9, 20, 81, 100).

PLOIEŞTI. *Ş. g. 1* cl. VII Vasile Mariana (2657, 63, 71—3, 76, 9, 701, 5), *Ş. g. 5* cl. VI Mocanu Maria (2654, 6, 91—5, 7), *Ş. g. 9*, cl. VI Vasilescu Cristian (2651, 9, 60, 70, 1, 3, 4, 91, 4), cl. VII Melinţeanu Iolanda (2632, 33, 4, 6, 8, 40, 20, 2, 3), *Ş. g. 11* cl. VIII Ristea Ion (2639, 41, 3, 6, 62, 4, 67, 82—4, 7, 933, 4, 6—8, 82, 4, 6, 7, 91, 8001), *Ş. g. 12* cl. VI Marinescu Mihai (2632, 3, 6—9, 43, 6, 57, 9, 60, 4, 70—5, 7, 8, 80), *Ş. g. 14* cl. VIII Czako Laurenţiu (2670, 1, 83, 7, 701, 1, 14, 7, *Ş. g. 15* cl. VII Şişman Cristian (2651, 4, 5, 7, 8, 60, 1, 7, 70) *Ş. g. 21* cl. VII Andreescu Călin (2631, 6, 8, 9, 45, 9, 63, 4), Dumitrescu Cristian (2633, 8, 71, 6—8, 80, 1), Niculescu Dan (2657, 8, 62, 5, 7, 22, 5, 6, 8, 80, 94, 9, 701, *Ş. g. 23* cl. VIII Stoica Valentin (2649—60, 2—6). *L. 1* cl. V Drăgoi Ştefan (2650, 1, 69—71,90—2), Pantea Tody (2632—4, 51, 69—71, 90—3), cl. VI Crudu Liviu (2652—61), Marinescu Morena (2664, 5, 9—82), Rednic Cristina (2631—9, 41, 3, 6, 9—55, 7—62), cl. VII Schuller Elisabeta (2661, 3, 6, 7, 72, 4, 8, 80, 1, 94), Ionescu Mihail (2654, 8, 63, 6, 7, 72, 9—81), cl. IX Banu Emilian (2667, 84, 7, 706—8, 8095, 7—101, 61), Merea Ion (2665—7, 84, 7, 9, 97—100, 8019—22), Simion Iftimie (2661, 3, 6, 7, 83—5, 9, 99, 70, 4, 6, 7, 7977—80, 4, 5, 7, 90, 1, 3, 8001, 4, 18, 20, 1, 100, 1). Vasilescu Ileana (2665—7, 84, 7, 9, 708, 8020, 95, 100, 1), cl. X Anghelescu Traian (7977, 8, 80, 2, 5—8, 90, 1, 4, 7, 9, 8001), Apostol Teodor (8048, 61, 7, 81, 4, 8, 97, 101, 33, 4, 6, 47, 8, 51), Ardeleanu Marta (7977, 8, 81, 3, 4, 6, 7, 9—94,

8000, 1, 3, 6, 7, 9, 10, 3, 6—8, 20, 2, 8, 31), Ardeleanu Ion (7907, 20, 1, 5, 8, 31—4, 6, 41, 7, 8, 85, 93, 8004, 18, 20, 1, 51), Badiu Despina (7934, 41, 57, 76, 8, 80, 2, 3, 11, 11, 20, 1), Barbu Ion (7976,—80, 2, 5, 93, 7, 8001, 20, 43, 8, 51, 61, 90, 7, 101, 34, 7—40, 60, 90), *Boaldă Nicolae* (7972, 6, 81, 94, 8012, 31—6, 8, 42, 3, 8), Boghici Gheorghe (8048, 9, 51, 5, 6, 61, 7, 81, 4, 8, 90, 1, 7, 101, 7, 9, 33, 4), Borşova Emil (7976—80, 2, 4, 5, 91, 3, 4, 7, 9, 8004, 11, 6, 9—21, 6), Capătă Gabriel (7933—6, 8—41, 82, 93, 8000, 6, 11, 20), Chelaru Cornelia (7925, 33, 77, 8, 85, 8006, 20, 6, 8, 48, 90, 133), Chilf Gabriel (7976, 7, 80,2, 8045, 61, 5, 81, 8, 90, 101, 9, 11, 34, 7, 8, 40), Chiricâ Nicolae (7976, 7, 9, 80, 2, 5, 93, 9, 8004, 11, 6, 9, 20, 1, 6, 32, 88). Craiu Sever (7973—80, 2, 5, 90, 3, 7, 8011, 20, 4819, 45, 88, 90, 100, 33, 4), Dascălu Ion (7982, 5, 93, 8000, 6, 11, 6, 43, 60, 1, 88, 90, 134, 7, 80, 40), *Dobrescu Laurenţiu.* (7970, 8000, 22, 5, 6, 32, 47, 8, 51, 2, 4, 8, 61, 70, 1, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7, 9, 100, 1, 3, 9, 11, 33, 4, 8, 9, 42), Enescu Adrian (7977, 8, 80—2, 4—7, 91, 8001, 11, 2, 9, 20, 95, 7, 100, 1, 65), Filiti Mihai (7923, 32—5, 57, 78, 9, 82, 5, 93, 9, 8010, 1, 6, 20), Ghiţă Maria (8049, 51, 60, 1, 5, 81, 8, 90, 7, 100, 1, 9, 11, 61), Ilie Gheorghe (7976, 8—80, 2, 93, 7, 9, 8010, 1, 6, 26, 88, 90), Iordache Georgeta (7977, 8, 8020, 6, 32, 43, 8, 58, 60, 1, 88, 90, 7, 100, 1), Manea Maria (7957, 76, 80, 2, 10, 11, 20, 49, 51, 61, 5, 81, 8, 90, 7, 100, 1, 9), Monea Nicolae (8048, 9, 51, 5, 6, 61, 7, 81, 4, 8, 90, 1, 7, 100, 1, 7, 9, 11), *Manta Niculina* (7977—95, 7, 9, 8000, 1, 3—7, 9, 10, 3—6, 20—2), Marcu Augustin (7977, 9, 85, 7, 90, 3, 7, 9, 8004, 11, 20, 8, 51, 65, 88, 90, 7, 100, 1, 9), Moroianu Irina (7976, 9, 80, 2, 91, 3, 9, 8004, 11, 6, 9, 21, 6, 32, 88), Muşan Constantin (7923, 33, 4, 6, 75, 8011, 20, 1, 8, 51, 2, 61, 5, 81, 8, 90, 7, 100, 1, 9), Neguş Spiridon (7970, 2, 4, 6—93), Nica Mihai (7977—80, 2, 3, 6—8, 90, 1, 7, 9, 8001, 7, 9, 21, 6, 51, 8, 95), *Niţă Petre* (7910, 2, 3, 21, 3, 5, 8, 31—6, 9, 41, 9, 57, 60, 61, 7—80, 2, 5—8, 90, 1, 7, 9, 8001, 3, 4, 7, 10, 20, 1, 6, 8), Oproiu Letiţia (7970, 8010, 49, 8, 51, 6, 61, 5, 7, 81, 4, 8, 90, 1, 8, 9, 11), Pană Ştefan (8048, 9, 51, 8, 60, 1, 5, 7, 7, 80, 1, 4, 8, 90, 7, 8), 100, 1, 7, 9, 11, 4, 5, 33—9), Păunescu Elena (7957, 76, 7, 80, 2, 9010, 1, 20, 49, 51, 61, 5, 81, 8, 70, 100, 1, 9), Piscoiu Constantin (7972, 6—80, 2, 90, 1, 3, 7, 8006, 20, 8, 48, 9, 51, 60, 5, 81, 90, 33—6, 8), *Popescu Mariana* (7928—, 39—41, 74, 6—80. 2, 4—91, 3, 6, 7, 9, 8004, 6, 10, 1, 6, 9, 21, 31, 2, 48, 88, 90, 100), *Ristea Ilie* (7907, 18, 9, 21, 4, 7, 9, 36, 8—40, 3, 6, 8, 58—60, 4, 74, 6—88, 90, 2, 4, 7, 8004, 6, 7, 9, 20, 2, 3, 6, 8, 20, 1, 8, 31, 2), Spiridon Dumitru (8048, 51, 6, 88, 90, 101, 33, 7, 40, 210, 2, 4), Stere Alex. (7972, 4, 6, 8, 80, 5, 90, 8004, 6, 20, 6, 48, 51, 61, 81, 8, 90, 134) *Neguţ Gh.* (8054, 8——67, 9, 73, 5—7,—99). Făbleţ Domnica (7976—80, 2, 4, 5, 90, 3, 7, 8, 8018—21, 8), Tămăduianu Daniela (7977, 8, 83, 4, 7, 92, 7, 8000, 3, 6, 9, 10), Teodorescu Valentin (7875, 8, 34, 5, 41, 76, 8—80, 5, 9, 8010, 1, 6, 20, 8, 32, 8, 90), Tifigiu Gh. (8043, 58, 60, 1, 5, 88, 90, 1, 7, 134, 6—40, 737, Vasilache Dan (7907, 18, 21, 4, 36, 8—40, 3, 59, 60, 4, 74——6—94, 7, 9, 8000, 4, 6, 7, 10, 2, 6, 8—21, 31), Vasile Marilena (7976,—80, 2, 4—6, 93, 4, 7, 8004, 10, 1, 6, 9—21, 6, 32), Zamfir Elena (7978, 80, 2, 4, 93, 8000, 6, 19, 20, 81, 8, 90, 5, 9, 100), cl. XI *Roman Dan* (7977—95, 7, 9—8001, 3—7, 9, 10, 3—6, 21, 2, 6). *L. 2.* cl. VI Dăscălache Carmen (2653, 60, 73—6, 94—7), Feher Eugen (2670, 1, 3—5, 8, 90—2, 4), Filip Valeria (2651, 5, 9, 60, 72, 3, 94, 5—7), Fulga Cristian (2654—62, 4, 5), Ionescu Mihai (2651, 7, 9, 62, 70, 1, 4, 97), Neaşcu Sorin (2670, 91—7, 708), Rozenfeld Adriana (2669—76, 90—4), Ştefănescu Adina (2651, 2, 5, 61, 9—74), cl. VII Bucheru Raluca (2651, 2, 5, 60, 1, 3,—7), Kluger Alex. (2653—6, 9—61, 3—5), cl. VIII *Munteanu Dinu* (2665—7, 84, 6—9, 701—8, 70, 9, 84, 6, 91, 3, 7, 9—8001, 37, 97—100, 39, 61, 2, 6), cl. IX Andreescu Valentina (2665—7, 84, 7, 706, 7, 7978, 80, 2, 8019, 20, 97, 101, 81), Atnton Petre (2667, 84, 7, 70, 7—80, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 3, 5, 7, 9, 8001, 10, 3, 8, 20, 95, 9, 100, 1), Ballea Gabriel (2666, 7, 84, 7, 7940, 51, 78, 80, 6, 8001, 20, 80, 97, 100), Becher Liliana (2646, 67, 84, 7, 7933, 5, 6, 8, 41, 9, 8019, 20), *Beffa Mihai* (2665, 84, 7, 9, 7970, 4, 8—80, 4—8, 90—7, 9, 8001, 3, 4, 6, 7, 14, 8—20, 50, 4, 7,), Bunuşiu Constanţa (7935, 49, 57, 70, 4, 8, 80, 7, 80, 7, 90, 3, 6, 7, 8002, 4, 20), Burnaru Dan (7974, 8, 80, 7, 93, 7, 90, 6, 8002, 4, 29, 20, 65, 6), Cazan Viorel (2686, 706—8, 78, 80, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 9, 8001, 4, 49, 100, 10), Coereţchi Dimitrie (2604, 87, 704, 6, 8, 77, 8, 80, 2, 4, 93, 8014, 67, 80, 1, 97, 100, 1, 11), *Dobre Doru* (2640, 7, 65—8, 85—7, 7933, 5—9, 41, 57, 80, 2, 4, 7, 93, 8005, 12,19—21, 67, 71, 3, 81, 95, 7—100, 7, 9, 11), Florea Elena (2646, 67, 84, 7, 7933—6, 9, 41, 9, 8019, 20), Coicea Ana (2665—7, 70, 5, 6, 8, 7980, 4, 6, 91, 8020, 67), Grünberg Saşa (2667, 84, 7, 7970, 7—80, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 5, 7, 9, 8001, 10, 3, 8, 20, 81, 95, 100, 1, 11), Iancu Elena (2645—7, 65—7, 7911, 34, 40, 1, 57, 78, 80, 2, 7, 8019), Ilie Alex. (7978, 82, 5—8, 90, 1, 3, 8001, 4, 6, 20), Ioan Octavian (2667, 84, 7970, 7—80, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 5, 7, 9, 8001, 10, 3, 8, 20, 99), Lipănescu Costin (2685, 704—8, 7978, 80, 2, 6, 91, 3, 8001, 99), Lupaşcu Silvia (2645, 84, 7, 9, 7933—6, 8095, 7, 9, 100), Manolescu Paul (2645, 65, 7, 87, 7933, 5, 6, 77, 8 , 80, 4, 6, 91, 3, 81), Pietro Romaniţa (2684, 7, 9, 706, 8, 7977, 8, 80, 4, 6, 91, 3, 8067, 97—101), Ricman Cristina (2686, 7, 7978—80, 2, 4, 6, 91—4, 7, 8001, 4, 7, 14, 20, 75), Sgraon Victor (2689, 704—8, 7978, 80, 4, 6, 90, 1, 3, 8005, 19, 99, 101, 33, 5), Tănase Eugen (2667, 84, 79, 77, 8, 80, 2, 4, 6, 91, 3, 8020, 1, 99—101), Teodor Gheorghe (7977, 8, 80, 2, 4, 6, 17, 90, 1, 3, 5, 8005, 20), *Turtudău Florin* (2665—7, 7878, 80, 2, 4, 6,

7, 90, 1, 3, 4, 7, 9, 8000, 6, 10, 8—20, 47, 50, 3, 4, 74, 5, 81, 97, 100, 1, 3, 9, 11), cl. X *Brăiloiu Ştefan* (7921, 36, 8—40, 59, 64, 74, 7—93, 7, 9—8001, 4, 6, 7, 12, 20, 8, 31), *Brenner Mircea* (7977—93, 5—7, 9—8001, 6—15, 21, 6, 8, 9, 31, 2), Bucur Teofil (7971, 97, 8022, 45, 7—51, 3, 4, 6, 8, 60, 1, 3—5, 71, 8, 80, 1, 8, 90, 1, 7—101, 3, 4, 7, 10, 1), Căruţaşu Raymond (7977—80, 4—7, 90, 1, 3, 6, 7, 9, 804, 6), *Cireimaru George* ((7913, 23, 5, 31—6, 9, 40, 57, 70, 7—80, 2, 4—7, 90—3, 7, 8001, 4, 10, 20, 1, 90, 7, 100, 11), Circioagă Teodora (7972, 4, 8028, 60, 131—4, 8, 40, 4, 6, 51, 7), Dinescu Florin (7976, 8, 80, 8005, 6, 20, 8, 51, 81, 8, 90, 101), Dinu Dumitru (7971, 6, 8—80, 4, 5, 90, 2, 3, 7, 8004, 6, 20, 8), Duţescu Constantin (7983, 5—8, 90, 1, 3, 8001, 4—6, 10, 1, 8—22, 6), Ghinescu Elena (7923, 5, 8, 31, 3—6, 40, 1, 4, 57, 60, 4), Magheroiu Victoria (7978, 80, 2, 6, 7, 90, 1, 3, 8019, 31, 99, 107, 20), Marinescu Mihaela (7970, 4, 8—80, 2, 90, 1, 3, 8000, 4—6, 11, 8—21), Mircea Eugen (7982, 8001, 4, 6, 20, 6, 31, 8—40, 76), *Orăşanu Laurenţiu* (8026, 8, 9, 40, 3—5, 7—55, 7—66, 71, 3—5, 8, 9, 81, 2, 4, 5, 7—94, 103, 7, 18) Rotescu Mihai (7972, 7—80, 2, 5—7, 9, 8001, 5, 6, 11, 4, 20), Soldon Maria (7933—6, 9—41, 76, 8019—22, 6, 8), Toma Liviu (7978, 80, 5, 91, 3, 5, 9, 8006, 58, 60, 1, 7, 80, 8, 90, 7—101, 4), Vişinescu Vasile (7976—80, 2, 5, 90, 1, 3, 8001, 4—6, 20), Zotta Ştefan (7976—80, 2, 5—7, 91, 2, 6, 9, 8001, 5, 6, 11, 9—21, 6, 8, 9), *L. 3.* cl. V Iancovescu Catinca (2650—2, 69—70, 90—2), cl. X Marinescu Cornel (7971, 2, 4, 5, 7—93, 5, 7, 9, 8003—7), *L. 4* cl. IX *Dinu Tănase* (2665—7, 84, 6, 7, 9, 704—8, 7974, 8, 80, 2, 6, 7, 91, 8017—20, 53, 4, 72, 3, 4, 80, 1, 91), 133, 5, 9, 42, 54, 9, 61, 2, 5, 6), *L. 5* cl. V Grib Aldina (2561, 2, 69—71, 90—2), cl. VI Eftimie Mihaela (2638, 9, 41, 3, 6, 9, 50—2, 5, 60, 1, 4, 9—82, 9), *L. 6.* cl. VI Dinescu Costin (2649——55, 9—61), cl. IX Anton Costel (2665—7, 84, 7, 704—8, 7970, 8, 82, 93, 4, 9, 8001, 4, 20, 1, 81, 5, 7, 100, 11), cl. X Stan Constantin (8025, 6, 8, 39, 45, 7—56, 8, 60, 1, 70, 1, 3, 4, 5, 81, 2, 4, 5, 8, 90), Saroş Viorel (7970, 1, 6, 8045, 51, 73, 881, 8, 90, 131, 3, 9, 40), cl. XI Teodorescu Marius (7973, 909, 20, 2, 77, 8, 83), 8017, 20, 60, 1, 81, 8, 131, 8, 40——2, 5).

PLOPENI (Ploieşti) *Ş. g.* cl. VI Bulumeza Sorin (2669—73, 7, 8, 80, 1), Iorga Viorel (2657, 9, 60, 70—5, 91, 4—7), Rotaru Despina (2672—5, 90—2, 5—7), cl. VIII Toma Rohela (2677—82, 705—7, 7933), *L.* cl. IX Cimpoiaşu Gh. (2688, 704, 6—8, 8067, 75, 97, 100, 1, 4, 63, 5—7), Petrescu Lucian (2685, 6, 8, 704—8, 19, 81, 91, 7, 8, 100, 11), cl. XI Drăgan Nicolae (7978—82, 91, 2, 8001, 45, 8, 52, 9—61, 3—6, 74, 81, 8, 90, 111).

POGOANELE (Ploieşti). *L.* cl. X Drăgan Aurelia (7982, 5, 8001, 20, 6, 8, 81, 4, 90, 7, 9, 100, 34).

POSADA (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VIII Păstrămoiu Dan (2639, 43, 61—8, 83, 7934, 6, 7, 40, 57, 8017—20), Tomiţă Valerian (2643, 61, 3, 5, 7, 7935, 40, 9, 57).

POTIGRAFU (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VI Mihai Florentina (2652, 5, 6, 62, 4, 5, 72—5, 90).

PREDEŞTI (Oltenia). *Ş. g.* cl. VII Bică Marin (2658, 9, 61, 4, 73—5, 7, 81, 3).

PRUNDUL BÎRGĂULUI. *L.* cl. VI Iambor Gheorghe (2651, 69—71, 5, 90—2, 7), cl. VII Florica Maria 2653, 7, 9, 60, 3, 6, 90, 4, 9).

PUCHENII MARI (Ploieşti). *Ş. g.* cl. VII Raţă Iulian (2660, 2, 4, 72, 4—6, 81, 3).

PUCHENII MOŞNENI (Ploieşti), *Ş. g.* cl. VII Chiriţă Georgeta (2694, 5, 7, 9, 708, 14, 5, 7—21), Georgescu Gheorghe (2672, 3, 81, 4, 94—7, 9), Grigore Florentina (2653, 5, 9, 66, 72, 4, 81, 3, 4, 94, 9), Ion Mihai (2659, 72, 81, 3, 94, 6, 705, 101), Ioniţă Maria (2670—5, 81, 3, 4, 8101), Manole Ioana (2695, 716, 7, 20, 708, 14, 5, 9, 21), Nicolae Elena (2653, 5, 9, 66, 72, 4, 80—4, 94), Paraschiv Elena (2653, 61, 3, 72, 4, 81, 3, 4, 84, 9, 705). Paraschiv Marin (2673, 6, 80, 3, 6, 94—6, 9, 8101), Tudor Elena (2680, 2, 3, 94, 5, 7, 9, 708, 101), Tudor Vasilica (2672—5, 81, 3—5, 99, 705, 8099, 101), Tudor Vasile (2655, 63, 5, 72, 81, 3, 94, 9), cl. VIII Petre Gheorghe (2667, 84, 7, 704—7, 8017, 9, 20, 97, 8), Stan Vasile (2680—7, 9, 99, 701, 2, 4—8).

PUCIOASA (Ploieşti). *Ş. g. 1* cl. VII Căprăruş Simona (2653—67, 72—4, 8019, 20), *Ş. g. 2* cl. VII Benu Aurelian (2659—61, 3, 4, 9—75, 90, 4), L. cl. IX Coloianu Camelia 2,665—7, 84, 7, 704, 6—8, 20, 95, 7, 101, 54, 100), Costescu Viorel (2645—7, 65—7, 87, 9, 7933, 41, 8097, 8, 100), Lungu G. (2665—7, 84, 7—9, 703, 8018, 20, 95, 100, 1, 4, 5, 7, 9), Mântescu Ovidiu (2666, 7, 84, 7, 7933—6, 40, 1, 8020), 98, 100), Vlad Eugenia(2665—7, 48, 5, 7, 9, 704, 6—8, 8020, 99), cl. X *Popescu Cornel* (8039, 44, 51, 61, 3, 5, 75, 8, 81, 8, 90, 7—100, 7, 11, 32—40, 2, 3, 5—8, 66, 203), Sencovici Gabriela (7903, 21, 4, 39, 41, 8, 57, 7, 8, 80, 2—4, 90, 1, 3, 5, 6, 8000, 1, 4, 6, 8—11, 3—5), Tudor Constantin (7976, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 8020, 39, 48, 61, 81, 90, 100), cl. XI Despa Ion (7974, 7, 8000, 49, 51, 8, 60, 81, 8, 90, 145). Diaconu Gheorghe (7907, 8, 11, 2, 6, 8—32, 47—9, 57—60, 2, 4, 70—93, 5—7, 9, 8000 . Absolvent *Diaconescu Ion* (8042, 4, 5, 7—51, 8—63, 71, 8, 9, 81——4, 7, 103, 12, 31, 5, 7—144, 54, 6, 7).

PURONI (Bucureşti). *Ş. g.* cl. V Cismaru Gheorghe (2650—2, 5, 69—71, 91, 2).

RĂCARI (Bucureşti). *L. 1* cl. IX Dumitru Nicolae (2665—7, 84, 7, 9, 7978, 80, 2, 6, 91, 8001, 21, 97, 8, 100), cl. X Gavrilă Ion (8021, 2, 31, 51, 81, 8, 103, 4, 9, 8111, 48, 73, 5), Niţescu Alexandru (8048, 53, 4, 8, 75, 81, 4, 90, 1, 111, 48, 66, 7, 76, 85).

RĂDĂUŢI. *L. 2* cl. VIII Weinstein Bertha (2661, 3, 80—3, 7, 8020, 97, 100).

REŞIŢA. *Ş. g. 2* cl. VI Horvat Andrei (2651, 3, 5, 61, 72, 90, 5, 6, 7), *L. 1* cl. IX Fekete Otto (2684, 7, 705—7, 7978—80, 2, 4, 6, 7, 90—3, 4, 9, 8001, 4, 10, 2, 32, 71, 4 111), cl. X Andrei Radu (7974, 8, 80, 2, 4—6, 93, 9, 8001, 4, 11, 8—20, 6, 8), *L. 2.* cl. V Petruţani Adina (2669, 70—2, 5, 6, 91, 6, 7), cl. X Ionescu Cristea (7977, 8, 80, 4, 93 8051, 8, 81, 2, 8, 90, 7).

RM. VÎLCEA. *Ş. g. 1* cl. V Rădulescu Relu (2650—3, 5, 7, 9, 60, 2), *Ş. g. 5* cl. VI Ionescu Lucian (2670—3, 5, 90, 1, 7), Trandafir Constanţa (2653, 7, 64, 70—5), cl. VII Pistol Cristina (2653, 5—7, 62, 4, 5, 72, 3, 81, 2), *L. 1* cl. IX Pavelescu Ilie (2665—7, 2705——8, 81, 7, 8019, 20, 161, 2, 5), Pistol Gh. Gelu (2665, 7, 84, 7, 704, 8, 8020, 100, 1, 65), Poip Mihai (2665—7, 87, 705—8, 8100, 61, 2, 5) Smeu Constantin (2665—7, 87, 705—7, 8100, 61, 2, 5, 19, 20), cl. X Apsan Ion (7984, 5, 7, 8, 93, 8101, 5—7, 10, 16, 9, 61, 70, 88, 197, 134, 5, 40), Bărăscu Dumitru (7976, 84, 8006, 10, 9, 22, 6, 49, 52—4, 60, 84, 8147, 8), Brădeanu Florin (7977, 8, 85, 8, 99, 8006, 10, 26, 48, 51, 60, 1, 100, 1), Butucea Ovidiu (7984, 7, 93, 8001, 5, 6, 7, 10, 13, 6, 48, 60, 1, 73, 133—6, 40, 60, 5), Cernătescu Gheorghe (7989, 9, 8006, 10, 9, 26, 48, 51, 60, 1, 3, 81, 4, 97, 100), *Diaconu Nicolae* (7977—80, 2, 4, 5—8, 90, 1, 3, 5—7, 9, 8001, 4—6, 9, 10, 5, 9, 20—2, 6, 8, 31, 48, 51, 2, 4, 60, 1, 5, 7, 77, 8, 81, 4, 8, 90, 1), *Nadolu Dorin* (7177—7, 7—80, 2, 4, 85—93, 5—8, 8001, 4—7, 9, 10, 5, 9, 20, 1, 2, 6, 8). Petre Laurenţiu (7974, 7, 84—7, 90, 1, 3, 5—7, 9, 8004—7, 10, 11, 9, 22), Popian Crişan (8039, 45, 7, 8, 60, 1, 3, 5, 84, 97, 111, 31, 3, 4, 8, 140, 2, 5, 50, 67, 76, 85), Stelea Niculae (7985, 93, 8004—6, 19, 21, 24, 48, 61, 81, 98, 100, 1), Toma Ştefan (7970—3, 6, 8004, 6, 60, 5, 9, 74, 5, 6, 82, 103, 11, 2, 3, 32—4, 6—40, 2, 4, 73), Tîlivea Mihai (7976, 7, 84, 6, 8, 9, 93, 5—7, 8000, 5, 6, 10, 5, 21, 6), Vladu Paul (7978,80, 2, 4, 6, 7, 92, 8001, 5, 6, 10, 7), *L. 2* cl. VI Grigorescu Mihaela (2650—3, 7, 60, 4, 5), cl. VII Grigorescu Carmen (2650—3, 60, 1, 3, 5, 7), Ionescu Daniela (2651—5, 7, 8, 60, 1, 3, 6, 7), cl. X *Boldeanu Florian* (7978, 9, 80, 2, 4—8, 90—3, 8005, 10, 28, 31, 48, 51, 61, 5, 78, 81, 4, 8, 90, 1, 8, 100, 7, 10).

RM. SĂRAT. *L. 2* cl. XI Moraru Guţă (7971, 6, 8021, 59, 62, 88, 90, 1, 111, 30, 1—3, 9, 45, 8, 76).

ROMAN. *Ş. g. 3* cl. V Matricola Minodora (2650, 1, 9, 70, 1, 90—2), Munteanu Nicuşor (2649, 50—2, 7, 60, 9, 70, 1, 90, 1, 2, cl. VII Munteanu Dorel (2653, 5, 61, 4, 3, 6, 72—4, 84, 5, 7), Huşcu Anton (2651, 2, 5, 61, 3, 91, 9, 701), cl. VIII Bogza Adrian (2662—5, 7, 80, 1—3, 9, 2708), Toporaş Rodica (2662, 3, 5, 6, 81, 4, 2707, 8), *Ş. g. 7* cl. VIII Tofan Florin (2661—7, 2705, 8), *L. 1* cl. IX *Zămescu Gh.* (2665, 6, 89, 703—8, 7978, 80, 2, 91, 3, 8001, 18, 9, 53, 69, 71, 5, 80, 1, 91, 5, 8113, 35, 9, 44, 8, 51, 61, 5, 6), Gutman Marcel 2667 7933, 7, 8, 80, 2, 6, 7, 91, 8001, 9, 20), cl. X Rusu Dorică (7974, 6, 81, 3, 8100, 8, 9, 28, 31, 9, 45, 8, 51, 4, 8, 60, 5, 80, 1, 2, 8, 97), Slir Ioan (7972, 4, 6, 83, 4, 7, 96, 8001, 6, 10, 8, 20, 1, 8, 31), Bortoş Virginia (7977, 9, 80, 2, 4, 5, 93, 8000, 4, 5, 6), Lungu Mircea (7971, 2, 81, 3, 4, 97, 8000, 1, 5, 6, 10, 9, 48, 58, 61, 5, 70, 1), Dascălu Rodica (7978, 9, 80, 2, 7, 91, 3, 8005, 6, 20, 51, 88, 90, 9), Patriche Elena (7974, 7, 9, 84, 7, 8000, 4, 5, 6, 39, 42, 3), Bîrgoveanu Constantin (7974, 8, 82, 3, 4, 6, 7, 93, 8000, 1, 4, 5, 20), Simionaş Vasile (7978, 9, 81, 2, 4, 6, 7, 90, 3, 8004, 5, 6, 10, 20), Postăvaru Valentina (7981 4, 97, 8001, 4, 5, 6, 51, 63, 100, 1), Radu Panaite (7977—80, 4—7, 90, 3, 7, 8005, 6, 84), *L. 2* Schächter Rina (7974, 6, 8, 9, 80, 2, 4, 90, 1, 3, 7, 99, 8001, 4, 6, 10, 20), Bucur Elena (7974, 6, 8, 9, 80, 2, 4, 5, 7, 90, 1, 3, 7, 9, 8001, 4, 6, 10, 20, 8), Calu Vasile (7970, 2, 4, 6—82, 4, 5, 7, 8, 90—3, 7, 99, 8001, 4, 6, 10, 5, 8), cl. X Bontaş Emilia (7974, 6——82, 4—7, 91, 3, 7, 8001), Savorschi Iosif (7970, 2, 4, 81, 8, 9, 8003, 4, 9, 58, 60, 3, 90, 7), Brill Ella (7976,—88, 92, 3), Pricopi Ana (7977, 1, 9, 80, 1, 2, 4, 90, 3, 7, 99, 8006, 19, 20).

ROMANEŞTI (Ploieşti). *Ş. g. 26* cl. V Istrate Stelian (2651, 2, 70, 1, 90—2), Mohoreanu Ştefan (2651, 2, 70, 1, 90, 1, 2).

ROŞIA MONTANA (Cluj), *Ş. g. 1* cl. VII Oprea Domnica (2645, 5, 7, 62, 3, 72, 3. 4, 80, 1, 3, 4, 93, 4, 9), Petriu Ioan (2655, 7, 8, 63, 72, 4, 6, 81, 3, 4, 7, 94, 7, 9, 700),

ROŞIORI DE VEDE. *Ş.g.* cl. VI Ciobanu Miorita (2665, 7, 9, 70, 1, 3, 5, 916), Constantin George (2649, 51, 9, 71—5, 94—7), Surpăţeanu Adrian (2651, 5, 69, 71, 3, 7, 9, 80), *L. 1.* cl. VI Rădulescu Călin Cornel (2650, 8, 61, 70, 1, 3, 7, 80), Roşioară Aurelia (2671——5, 96, 7), cl. VII Alexa Anne-Marie (2651, 3, 5, 9, 60, 1, 73, 4, 7, 80), Ionescu Elena (2657 9, 62, 3, 4, 7, 8, 9, 701), Cl. IX Degeratu Vasile (2684, 7, 9, 705—8, 98—101, 16), Dumitrache Ilie (2665—7, 84, 7, 204—8, 8020, 1, 99), Marica Maria (684, 7, 9, 704, 5, 7, 8, 8097, 8, 8097, 100, 1, 16), cl. X Bimbirică Lucian (7980, 93, 8051, 74, 81, 2, 98, 90, 8100, 1, 33, 44), Budulacu Marioara (7977, 8, 80, 2, 5, 8004, 10, 51, 88, 90, 133, 40), Constantin Ionel (7976,—80, 2, 3, 5, 90, 3, 9, 8001, 4—6, 10, 19), *Cristea Eugenia* (7974, 6—80, 2, 4—8, 90, 3, 7, 9, 8001, 4—6, 10, 18, 9, 20, 9, 31, 48, 51, 61, 3, 81, 2, 4, 8, 90, 7, 100, 1), Dumitru Alexandrina (7977, 8, 80, 2, 3, 99, 8004, 20, 51, 88, 90, 111, 40), Luptaciu Violeta (7978, 9, 80, 2, 4, 93, 8006, 10, 51, 88, 90, 7, 100), Marineci Teodor (7977—80, 2, 5, 99, 8051, 88, 100, 11, 33, 4, 40), Niculescu Radu (7977, 8, 80, 91, 3, 9, 8001, 88, 90, 100,

11, 33, 4), Petrovici Emil Constantin (7977—9, 82—5, 93, 8004—6, 10, 51, 100, 11), Popescu Lucreţia (7975, 82, 6, 91, 8001, 10, 4—10, 4, 9, 21, 35, 97), Surpăţeanu Gheorghe (7977—80, 2, 4—6, 8—91, 3, 7, 9, 8000, 1, 4, 5, 6, 10, 20, 1), Şerban Ionel (7977—82, 5, 8001, 4, 10, 4, 88, 100, 11, 48), Teacă Anastase (7978, 82, 5, 6, 91, 8001, 4, 10, 21, 91, 7, 135), Ţapu Mihaela (7978, 80, 4, 7, 90, 8020, 51, 88, 90, 111, 40), *L. 2* cl. IX Ciortan Marin (7978—80, 2, 4, 6, 93, 8017—20), Dănilă Gh. (2667, 87, 705—8, 19, 20, 97, 100, 1), Marinescu Georgică (7978—80, 2, 4, 6, 93, 9, 8000, 1, 17, 20, 54, 67), cl. XI Dirnă Ion (7971, 2, 74—94, 6, 7, 99, 8000—12, 21, 3, 6, 8, 9, 31, 5).

ROZNOV (Bacău). cl. VII Begenaru Corneliu (2662, 3, 72, 9, 81, 3, 97).

SALCIA (Bucureşti). *L.* cl. X *Neacşu Ionel*, (7960, 2, 4, 5, 8022, 5, 7, 31, 47—9, 58, 91, 3, 74, 6, 81, 4, 8, 90, 9, 133, 5, 44, 2, 3, 8, 54, 5, 61, 2, 7), cl. XI *Vasile Nelu* (7970—2, 46, 92, 8022, 6, 8, 46, 7, 8, 50—1, 8—60, 3, 5, 6, 9, 71, 4, 5, 8, 9, 81, 4, 7, 8, 90, 1, 8107, 10, 11, 21).

SALONTA (Crişana). *L.* cl. X Cios Eva (7936, 8048, 51, 61, 5, 88, 90, 7, 9, 100, 1, 33, 4), Gomboş Ionel (8020, 48, 50, 1, 2, 61, 5, 88, 90, 8, 100, 1, 33, 4), Oroşa Gheorghe (7978, 9, 80, 2, 5, 7, 91, 8003, 19, 20, 56, 61, 88, 90), Savu Liviu (7972, 6, 8—82, 85, 7, 91, 8001, 6, 22, 65, 74), c.l. XI Forţiu Floare (7971, 4, 7—80, 3, 6, 8, 90, 1, 3, 9, 8001, 4, 5).

SATU MARE. *Ş. g. 1* cl. VII Fodoca Mircea (2658, 69, 70—2, 7, 81, 3), *Ş . g. 8* cl. VII Török Alexandru (2659, 61, 72—4, 8, 80, 3), *Ş. g. 10* cl. VII Vinkler Susana (2663, 5, 70—4, 94), Braun Andrei (2651, 7, 60, 3, 9, 70, 1, 5), Crişan Dănuţ (2652, 9, 60, 9, 70, 1, 5, 83), Lazăr Lucia (2655, 7, 60, 3, 9, 0, 5‘83), Nichita Ana (2669, 60—4, 90, 4), Nentek Eva (2655, 7, 62, 3, 70—3, 70—3, 5, 80, 90), Peşti Clara (2663, 70—3, 5, 80, 1), Tatar Agneta (2655, 7, 61, 2, 3, 9, 70—5 80, 1, 3, 90, 1, 4, 6, 7), Vanca Gavril. (2651, 5, 9, 63, 9, 70, 2, 5), *L.* cl. IX Bretan Dorin (2665, 6, 84, 7, 8, 704, 6, 7, 8, 87, 97, 139, 44), Czinczel Enikö (2665, 7, 705, 7977—80, 2, 6, 8020, 101, 33), Fogel Ioan (2684, 5, 7, 705—8, 7978, 82, 4, 19, 81, 97, 9, 100), Kiss Tiberiu (2665, 7, 81, 5, 7, 7988, 93, 8000, 1, 9, 54, 97, 9), Maiorescu Dan (2665, 84, 5—8, 82, 7, 91, 6, 8050, 4, 80, 1, 91, 7, 100), Mica Ovidiu (2684, 5, 7, 706—8, 7979, 93, 8001, 97, 100, 61, 5), cl. X Boculescu Cornel (7930, 72, 6—8, 85, 93, 7, 8018, 51, 8, 61, 5, 81, 8, 90, 133, 4, 8), *Bathori Iosif* (7970, 2, 6—80, 2—91, 3, 4, 7, 9, 8000, 100, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 1, 4, 8, 26, 31, 48, 51, 3, 4, 6, 8, 60, 1, 5, 71, 5, 80, 1, 5, 8, 90, 1), Brătescu Gicu (7930, 72, 6, 8, 82, 5, 93, 8020, 48, 51, 8, 60, 1, 5, 81, 8, 90, 133, 4), Göcz Elza (7970, 2, 4, 7, 80, 2, 6, 7, 93, 8001, 3, 20, 8, 67, 81, 90, 1, *Gozner Gabriela* (7972, 4, 6, 7—80, 5, 90, 3, 7, 8005, 18—20, 48, 9 51—4, 61, 5, 74, 80, 1, 2, 4, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 37, 8, 40, 2—4), Kirner Eva (7985, 8626, 51, 8, 60, 82, 103, 5, 7, 9, 33, 4, 8, 42, 4, 85, 90, 2), Kooş Francisc (7978, 9, 80, 2, 4—6, 93, 8011, 21, 48, 50, 1, 5, 8, 61, 6, 81, 2, 4, 7, 8, 90), Iordan Andrei (7970—2, 4, 6—93, 5, 7, 9, 8001, 3—7, 10, 2, 4, 8—21, 6, 8, 9—31, 5), Rusu Mihai Dorin (7972, 6, 8—80, 2, 5, 93, 8051, 6, 88, 80, 140), Trufaşu Viorica (7972, 6, 8, 9, 80, 4—6, 91, 8058, 90, 133), Văleanu Emil (7982, 6—8, 95, 6, 80, 8048, 51—4, 134, 5), Văsuţ Valeriu (7923, 5, 8, 64, 78, 9, 80, 2, 5, 7, 8004, 5), cl. XI Noje Georgeta (7972, 8132—5, 8—40, 2, 3, 5, 7, 8), cl. X Knoblan Ileana (7972, 4, 6, 8019, 20, 31, 9, 45, 7, 51, 6, 8, 60, 4), Mureaşn Rodica (7972, 83, 90, 1, 7, 9, 8001, 4, 7, 20, 51, 88, 90), Telegdy Nicolae (7977, 9, 84, 8003, 4, 19—22, 8, 53, 4, 88, 91, 7, 100), *L. 3* cl. IX Diaconu Nicolae (2684, 7—9, 706, 8, 7985, 9, 8001, 19, 58, 97—100).

SĂCELE (Braşov) — *Ş. g. 3* cl. VI Dobra Eva (2650—3, 5—7, 9, 60,) 71, 4, 5, 90, 1, 2), *L.* cl. IX Piloş Olga (2665—7, 87, 708, 8018, 9, 20, 7, 8, 100, 65), cl. X Grădinaru Valentina (8018—20, 51, 61, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 5, 7, 8, 100, 1, 11, 5, 24, 61, 6).

SEBEŞ (Hunedoara) *L.* cl. IX Hubean Silvia (2667, 707, 2684, 7977, 80, 2, 4, 6, 7, 8, 8020, 98), Thut Roland (2665—7, 84, 7, 706—8, 7978, 8020, 97, 9, 100, 65), cl. X Kentsch Roland (7978, 9, 85, 93, 8004, 6, 101, 11, 33, 4, 8, 40), Romcea Emilia (7977—80, 2, 6, 8, 90, 3, 9, 8004, 6, 14, 9—21, 51—3, 61, 80, 8, 97, 8, 100, 3, 334, 54).

SEBIŞ (Crişana). *L.* cl. IX Alda Viorica (2667, 84, 5, 7, 2706, 7928, 80, 7, 93, 8097, 100), Cociu Nicolae (2666, 84, 7, 706, 7, 8050, 80, 91, 7, 9, 100), Crişan Ioan (7980, 90, 3, 8001, 5, 19, 21, 2, 6, 74, 80, 1, 101, 11, 103). Lucaci Gh. (2684, 706, 7, 8, 7978, 80, 2, 7, 93, 8019, 27, 91, 100), Moţică Elena (2684—7, 706, 7978, 80, 7, 8020, 99, 100), Oancea Maria (7978, 9, 80, 2, 7, 93, 8020, 8097, 9, 100, 101), Prahoveanu Sergiu (2670, 87, 706, 8, 7978—80, 7, 93, 8020, 100), cl. X Ioana Constantin (7972, 4, 6, 8018, 22, 30, 48, 9, 53, 4, 78, 8116), Mureşan Nicolae (7972, 4, 96, 8018, 22, 30, 48, 9, 53, 4, 7, 8, 84, 116). Absolvent *Pantazi Nicolae* (8300—2, 5, 7, 8, 10, 3, 9, 33—6, 44, 50, 2, 7—9, 79, 81, 3—6, 8, 9, 92, 401, 6, 7, 7, 20, 5, 6, 32, 3, 5, 6, 44).

SFT. GHEORGHE. *Ş. g.* cl. VI Sakab Cătălin (2651, 3, 7, 9, 64, 70, 1, 94), Khell Maria) 2651, 4, 7, 61, 4, 70, 90, 4), Kovacs Anna Maria (2651, 7, 9, 64, 70, 1, 90, 4), Lustig Görgy (2655, 61, 70, 1, 6, 94—6), Kerekeş Piroşca (2651, 3, 5, 61, 4, 70, 1, 91, 4), Stinghe Georgeta (2665—7, 84, 97, 706, 8017, 8, 9, 20, 100, 1).

SIGHETUL MARMAŢIEI. *L.* cl. X Moldovan Ion (7972, 7, 8—80, 2, 4, 5, 6, 90, 1, 7, 8001, 15, 21, 2), *Nemeş Ion* (7970, 2, 4, 7—80, 2, 4—7, 9, 90, 1—3, 7, 9, 8001, 4, 5, 14, 5, 7—22, 6, 8, 31).

SIGHIŞOARA. *Ş. g. 5* cl. VII Palade Cornel (2650—2, 5, 8, 67, 8, 80, 7), *L.* cl. IX, Boroş Viorel (7977, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 8001, 4, 12, 4, 8, 20), Bucur Petru (7976, 7, 90 1, 3, 7, 8001, 4, 7, 14, 6—9, 21), Ciopec Elena (7980, 2, 90, 1, 3, 8007, 18, 9, 21, 2665—7), Dilbea Pavel (2706, 7977, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 9, 8001, 17, 20, 60, 7), Moraru Cristian (2665—7, 84, 706, 7, 7977, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 7, 9, 8, 8001, 14, 9, 67, 9, 7, 100, 1), Palade Nicolae (7977, 8, 80, 3, 6, 7, 9, 90, 3, 9, 8001, 4, 12, 4, 7, 8), Potroca Constantin (2705, 6, 7, 7977, 8, 80, 2, 7, 90, 3, 8017, 20), Rozsa Ion (2667, 7980, 6, 7, 90, 9, 8001, 67, 97, 8, 100), Tcacenco Dan (7978, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 7, 99, 8001, 14, 17—20), Turjan Dante (2665—7, 7977, 8, 80, 2, 6, 7, 90, 3, 7, 9, 101, 14), cl. X Munteanu Viorica (7978, 80, 8016, 8, 20, 6, 48, 51, 90, 7, 9, 100, 1), Serachitopol Dan (7876, 913, 25, 8, 30, 1, 49 96, 8004, 48, 51, 63, 5, 90, 8, 80, 100, 1), cl. XI Chiriţescu Alexandru (7970—80, 3, 5—8, 90—4, 99, 8001, 3—6).

SIMERIA. *Ş. g.* cl. V Murar Luminiţa (2655, 7, 69, 70, 1, 82, 91, 2), Dumitrescu Ion (7977—80, 82, 90, 1, 8005, 20, 1, 133), cl. XI Ghibu Ion (7976, —8, 80, 8048, 51, 8, 64, 78, 9, 80, 1, 8, 90, 131, 41).

SIBIU. *Ş. g. 8* cl. VI Schmidt Eva (2665, 9, 70—4, 8, 81), Vasilescu Maria (2669—75, 81, 90—5, 7), cl. VII Martinuş Marian (2658—66, 9, 70—4, 8, 80, 1, 3, 4, 7, 90—2, 4—7) *Ş. g. 9* cl. VI Iacob Marius (2653, 5, 9, 60, 9, 70, 1, 3—6), cl. VII Fleancu Sorin (2669, 70, 1, 3—6, 82—4), *Ş. g. 12.* cl. V Mulea Petru (2631—4, 50, 1, 2, 60, 9, 70), *Ş. g. 15* cl. VI Degenhart Fakesch (2652, 5, 74, 80, 90, 1, 2, 4, 7, 701), Enkelhardt Monica (2649, 80—97), Martin Kedda (2680, 90—8), Otto Christel (2649, 80, 90, 4—7), Schmidt Erika (2649, 51, 7, 9, 70, 1, 3—5, 9), cl. VII Gehl Liane (2674, 7, 90, 1, 2, 4, 7, 9, 60, 701), Gross Hildergard (2655, 60, 77, 80—2, 91, 2, 701), Ionescu Laura (2659, 62, 3, 5, 80, 90—4, 7, 708), Marcu Sergiu (2655, 60, 74, 7, 9, 80, 1, 2, 91, 2, 708), Müller Luxana (2660, 77, 81, 90, 1, 2, 4, 7, 9. 701), Thut Gerhard (2670—2, 4, 80, 90—2, 4, 7, 9), Wultchner Ingrid (2660, 77, 82, 91, 2, 4, 7, 9, 701), cl. VIII Binder Karin (2680, 1, 7, 90, 4, 701, 6, 7, 8), Biţoiu Tudorel (2661, 3, 83, 99, 704, 8, 80, 97, 100, 161, 2), *Ş. g. 9* cl. VIII Canelide Tatiana (2649, 51, 90, 2, 4, 7, 8, 8097, 8, 100), *Ş. g. 15* cl. VIII Drotteff Artur (2681, 7, 901, 1, 4, 7, 9, 701, 8), Drothler Edith (2680, 7, 90, 4, 9, 701, 5—8), Graef Hamelore (2680, 1, 90, 1, 4, 7, 701, 7, 8), Hempert, Gunde (2662, 84, 7, 91, 4, 5, 7, 707, 8), Ingrid Binder (2680, 3, 4, 7, 9, 701, 7), Ingrid Gutwirth (2680, 3, 4, 90, 4, 7, 9, 701, 5, 7) Popescu Enge (2681, 4, 7, 94, 7, 9, 2701, 5, 8), Klokner Gudrun (2680, 1, 3, 90, 4, 9, 701, 5, 8), Maior Carmen (2663, 701, 5, 8, 80, 3, 7, 94), Otto Kurt (2680, 3, 7, 90, 1, 7, 9, 701, 5, 7), Renate Fakesch (2680, 7, 90, 4, 7, 99, 701, 5, 6, 7, 8), Schindler Wilhelmina (2663, 83, 4, 7, 90, 1, 4, 9, 701), Schuster Jürgen (2680, 1, 90, 1, 9, 701, 5, 8), Schutz Werner (2680, 1, 3, 4, 87, 90, 1, 4, 5, 7, 8), Ursula Mathes (2680—4, 7, 90, 7, 9, 701), Vlad Mirela (2649, 57, 90, 1, 2, 4, 7, 701), Ziegler Brigite (2680—3, 7, 94, 705, 7, 8), *Ş. g. 18* Kitopulos Victor (2661—7, 83, 4, 8019, 20, 97, 100), *L. 1.* cl. IX Cîmpeleanu Gelu Ilie (8019, 20, 66, 97, 98, 100, 1, 8162, 64, 66), cl. X Dragomir Aurel (7972, 6, 8018, 28, 31, 48, 50, 1, 3, 4, 8, 81, 1, 2, 4, 8, 134, 42, 3, 7, 8, 72), Drăgan Florin (7974, 8020, 2, 6, 31, 48, 51, 61, 5, 77, 81, 2, 4, 8, 91, 7, 8, 9, 8111), Lascu Anamaria (7970, 6—8, 8051, 6, 8, 63, 5, 81, 4, 8, 90), Panga Mariana (7974, 6, 8031, 50, 61, 3, 81, 4, 90, 100, 33, 4, 43, 7), Pohoaţă Carmen Mihaela (7976, 8, 85, 8020, 51, 8, 65, 81, 2, 4, 8, 90, 100, 1, 34, 40, 2, 7), *L. 3.* cl. IX Sederiaş Florin (2667, 84, 5, 7, 9, 8018, 19, 20, 1, 75, 80, 1, 90, 1, 7, 99, 103), cl. X *Alexandrescu Dinu* (7978, 80, 6, 46, 8, 51, 60, 1, 5, 88, 90, 7, 100, 1, 31—3, 5, 7, 8—40, 42—8). Bogdan Romana (7977, 81, 5, 95, 8004, 6, 7, 10, 11, 8, 9, 45, 6, 8, 55, 60, 7, 70, 1, 5, 8, 81, 8, 90, 107, 1, 34, 8, 40, 2, 8), *Cernuşcă Virgil* (7974, 7—80, 2, 5, 6, 8, 90, 1, 3, 5, 7, 8, 8000, 1, 4, 5—7, 10, 1, 4, 8, 20—2, 33, 46, 8, 51, 74, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 111), Cocora Liviu (7977—89, 81 8012, 20, 67, 70, 97, 100), *Dorca Maria — Ana* (7973—5, 7—82, 5, ,6, 8, 90, 1, 3, 7, 8, 8000, 1, 4—7, 10, 1, 4, 8, 9, 20, 1, 33, 45, 8, 70, 4, 5, 81, 2, 4, 88, 90, 100, 111), *Groza. Carmen* (7973, 5, 81, 95, 8, 8006, 7, 10, 11, 14, 8, 9, 22, 33, 45, 6, 8, 55, 8, 60, 1, 67, 70, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 7, 8, 90, 100, 7, 111), *Bucur Ioan* (7972, 4, 6—9, 90, 2, 4, 5—8, 90—3, 7, 9, 8000, 1, 4—7, 10—22, 8—33, 46—8, 51—8, 60, 1, 3, 5, 70, 1, 5, 8, 80—2, 4, 8, 90, 1, 7, 8, 100, 3, 5, 33, 4, 7, 8, 40, 2, 3, 7, 8, 54, 74), Isailă Dana (7934, 78, 84, 6, 7, 90, 8804, 20, 48, 51, 65, 75, 88, 90, 9, 100, 1), Ivănuţ Nicolae (7977—80, 2, 5, 6, 90, 3, 5, 6, 8001—6, 10, 4, 20, 1, 33, 46, 8, 88, 90,111), *Marton Ladislau* (7972, 7981, 5, 8005, 7, 32, 5, 43, 63, 69, 70, 84, 97, 98, 100, 5, 9, 111, 15, 31—90, 7, 8, 9, 76, 85, 8, 9, *Nistor Ilie* (7972—80, 2—7, 40, 91, 93, 7000, 1, 4—6, 10, 4, 9, 20, 46, 8, 51, 8, 61, 70, 5, 81, 8, 90, 137, 39, 40). Orlăţianu Elena (7907, 12, 3, 8, 21, 3, 5, 33, 5, 6, 46, 52, 74, 5, 8, 9, 82, 6, 93, 93, 8001), Pîrşu Elena (7973, 5, 81, 8006, 7, 18, 9, 22, 45—7, 50—6, 1, 7, 71, 8, 82, 7, 103, 7, 34, 5, 8, 40, 2, 7, 8), Pocol Marius (7974, 9, 80, 5—7, 97, 8000, 1, 9, 10, 28, 33, 48, 51, 6, 8, 61, 5, 7, 70, 5, 8, 81, 4, 8, 90).

SINAIA. *L.* cl. VI Frîncu Cecilia (2635, 7, 35, 4, 5, 72, 4), Neguţoiu Liliana (2690, 1, 2, 4, 5, 7, 96), Teodorescu I. Elena Cornelia (2635, 54, 5, 72, 4, 80, 90, 4, 7), cl. VII Florescu Horaţiu (2672—5, 81—7, 99, 2701), cl. IX Cucu Artemiza (2685, 704, 5, 6, 8, 7980,

491, 3, 8009, 100, 42), Cugut M. Victor (2667, 84, 5—7, 8001, 19, 20, 1, 2), Ghindea Elena (2685, 86, 705, 6, 8, 7980, 4 , 91, 3, 8001, 22, 142), Culic Niculina (2685, 705, 6, 8, 7980, 3, 4, 91, 3, 8001, 22, 100, 42), Mihăilescu Florin (2686, 2704, 5, 6—8, 7980, 4, 7, 91, 3, 7, 8022. 6), Muşat Olimpia (2665—7, 84—7, 80, 4, 6, 7, 91, 3, 8001, 20, 1, 97, 9), Negroiu Crisiţa (2685, 6, 705, 6, 7980, 4, 91, 3, 8001, 97, 100, 42), Pavel Elena (2704, 6, 8, 7980, 4, 91, 4, 8001, 99, 100, 42), Radu Dinu (2660, 7, 82, 4, 7, 8022, 97, 100, 101), Schmiedigen Petre (2665—7, 84—7, 704—8, 7980, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 8001, 20, 1, 2, 81, 98, 9, 100, 1, 42, 54, 61, 2), Supeală Maria (2665, 7, 84, 7, 7979, 82, 7, 8020, 1, 2, 96, 7, 100, 1), Zidaru Nela (2685, 6, 705, 6, 7980, 4, 7, 91, 3, 8001, 100, 42), cl. X *L. 3.* Bela Octavian (7921, 5,8, 36, 43, 4, 9, 57, 77—9, 82, 5, 97, 8000, 1, 4, 9, 20, 33, 48, 51, 61, 5, 88, 90, 99, 100, 1) Bogdan Nicolae (7978, 80, 4, 8, 8033, 5, 9, 40, 7, 8, 76, 85, 92), Bunea Cornelia (7980, 6, 8051, 8, 97, 101, 33, 4, 8, 40, 8, 76, 85), Cozma Radu (7972, 8, 80, 87, 91, 8048, 33, 4, 8, 40, 76, 85). Georgescu D. Gabriel (7943, 91, 8051, 8, 90, 7, 133—4, 8, 93, 8, 93, 8, 76, 85, 92), Gheorghiu Emil (7985, 86, 7, 91, 8048, 51, 8, 8, 90, 633, 4, 6, 8, 40, 2, 7, 8, 7, 8, 6, 85), Heroiu Octavian (7972, 6, 7, 8, 80, 2, 6, 7, 99, 133—6, 40, 6, 8), Hulpe Hermiana (7976, 8, 9, 80, 5—7, 8000, 4, 19, 20, 2, 6), Moldoveanu Mihai (7943, 76, 85, 6, 8000, 4, 51, 8, 82, 90, 100, 1, 48, 85), Popescu Ion (7991, 8133, 4, 7, 8, 42, 3, 7, 8, 76, 85, 92), Prisecaru Benoni (7987, 91, 8134, 6, 8, 9, 40, 7, 8, 76, 85, 92), Scarlat Vasile (7978, 80, 6, 7, 8000, 4, 133, 34, 6, 8, 9, 40, 7, 8, 76, 85, 92), Stănescu Ion (7948, 76, 78, 80, 24—6, 93, 9, 8000, 4, 48, 51, 8, 90, 100, 1, 33, 48, 76, 85), Stroescu Dan (7980, 81, 8134, 6, 9, 42, 4, 7, 8, 76, 85, 92), Stroică Petre (7970, 85, 92, 8001, 4, 5, 9, 11, 18, 19, 21, 5, 8, 32).

SIRET (Suceava). *L.* cl. VI Jarcău Adriana (2649, 50—2, 4—9, 62), Jarcău Cristina 50—2, 4, 6—9, 62), Sandru Otilia (2649, 50—2, 4, 6—9, 61, 2), Vitvitchi Antonina (2649, 2650, 51—62).

SINGEORZ BĂI. (Cluj). *L.* cl. X Moisil Emanoil (7976—9, 6, 93, 9, 7001, 4, 51, 8, 63, 88, 97, 100).

SÎNNICOLAUL MARE (Banat). *Ş. g.* cl. VII Linschi Grigore (2655, 7, 61, 3, 72, 3, 4, 81, 97), cl. VI Cecan Lidia (2669, 70—5, 7, 9, 80, 1, 3, 9).

SÎNTANA (Crişana). *L.* cl. VII Stan Cristian (2653—65), cl. IX Sränciulescu Dinorel (2666, 7, 83, 7, 705, 7, 8, 8019, 97, 8,100, 62).

SÎNTANDREI (M.A.M.) *L.* cl. VI Nagy Ileana (2659, 60, 1, 2, 5, 7, 8).

SLATINA. *Ş. g.* cl. VIII Grigore Maria (2649, 83, 9, 90, 4, 708, 101, 62), *L. 1.* cl. IX Avram Ionel (2646, 7, 65, 6, 7, 7933—7, 9, 40, 41, 57, 8017, 18, 20).

SLĂNIC PRAHOVA (Ploieşti). *L.* cl. IX Goagă Gheorghe (2666, 84, 7, 99, 2701, 2, 5, 7, 8, 8019, 20, 97—100) , cl. X Cososchi C. Mariana (7972, 8019, 20, 88, 90, 1, 7, 9, 100, 101, 1, 34, 42, 62, 5).

STOICĂNEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. V Ciobanu Gheorghiţa (2650—2, 69, 79, 1, 90, 91), Săpătaru T. Rada (2650, 1, 69, 52, 70, 1, 81, 90, 1).

SUCEAVA. *L.* cl. VI Salcescu Dorin (2657, 62, 7, 81, 91, 4—7), cl. VII Zelinschi Marga (2657, 8, 61, 3, 6, 70, 1, 90, 4), Posteucă Romeo (2655—63, 76, 7), Tecuceanu Radu (2687, 90—6, 9, 700, 1, 7, 8,), cl. IX Airinei Cornel (2667, 706—8, 7977, 8, 82, 7, 93, 7, 8, 8001, 20, 2, 71), Ardeleanu Mihai (2706—8, 7977, 80, 80, 7, 93, 9, 8018, 22, 69, 71, 161, 2), Bacalu Arnold (2667, 4, 7, 2706—8, 7978, 94, 8001, 18, 21, 10, 20), Cojocaru Georgeta (2706—8, 7978, 82, 8001, 18, 20, 1, 100, 1), Găitan Virgil (2665, 8, 84—8, 2706—8, 8018, 9, 21, 2, 8, 81, 91), Iacomi Mircea (7978, 80, 2, 6, 93, 4, 8001, 4, 5, 18, 20, 1), Marceanu Teodor (2667, 84, 7, 9, 708, 66, 82, 5, 8020, 100, 1, 49), Movileanu Gelu (2665—7, 7978, 9, 82, 4, 6, 7, 93, 4, 8004, 5, 18, 9, 20, 1), *Onofrei Mircea* (2685, 6, 8, 88, 704—8, 7974, 8, 9, 80, 2—6, 8001, 4, 67, 73, 4, 80, 1, 91, 8, 9, 101, 33, 5, 44, 5, 9, 61, 2, 5, 6), Ştefănescu Florin (2704—8, 82, 6, 8001, 19, 53, 4, 99, 101, 61, 6), cl. X Airoaie Doina (7971, 6—80, 2, 5—7, 90, 1—3, 7, 9, 8001, 4, 6, 22, 48, 51, 58, 60, 5, 71, 4, 5, 8, 81, 2, 5, 8, 90, 1, 7, 9, 100, 10), Amarici Sonia (7976,—80, 2, 5, 7, 92, 3, 7, 8006, 21, 71, 5, 134) , Armeanu Alexandru (7979, 80, 6, 91, 2, 3, 7, 8001, 6, 65, 90), Chircu Radu (7976, 8, 80, 2, 5—9, 90—3, 7, 9, 8006, 18, 20), Goraş Maria (7974—80, 2, 7, 93, 8018, 9, 20), Lobodă Mihai (7976, 818, 20, 4, 6, 49, 51, 61, 3, 75, 80, 1, 4, 90, 2, 9, 101). Ştiucă Petru (7977, 8, 80, 2, 5—8, 90, 1, 3, 9, 8004, 6), Tudor Elena (7977—9, 82, 8006, 18—22, 6), cl. XI Nica Sorin (8045, 51, 60, 3, 73, 4, 81, 8, 90, 132, 4, 42, 3, 5, 8), *Tabarcea Petru* (8040, 2—5, 7—54, 58—71, 73—5, 8, 81, 2, 4—91, 3, 103, 9, 21).

ŞERBĂNEŞTI (Tîrgovişte). *Ş. g.* cl. VII Banu Maria (2651—72, 5, 6, 83), Năstăsescu Elena (2651—72, 5, 6, 83).

SIRIA (Banat). *Ş. g.* cl. VII Cristoloveanu Ioan (2653—5, 9, 61, 3, 96, 9, 701), Pavel Gheorghe (2663, 70, 1, 4, 5, 80, 1, 3, 96, 7, 9, 701), Pusttai Ilonka (2660, 2, 5, 75, 80, 1, 94, 5—7, 701).

SISEŞTI (Oltenia). cl. X *Feru Doru* (7971, 8, 80, 6, 97, 9, 8000, 4, 22, 9, 32, 45, 8, 50, 1—4, 6, 8, 61, 3, 5, 87, 1, 2, 4, 5, 8, 90, 1, 7, 8, 9, 100, 1, 3, 4, 6, 7, 9—11, 5, 7, 33—6, 9, 42—8, 54, 61, 2, 4, 7, 70, 90).

ŞOMCUŢA MARE (Maramureş). *L.* cl. IX Chitan Vasile (2706—8, 7977, 90, 9, 8000, 4, 5, 10, 4—20, 84, 97, 100). Berger Arthur (7976—80, 2, 4—7, 93, 8001, 5, 2, 49, 51, 88), cl. X Buhai Alexandru (7976—80, 2, 4—7, 93, 8005, 20, 48, 51, 88, 90).

SOTINGA GOLEASCĂ (Ploieşti). *Ş. g.* cl. V Ilie Niculina (2649, 52, 5, 6, 9, 70, 1, 3, 4, 81, 91), cl. VII Bran Ion (2654, 5, 72—5, 83, 97), Bobeică Constantin (2670, 1, 3, 4, 5, 80, 1, 94), Ilie Victor (2678—80, 3, 94, 7), Orbeci Constantin (2654, 71, 2, 4, 81, 97).

ŞTEFĂNEŞTI (Suceava). cl. VII Brumă Elena (2661, 2, 6, 72—5, 7, 81, 94, 7).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). *Ş. g.* cl. VIII Popescu Cristina (2661—7, 8019, 20), *L.* cl. IX Gae Mihail (2667, 7, 84, 7, 9, 705—8, 8019, 20, 66, 7, 133), Marin Gheorghe (2665, 7, 7978, 80, 2, 91, 3, 8004, 20, 99, 101).

ŞTIRBAT (Fălticeni). *S. g.* cl. VI Nica Tudor (2651, 79, 70, 1, 2, 90, 1, 5, 7).

ŞTIUBIENI (Suceava). *S. g.* cl. VII Airimitoaie Mina (2649, 60, 4, 79, 81, 91, 2, 7, 708), Bulmagă Verona (2649, 64, 73, 9, 80, 1, 91, 2, 7), Ciuclea Veronica (2660, 7, 70, 9, 80, 1, 91—4, 7), Cuzub Ana (2659, 64, 81, 90—4, 7), Moruz Lidia (2649, 51,5, 60, 4, 81, 90, 1, 4, 7), Pavel Florica (2659, 64, 73, 81, 91, 2, 4, 7), cl. VIII Blezniuc Aurora (2660, 4, 91, 2, 4—7, 8100, 62, 5), Blezniuc Stela (2660, 4, 80, 90, 1, 2, 4, 7, 708), Broască Adela (2651, 64, 7, 71, 3—5, 7, 80, 1, 94), Bunică Lia (2683, 9, 90—7, 708), Cuzub Iulian (2682, 90—6, 9, 708, 8000, 97, 100), Cuzub Maria (2649, 51, 7, 60, 5, 7, 73, 4, 5), Dămîi Marilena (2660, 72, 8, 9, 83, 9, 91, 2, 4, 7, 706—8), Horiceanu Virginia (2660, 73, 9, 81, 3, 91, 2, 7, 606, 7), Hudişteanu Maria (2652, 66, 7, 83, 9, 90—5), Merticaru Mihai (2649, 51, 5, 67, 70, 7, 81, 91, 2, 7), Moruz Rodica (2652, 60, 83, 9, 90—5), Moruz Maria (2651, 64, 73, 4, 7, 80, 91—4, 7), Moruz Stela (2667, 73, 5, 7, 81, 3, 91—4, 7).

SIRNA (Ploieşti), *S. g.* cl. VI Mihăilă Maria (2651, 3, 5, 7, 9, 62, 71, 4, 5, 81, 21).

TĂTĂRANI (Ploieşti). Absolventă Ivănescu Ana Gabriela (8045, 8, 9, 51, 6, 8—63, 7, 74, 5, 8, 9, 81, 2, 4, 5, 8, 90, 131, 40, 2, 5, 6, 7, 32, 4).

TEACA (Cluj), *L.* cl. VI Zenovia Doina (2651, 1, 2, 4, 7, 8, 9).

TECUCI (Galaţi). *Ş. g.* cl. VIII Buta Miariana (2651, 2, 7, 63, 80, 2, 90, 1), Enache Vasile (2657, 9, 60, 9, 71—3, 81, 4,), *L. 1* cl. VI Ghica Catiuşa (2653, 75, 81, 90, 4, 6, 5, 7), Gheorghiu Sarica (2653, 75, 81, 90, 4—7), Nicoară Gilda (2653, 75, 81, 90, 4—7), cl. X *Lazea Alin* (7972, 46, 8, 5, 82, 6, 7, 91, 33, 8001, 4, 19, 20, 32, 43, 8, 51, 6, 8, 61, 3, 5, 81, 2, 4, 8, 90, 9, 100, 11, 33, 4, 6—40, 2—8, 85), cl. VII Mîrza Mitică (2653, 9, 60, 7, 9, 72, 3, 91, 6, 7), cl. VII Popescu Dorel (2653, 4, 7, 8, 61, 3, 7, 72, 3, 81—3, 9, 96, 701), *Seuleanu Mircea* (2649, 51, 2, 4, 5, 8—66, 9, 70—6, 80—4, 7, 90, 1, 3—7, 701, 5, 8), cl. VIII Ionescu Viorel (2683, 4, 7, 701, 4, 6, 7, 8020, 97, 100, 101), cl. IX Chirvăsuţă Emilia (7977, 9, 82, 6, 90, 1, 3, 9, 8001, 4, 19, 20, 95, 100, 1, 33, 6, 43, 4, 5, 61), cl. X Bîrliba Florentina (7990, 8043, 51, 6, 8, 61, 5, 88, 90, 137—40, 2, 6, 7), *Chirvăsuţă Geta* (7974, 7—80, 2, 5, 6, 90, 1, 3, 9, 8001, 4, 19, 20, 43, 5, 6, 8, 51, 6, 61, 3, 5, 8, 90, 5, 100, 101, 33—40, 42—7, 61), Donciu Ginel (7987, 8, 99, 8043, 51, 65, 88, 97, 100, 7, 39, 44), Ecea Doina (7978, 80, 2, 90, 1, 8001, 51, 6, 8, 61, 81, 8, 90, 100, 33, 7, 8, 40, 2, 6, 7, 54), Muscă Luminiţa (7978, 80, 6, 7, 8020, 51, 6, 81, 8, 90, 100, 33, 7, 9, 40, 3, 5, 6), *Popa Rodica* (7972, 4, 82, 5, 6, 7, 91, 3, 8001, 20, 28, 43, 5, 8, 51, 6, 8, 60, 1, 5, 81, 8, 90, 7, 9, 100, 33—40, 2, 4—8), Tamaş Anuţa (7977—80, 5, 90, 3, 8020, 43, 5, 6, 8, 51, 6, 61, 3, 5, 90, 133, 5—40, 2, 4—7).

TIMIŞOARA. *S. g. 5* cl. VI Borcea Eleonora (2655, 61, 70, 71, 90, 1, 2, 7), Nicu Georgeta (2657, 61, 72, 9, 91, 2, 7), Monica Irod (2509, 51, 70, 60, 80, 91, 2, 7), Neagu Livia (2655, 69, 70, 1, 3, 5, 91, 7), Nemeth Gabriel (2649, 55, 9, 61, 71, 7, 92, 7), *S. g. 9*, cl. VI Berindeanu Coriolan (2649, 50, 1, 7, 9, 60, 70, 1, 4, 5), *S. g. 10* cl. VI Ivănescu Marius (2649, 50—62, 4), *S. g. 12* cl. VI Miu Doru (2649, 55, 7, 9, 62, 70, 1, 3—5, 91,2)), Todosan Dorina (2649, 50, 7, 9, 69, 79, 3, 94), *S. g. 16* cl. V Tică Virgil (2650, 2, 7, 9, 60, 4, 90, 1, 2), *L. 1* cl. IX Wilhelm Marin (2665—7, 87, 9, 707, 8, 8020, 97, 100, 1, 61, 5), cl. X Buniş Dan (7990, 3, 6, 8001, 6, 14, 9, 28, 31, 50, 8, 60, 7, 70, 81, 4, 91), Chati Magdalena (7972, 4, 6, 1018, 9, 22, 6, 8, 9, 51, 81, 91, 148), *Cosma Dorin* (7972, 4, 7, 8, 80—93, 5—7, 9—8001, 3—7, 9—12, 8—21, 8031, 49, 51, 4, 63, 5, 70, 1, 4, 8), Goian Elena (7972, 4, 6, 8018, 31, 81, 88, 90, 2, 7, 100, 1, 11), Mioc Maria (7972, 6, 8018, 31, 48, 53, 4, 8, 61, 5, 71, 134, 8, 40, 8), Nagi Mihai (7970, 8020, 6, 48, 51, 60, 1, 5, 75, 8, 88, 100, 3, 11, 6), Petcov Agatha (7972, 6, 8018, 29, 48, 51, 8, 61, 5, 75, 82, 8, 90), Popescu Doina (7972, 6—80, 8018, 9, 21, 2, 8, 58, 78, 82, 90, 176), *L. 2* cl. VI Maxim Radu (2651, 70, 1, 2, 5, 81, 2), Milosevici Dan (2651, 2, 62, 70—3), Raţiu Ion (2651, 2—5, 61, 2), Simu Dan (2690, 1, 3, 4, 6, 8, 2708), cl. VII Heber Helga (2657, 9, 63, 71, 2, 4, 5, 80, 81), Kasai Pal (2655—9, 63, 4), Voiculescu Oltea (2663, 6, 7, 9, 71, 3, 9, 80), cl. X Voicu Călin (2606, 7, 89, 704, 5—8, 154, 9, 61, 2, 5), cl. X Breintencach (7972, 4, 5, 7—80, 2, 6—7, 90, 3, 9, 8004, 10, 8, 9, 20, 8, 9), *Gerda Bach* (7977—80, 2, 5, 8, 9, 93, 7, 9, 8000, 1, 4, 14, 20, 6, 51, 4, 8, 65, 9, 81, 2, 8, 9, 100, 1, 3, 7, 11), Gros Gabriel (7903, 72, 7—80, 2—93, 7, 8001, 4—6, 18, 9, 20, 8, 32, 48, 51, 6, 61, 7, 75, 80, 2, 8, 90, 7), *L. E. Murgu* (cl. VII Ploscaru Cornelia (2661—7, 84), cl. VIII Liliana Popescu (2663, 6, 7, 81, 3, 7, 2608, 100), cl. IX Dobre Rodica (2265, 666, 7, 82, 3, 99), *Marinca Vasile* (2649, 50—67, 7978, 80, 2, 6, 90, 1, 3, 8001, 18, 19, 26). Seve-

rineanu Mariana (2665—7, 87, 7004—8, 20, 99, 100, 1, 61, 2), Nicoară Dan (7978, 9, 80—2, 5, 6, 7, 90, 1, 9, 8001, 4, 5), *L. 4* cl. X Willer Zoltan (7976, 8051, 61, 3, 81, 48, 90, 8133—5, 39, 42, 7), *L. 6* cl. V Suta Marcel (2650—2, 71, 90, 1, 2), *L. 7* cl. VI Bâlă Pompiliu (2590 1, 3—7, 708), Hîncu Ionuț (2652, 5, 7, 8, 9, 61, 4, 5), *L. 10* cl. X Achmadș Iosef (7977—80, 2, 4—7, 90, 1, 8014, 20), cl. XI Păpăroiu Marin (7977, 8, 80, 3, 5—7, 93, 5, 8005, 28, 51, 9, 61, 78, 8, 90), *Liceul de muzică* cl. VI Blasciuc Delia (2649, 53, 7, 9, 61, 2), *Lic. industrial construcții*. Klaus Rollinger (2705, 6, 8, 7982, 91, 2, 8133, 5, 4), cl. I Murgu Afrim (2665, 7, 87, 705, 6, 8, 8019, 20, 91, 100, 35, 65), Wasitschek Francisc (2667, 87, 705, 6, 8, 7982, 97, 100, 54, 61,5 2,5).

TISMANA (Oltenia) . *Ș. g.* cl. VII Radeanu Cristina (2680—4, 7, 9, 708).

TITEȘTI. *Ș. g.* cl. VII Mărcoiu Ion (2639, 70, 5, 81, 91, 2, 4, 7, 702, 6, 7), cl. VIII Mohanu Gheorghe (2650, 1, 69, 70, 1, 3, 4, 6, 9, 90—2).

TITU (București). cl. V Gheorghe Costel (2631—4, 49, 51, 69, 70, 1, 91), Oprea Ion (2631—4, 49, 51, 69, 70, 1, 91).

TITU TÎRG. cl. VI Dumitru Aurelia (2657, 61, 9, 70—3, 5, 94).

TÎRGOVIȘTE. *Ș. g. 2* cl. VII Jipescu Liliana (2650—4, 56—66), *L. 1* cl. IX Grigorescu Vlad (7982, 6, 7, 91, 3, 9, 8001, 4, 10, 14, 15, 18, 20, 2, 6), Dan Adrian (2667, 84, 7, 9, 7949, 90, 3, 8018, 52, 3, 67, 9, 71, 5, 81, 97, 99, 100), cl. X Ionescu Marius (7976, 80, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 8004, 31, 51, 88, 90, 134), Pătrașcu Mircea (7972—6, 7, 8, 80, 2, 7, 90, 3, 9, 8000, 1, 4, 7, 10, 18, 20, 2, 6, 31), Săileanu Sorin (7972, 6, 8, 9, 82, 5, 7, 90, 3, 4, 7, 9, 8004, 5, 14, 15, 8, 9, 28, 31), cl. IX Stan Traian (2665—7, 7985, 7, 90, 8004, 5, 10, 18, 9, 21, 32, 52, 3, 67, 9, 70, 1, 5, 80, 1, 91), *L. 2* cl. XI *Florea Ion* (7973, 77—84, 98, 8004—6, 21—3, 26, 31, 9, 45, 8, 9, 51, 8, 60, 1, 3, 5, 75, 8, 84, 7, 8, 90, 110, 11, 12, 31, 32), *L. 2* cl. XI Călugăru Constantin (8000, 4, 5, 6, 66, 74, 5, 79, 80, 1, 131, 2, 3, 76), *L. 3.* cl. IX Ghinea Nicolae (8131—6, 38—45, 7).

TÎRGU CĂRBUNEȘTI (Oltenia). *L.* cl. IX Ciungu Petre (2667, 84, 7, 9, 2706, 8, 7978—80, 2, 7, 9, 8100, 1), Ciungu Stelian (2704, 6, 8, 7974, 96, 8004, 5, 12, 54, 74, 80, 1, 8101, 33, 5, 54, 5, 7, 73, 5), Doloc Gheorghe (2667, 84, 7, 9, 2705—8, 7978, 80, 2, 7, 8100, 8101), cl. X Bușneag Dumitru (8028, 31, 6, 131, 3, 4, 8, 9, 40, 2, 3, 7, 8, 54, 74, 76, 85. 92, 8199, 203, 10, 2, 27, 8, 30, 40, 60, 4, 80, 4, 92, 302, 10, 3, 4, 8, 33, 5, 6, 8). Colțescu Ion (7979, 85, 8051, 8, 60, 75, 81, 88, 90, 111, 34, 40).

TÎRGU JIU. S. *g.* 4 cl. VI Harca Aurelia (2651, 3, 9, 60, 70, 1—5, 8, 9). 8, 80), cl. VII Romanescu Viorel (2653—5, 8, 9, 60—4), cl. VIII Cătălin Arjoca (2650—3, 0, 7, 8, 60, 2—6, 8019), Drăghescu Lidia (2751, 69, 70—2, 5, 6, 83, 7, 8097, 8, 100, 1), *L. 1* cl. IX Anuțoiu Paula (2655—7, 84—7, 706—8, 7978, 8097, 9, 100, 1, 20), Dumitrescu Gabriela (2684——7, 705—8, 7978, 82, 7, 8021, 97, 8142,) Mitran Ilie (2657, 63, 70, 2, 83—7, 9, 91, 706—8, 7978, 8142), Niculescu Corina (2665—7, 85, 7, 707, 8, 8019, 20, 97—9, 100, 61), *Rodeanu Ion* (8048, 51, 4, 60, 1, 3, 5, 7, 75, 8, 81, 8, 90, 1, 7, 9, 8103, 7, 10, 11, 31—4, 8, 40, 4, 5, 7, 8, 54, 64, 7, 2, 6), Pîrjol Mihai (2684—7, 706—8, 7978, 82, 8001, 21, 97, 9, 100), Săceleanu Lucrețiu (2666, 7, 84—7, 706, 8, 8001, 19, 20, 1, 97, 9, 100), cl. X Andrițoiu Vasile (7970, 6—8, 80, 2, 5, 6, 9, 93, 8001, 6, 10, 20, 6, 32, 9, 48, 51, 8, 60, 1, 5, 73, 4, 8, 81, 8, 90, 100, 9, 11, 2, 33, 4, 45, 76, 85, 90), *L. 2* cl. X Ciobescu Ion (7976, 8, 80, 2, 5—7, 90, 8001, 19, 20, 6, 97, 9, 100), *Modroiu Stelian* (7972, 4, 6, 8018, 20—2, 6, 8, 43, 7, 8, 50, 1, 8, 61, 3, 74, 8, 81, 2, 8, 90, 1, 5, 7, 100, 11, 33—5, 44—7, 54, 66), Tudor Valentin (8019, 43, 63, 5, 75, 8, 81, 4, 8, 97, 9, 100, 11), Cl. XI *Diaconu P. Ilie* (8039, 43, 5, 7, —8, 51, 8, 60—5, 9, 70—5, 7, 8, 81, 2, 4, 5, 8, 90, 103, 7, 9, 10, 1, 2, 5, 31—4, 8—40, 2, 4——7, 66, 7, 73, 6, 85, 90, 2, 8).

TÎRGU LĂPUȘ (Maramureș). *L.* cl. X Giurgiu Timofte (7976—8, 82, 5, 90, 1, 8001, 14, 28, 48, 51, 4, 81, 4, 100), Nechita Virgil (2665—7, 7978, 80, 2, 6, 7, 93, 8005, 19, 20), Moldovan Bela (7976, 86, 91, 2, 9, 8001, 20, 48, 51, 60, 3, 81, 4, 8, 90, 100), Opriș Teodor (7976, 85, 6, 90, 1, 8001, 14, 48, 50, 1, 4, 8, 65, 81, 2, 4, 8, 97, 100, 1).

TÎRNĂVENI. *S. g. 3* cl. VIII Drăghiță Mariana (2665, 9, 70, 1, 94, 5, 600), *L. 2* cl. VI Ghețiu Mihai (2651—3, 5, 7, 9, 60, 1, 70), cl. VII Barna Ilena (2651, 5, 7, 9, 60, 1, 3, 5, 6, 7), Pethö Ibolya (2651, 2, 5, 7, 8—67), Torok Iolanda (2651, 5, 7, 9, 61, 72, 3, 6), cl. VIII Szabo Iosif (2655, 9, 60, 3, 71, 90, 4, 707), cl. IX Patarfahri Ladislau (2665, 7, 83, 7, 8019—21, 75, 97, 9—101), *L. 1* cl. XI Gruia Călin (7970, 2, 80, 5, 8004, 28, 9, 31, 9, 45, 58, 64, 31—8, 40, 4, 5, 7, 8).

TG. MUREȘ. *L. 1* cl. V Tibrea Gabriela (2651, 70, 1, 90, 1, 2, 3, 4), Vamoș Călin (2653, 5, 69, 701 1, 3, 4, 7, 90, 4, 9), *S. g. 2* cl. VII Szekely Zoltan (2686, 7, 90, 1, 2, 4, 5—9, 700, 1, 8), *S. g. 6* cl. VI Cazan Liviu (2650—6, 64), Cenuca Marcel (2650, 1—3, 5, 6, 60, 4), Cîmpeanu Cecilia (2649, 50, 1—7, 9, 60, 2, 4), Moga Mariana (2649, 50—6, 9, 60, 2, 4, 5, 7), Sălăgeanu Nicolae (2652, 5, 91, 2, 3, 4, 7), Wincler Tiberiu (2650—3, 5, 6, 9, 60, 4), cl. VIII Bagothai Iulius (2661—7, 8019, 20), Barta Zoltan (2661—7, 8019, 20), Moga Ioan (2661—7, 8019—20), Pop Doina (2653—9, 61—4), *L. 1.* cl. V Somotecan Doina (2651, 7, 71, 90, 91—4, 7), cl. V Haim György (2649, 50—2, 69—71, 90—2), cl. VIII Semenfeld Gabriel (2661—7, 8018—21), cl. X Socaciu Teodor (7977, 8, 80, 2, 4, 6, 7, 90, 1, 7, 9, 8001,

4, 6, 10, 21, 2, 39, 48, 133, 4), Pop Adrian (7977—81, 4, 5, 7, 90—3, 5—7, 9, 8000—2, 4, 10), *Pop Horia* (7971, 4, 7, 88, 90, 2, 3, 5, 7, 9, 8000, 4—6, 10, 7, 8, 20, 1, 6, 8, 31), Codarcea Maria (7976, 8048, 51, 61, 75, 88, 90, 5, 8109, 34, 43, 8), *L. 5* cl. X Sevciuc Adela (7923, 5, 76, 8048, 51, 8, 81, 90, 116, 34, 43, 8), Seregely Csilla (7923, 5, 74, 57, 76, 8020, 4, 39, 43, 8, 51, 2, 8, 61, 5, 74, 81, 90, 139), Moldovan Macedonia (7925, 76, 8020, 48, 9, 51, 8, 61, 3, 80, 1, 90, 107, 34, 48), cl. XI Milea Constantin (8048, 58—61, 5, 74, 8, 88, 90, 131—4, 7, 8, 40).

TOPLIŢA. *L.* cl. VIII Boaşu Dosu (2661, 4, 7, 81—3, 2706, 7, 8022, 99).

TOHANUL VECHI (Braşov). *S. g. 2* cl. VIII Zamfir Nicolae (2650—5, 8—66).

TRUŞEŞTI (Suceava). *L.* cl. IX Andrei Victor (2684, 6, 7, 705, 6—8, 7986, 8018, 75, 97, 99, 100, 1, 3, 11), Avriş Aurica (2666, 7978, 80, 2, 6, 7, 8, 97, 8001, 20, 99), Bojescu Constantin (7980, 2, 4, 5, 7, 90, 3, 8004, 20, 1, 61, 65, 74, 5, 81, 88, 98, 111, 140, 47), Grădinaru Dorin (2689, 704—8, 7088, 980, 2, 4, 7, 90, 3, 8003, 22, 6, 73, 101, 94, 61), cl. IX *Călin Constantin* (2685, 6703—8, 7974, 9, 80, 3, 4, 7, 90, 7, 8003, 4, 18, 22, 6, 45, 54, 73, 4, 80—2, 8, 95—7, 100, 1, 3, 7, 33—5, 61, 2), Ispas Mihai (2665, 706, 8, 7980, 4, 6, 7, 8, 90, 3, 7, 8004, 22, 6, 73, 4, 81, 8, 161, 2), Mardare Vasile (2684—9, 7976, 84, 7, 8, 91, 7, 8004, 10, 18, 22, 54, 73, 81, 8), *Tanasă Gheorghe* (2684, 7—9, 274—6, 8, 7976, 8, 80, 4, 6, 7—91, 3, 8004, 6, 9, 10, 22, 73, 5, 80, 1, 7, 8, 91, 7, 9, 100, 1, 11, 33, 43, 5, 9, 54, 61), Pavel Gavril (2684, 7, 9, 705—8, 7980, 2, 4, 7, 8, 90, 3, 9, 8003, 75, 101, 33, 61), Vărvărucă Constantin (2684—9, 704—8, 8075, 80, 95, 7, 9, 100, 1, 111, 33, 61, 2, 5), Anton Romulus (7976, 8, 80, 2, 4—7, 90, 1, 3, 7, 8001, 4, 6, 18, 20—2, 6, 31, 51, 8, 60, 1, 5, 73, 4, 5, 81, 2, 4, 8, 91, 7, 9, 100, 1, 711, 33, 4, 40, 7), cl. X *Ciobanu Maria* (7972, 4, 6, 7, 8, 91, 8001, 19, 9, 21, 2, 5, 8, 31, 45, 8, 58, 63, 7, 73, 4, 5, 80, 298, 101, 3, 7, 9, 33—4, 38, 40—4, 7, 8, 54, 61, 7, 80), *Muraru Valeria* (7974, 6, 80, 4, 8, 90, 8001, 6, 18, 28, 31, 45, 8, 58, 63, 5, 73, 4, 80, 2, 97—100, 3, 9, 33, 4, 8, 40, 2, 3, 7, 61, 86, 7).

TULCEA. (Dobrogea). *S. g. 2* cl. VIII Doljencu Victor (2661, 4, 7, 77, 8, 87, 9, 707, 8), *L. 1.* cl. XI Ioanidis Constantin (7970—2, 5, 6—8, 80, 1—5, 7, 83, 8001, 5, 6, 9, 10, 32, 51, 65, 81, 8, 132, 3, 38, 45), Ivanov Roman (7970, 4, 6, 8048, 5, 51, 61, 78, 81, 4, 8, 131—40, 2, 3, 5), Petrov Laurenţiu (7911, 8, 20, 1, 5, 8, 32, 8047, 8, 60, 3, 5, 6, 81, 3, 8, 131—5, 9, 40, 2, 3, 5, 7, 51, 6).

TURNU SEVERIN. *L. 1.* cl. VIII Lupu Florin (2651—5, 64, 90, 1, 4, 6, 708), cl. IX Modîlcă Emil (2665, 7, 706, 8, 8020, 1, 97, 101), Pasmagiu Ştefan (2663, 5, 6, 7, 81, 2, 3, 7, 701, 6, 7, 8, 97, 99, 101, 2, 5), cl. X Bănuţă Lucia (7972, 6, 9, 84, 5, 7, 90, 3, 8001, 4, 6, 19, 20—2, 6, 31), Chiriţă Mircea (8035, 103, 7, 11, 5, 6, 28, 64, 73, 6, 81, 5, 6, 7, 92, 110), Iacobescu Sabin (7972, 7—80, 2, 4—8, 90, 1, 3, 8001, 4, 6, 20, 1, 2, 6, 31), Modîlcă Mariana (7976, 8001, 6, 20, 1, 2, 51, 88, 97, 100, 34, 8), *L. 2.* cl. VI Movilă Tamara (2661, 70, 1, 2 90, 1, 2, 9, 4), Beze Nicoleta (2651, 3, 69, 73, 5, 81, 91, 2, 5, 6, 7), Voicu Monica (2657, 60, 1, 70, 1, 2, 5, 97), cl. IX Gosoniu Marin (7978, 9, 80, 2, 4, 5, 7, 90, 1, 3, 7, 9, 8000, 28, 38, 75, 110), *L. 3* cl. X Bădescu Iulian (7970, 8, 80, 2, 4, 6, 7, 8, 90—4, 7, 9, 8018, 20, 32), Lăpădat Victor (7972, 7, 8, 80, 2, 7, 93, 8001, 4, 17, 29, 24, 5).

TURDA. *S. g. 1* cl. VI Marin Liana (2655, 7, 61, 4, 72, 3, 90, 1, 2, 4), Stroescu Valentina (2660, 70, 1, 3—5, 81, 95, 6), Rusu Valentin (2261, 657, 70, 1, 2, 4, 5, 92, 5, 6), *S. g. 3* cl. VIII Florea Dumitru (2680—3, 87, 99, 701, 2, 4, 8, 8194), *L.* cl. X Pogăceanu Horea (7985, 8019, 20, 43, 8, 51, 84, 97, 100, 40, 42), Zeicu Mircea (7972, 6—80, 2—8, 90—3, 6, 7, 9, 8000, 1, 4, 5—7, 10, 1, 4, 8, 9, 20—2, 4, 6, 8, 48, 50, 1, 8, 60, 7, 71, 88).

URECHEŞTI (Galaţi). *S. g.* cl. VI Goleşteanu Elena (2651, 70, 1—5, 94—6), Ilie Ştefan (2661, 7, 70—2, 4, 5, 81, 2, 9, 3, 5, 98, 700), Negoescu Aurora (2651, 8, 70, 2—4, 90, 4—6), Popa Anastasia (2651, 5, 60, 1, 75, 82, 92), cl. VII Buga Mihai (2689, 90—92, 94—701, 8), Ivan Anişoara (2632, 6, 49, 57, 60, 2, 70, 1, 4, 81, 2), Marina Anişoara (2653, 7, 63, 7, 70, 1, 4, 90, 2, 4, 7, 705), Munteanu Mariana (2649, 57, 8, 9, 61, 2, 70, 1, 83, 91, 706), cl. XI *Vasile St. Ion* (8043, 5, 7, 50, 9, 62, 3, 6, 78, 9, 82, 9, 103, 131, 2, 3, 4, 5, 7—40, 2—8, 76, 7).

VADUL CRIŞULUI (Crişana). *L.* cl. VI Gavriluţ Florin (2654—9, 61, 2—4, 6, 80, 3, 97). Gavriluţ Radu (2654, 8, 9—61, 3, 4, 7, 72—5, 83).

VALEA LUI MIHAI (Crişana). *L.* cl. XI Gheorghe Bodea (7907, 9, 18, 9, 20, 1—5, 8—30, 2, 63, 4, 70—6, 80).

VALEA SADULUI (Oltenia). *L.* cl. IX Leben I. Ioan (2665—7, 84, 705, 8, 17, 8000, 20, 1, 95, 9, 100, 1), Pătrăşcoiu Emil (2665, 85, 6, 705—8, 7979, 82, 6, 7, 90, 93, 7, 8001, 4, 50, 3, 4, 81, 91, 5, 133, 42, 4, 54, 61, 2, 5, 6).

VALEA GĂRII (Galaţi). *L.* cl. XI Ciocan Nică (7970, 1, 3, 5, 6—80, 5, 6, 8, 90, 1, 800, 6, 28, 131, 2, 5).

VASLUI. *L. 1* cl. VII Zăharia C. Ion (2657, 8, 60—3, 6, 7, 72, 81), cl. VIII Mihai Ecaterina (2663, 6, 80, 3, 4, 7, 706), *L. 2* cl. X Gurguţă Ioan (7972, 8043, 8, 51, 4, 8, 61, 5, 78, 88, 90, 1, 100, 7, 11, 13, 33, 4, 42, 3, 7, 8, 51, 5, 67, 76).

VADASTRIŢA (Oltenia). *S. g.* cl. VII Chiţu Constantin (2649, 50, 1, 2, 5, 7, 8—60, 2—6, 8032).

VĂDĂENI. *S. g.* cl. VIII Cosor Vasilică (2680—4, 7, 90—7, 9, 700, 8, 19, 20, 97, 99, 100, 1).

VÎCOV DE SUS (Suceava). *L.* cl. IX Chelba Mihai (2667, 84, 7, 8018—20, 97, 8, 100, 1, 62, 5).

VIŞEU DE SUS (Maramureş). *L.* cl. XI Griguţă Gheorghe (7971, 7, 8, 82, 3, 8, 91, 8001, 4, 6, 10, 49, 50, 1, 9, 67, 9, 79, 3—5, 81, 5).

VIZIRENI (Galaţi). *S. g.* cl. VII Andrei Mircea (2661—3, 80, 1, 3, 99, 8101).

VORNICENI (Suceava). *L.* cl. VIII Amarandei Gheorghe (2684, 7, 9, 707, 67, 8, 8095, 97, 8, 100, 1, 61, 2, 5), Dăscăleanu Aurel (2684, 7, 9, 706, 8, 8095, 7, 100), Lunca Gheorghe (2684, 7, 9, 704, 6—8, 8019, 95, 7, 100, 65) , Nechita Dumitru (2684, 7, 9, 706, 8101, 97), cl. X Curcă Corneliu (2684, 7, 8, 706, 7, 8095, 7, 100).

VRATA (Oltenia). *S. g.* cl. VIII Florescu Ion (2651, 2, 7—60, 3, 70—2, 5, 81).

VULCAN (Hunedoara). *S. g. 4* cl. VII Kelemen Francsisc (2659, 3, 5, 7, 8, 60, 3, 4, 6, 3, 9), Grünvald Maria (2652, 4, 5, 64, 71, 90, 7), Csiki Ileana (2650, 3, 6, 7, 66, 87, 90, 4, 706, 7), Cocotă Mia (2661, 3, 6, 70, 1, 3, 5, 90, 2, 4, 7), Timiş Viorica (2657—9, 72, 5, 83, 95, 9), cl. VIII Cugerean Iosif (2693, 4, 706—8, 8097—101), Popescu Constantin (2693, 5, 7, 9, 700, 4—8, 7933, 5).

ZALĂU *L. 1* cl. IX Fărcaş Ioan (2666, 7, 84, 7, 705—8, 7978, 82, 8005, 20, 100), Szilagyi Agnes (7978, 82, 8020, 75, 81, 97, 9, 100, 133, 2705—8), cl. X Tatar Vasile (7974, 6, 8, 82, 5, 6, 91, 8001, 17—21, 8).

ZALĂU (Cluj). *L. 1* cl. IX Chiş Viorel (2666, 7, 84, 7, 706—8, 7978, 82, 7, 8090, 98), Deutsch Iosif (2668, 85, 7, 8, 9, 705—8, 8019, 21, 101), Kupşa Iolanda (2706—8, 7978, 82, 91, 8001, 75, 81, 91, 7, 9, 100), 33), Porcsalmi Ştefan (2605, 6, 84—7, 707—8, 7978, 82, 6, 91, 8001, 19, 91), Sildan Sergiu (2667, 84, 7, 706, 8, 7978, 82, 7, 8020, 91, 100, 33), cl. X Csillag Ştefan (7976, 8, 82, 5, 6, 91, 8001, 17—21, 8), Fărcaş Livia (7972, 6, 8, 8017, 19, 20—2, 86, 45, 51, 88, 90), Fülöp Gheorghe (7974, 6—8, 80, 2, 5, 6, 81, 8019—21), Kobleska Wilhelm (7972, 17, 8019—21, 26, 51, 71, 5, 88, 90, 7), Păvălaş Maria (7972, 6, 8, 86, 8017, 19, 20, 51, 65, 88, 90), Turcaş Aurica (7972, 6, 8, 86, 8017, 19, 20, 45, 51, 65, 88, 90), Vlaicu Iuliu (7972, 8017, 65, 75, 91, 7, 100, 33—5, 40, 8, 54, 61, 2), cl. XI Szöcs Coloman (7985, 6, 8, 93, 7, 8004, 30, 9, 45, 7, 8, 9, 50, 1, 6, 8—66, 71, 5, 7, 8, 81, 2, 4, 5, 8, 90, 103, 10, 11).

ZIMNICEA. cl. XI Gatu Petre (7971—6, 8020, 32, 40, 3, 4, 8, 51, 6, 8, 9).

Pînă la 15 iulie 1967 s-au mai primit soluţii bune de la:

ABRUD. *L. 1* cl. IX Balea Viorel (2685, 6, 704—8, 24, 8133, 5, 6, 54, 61, 2, 5, 230), Cioară Erica (2684, 7, 9, 705, 6, 8, 8097—9, 100, 33, 61), Ispas Liviu (2687, 9, 705, 6, 8, 24, 8095, 9, 100, 7, 33, 54, 61, 2), Vătăjelu Sorin (2684—7, 9, 704—8, 8095—9—101, 45).

ADJUD (Bacău). *L. 1* cl. IX Vraciu Mihaela (2684, 7, 703—5, 8054, 63, 84, 95, —101, 42—4, 61, 2, 5), cl. X Apostu Costică (8048, 51, 3, 8, 61, 7, 71, 5, 82, 8, 90, 7, 101, 3, 5, 9, 133, 4, 7, 8, 93), Călin Sofia (8051, 8, 61, 9, 75, 86, 8, 98, 100, 1, 9, 33, 7, 8, 73, 93, 7, 209, 30), Donciu Gh. (8048, 60, 78, 81, 4, 8, 90, 100, 1, 33, 4, 7, 8, 40, 2, 7, 73, 210, 2). Dumitriu Costică (8060, 74, 85, 100, 10, 31—4, 45, 65, 72, 85), Georgescu Florica (8049, 61, 8, 61, 71, 5, 90, 100, 9, 48, 95, 7, 2301, 3), Jitaru Ortansa (8049, 55, 7, 70, 1, 3, 85, 104, 9, 10, 3562, 203, 9, 10, 2, 30, 2, 3, 7), Olaru Ion (8049, 43, 8, 50—2, 6, 8, 60, 1, 5, 7, 71, 4, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7—101, 7, 9, 11), Oviţă Constantin (8045, 6, 51, 5—8, 60, 1, 3—5, 7—9, 71, 5, 6, 72, 4, 5, 7, 8, 7, 7—105, 7, 9—12, 4—8, 24, 8, 31—40, 2—8, 54, 5, 85, 93, 7—9, 203—5, 7, 10, 2), Oţetea Constantin (8039, 48, 52—4, 6, 8, 60, 1, 4, 5, 7, 75, 82, 8, 97, 8, 100, 1, 9), Vasilache Emil (8051, 60, 1, 3, 7, 71, 4, 5, 97, 111, 34, 97, 209, 10, 2, 3, 30, 40, 5, 7, 9), *Vişan Ştefan* (8039, 43, 5—7, 9, 51, 4, 5, 60, 1, 3, 4, 70, 4—6, 8, 81, 2, 4, 5, 7, 91, 7, 100, 1, 3, 7, 9, 10, 5—7, 28, 31—5, 7—40, 2—4, 6, 7, 8, 85).

AIUD. *S. g. 1* cl. 5 Jojici Iuliana (2652, 69—71, 90—3), Mora Olivici (2652, 69—70, 90—3), cl. VIII Maftei Doina (2669—75, 7, 8, 80—4, 7, 9), *L. 1* cl. IX Popp Zoltan (2684, 7, 705—8, 8070, 96—101, 33, 55), Soposs Lazlo (8039, 49, 53, 4, 67, 70, 1, 5, 6, 91, 103, 4),

ALEXANDRIA (Bucureşti). *L. 1* cl. IX Geantă Paul (2684, 7, 9, 704, 6—8, 25, 8097, 8, 100, 5, 6), Naidin Teodor (8097, 8, 100, 61, 2, 2687, 9, 704, 6, 8, 24, 5), Sălăgeanu Radu (2684, 7, 9, 704, 6—8, 8097, 8, 100k 61, 5).

AMĂRĂŞTI (Argeş) — absolvent Pleşa Ion (8055, 116, 30, 1, 4, 8, 70, 4, 7, 208, 10, 2, 35, 44, 5).

ARAD. *S. g. 10* cl. VII Bejan Aurora (2670, 1, 90, 1, 4, 9, 71, 3), *S. g. 14* cl. VI Deheleanu Aurelian (2670—3, 5, 90, 4, 7), Hulpe Rodica (2669, 72, 3, 5, 80, 4, 7, 717), Ilisie Corina (2670, 2, 3, 5, 90, 4, 7, 717), cl. VIII Sfîrula Silvia (2672, 9, 83, 94, 7, 705—7), *L. 1* cl. VI Pogana Nicolae (2670, 1, 3, 4, 90, 4—7), cl. X Baorneani Constanţa (8051, 61, 80, 4, 8, 90, 1, 7, 101, 35, 6, 51, 212), *Boşcaiu Voicu* (8039, 43, 5, 7—58, 60, 1, 3—5, 7, 9—71, 3—5), 8, 80—2, 4, 8, 90—2, 7, 9—107, 9—12, 6, 24), Chevereşan Nicolae (8047, 70, 78, 84, 90, 100, 33—5, 8, 40, 2, 3, 7, 54, 76), Cioran Petre (8048, 51, 70, 1, 5, 80, 2, 8, 90, 100, 34, 5, 8, 40), Novac Mărioara (8051,

61, 80, 4, 8, 90, 7, 8, 136, 40, 3, 5, 212), Petrişor Ioan (8051, 3, 8, 65, 78, 81, 8, 90, 134, 6—8, 40), Pîrvulescu Constantin (8039, 34, 7, 50, 2, 3, 5, 6, 60, 3, 74, 5, 8, 84, 5, 107), Sucigan Ion (8048, 50, 60, 78, 81, 4, 100, 4, 11, 34, 5, 8), Vincze Iuliu (8048—4, 60, 1, 5, 9, 75, 8, 81, 2, 8, 111, 33—8, 40, 3, 6—8), *L. 2* cl. XI Nistroiu Dorel (2672, 3, 89, 90—2, 6, 7), Tomasko Aclene (2660, 70, 1, 4, 5, 81, 90, 7), Valentin Constantin (2655, 9, 62, 71, 5, 81, =0, 7), cl. X Achim Otilia (8048, 61, 88, =0, 7, 100, 37, 8, 40, 3, 210, 2), Bindileu Constantin (8048, 51, 8, 65, 90,7, 100, 1, 34, 8, 40, 93), *K. 4* cl. VI Kuhinka Ursula (2670, 1, 3, 5, 90, 1, 3—6, 709, 10, 2—7), Vancu Emil (2670, 1, 3, 5, 90, 3, 5, 6) cl. X Christmann Francisc (8051, 88, 90, 133, 4, 40, 8, 54, 76, 85, 203, 10), Tranez Adalleri (8039, 45, 51, 5, 7, 8, 61, 5, 71, 4, 81, 2, 8, 91, 7, 9, 100, 7, 10, 1), Gall Anton (8051, 88, 90, 1, 133, 4, 6, 40, 3, 8, 54, 76, 85, 203, 12), Hirsch Ladislau (8043, 8, 51, 5, 7, 8, 60, 5, 74, 81, 8, 97, 100), Künstler Franz (8048, 61, 8, 61, 88, 90, 133—69, 40, 3, 7, 8, 76, 85), Petz Andreas (8048, 51, 8, 61, 88, 90, 133, 4, 6, 40, 3, 7, 8—6, 85), Sutter Otto (8043, 8, 55, 7, 70, 1, 5, 103, 11, 34, 6, 40, 66).

ARDUD. *L. 1* cl. IX Aman Ghizela (2684, 5, 7, 9, 9019, 45, 7, 63, 74, 81, 4, 97—100), Fetz Elisabeta, Lochli Iliana (2684, 5, 7, 8019, 20, 45, 7, 63, 74, 81, 4, 97, 9, 100, 10).

AŞTILEU (Crişana). *S. g.* absolvent Albuţ Doina (2681, 2, 700, 8, 719, 20, 1, 5, 61).

BACĂU. *S. g.* 8 cl. VI Baciu Doiniţa (2669—71, 81, 90—2, 709, 13), cl. VII Petrescu Rodica (2673, 4, 6, 81—3, 94, 5, 708), cl. VIII Andarache Gabriela (2678, 80, 2—4, 7, 8099—101), S. g. 10 cl. VII Dron Florin (2672, 3, 5, 6, 9, 81—3), *L. 1* cl. IX Tioc Alexandru (2684—7, 9, 704—8, 8097, 9, 100), *S. g. 2* cl. VIII Giurgian Valeriu (2677—9, 82—4, 6, 7, 9, 8067, 9, 71, 51, 99—101, 3, 7, 9, 11, 2, 24), *L. 4* cl. X Filimon Liviu (8095, 7 —100, 4, 10, 1, 61, 2, 5, 6, 237).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). *L. 1* cl. X Bogdan Nicolae (8056, 65, 99, 101, 5, 9, 11, 37, 8, 40, 4, 7, 8, 209), Crăiniceanu Gh. (8060, 5, 88, 90, 7, 100, 9, 11, 33, 4, 8, 40), Croitoru Ion (8058, 60, 70, 109, 33—5, 8, 40, 2, 3, 8, 61, 2, 5), Rodeanu Ion (8017, 56, 60, 3, 5, 9, 71, 4, 84, 8, 90, 1, 9. 100, 3—5, 33, 6—40, 2, 3, 8, 57, 71, 203, 7, 9, 10, 2, 30, 7).

BAIA MARE. *S. g. 2* cl. V Csapo Agneta (2669—71, 81, 90—2, 7), cl. VII Bend Ioan (2673, 9, 81—4, 9, 8010), Mihalerik Ştefan (2673—5, 80, 5, 7, 714), *S. g. 8* cl. V Oroş Rodica (2669, 90, 2, 709—13), cl. VI Cioclu Merişor (2670, 27, 90, 1, 7, 710, 3, 6), Popp Cătălin (2669—75, 8—80), Radu Rodica (2681, 2, 92, 6, 7, 712—4), *L. 3* cl. V Ciulan Dorina, Costache Sorin, Lazăr Ononica, Nemeş Rodica, Sabani Liana, Saczah Eva, Sandu Dorin (2669—71, 9—2, 709, 10), cl. IX Bologa Vasile (2694, 7, 9, 704, 8, 24, 8097, 8, 100, 1, 33, 62, 5, 93. 215), Dobrai Ştefan (2665, 7, 84, 7, 705—8, 8020, 999, 100, 61), Graur Călin (2684—7, 8071, 97, 8, 500, 11, 31, 2, 5, 9, 40), Motică Maria (2665—7, 84, 5, 7, 705—7, 8018, 20, 101), Ulici Viorica (2684, 7, 9, 705—8, 24, 8095, 7—100, 31, 3, 5, 40), cl. X Ambruş Horia (8131, 3—6, 9, 40, 5, 8, 54, 6, 61, 2, 76), Bud Ana (8058, 82, 97, 9—101, 9, 34, 8, 40, 8, 93, 210). Marginaş Ion (2051, 60, 3, 82, 8—100, 9, 33, 5, 40, 2, 61, 2).

BAIA SPRIE. *S. g.* cl. VI Banjai Gh. (2669—71, 4, 80, 91, 2, 7). 131—6, 8, 40, 4, 5, 7, 8), Pascali Carmen (2665, 704—8, 8018, —20, 99, 101, 61), cl. X Cărbunaru Mihail (8048, 51, 8, 61, 9, 71, 5, 81, 8, 90, 7, 9, 101, 33—5, 44, 62), Dumitriu Rodica (8004, 11, 9—21, 31, 38, 51, 61, 97, 100, 1).

BRĂNEŞTI (Bucureşti). *L. 1* cl. X Cristea Marian (8048, 51, 6 8, 60, 1, 5, 8, 90, 7, 8, 100, 11), Nedu Aurel (8046—54, 6, 8, 60, 1, 3, 5, 9—71, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7—100, 3, 7, 11, 2, 6, 7), 60, 1, 3, 5, 9—71, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 1, 7—100, 3, 7, 11, 2, 6, 7).

BREAZA *S. g. 2* cl. VI Băjan Ana, Bucur Victoria, Bunea Tamara, Cîrneci Maria, Cîrneci Ion, Cîrneci Vasile Cojocaru Ion, Dobre Gh., Dumitrescu Ligia, Frîncu Viorel, Frunza Emilia, Gîncă Vasile, Iancu Marcu, Machedon Traian, Mirel Adriana, Şerbănoiu Marcel Supeală Daniela (2690, 2—4, 6, 70, 14, 17, 20), cl. VII Vrsbie Ligia, Bunea Constantin, Frăţilă Gh., Marin Gh., Machedon Gh., Mărgescu Codruţ, Oxroiu Valerica, Şerbănoiu Elena, Sovăială Marian (2693, 6, 7, 9, 71, 4, 9, 20, 1), Catea Aurelia, Chiţu Daniela, Fărăstrăieru C. Elena, Niţă Maria (2696, 7, 9, 714, 7, 9—21), Cîrneci Gheorghe (2672, 3, 80, 1, 4, 93, 6, 7, 714, 7, 9—21), *L. M.* cl. X Pascale Petre (8048, 51, 61, 5, 78, 88, 90, 7, 100, 1, 3, 4, 7, 9, 11), Pătrungan Dunitru (8051, 111, 33, 5, 6, 8, 40, 6, 98, 203, 10, 2, 32), Popescu Vasile (8048, 61, 61, 5, 80, 8, 97, 8, 100, 9, 11, 210, 2, 32), cl. XI *Tăleanu Constantn* (8042—5, 8, 9, 51, 6, 8, 65, 74, 8, 81, 4, 5, 7, 8, 90, 131—48, 67, 79).

BREBENI (Slatina) *S. g.* c. VII Tonea Ioana (2658k 7, 72—4, 6, 81, 3).

BUCUREŞTI. *S. g. 4* cl. VII Udrea Bogdan 2685—7, 93, 5, 6, 8, 700, 1, 6—8, 14), *S. g. 5* cl. VII Băluncă Mihai (2672—4, 6, 81—3, 9), Chenzbraum Adrian (2669, 72—6, 81, 3), cl. VIII Apa Tiberiu (2677, 8, 83, 9, 99, 706—8, 25, 8094). *S. g. 10* cl. VI Oprea Constantin (2673, 89—92, 4—7, 709, 11, 3), *S. g. 11* cl. VI Cicu Adrian (2669—75, 94), cl. VII Slobozanu Aurora (2674, 6, 81, 2, 91, 3, 7, 708, 14, 7, 24), *S. g. 19* cl. VI Suciu Ştefan (2669—76, 84—6, 9), S. g. 21 cl. V Creangă Gabriela (2694, 7, 709, 10, 2—6, 22), Moldoveanu Monica (2694, 7, 709, 10, 2—6), cl. VIII Mosescu Stela (2680—4, 7, 9, 8095, 7—191), Profir Paul (2699—701, 4—8, 8099, 111, 61, 3—5), *S. g. 23* cl. V Călin Eugen (2670, 1, 90—3, 710—3), Pătrăşcoiu Mihail (2670, 1, 90—2, 710,

3), cl. VI Cosofret Iulian (2671, 90, 2, 4, 7, 709, 10), Paşan Virgil (2690, 1, 3, 4, 6, 7, 709, 12, 3, (5), S. g. 26 cl. V Andrei Lidia (2669—71, 90—4), *S. g. 50* cl. VIII Ianuş Gh. (2677, 9, 19—701, 4, 6, 8, 8100, 1, 54), *S. g. 77* cl. VII Grigoriu Florin (2690—7, 9, 701, 2, 5, 8162,), *S. g. 96* cl. VI Neagu Rodica (2673, 4, 92, 4, 7, 711—3), Oroş Bogdan (2670—3, 90, 11, 5, 6), Simion Rodica (2673, 81, 94, 6, 709—11, 3), *S. g. 128* cl. VI Miroiu Doina (2670, 2—6, 80—2), Rogobete Nicoleta (2670—5, 80, 1), cl. VII Costea Alxandra (2670—2, 82, 3, 91, 3, 714), Mareş Alina (2670—2, 82, 3, 90, 1, 4, 701, 14, 21), Matei Cornel (2672—5, 80, 1, 94, 7), Nurgu Anca (2619, 70—2, 83, 3, 94, 714), Popa Mihaela (2672—4, 81, 3, 94—7, 9, 8101), *S. g. 135* cl. VI Arniceru Viorel (2669—75, 80, 1, 9), *S. g. 141* cl. VI Pasere Bogdan (2669—76, 90—4, 7), *S. g. 146* cl. VI Munteanu Sorana (2670, 1, 3—6, 90, 1, 4, 6, 7), *S. g. 156* cl. VIII Călin Adrian (2677, 80—4, 99, 706, 8, 8100, 1),, *S. g. 169* cl. VII Ivaner Lucica (2669—72, 4, 83, 7, 8097—101), Pamfil Virgil (2672—7, 80, 1, 3 7, 93—7, 9—701, 5—8, 14, 6, 7, 9, 22, 4, 5, 8095, 9), *S. g. 171* cl. V Diaconu Constantin (2669—72, 89—93, 5, 7, 710), *S. g. 173* cl. VII Andrievici Bogdan (2699—702, 5—8, 714, 2, 8071), absolvent Ionescu Cristian (8042, 5, 7, 8—52, 6, 8, 60, 1, 3, 5, 78—82, 4, 6, 7—91), *L. 1* N. Bălcescu cl. IX Mihalcu Mihaela (2687, 9, 705, 8, 24, 8091, 5. 7, 8, 100, 1, 61), Ştefaniu Călin (2684, 5, 7, 9, 8049, 52—4, 71, 4, 5, 80, 1, 7—101), Ştefanescu Cătălin (2684—9, 8047, 50, 4, 83, 7, 9—71, 4, 80, 1, 91, 6—10), 3, 7) *Vijelie Luminiţa* (8045, 51, 60, 71, 81, 4, 8, 90, 1, 7, 100, 3, 4, 7, 10, 11, E : 2854, 7—1), cl. X *Crăciunescu Răsvan* (8051, 8, 60, 3, 5, 78—80—2, 4, 5, 8, 90, 1, 5, 7, 8, 109, 32—5, 6, 8, 40, 2—5, 7, 8, 54, 75, 6, 85, 92, 8, 203, 12, 20, 9, 37, 9), *L. 2* cl. IX Muscalu Doru (2684—7, 9, 8067, 70, 1, 5, 80—2, 97, 100, 11), *L. 5* cl. VI Crivăţ Ana (2670—5, 90—4, 7, 709, 11—5, 7), Gădeanu Dan (2670—3, 5, 90—2, 4—7, 709, 10, 2—6), Mihale Andrei (2670—5, 80, 1, 90—2, 4—7, 709, 10, 3—5), Vişan Andrei (2690—7, 709—15, 7), cl. VII Bagrim Mihaela (2669—74, 81, 3), Maliţa Mihaela (2669—73, 81, 3, 4, 7), cl. VIII Feraru Dan (2667, 84—7, 9, 703, 6—8, 8019, 20, 97, 100, 61), Gorun Irina (2684—8, 98—708, 8054, 97, 8, 100, 61, 2), cl. IX Bucur Ion (3685—7, 9, 8041, 54, 69, 71, 5, 81, 4, 100, 11), *L. 6.* IX Wainer Irina (8052,—4 63, 71, 3, 5, 81, 91, 7, 8, 100, 1), *L. 7* cl. VII Lustig Adrian (2681—3, 90, 1, 7, 9, 701), Taler Adriana (8039, 49, 50, 2—6, 7, 8, 69, 71, 4, 5, 80, 98, 101, 4, 9, 16), cl. XI George Ion (8055, 75, 107, 31—40, 2—8, 54, 5, 73, 9, 85, 203, 7, 8, 10—3, 5, 20, 40, 4, 5, 68), *L. 8* cl. X Cinteză Mircea (8045, 8, 51—4, 6, 60, 1, 5, 7, 9, 70, 5, 8, 80, 1, 8, 95, 7—100, 5), *Profir Iulian* (8048 51—4, 60, 1, 3, 5, 7, 7ş, 80—2, 4, 8, 90, 1, 7, 101, 3, 5, 7, 11, 33, 4, 6, 8, 9, 40, 2—4, 54, 62, 5, 75, 6, 86, 93—5, 8, 200, 5, 9, 22—4), *L. 10* cl. IX Gafiţa Gabriel (2669—76, 80—4, 7, 90—701, 4—8, 13—5, 20, 8097, 101, 11, 33, 5, 54, 61, 2), *L. 11* cl. X Băea Laurenţiu (8045, 55, 8, 61, 81, 2, 4, 90, 7—100, 2, 10, 1), Claiman Mişu (8043, 6, 8—51, 4, 8, 60, 1, 3, 5, 7, 9, 70, 4—7, 8, 80—2, 4, 8, 90, 7—101, 3—5, 11), Ştefănescu Bogdan (8047, 50—4, 8, 60, 1, 5, 7, 9—71, 3, 4, 8, 80, 1, 4, 8, 92—2, 5, 7, 9, 100, 1), Tauber Teodor (8058, 60, 81, 2, 8, 133, 4, 7, 8, 48, 54, 66), cl. XI Montanu Mihai (7026, 85, 7, 8005, 6, 43, 8, 51, 9, 61, 88, 137—40), *L. 12* cl. VI Vieroşanu Andrei (2690—2, 4—7, 710, 2, 3, 6), *L. 13* cl. IX Anastasiu Marinela (2704—7, 7978, 70, 2, 7, 90, 3, 5, 8001, 21, 50, 81, 99, 133), Balosin Bogdan(2705—8, 8135, 9, 44, 8, 54, 62, 20i, 32), Berceanu Barbu (8041, 3, 7, 50, 2—4, 63, 8—71, 5, 80, 1, 91, 2), Bica Gabriel (2684, 7, 706, 7961, 77, 8, 86, 7, 91, 8020, 97, 100), Calianu Rodica (2685, 6, 8, 9, 706, 7985, 90, 9, 8001, 10, 1, 26, 5σ, 4, 70, 3—5, 81, 91, 5, 7, 9—101, 3, 7, 9, 11, 86), Chintescu Alexandru (2684, 79, 705—8, 24, 8095, 7, 100, 61, 5, 230), Eftimescu Ana (2610, 66, 705—8, 7936, 8000, 8, 99—101), Florescu Adrian (2706—8, 23, 8047—, 81, 131, 2, 9, 42, 4), Gaia Dan (2684, 7, 9, 704—8, 80—99,—110, 65), Marcu George (2666, 7, 87, 706, 8, 8021, 95, 7, 8, 100, 1, 61, 2), Molnar Tatiana (2684, 7, 9, 8, 700, 4—7, 8095, 7—101, 33), Muşat Eugeniu (2665, 7, 84, 7, 706, 8018—20, 91, 7, 8, 100, 54, 61, 2, 5), Liteanu Servan (2687, 704—6, 8, 23, 4, 8054, 161, 2, 5, 230), Pavelescu Corneliu (2694, 7, 7977, 8, 82, 6—8, 90, 8020—, 97, 100), Pădureţ Andrei (2667, 706—8, 8018, 20, 81, 100, 1, 11, 31), Popa Corneliu (2684, 7, 704, 6—8, 8098—101, 65, 93), Roşca Barbara (2667, 87, 706—8, 8018, 20, 97—99, 101, 11), Sauca D. (2684, 5, 704—8, 7984, 7, 8000, 7, 18, 41, 157), Seremeta Dorin (2665—8, 84—7, 9, 703—8, 8017, 9, 61, 6), Spătau Vasile (2684, 7, 9, 706—8, 7977—80, 2, 4, 6, 7, 90—3, 5, 9, 8001, 4, 5, 10, 81, 95, 9—101, 11), Stan Elena (2885, 9, 705—8, 8053, 4, 75, 9, 148, 61),Vasilescu Marius (2684, 7, 9, 706—8, 8097—201, 65), Văduva Adriana(2685 9, 705—8, 8054, 91, 111, 32, 3), Zaharia Silviu (2684, 7, 74—8, 8018, 201, 91, 7—100, 54, 62, 5), *L. 15* cl. IX Ion Ioh (2703, 23, 5, 8074, 133, 9, 42, 3, 5, 65, 61, 2, 97, 209, 10, 2, 5, 30, 2), cl. X *Marinescu Nicolae* (8043, 8—53, 6, 60, 1, 3, 5, 7, 75, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 5, 7—101, 3, 7, 9,, 11, 6, 33—5, 8, 9, 42—4, 7, 8, 54, 61, 2, 5, 6, 93, 209, 10, 2, 30, 2, 7), *L. 17* cl. Ioiţă Ion (8097, 9, 100, 37, 9—11, 62, 76, 92, 219, 32, 5, 7, 53 *Avrămoiu Valentin* (7970, 1, 3—5, 89, 99, 8000, 4, 6, 7, 9, 75, 21, 2, 6, 8, 4, 7—9, 42, 3, 5, 8, 65, 75, 8, 81, 1, 3, 103, 7, 16, 21, 21, 2, 7, 8, 40, 70, 9, 85, 92) cl. IX Andrei Sanda (2684, 7, 704, 6, 8, 8095, 7—101, 61, 2, 5), cl. X Herling M (8131—45, 7—9, 51—71, 63—6, 9, 73—80, 2—5, 8, 92—4, 7, 9, 201, 3, 5), Gihac Viorel (8048, 51, 6, 8, 60, 1, 88, 7, 9—111, 7, 9, 11, 4, 36, 8, 40, 50, 82, 210, 2), *L. 22* cl. IX Bădescu Smaranda (2684, 7, 9, 8053, 4, 69, 74, 80, 1, 91, 7—100, 2, 10), cl. X Bolintineanu Şerban (8039, 41, 3, 5, 7—53, 8, 81, 7, 90), Gavrilescu Ionel (8039, 48, 51, 8, 60, 1, 5, 75, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 7—100, 9, 11, 133—5, 8—40, 99, 203—5, 9, 10, 2, 3, 32, 7, 45), Georgescu Radu (8039, 45, 7, 51, 51—4, 6, 8, 601, 1, 4, 5, 75, 8, 82, 4, 8, 90, 1, 7, 100, 7, 10) Sergiescu Vlad (7970—2,

9, 6—800, 4, 6, 7, 10—5, 7, 8, 21—32, 5, 6) Minea Gh. (8039, 41, 3, 5, 7—58, 111, 3, 23, 6, 31—40, 2—8, 54, 6, 60, 75, 6, 85, 92), *Tiron Haufmann* (8052, 3, 5, 7, 63, 4, 7, 9, 97, 9, 100, 7, 9, 11, 2, 6, 7, 26, 94, 6, 203, 5, 7, 8, 10, 2—7, 20, 1, 7, 9, 30, 5, 7, 9, 40), Obedeanu Sanda (48—58, 60, 1, 3, 5, 9, 43, 213, 6, 29, 36), Puiu Corneliu (8055, 6, 8, 61, 78, 84, 90, 131—5, 43, 5, 76), Constantin I (8051—4, 75, 88, 90, 7, 8, 100, 3, 4, 38, 55, 7), *L. 24* cl. V Rădulescu Leonid (2669—71, 4, 90—2, 4, 709, 10), *L. 26* cl. IX Smărăndescu Mihaela (2685, 9, 704—6, 8, 23, 8001, 61, 2, 5, 230, 3), *L 28* cl. V Cazan Tudor (2677, 8, 81, 2, 9—91, 3, 709, 10), cl. IV Bivolaru Pompil (2671, 81, 2, 9, 99, 709, 16, 9, 21), Lupu Sorin (2681, 91, 6, 7, 709, 11—3, 5, 9), Nicolau Bogdan (2709, 10, 2—4, 6, 7, 9, 21, 4), Oberst Andrei (2671—3, 81, 91, 7, 709, 10, 4, 9), cl. VIII Nicolau Anca (2680—4, 705, 81, 8097, 100), cl. IX Arsene Vladimir (2685, 9, 703, 5—8, 25, 8075, 99, 100, 61, 6, 227, 32), Petcu Vasile (2685, 9, 704, 8053, 4, 76, 81, 111, 33, 5, 61, 227), Tudose Dan (2706, 8, 8052—4, 80, 1, 91, 7, 9, 104, 162), cl. X Crăciun Dan (8033, 43, 5, 9, 51, 6, 8, 60, 1, 3, 81, 4, 8, 90), Jîrza Constantin (8048, 50—4, 6, 8, 61, 5, 75 81, 2, 4, 8, 90, 1), L. 30 cl. X Platz Alexandru (8047, 9, 50, 2—5, 69, 70, 80, 1, 91, 112, 3, 25, 9, 33, 4, 6—8, 40, 7, 9, 57, 8, 82, 91, 2, 4, 203, 10, 2, 40), *L. 34* cl. VII Damian Andrei (2672, 8, 83, 4, 94, 5, 705, 8007), Kinacescu Consntatin (2672, 7—9, 82—4, 8097), Popoviciu Liviu (2672, 5, 80—3, 93—5, 701), *L. 35* cl. IX Dalangelor Florin (2684, 7, 9, 704—8, 8097, 100, 1, 54, 61), cl. X Sorin Vladimir (8043, 8, 60, 1, 4, 7, 60, 1, 3, 5, 7, 70, 5, 80—2, 4, 8, 90, 103, 4, 7, 8, 16), *O. 36* cl. VII Cheleman Viorel (2670—3, 5—9, 83), Costăchescu Dan (2672—7, 80—3), Magdoiu (2670, 2, 6, 8, 81, 2, 98, 708, 20, 4, 5(, cl. VIII Carabineanu Adrian (2669—76, 8, 80—4, 7, 9, 8018), cl. Drăgoicea Mihai (8058, 60, 9—71, 91, 7, 100, 17, 33, 76, 92, 210, 2, 43), *L. 39* cl. VII Ioniță Georgeta (2669—73, 5—81, 9), cl. IX Guidea Cirstian (2684—7, 9, 8097—101, 3, 11), *L. 42* cl. VII Ursache Octavian (2678, 81—5, 7, 9, 701, 4—7). *Student. Bălută Constantin* (Fac. matematică) (7969—76), 8012—26, 3—32, 4—6, 8—40, 2—49, 51, 6, 8, 60—2, 5, 1—71, 5, 81, 8, 90, 103, 6, 9, 11, 24, 30,

BUHUȘI. *L. 1* cl. V Solomon Constantin (2672, 3, 5, 7—83), cl. VIII Ivan Ion (2694, 5, 7, 9, 702, 5, 7, 8, 8161).

BUSAG (Maramureș). *S. g.* cl. VII Mureșan Liviu (2659, 72, 3, 8, 9, 81, 3, 706), cl. VIII Dragomir (2678—83, 9, 701, 6, 8100),

BUȘTENI (Ploiești, Absolvent Sicoe Traian (8048, 51, 6, 9—62, 5—7, 71, 8—81, 5, 7—90, 130).

BUZĂU. *S. g. 1* cl. VI Nan Andrei (2669—72, 5, 8, 91, 4, 6, 7, 709, 14), absolvent Ivan Tiberiu (8134—45, 7, 8, 67, 73, 6, 9, 8), L. 1 cl. VII Bordea Mariana (2672, 83, 94, 701, 14, 9—21), cl. IX Chițiba Marian (2684, 7, 705—8, 245, 5, 8097—100, 62), Constantinescu Florin (2684, 7, 9, 705, 6, 8, 24, 8095, 7—100, 61, 5, 230), Filipache Ovidiu (2684—6, 9, 76—8, 100, 61, 5), Tăbîrcă Anca (2687, 9, 705—8, 24, 5, 8100, 1, 61), cl. X Cèrnahoschi Cătălin (8053, 4, 8, 60, 1, 9, 71, 8, 80—2, 8, 90, 1, 103, 4), Filipache Laurențiu (2048, 51, 8, 50, 1, 80—2, 4, 8, 90, 109), Mateescu Viorel (2048, 51, 8, 60, 1, 80—2, 4, 8, 90, 109), *L. 2* cl. X Constantin Nicolae (8080, 4, 97, 8, 100 10, 34, 8, 40, 3, 5, 8).

BUZIAȘ (Banat). *L. 1* cl. VI Beinglas Claudia (2609—75, 8, 80, 1), cl. VII Antonescu Mirela (2669—75, 9, 83, 9), cl. VII Drăgan Viorel (2669—72, 4—7, 8—93), Galler Renate (2669—75, 9, 83, 9), Stanca Angela (2669—72, 5, 9—81, 3).

CARACAL. *S. g. 5* cl. VI Uciu Irina (2670, 1, 3, 5, 81, 95—7, 710, cl. VII Nicu Mircea (2672—6, 81—3, 94, 714, 7, 21), cl. VIII Boșcor Gh. (2698, 708, 18, 25, 8133, 5, 6, 9, 54, 61, 3, 7, 93, 7, 200, 9, 26).

CARANSEBEȘ (Banat). *L. 1* cl. V Taține Adriana (2669, 70, 90—2, 709, 10, 3), cl. VII Quint Felicia (2674, 81, 92, 4, 7, 714, 9, 2, 21), cl. VIII Romanescu Adrian (2669—77, 84—7, 9, 701, 2, 4—8), cl. IX *Moț Nistor* (8045, 7, 51, 3—5, 9, 60, 9, 70, 1, 3, 5, 81, 2, 8, 97, 100, 1, 3, 11, 24, 30—5, 7—40, 2—5, 7, 51, 2, 4, 5, 65, 76, 9, 86, 91, 2), cl. XI *Ștefăneanu Mircea* (7974, 88, 91, 92, 93, 96, 97, 99, 8000, 1, 9, 10, 21, 22, 24, 28, 29, 35, 39, 43, 48, 49, 56, 59, 62, 65, 71, 78, 81, 103, 111, 124, 130, 134, 138, 140, 148, 155). *L. 2* (cl. VII Bașta Dorina (2659, 63, 4, 9—71, 81, 94), Sendroiu Elvira (2674, 5, 82, 3, 94, 7, 714, 9, 21), cl. IX Pop Marius (2687. 9, 705—8, 24, 5, 8097, 9, 100, 61, 5), cl. X Danciu Nicolae (8060, 1, 5, 7, 75, 8, 4, 90, 7, 100, 1, 31, 3, 4, 40, 8), Sola Iacob (8048—50, 4, 60, 1, 3, 5, 74, 5, 8, 81, 2, 4, 8, 90, 7, 8, 100, 1, 31, 14, 40), Vandrea Cornel (8048, 50, 60, 1, 3, 75, 82, 8, 90, 7, 100, 1, 40, 3, 8),

TABLA DE MATERII

a Gazetei Matematice seria B, pe anul XVIII (1967).

I. ARTICOLE DE MATEMATICĂ

1. *Ilie Stănescu.* Noțiuni de structură topologică pe dreaptă 49
2. *T. Roman* și *Z. Bogdanof.* Observații asupra problemelor date la a VIII-a Olimpiadă internațională 1966 148
3. *E. Georgescu-Buzău.* Grupul simetric, Permutări 193

4. *Gh. Th. Gheorghiu.* Introducere în noţiunea de spaţiu geometric, spaţiul euclidian 241
5. *Petre Liviu.* Asupra calculului numerelor Sm 289
6. *Gh. Bazacov.* Funcţii cu rădăcini raţionale pentru prime derivată. Exemple 340
7. *Gh. A. Chiţei.* Numărul divizorilor număr dat şi suma lor 385
8. *C. Ionescu-Ţiu.* Corelaţii între ecuaţii trigonometrice şi algebrice 437
9. *N. Teodorescu.* Matrici patrate de ordinul II şi III 481
10. *C. Kovacs.* Cel mai mare divizor comun a două numere naturale 529

II. ARTICOLE SCURTE, PENTRU CERCURILE DE ELEVI

1. *Al. Froda,* Aspecte nebanale ale unor chestiuni de geometrie euclidiană . . . 2
2. *N. O. Zaharia.* Relaţii metrice într-un triunghi oarecare 3
3. *Elena Flondor.* Traian Lalescu 146
4. *I. Teodorescu.* Despre mulţimi de puncte şi locuri geometrice 245
5. *D. Costinuc.* Din istoricul cercurilor de matematici ale liceului V. Alecsandri din Galaţi 225
6. *I. Grigore.* Activitate extraşcolară la matematici 290
7. *Constantin Drîmbă.* Progresele astronomiei 337
8. *Teme* pentru activitatea în cercurile de matematică şi pentru studiul individual la elevii de clasele V—VIII 471
9. *I. Stamate* Asupra unor inegalităţi 487
10. *M. Pavelescu.* Asupra teoremei lui Pitagora şi reciprocei sale 533

III. EDITORIALE, DIN VIAŢA SOCIETĂŢII, PREMII, EVIDENŢIERI

— Activul comitetului de redacţie al G.M.-B pe 1967 1
— Concursul de matematică 1967. Materia cerută pe clase 6
— Premiile Gazetei Matematice seria B pe anul 1966 115
— Rezultatul întrecerii între liceele din ţară privind activitatea şcolară la matematică pe anul 1966 157
— Regulamentul întrecerii pe anul 1967 158
— Evidenţiaţii la concursul de matematică la etapa finală din 8 mai 1967 . . . 256
— A IX-a Olimpiadă internaţională de matematică ţinută în R.F.S. Jugoslavia, iulie 1967, de *C. Ionescu-Bujor* şi *Z. Bogdanof* 433
— Concursul de matematică 1968. Materia cerută pe clase 512

IV. NOTE MATEMATICE

1. Asupra problemelor 5503 şi 5972 de *I. Dăncilă* 7
2. Asupra însemnării unor serii de *I. Candrea* 10
3. Asupra problemei 2336 de *Eugen Popa* 11
4. Calculul lungimii trisectoarelor interioare ale unui triunghi oarecare de *Liviu C. Pîrşan* 12
5. Exprimarea trigonometrică a trisectoarelor unui triunghi de *B. E. Lungulescu* 13
6. Asupra problemei 4715 de *Em. Gaiu* 53
7. Asupra problemei 6707 de *D. M. Bătineţu* 55
8. Asupra problemei 5948 de *I. Dumitrache* 55
9. Asupra unor inegalităţi într-un poligon de *P. Sava* 57
10. Unele aplicaţii ale inversiunii de *L. Watzek* 58
11. Generalizarea problemei 6500 de *P. Farkaş* 105
12. Generalizarea problemei 7349 de *Dan Voiculescu* 109
13. În legătură cu problema 7350 de *D. Brînzei* 109
14. Generalizarea problemei 6899 de *Gavrilă Şerban* 111
15. Generalizarea problemei 7300 de *I. Cojocaru* 113
16. Asupra unui determinant de *R. Scarlat, M. Enache, P. Meer* şi *I. Dăncilă* . . . 115
17. Asupra unor relaţii şi metode de *Paula Popescu* 156
18. Asupra problemei 7470 de *Gr. Bănescu* 198
19. Generalizarea problemei 7597 de *S. Bărcănescu* 199
20. În legătură cu problema 6645 de *M. I. Focşeneanu* 202
21. O. generalizare a triunghiului lui Pascal de *N. C. Manolache* 202
22. O generalizare a problemei 6322 de *D. Ralescu* 204
23. Aria triunghiului în funcţie de mediana de *G. Otrocol* 205
24. Două teoreme despre perpendiculare şi oblice de *I. Teodorescu* 250
25. Generalizarea problemei 6805 de *V. Andrei* 253
26. Asupra divizibilităţii numerelor prin 10^n-1 de *D. Costiniuc* 254
27. Generalizarea problemei 7780 de *I. Hadîrcă* 292

28. Generalizarea problemei 7772 de *Benone Săvulescu* 293
29. Generalizarea problemei 6059 de *Tache Ştefan* 294
30. Generalizarea unei reguli de divizibilitate de *Şt. Niculescu* 296
31. Generalizarea problemei 7831 de *Ş. Bărcănescu* 344
32. O. demonstraţie a teoremei lui Pitagora generalizate de *J. Weinstein* 345
33. Asupra unor relaţii între puteri perfecte de *E. Popa* 346
34. Asupra problemei 6341 de *Dan Voiculescu* 349
35. În legătură cu problema 6341 de *T. Mişacova* 350
36. Asupra problemei 7298 de *B. E. Lungulescu* 352
37. Generalizarea problemei 7696 de *Gh. Belcin* 391
38. Asupra unei inegalităţi de *I. P. Diaconu* 391
39. Asupra problemei E : 1665 de *D. M. Bătineţu* 392
40. Asupra unui şir recurent de *D. Ralescu* 393
41. Generalizarea problemeior 7742 şi 7807 de *D. Cartianu* şi *V. Sergiescu* 397
42. Asupra problemei 7290 de *C. Herling* 442
43. Generalizarea problemei 7767 de *Maria Iorga* 443
44. Asupra relaţiei lui Euler într-un poliedru de *Al. Mitaru* 446
45. Generalizarea problemei 766 de *E. Lungulescu* 448
46. O generalizare a inegalităţii lui Cauchy-Buniakovski de *D. Ralescu* 450
47. O generalizare a teoremei lui Pitagora de *P. Dumitreasă* 489
48. Generalizarea unei teoreme de colinearitate de *N. Blaha* 491
49. Generalizarea problemei 7917 de *Şerban Bărcănescu* 534
50. Generalizarea problemei 8149 de *N. Manolache* 535
51. Interpretarea geometrică a unei inegalităţi de *I. Păun* 535

V. CALEIDOSCOP MATEMATIC

1. Cele mai mari numere posibile scrise cu aceeaşi cifră 298
2. Numărul cel mai mare scris cu 3 de 1 şi 3 de zero 298
3. Grafice de reprezintă litere sau cifre de *Benone Săvulescu* 298
4. Numere perfecte în baza doi de *F. Casian* 390

VI. PROBLEME REZOLVATE*

7262(17), 7290(18, 7288(158), 7289(159), 7291(159), 7292(20), 7293(160), 7294(161), 7295(101), 7296(21), 7297(102), 7298(22, 163), 7299(164), 7302(23), 7304(24), 7305(26), 7306(59), 7307(60), 7308(61), 7309(62, 7327(63), 7328(63), 7329(65), 7330(206), 7322(66), 7334(67), 7335(207), 7341(116), 7345(118), 7346(119), 7347(120), 7349(121), 7350(122), 7354(207), 7362(208), 7384 (208), 7375(208), 7378(209), 7392(210), 7393(254), 7397(210), 7409(257), 7413(259), 7439(260), 7441(260), 7442(261), 7445(262), 7446(318), 7445(399), 7461(400), 7462(401), 7463) (402), 7468(403), 7503(354), 7504(355), 7517(451), 7520(451), 7524(356), 7526(450), 7541(356), 7543 (357), 7544(358), 7546(359), 7547(453), 7550(453), 7569(454), 7597(455), 7598(456), 7602(458), 7603(499), 7605(537), 7607(539), 7655(540), 7762(97), 7763(99), 7764(102), 7765(148), 7766(919), 7767(151), 7770(301), 7771(301), 7773(302), 7777(302), 7780(541), 7782(303), 7787(303), 7789 (548), 7799(305), 7809(305), 7817(306); E : 2429(211), 2459(404), 2479(211), 2480(212), 2481 (404), 2482(212), 2483(213,2486(405), 2493(263), 2578(307).

VII. CHESTIUNI DE EXAMEN, PROBLEME PROPUSE

— Din problemele prezentate la O.I.M. 1966 de către ţările participante (7902—7905) 27
— Olimpiada a IX-a internaţională de matematică. Problemele date 389
— Probleme de bacalaureat date în alte ţări (7906, 8219, 8222—8225, 8260—8273, 8298, 8299 8575—8581)
— Concursul de matematică 1967, etapa regională (8453—8482) 405
— Probleme date la Olimpiada de matematică, Anglia 1965 (8066—8076) 127
— Probleme date la Olimpiada matematică din Anglia 1966 (7907—7917) 29
— Probleme date la admitere în Institutul politehnic, Iaşi 1966 (7918.7929) . . . 30
— Probleme date la Facultatea de fizică, Timişoara 1966 (7930—7932) 32
— Probleme date la concursul de matematică la clasa VIII, 1966 (7933—7936, 8097—8099, E : 2705, 2779—2784, 2841—2846
— Probleme date la admitere în clasa IX (8100, 8101, E : 2670, 2671)
— Probleme de bacalaureat (7962—7964, 8161, 8162)
— Probleme date la admiterea în Institutul de construcţii, Bucureşti 1966 (7970—7976) 67
— Probleme date la concurs în Statele Unite, (1963, 7977—8016), (8193—8218) .
— Problemele date la etapa locală a concursului de matematică din 5 februarie 1967 (8300—8337) 304

*) În paranteze sînt trecute paginile la care s-a dat rezolvarea.

Probleme propuse (pag. 33, 72, 131, 169, 217, 265, 312, 364, 411, 460, 507, 543). 128
— Probleme date la Facultatea de matematică mecanică, Iaşi, 1966 (8087—8094) 130
— Probleme date la admiterea în facultatea de matematică, Craiova 1966 (8038—8041) 123
— Probleme date la facultatea electronică, Craiova 1966, (8042—8043) 124
— Probleme date la facultatea de chimie, Craiova (8044—8046) 125
— Probleme date la concursul pentru clasa VI (E : 2636—2638, 2653, 2658—2662, 2673—2675,2767,2771. 2830—2834)
— Probleme date la facultatea de matematică, Timişoara 1966 165
— Probleme date la Institutul politehnic Galaţi 1966 (8379—8390) . . . . . .
— Probleme date la Institutul politehnic Cluj 1966 (8391—8392) 361
— Probleme date la concursul pentru clasa VII (E : 2639—2641, 2663—2666, 2770, 2773—2778, 2835—2840)
— Probleme date la Academia militară generală 1966 (8393—8395) 362
— Probleme date la Olimpiada tinerilor matematicieni, R.D.G. 1966 (E : 2646, 2647, 2677—2680), 8154—8159). 168
— Probleme date la Olimpiada matematică, Olanda 1964 167,369
— Probleme date la facultatea de ştiinţe economice, Craiova, 1966 (8047, 8048) . . 125
— Probleme date la Institutul pedagogic, Iaşi 1966 (8049—8054) 125
— Probleme date la Institutul pedagogic Braşov (8055—8065) 126
— Probleme la Olimpiadele din U.R.S.S. 1966 (8396—8411) 543
— Probleme date la admitere în Institutul Politehnic din Bucureşti 544
— Probleme date la Olimpiada matematică în Italia 502
— Probleme date la Concursul de matematică, etapa finală 1967 457

VIII. PROBLEME PROPUSE REPARTIZATE PE AUTORI

Acu D. (8028, 8412), *Adrian Sorin* (8601), *Aladar B* (84,66, 8483, 8487), *Andrei V.* (8290), *Angheluţă D.* (8607), *Antonescu Păun* (8423), *Atanasiu I.* (8227), *Avrămoiu V.* (8428), *Bal Iuliana* (8228), *Bazacov Gh.* (8105, 817,3 8301, 8415), *Băghină V.* (8363), *Bănescu Gr.* (7591, 8032), *Băluţă C.* (8106), 8236, 8605, 8637), *Bărănescu M.* (8179), *Bărcănescu Ş.* (8036, 8176, 8242, 8626), *Bătineţu M. D.* (8228, 8545, 8606, 8643), *Bebea N.* (8305, 8357, 8504), *Belcin Gh.* (7942, 8034, 8416), *Berghianu Dalvina* (8314, 8476, 8479), *Bîldea Al.* (8488, 8499), *Bobancu V* (8316), *Boboc D.* (8553), *Boldescu P.* (8516), *Butulescu I.* (8245, 8417, 8498, 9555), *Candrea I.* (8031), *Caragea C.* (8461), *Cartianu D.* (8181, 8437), *Cernea R. A.* (8361), *Chiţescu I.* (8446), *Chisăliţă Ad.* (8257), *Ciotescu I.* (8430), *Ciotlaş C.* (8585), *Circa Viorica* (8468, 8469), *Cistelecan M.* (8558), *Cîrtoaje V.* (8347, 8443), *Cocea Th.* (8012, 853) *Cohal Tr.* (7953, 8460), *Cojocaru I.* (8227), *Constantinescu Laura* (8309), *Cornea F.* (7966), *Costiniuc Fl.* (8277), *Coţa A.* (8590), *Costăchescu V. C.* (8600), *Cristea V.* (8490), *Curcanu Gh.* (8171), *Dabija M.* (8550), *Dăscălescu H.* (8356) *David N.* (8453), *Deleanu Sp.* (8022, 8597), *Diaconu P. I.* (8622), *Drîmbă N. C.* (8294), *Ducaru N.* (8249), *Dumitrescu I. F.* (8588), *Focşeneanu I. M.* (7965, 8168, 8251, 8434, 8557), *Froda A.* (8583), *Gavrilă Ş.* (8343), *Georgescu Corneliu* (8505, 8532, 8594), *Gereanu Ana* (8315, 8527), *Gheorghiu Th. Gh.* (8295), *Gîdea C.* (8340), *Goleşteanu D.* (8633), *Hadîrcă I.* (8174, 825, 8368, 8372), *Hahn R.* (8425, 9592, 8652), *Haim D.* (8582), *Herling C.* (8130), *Holdiş I.* (8018), *Iancu Maria* (8484), *Iliescu D.* (8463, 8603), *Ionescu M.* (8119), 8235), *Ionescu Tr.* (8285), *Ionescu-Ţiu C.* (7940, 7946, 7952, 8027, 8030, 8035, 8096, 8107, 8112, 8116, 8118, 8120, 8122, 8127, 8166, 8180, 8185, 8192, 8230, 8244, 8253, 8256, 8273, 8286, 8303, 8353, 8377, 8431, 8432, 8439, 8441, 8457, 8500, 8509, 8519, 8635, 8540, 8541, 8548, 8554, 8595, 8599, 8608, 8629, 8636, 8642, 8649) *Iordan Duda* (8486) *Isac E.* (8435), *Jijia Gh.* (8237), *Journal de mathématique élémentaires* (8374, 8375, 8376), *Kacso F.* (8103, 8586, 8631), *Kelemen Sara* (8484), *Lalescu Al.* (8025, 8366), *Lambă S.* (8121), Lău Gh. (7958), *Leba C.* (8482), *Leonte Al.* (8238, 8356), *Licker Gh.* (8492), *Liviu P.* (8113, 8304, 8338, 8364), *Lungulescu E. B.* (8126, 8177), *Maftei V. I* (8175, 8308, 8334, 8420, 8464, 8506, 8522, 8333), *Manolache C. N.* (7937, 7961, 8017, 8129, 8259, 8514, 8522, 8609, 8644), *Marica Şt.* (8020), *Matei Augustin* (8558), *Matematika v şcole* 8233, 8234, 8543, 8627, 8628, 8638, 8639), *Maurer W.* (8124, 8167, 8166, 8458), *Mettler M.* (8169, 8226, 8422, 8607), *Mitrofan Maria* (8473, *Mişcaova O. T.* (7954, 8231, 9254), *Moiseev I.* (8521), *Motelică Gh.* (8544), *Munteanu I.* (7939), *Murăreci F.* (8359), *Musta Şt.* (8307), 8501, 8539, 8602), *Năsturică I.* (8465), *Negoescu C. N.* (8163, 8418, 8630), *Niculescu G. G.* (8108, 8184, 8239), *Onofraş E.* (8232, 8346, 8360), *Orănescu O.* (8110), *Orăşeanu L.* (9344, 9352), *Oprea Miron* (8338, 8369, 8436, 9459, 8459, 8597), *Oprea V.* (8283, 8297), *Orşivski C.* (8426, 8537, 9604), *Otrocol Gh.* (7959, 8026, 8113), *Pană V. I.* (8354), *Pantazi N.* (8587, 8623), *Păun N.* (8430), *Pascaru A.* (7957, 8531), *Peligrad N.* (8456, 8549), *Petrescu A.* (8429), *Pîrvan L.* (9024, 8556, 8598), *Pivniceru N.* (8291), *Popescu Ad.* (7911, 8033), *Popescu N. C.* (7943), *Pop E. Gh.* (8029), *Popovici C.* (8281, 8293), *Popescu Gh.* (8508), *Poşta N.* (8588), *Poteraş V.* (8441), *Radu Gh.* (8350), *Raduly I.* (7950), *Rainhamer Em.* (8481), *Ralescu D.* (8036, 8109, 8172,

7189, 8241, 8440), *Rizescu N. Gh.* (8115, 8467). *Rogalski M.* (8255) , *Roman T.* (8520, 8640) *Roncea N.* (8413), *Ruse Gh.* (8453), *Sabou I.* (8591), *Sacter O.* (7955, 8292, 8647, 8468), *Săndulescu C.* (8248), *Săvulescu B.* (7968, 8370, 8371), *Scarlat R.* (8280, 8284, 8289), *Sergiescu V.* (8181, 8414), *Sfetoslav C.* (8348) *Sfichi R.* (8243), *Simion Gh.* (8349), *Simionescu I.* (8379, 8276, 8287, 8288), *Simionescu D. Gh.* (7902, 7903) *Simion S.* (8456, 9548), *Simion P.* (7956), *Şiclovan, I.* (7967, 8485, 8495, 8534), *Strbu C.* (8104), *Stamate I.* (8419), *Stănescu D.* (8358), *Stan D.* (8355, 8367), *Stan Gh.* (8114, 8351), *Stan A.* (8102), *Stemer D.* (8282), *Stanciu M. I.* (8037), *Szasz C.* (8551), *Szekely I.* (8484), *Szollosy Gh.* (8117, 8181), *Teodorescu I.* (7941, 8095, 8165), *Teodorescu N.* (8183, 8646, 8646), *Timoc D.* (8427), *Tiţa I.* (8342), *Toma N.* (8373), *Toma P.* (8246), *Tomescu I.* (8111, 8164, 8190, 8258, 8275, 8278, 8279, 8378, 8421, 8593, 8533), *Turdăşan P.* (8491, 8496, 8497), *Tuţescu Cornelia* (8635) , *Ţene Lucia* (8191, 8300, 8454, 8512), *Ţintescu S.* (8553), *Ţigănoiu Al.* (9423), *Ţirdea V.* (8178, 8438), *Vasilescu C.* (8343, 8362), *Vişinescu Em.* (8160), *Vâlcovici V.* (8641), *Voiculescu Dan* (7938, 8125, 8188, 8250), *Weinstein J.* (7948), *Zamfirescu T.* (7969, 8560), * * * (8023, 8216, 8296).

IX. EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII REPARTIZATE PE AUTORI

Acu D. (E : 2725), *Adler I.* (2852), *Albescu I.* (2635, 2656, 2766, 2826), *Augustin M.* (2854), *Baeră B.* (2691, 2696, 2721, 2894), *Bahrin Constanţa* (2475), *Balahur P,* (2708), *Băluţă C.* (2702), *Bivolaru S.* (2686, 2709), *Blăgău I.* (2707), *Bogză M.* (2634), *Bogdan S.* (2856), *Borş Petrica* (2697, 2699, 2710, 2714), *Boţa D.* (2788), *Căprăruş I.* (2754, 2755, 2758), *Cartaş C.* (2731, 2740, 2803, 2849), *Chifiac Elena* (2751), *Ciobanu V.* (2690), *Ciorobiţă M.* (2663, 2781), 2791, 2795), *Constantinovici S.* (2684), *Costiniuc C.* (2738), *Coţa A.* (2701, 2703, 2718, 2732, 2736), *Cristea V.* (2786, 2797), *Dabija M.* (2764), *Davidică I. I.* (2642), *Dărăban V.* (2732), *Dobre I. N.* (2633, 2651, 2693, 2711, 2768, 2848), *Diaconescu Em.* (2669, 2805), *Dumitrache E.* (2812, 2813, 2819, 2824, 2863), *Dumitrescu Fl.* (2767), *Dumitru M.* (2716), *Drulea M.* (2776, 2783), *Enache M.* (2789), *Ene Anca* (2715), *Finchelstein H.* (2729), *Friederich G.* (2855), *Gavril H.* (2799), *Gheorghiu C. Elena* (2735, 2737, 2741), *Gherman Al.* (2772), *Gorovei S.* (2655), *Grăjdeanu P.* (2847), *Grozescu T.* (2681, 2704), *Horhoianu A.* (2793), *Horobeţ V.* (2726, 2765), *Iancu Maria* (2794, 2800), *Ionescu-Ţiu C.* (2631, 2644, 2648, 2651, 2667, 2668, 2684, 2689, 2785, 2802, 2860, 2868), *Iorga Maria* (2698, 2744), *Ismailescu Fl.* (2834), *Jurca Elena* (2787), *Kelemen Sara* (2790), *Lambă S.* (2851), *Leu D.* (2722), *Levardă V.* (2734, 2738, 2743), *Lohănel Gh'.* (2700), *Macora T.* (E : 2784), *Marica Şt.* (2649), *Mettler M.* (2688, 2694, 2775), *Mitrofan Maria* (2771, 2777, 2778), *Mirzan D.* (2643, 2652, 2682, 2717, 2710), *Mocanu I.* (2749, 2752, 2753, 2762) *Munteanu I.* (2708, 2724), *Munteanu R.* (2829). *Negoescu N.* (2666), *Nica C. D.* (2676), *Nistor V. Gh.* (2654), 2747, 2748), *Niţă P.* (2657), *Niţescu Melania* (2750, 2761), *Olteanu Gh.* (2760), *Oprea M.* (2756, 2759), *Petrescu N.* (2825), *Popescu Al.* (2826), *Popescu N. G.* (2863), *Popescu P.* (2818, 2852), *Pop V.* (2838), *Purdilă Ad.* (2692), *Racoveanu I.* (2801), *Sava S.* (2833, 2837, 2846). *Schintee I.* (2850), *Strbu C.* (2771), *Ştefan Marica* (2845), *Ştefăneanu I. M.* (2685), *Stoenescu D.* (2687), *Stoica A.* (2708), *Stoica M.* (2713), *Sulă O.* (2632, 2806), *Szekely I.* (2792), *Szilaghi P.* (2695, 2719), *Teodorescu I.* (2645, 2742), *Teodorescu S.* (2773), *Tilici E.* (2730, 2733, 2878), *Tofan V.* (2866, 2867), *Tomuleanu Valeria* (2864, 2865), *Turdăşan V.* (2770), 2796, 2798).

X. CĂRŢI NOI, POŞTA REDACŢIEI, RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME, ANUNŢURI

1. *Cristea Mateescu,* Ion Ionescu 78
2. *H. Weyl.* Simetria 79
3. *Gh. Vrănceanu, Th. Hangan. C. Teleman,* Geometie elementară din punct de vedere modern 226
4. *M. Stoka, M. Răianu, E. Mărgăritescu.* Culegere de probleme de trigonometrie 226
5. Figuri ilustre ale antichităţii, de un colectiv 322
6. *G. Mihoc, G. Ciucu.* Introducere în teoria aşteptării 374
7. Descartes, „Geometrie" din Discurs asupra metodei 419
8. *Egmont Colerus.* De la tabla înmulţirii la integrală 419
9. *Egmont Colerus.* De la punct la a patra dimensiune 500

— *Poşta redacţiei* 140
— *In atenţia cititorilor* 555
— *Rubrica rezolvitorilor de probleme* (pag. 4. 79, 140, 177, 226, 273, 322, 374, 419, 472, 513, 555)
— *Către rezolvitorii de probleme* (coperta IV G.M.-B)
— *Cărţi apărute în biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice* (coperta IV nr. 12)
— *Concursuri, olimpiade, premii* (coperta III nr. 12)

CONCURSURI, OLIMPIADE, PREMII

În G. M. B nr. 11/1967 pag. 512 s-a publicat materia de concurs pe cele trei etape ale *concursului de matematică 1968* cerută pentru elevii liceelor teoretice și de specialitate ai școlilor profesionale, liceelor pedagogice și ai școlilor tehnice de maiștri.

La concursul de matematică ținut în anul precedent 1967 au participat la etapa locală în total 25197 din 931 școli situate în 395 centre, la etapa regională au participat 4291 elevi, iar la cea finală au luat parte 275 elevi din 149 școli situate în 80 centre. La ultimele două etape s-au dat câte *două lucrări scrise*, iar lista elevilor cu *premii și mențiuni* la etapa finală a fost publicată în G. M. -B nr. 6/1967 pag. 256. Elevii evidențiați din clasele X, XI și colaboratori la *Gazeta matematică seria* B au mai dat o probă scrisă de baraj, pentru selecționarea lor în vederea participării echipei române la cea de a 9-a *Olimpiadă internațională de matematică*, care s-a ținut în luna iulie și unde elevii români au obținut 6 premii, vezi G. M. -B nr. 10/1967.

Reamintim datele celor 3 etape ale concursului 1968.

Etapa locală la 4 februarie 1968; *etapa regională* la 23—25 martie, iar *etapa finală* pe țară la 5, 6, 7, mai 1968.

Concursul pentru clasele VI—VIII, 1968, are două etape:

— La 22 martie etapa locală pentru clasele VI, VII, VIII, iar la 21 aprilie etapa regională pentru clasele VIII.

— Pentru activitatea deosebită depusă de către unii rezolvitorii de probleme publicate în volumul al XVIII-lea, 1967 al Gazetei matematice seria B se acordă *premii și mențiuni* în cărți. Pentru anul școlar precedent s-a acordat 44 premii și 41 mențiuni după cum sa publicat în G. M. -B pag. 115/1967.

Elevi și eleve, UTC—iști și pionieri pregătiți din timp concursul de matematică 1968, intensificați activitatea ca rezolvitori de probleme la Gazeta matematică seria B și veți fi evidențiați.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme, pregătiți și olimpiada matematică 1968.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Evidențiații trebuie să aibă în aceeași expediere cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se publică. Dacă un corespondent constată că unele problemele au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii clasei a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa a VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din *probleme propuse sau chestiuni de examen* în ultimele două numere apărute în G.M.B. Problemele rezolvate vor fi expediate o singură dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordinea crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului.

Problemele propuse vor fi separate una de alta, corect rezolvate, citeț semnate și în plic separat cu mențiunea *probleme propuse*. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate. *Citiți și redactați de mai multe ori problema sau nota matematică înainte de a o trimite pentru publicare.*

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor dacă trimit într-un plic cel puțin *8 probleme* bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin *12 probleme*. Orice elev poate trimite soluții și la problemele din clasa precedentă.

Se primesc chestiuni de matematici care se încadrază în programa actuală a liceului și de preferat cele ce conțin noțiuni noi introduse în școală.

Materiale care se referă la Marea teoremă a lui Fermat, cuadratura cercului, trisecțiunea unghiului sau alte materiale care nu se încadrează în programa școlară nu sînt binevenite.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicare și să dea adresa lor exactă.

1967 DEC 20

DIN CĂRȚILE APĂRUTE ÎN BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

E. RUSU: Bazele teoriei numerelor, A. I. MARKUȘEVICI: Șiruri recurente, N. N. VOROBIEV: Numerele lui Fibonacci, P. S. ALEXANDROV: Introducere în teoria grupurilor, I. S. SOMINSKI: Metoda inducției matematice, GH. MIHOC: Elemente de calculul probabilităților, H. IONESCU: Calcule numerice, A. I. MARKUȘEVICI: Arii și logaritmi, A. I. GHELFOND: Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi, O. SACTER: Despre conice și alte curbe, ION IONESCU: Maxime și minime geometrice, F. I. ZIGHEL: Cometele, S. SKLOWSKI: Radioastronomia, V. V. ȘARONOV: Soarele și observarea lui, O. KREINDLER: Elemente de calcul vectorial, M. V. PENTKOVSKI: Nomograme, GH. ȚIȚEICA: Culegere de probleme de geometrie ed. V (revăzută și completată de Gh. D. Simionescu), C. N. BERMAN: Cicloida, C. BORȘ: Noțiuni de geometrie proiectivă, I. S. DUBNOV: Erori în demonstrațiile geometrice, H. STEINHAUS: Caleidoscop matematic, C. POPOVICI: Stelele, date fizice, originea și evoluția lor, C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (I), Gh. A. CHIȚEI: Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică, C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (II), O. SACTER: Olimpiade matematice, A. I. MARKUȘEVICI: Numere complexe și reprezentări conforme, I. S. GRADSTEIN: Teorema directă și reciprocă, A. I. HINCIN: Fracții continue, V. A. USPENSKI: Unele aplicații ale mecanicii în matematică, V. G. BOLTEANSKI: Ce este derivarea?, G. N. BERMAN: Despre numere și studiul numerelor, A. IAGLOM: și I. IAGLOM: Probleme neelementare tratate elementar, G. CIUCU și G. SIMBOAN: Probleme de calculul probabilităților și statistică matematică, FEODOROV: Cicloida, O. SACTER: Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente, C. BORȘ și D. BORȘ: Numere complexe, D. RIMER: Noțiuni de teoria mulțimilor, ***: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț), M. GHERMĂNESCU: Aplicații ale trigonometriei, ***: Ipotezele care stau la baza geometriei de B. Riemann (studii și comentarii de E. Gergely), A. HAIMOVICI: Grupuri de transformări, AL. TOTH: Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice, T. ROMAN: Simetria, C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (partea a treia), E. NICOLAU: Introducere în cibernetică, ***: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Săcele-Brașov 1962), N. MIHĂILĂ: Introducere în programarea liniară, GH. D. SIMIONESCU: Trigonometrie sferică, ***: Jocuri și probleme distractive de matematici, ***: Probleme actuale ale matematicii (III), N. MIHĂILĂ: Teoria probabilităților și statistică matematică, I. MUȘAT și C. IONESCU-ȚIU: Exerciții și probleme de matematică pentru admiterea în clasa a IX-a, C. IONESCU-BUJOR: Elemente de transformări geometrice (partea a IV-a), GH. VRĂNCEANU, TH. HANGAN, C. TELEMAN: Geometrie elementară din punct de vedere modern.

Fiecare abonat este rugat a face cunoscută G. M.—B unui coleg care să devină un nou abonat.

Abonamentele se fac la oficiile poștale locale cu 24 lei anual.

I. P. Informația — o. 5958

INDEX 14601

Lei 2